

UNIVERSIDAD DE PAMPLONA

Formando líderes para la construcción de un nuevo país en paz



Estudio teórico de la generación de estados no clásicos de luz en montajes simples con divisores de haz.

*Trabajo de grado presentado al programa de física
como requisito para obtener el título de **Físico***

Dilmer Fabián Suárez Buitrago

Director:

(Ph.D.) Óscar Hernando Bohórquez Martínez

Facultad de Ciencias Básicas

Línea de Investigación

Física Teórica

Grupo de Investigación: *Óptica Moderna*

Semillero de Investigación: *Dinámica Cuántica*

2024

Agradecimientos

Quiero expresar mi sincero agradecimiento a todas las personas que contribuyeron significativamente a mi formación académica, desempeñando un papel esencial en la culminación de mi trabajo de grado titulado “Estudio teórico de la generación de estados no clásicos de luz en montajes simples con divisores de haz”. En primer lugar, deseo reconocer al profesor Óscar H. Bohórquez por su apoyo como director de esta tesis. Su dedicación, paciencia y respaldo constante fueron elementos fundamentales a lo largo de todo el proceso.

También quiero expresar mi gratitud a los profesores Jorge Enrique Rueda Parada y Carlos Eduardo Cedeño Montaña por su valioso aporte como evaluadores. El reconocimiento se extiende a los profesores del Departamento de Física y Geología por su significativa contribución a mi formación académica.

Mi agradecimiento no estaría completo sin expresar mi profunda gratitud a mi familia, quienes han sido un pilar fundamental en mi vida académica y personal. Su apoyo incondicional, aliento constante y papel inspirador han sido cruciales para mi éxito. Finalmente, quiero dedicar un agradecimiento especial a mis amigos y compañeros, con especial mención a Camilo Andrés Villegas Bossio, Jorgey Leonardo Ramírez, Johan Sebastián Pinzón y Jefferson Orlando Jaimes. Su amistad fue un factor clave que hizo más significativa esta etapa de mi vida.

Resumen

En las últimas décadas, la óptica cuántica ha experimentado avances notables, impulsados por la investigación en las aplicaciones de información y comunicación cuántica, así como en metrología cuántica. Los estados entrelazados y comprimidos son fenómenos fundamentales que han sido objeto de especial atención, ya que, al ser de origen puramente cuántico, se convierten en recursos explotables en estas áreas de estudio.

La teoría del divisor de haz en óptica cuántica ha sido cuidadosamente elaborada sobre principios matemáticos y físicos bastante simples. Esta herramienta, el divisor de haz, destaca por su gran versatilidad y puede ser teóricamente implementada con relativa facilidad en diversas configuraciones, tal como se evidencia en trabajos como [1, 2, 3]. La generación de no linealidad inducida por la medición en las salidas de un divisor de haz surge como un método para producir estados entrelazados, y reducir la incertidumbre en las cuadraturas de diversos estados.

El objetivo principal de este trabajo de grado era llevar a cabo un estudio teórico, tanto analítico como numérico, mediante el uso de simulaciones computacionales. Se exploraron tres configuraciones distintas que involucraban divisores de haz, detectores y selectores de fase, variando parámetros específicos en cada montaje. Se realizó una evaluación del entrelazamiento resultante y se examinaron las cuadraturas de los estados en los puertos de salida del divisor de haz, visualizándolos en el espacio de fases a través de las funciones de Wigner. Durante las simulaciones, se dispusieron diferentes combinaciones de estados de luz en los puertos de entrada, incluyendo Estados coherentes $|\alpha\rangle$, Estados comprimidos $|\xi\rangle$, Fotón individual $|1\rangle$ y Estado vacío $|0\rangle$. A partir de estas combinaciones, se estudió cuál configuración proporciona los mejores niveles de entrelazamiento y la reducción de las cuadraturas de los estados.

Abstract

In recent decades, quantum optics has experienced notable advancements driven by research in quantum information and communication applications, as well as quantum metrology. Entangled and squeezed states are fundamental phenomena that have received special attention, as they become exploitable resources in these areas of study due to their purely quantum origin.

The beam splitter theory in quantum optics has been carefully elaborated upon mathematical and fairly simple physical principles. This tool, the beam splitter, stands out for its great versatility and can be theoretically implemented with relative ease in various configurations, as evidenced in works such as [1, 2, 3]. The generation of nonlinearity induced by measurement at the outputs of a beam splitter arises as a method to produce entangled states and reduce uncertainty in the quadratures of various states.

The main objective of this thesis was to conduct a theoretical study, both analytical and numerical, using computational simulations. Three different configurations involving beam splitters, detectors, and phase selectors were explored, varying specific parameters in each setup. An evaluation of the resulting entanglement was performed, and the quadratures of the states at the output ports of the beam splitter were examined, visualized in phase space through Wigner functions. During the simulations, different combinations of light states were arranged at the input ports, including coherent states $|\alpha\rangle$, squeezed states $|\xi\rangle$, single photons $|1\rangle$, and vacuum states $|0\rangle$. From these combinations, the configuration providing the best levels of entanglement and reduction in state quadratures was studied.

Índice general

Resumen	III
Abstract	IV
1. Introducción	1
2. Estados de luz no clásicos y divisores de haz	3
2.1. Oscilador armónico cuántico	3
2.2. Teoría del divisor de haz	6
2.3. Estados coherentes	9
2.3.1. Estados de vacío desplazados	12
2.4. Estados comprimidos	13
2.4.1. Estados comprimidos de un modo	13
2.4.2. Estados comprimidos de dos modos	16
2.5. Función de Wigner	17
3. Sistemas Cuánticos Cerrados	19
3.1. Operador de estado	19
3.1.1. Estados puros	20
3.1.2. Estados mixtos	20
3.2. Imágenes en Mecánica Cuántica	21
3.2.1. Imagen de Schrödinger	21
3.2.2. Imagen de Heisenberg	22
3.2.3. Imagen de Interacción	22
3.3. Sistemas compuestos	23
3.3.1. Operadores en el espacio compuesto	23
3.3.2. Sistemas bipartitos:	24
3.3.3. Matriz densidad reducida	24
3.3.4. Clasificación de estados	25
3.3.5. Generalización a estados multipartitos	26
3.4. Recursos Cuánticos	26
3.4.1. Coherencia cuántica	27
3.4.2. Entrelazamiento cuántico	28
4. Resultados	31
4.1. Un divisor de haz	32
4.2. Un divisor de haz con un detector	45
4.3. Dos divisores de haz con detectores y un selector de fase.	54

5. Conclusiones y Perspectivas	66
A. Apéndice A	73
B. Apéndice B	76
C. Apéndice C	82

1. Introducción

En los últimos años, hemos sido testigos de un notable avance en la investigación de la teoría cuántica, reflejando la necesidad científica de explorar y comprender fenómenos físicos a escalas cada vez más diminutas. La teoría cuántica se distingue de la teoría clásica por su capacidad para aplicar y aprovechar características puramente cuánticas que no tienen un análogo en la física clásica, dando lugar al desarrollo de nuevas tecnologías y mejorando su eficiencia. Estas características del mundo cuántico han generado un considerable interés en la comunidad científica, que busca estudiarlas y utilizarlas como recursos potenciales para mejorar tareas específicas. [4].

El avance en la comprensión e interpretación de fenómenos como la interferencia y la difracción, ha desempeñado un papel fundamental en el desarrollo de la óptica. A lo largo del siglo XIX, la investigación se limitaba a la observación directa, enfocándose en la distribución espacial de la luz. Sin embargo, con la invención del láser en el siglo XX, se abrieron nuevas posibilidades para aprovechar las propiedades de coherencia de la luz. Esto permitió realizar investigaciones espectroscópicas del átomo, explorar la dinámica de procesos químicos y biológicos, y allanar el camino hacia efectos ópticos no lineales [5].

Los estados no clásicos son omnipresentes en la literatura actual sobre óptica cuántica, y su aplicación se extiende a diversas disciplinas, desde la física del estado sólido hasta la cosmología. Los trabajos pioneros de Schrödinger [6], Kennard [7] y Darwin [8] exploraron la evolución de paquetes gaussianos en diversos contextos, incluyendo un oscilador, una partícula libre y una partícula en campos eléctricos y magnéticos constantes. Concluyeron que estos paquetes de ondas pueden considerarse ejemplos de estados coherentes y comprimidos debido a su evolución gaussiana. Estos conceptos han sentado las bases de la óptica cuántica moderna [9].

La óptica cuántica ha servido como terreno fértil para poner a prueba conceptos de mecánica cuántica y desarrollar la teoría de la información cuántica. Los láseres y detectores fotoeléctricos han posibilitado la generación de estados cuánticos exóticos y la exploración de fenómenos no clásicos. El entrelazamiento cuántico, en particular, ha evolucionado desde ser una característica cualitativa hasta convertirse en un recurso cuantificable con aplicaciones en la ciencia de la información cuántica [10, 11]. Las desigualdades de Bell han proporcionado una herramienta cuantitativa para medir esta distinción. Son un conjunto de relaciones matemáticas que ponen a prueba la naturaleza de la teoría cuántica. Propuestas originalmente por John Bell en 1964, estas desigualdades establecen que las violaciones de las mismas permiten la verificación de las propiedades no locales de la teoría cuántica. Este fenómeno se ha demostrado en múltiples ocasiones, especialmente a través de experimentos de óptica cuántica [12, 13], como el experimento CHSH, que fue una implementación que demostró la violación de las desigualdad de Bell [14].

Muchas diferencias fundamentales entre la mecánica cuántica y la clásica implican el entrelazamiento cuántico. Uno de los métodos más simples para generar entrelazamiento es mediante la aplicación de estados de luz no clásicos en un divisor de haz [15]. En el ámbito de la metrología, la teoría cuántica desempeña un papel fundamental. La preparación de estados cuánticos específicos, como los estados comprimidos [16], ha demostrado ser una estrategia efectiva para reducir la incertidumbre en las mediciones. Los estados comprimidos, concebidos en la década de 1980 para disminuir la incertidumbre en la medición de la intensidad de la luz en un interferómetro, se han convertido en una herramienta esencial en la metrología cuántica al mejorar la sensibilidad de las mediciones, siendo particularmente valiosos en la detección de señales débiles [17, 18]. Su aplicación se extiende a la detección de ondas gravitacionales, y la metrología cuántica ha sido objeto de investigación activa durante las últimas décadas.

Este proyecto de investigación está enfocado en la adquisición y manipulación de estados entrelazados y estados comprimidos. Dada la importancia significativa de estos estados en aplicaciones prácticas, como la óptica cuántica, la metrología y la computación cuántica, se lleva a cabo una evaluación exhaustiva de la viabilidad de obtener estos estados. Este análisis se realiza mediante configuraciones que emplean divisores de haz, detectores y selectores de fase. Al explorar la interacción de estados no clásicos de luz con divisores de haz y analizar diferentes configuraciones a través de simulaciones numéricas y cálculos analíticos, se busca obtener información valiosa sobre la generación controlada de entrelazamiento y medidas de mayor precisión. En la implementación de este proyecto, se emplearon bibliotecas en Python para simular experimentos computacionales con uno o dos divisores de haz y detectores dispuestos de manera variable. Mediante diferentes combinaciones de estados de luz se exploró la no linealidad inducida por la medición, evaluando la eficacia de cada configuración en la generación de entrelazamiento y la reducción de cuadraturas. Este enfoque busca no solo avanzar en el conocimiento teórico, sino también abrir nuevas posibilidades para el desarrollo práctico de tecnologías cuánticas en el futuro, particularmente en el ámbito de la comunicación cuántica y la metrología.

La estructura de este trabajo de grado se compone de cinco capítulos, con el objetivo de proporcionar una comprensión más completa y efectiva. Para iniciar el capítulo 2, resulta fundamental proporcionar una visión de los estados de luz no clásicos. Con este propósito, se presenta el oscilador armónico cuántico, que permite describir de manera cuántica un divisor de haz en su forma más general. Se abordan los operadores de transformación de los campos de entrada, así como los estados de Fock, estados coherentes y estados comprimidos de uno y dos modos. Además, se exploran las funciones de Wigner, que proporcionan una interpretación de las cuadraturas de los estados en el espacio de fase. El capítulo 3 se enfoca en proporcionar una descripción del operador de estado como una herramienta matemática fundamental para caracterizar el estado cuántico del sistema. Se introducen conceptos clave como el entrelazamiento cuántico y su cuantificación. En el capítulo 4, se presentan los resultados de la implementación analítica-computacional, junto con un análisis detallado de los tres distintos montajes considerados en este trabajo. El capítulo 5 sintetiza las conclusiones derivadas de los resultados obtenidos a lo largo del trabajo de grado. Además, delinea las perspectivas del trabajo, identificando tareas que podrían abordarse en futuras investigaciones.

2. Estados de luz no clásicos y divisores de haz

Con el propósito de brindar una comprensión amplia de la Óptica Cuántica, resulta fundamental presentar una visión general de los estados de luz no clásicos. Para lograr esto, presentamos una descripción del oscilador armónico cuántico, permitiendo una explicación detallada del divisor de haz en su forma más general. Se examinan los operadores de transformación de los campos de entrada y salida, así como los estados de Fock, estados coherentes y estados comprimidos de uno y dos modos. Además, hacemos énfasis sobre las funciones de Wigner, las cuales brindan una interpretación de las cuadraturas de los estados en el espacio de fase.

2.1. Oscilador armónico cuántico

El oscilador armónico cuántico se destaca como uno de los sistemas fundamentales de la mecánica cuántica. Su importancia no solo reside en ser un ejemplo que ilustra los conceptos y métodos básicos de la disciplina, sino también en su extensa aplicabilidad práctica. El oscilador manifiesta su capacidad para servir como una aproximación precisa en una amplia gama de sistemas, desde las vibraciones moleculares hasta la estructura del núcleo atómico, abarcando diversas ramas de la física. La relevancia del oscilador armónico se refleja también en la estructura de su hamiltoniano, que representa el operador observable de la energía total del sistema. Este hamiltoniano se caracteriza por ser la suma de cuadrados de dos variables canónicamente conjugadas, como la posición y el momento de una partícula, convirtiéndolo en un punto de partida crucial para la teoría cuántica de campos [19].

Para obtener los kets propios y los autovalores de energía del oscilador armónico simple, partimos del Hamiltoniano expresado como:

$$\hat{\mathcal{H}} = \frac{\hat{p}^2}{2m} + \frac{m\omega\hat{x}^2}{2}. \quad (2.1)$$

Los operadores $\hat{x}$ y $\hat{p}$ son Hermitianos por ser observables físicos, y para mayor conveniencia, introducimos dos operadores no Hermitianos: el operador de aniquilación $\hat{a}$ y el operador de creación $\hat{a}^\dagger$, definidos como:

$$\hat{a} = \sqrt{\frac{m\omega}{2\hbar}} \left(\hat{x} + \frac{i\hat{p}}{m\omega} \right), \quad \hat{a}^\dagger = \sqrt{\frac{m\omega}{2\hbar}} \left(\hat{x} - \frac{i\hat{p}}{m\omega} \right). \quad (2.2)$$

Utilizando las relaciones canónicas de conmutación: $[\hat{x}, \hat{p}] = i\hbar$, $[\hat{p}, \hat{x}] = -i\hbar$, obtenemos fácilmente: $[\hat{a}, \hat{a}^\dagger] = 1$.

También definimos el operador número, que es Hermitiano como

$$\hat{N} = \hat{a}^\dagger \hat{a} = \frac{\hat{\mathcal{H}}}{\hbar\omega} - \frac{1}{2}, \quad (2.3)$$

y así establecemos la relación:

$$\hat{\mathcal{H}} = \hbar\omega \left(\hat{N} + \frac{1}{2} \right). \quad (2.4)$$

Dado que $\hat{\mathcal{H}}$ es una función lineal de $\hat{N}$, ambos operadores pueden diagonalizarse simultáneamente. Denotamos un autoestado de energía de $\hat{N}$ por su autovalor n , obteniendo los autovalores de energía:

$$\hat{N} |n\rangle = n |n\rangle. \quad (2.5)$$

Debido a (2.4) tenemos:

$$\hat{\mathcal{H}} |n\rangle = \left(n + \frac{1}{2} \right) \hbar\omega |n\rangle, \quad (2.6)$$

lo que implica que los autovalores de energía están dados por

$$E_n = \left(n + \frac{1}{2} \right) \hbar\omega \quad (n = 0, 1, 2, 3, \dots). \quad (2.7)$$

La representación gráfica de los niveles de energía se muestra en la Figura 2.1, la cual ilustra los distintos niveles de energía de un oscilador armónico con frecuencia ω .

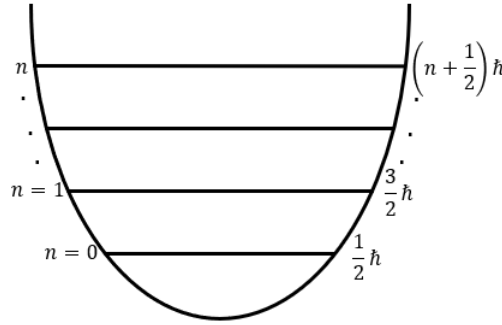


Figura 2.1: Niveles de energía de un oscilador armónico de frecuencia ω [20].

Para apreciar la importancia física de $\hat{a}$, $\hat{a}^\dagger$, y $\hat{N}$, observamos las relaciones con el operador número $\hat{N}$, primero notemos que

$$[\hat{N}, \hat{a}] = -\hat{a}, \quad [\hat{N}, \hat{a}^\dagger] = \hat{a}^\dagger, \quad (2.8)$$

como resultado, tenemos

$$[\hat{N}, \hat{a}^\dagger] = \hat{a}^\dagger \Rightarrow \hat{N}\hat{a}^\dagger = \hat{a}^\dagger + \hat{a}^\dagger\hat{N} = \hat{a}^\dagger (\hat{N} + 1) \Rightarrow \hat{N}\hat{a}^\dagger |n\rangle = (n+1) \hat{a}^\dagger |n\rangle \quad (2.9)$$

y de la misma forma

$$\hat{N}\hat{a} |n\rangle = (n-1) \hat{a} |n\rangle. \quad (2.10)$$

Estas relaciones implican que $\hat{a}^\dagger |n\rangle$ y $\hat{a} |n\rangle$ también son autoestados de $\hat{N}$, con autovalores aumentados o disminuidos en uno [19].

Los estados número deben normalizarse según $\langle n|n\rangle = 1$. La Ecuación (2.10) implica que la acción del operador de aniquilación $\hat{a}$ sobre el estado $|n\rangle$ es equivalente a $(n-1)\hat{a}$. Esto sugiere que $\hat{a} |n\rangle$ y $|n-1\rangle$ están relacionados por una constante multiplicativa:

$$\hat{a} |n\rangle = c_n |n-1\rangle, \quad (2.11)$$

donde c_n es una constante que debe determinarse. Luego, el producto interno de $\hat{a} |n\rangle$ con sí mismo es:

$$\langle n|\hat{a}^\dagger\hat{a}|n\rangle = \langle n-1|c_n^*c_n|n-1\rangle = |c_n|^2 = n, \quad (2.12)$$

lo que conduce a $c_n = \sqrt{n}$, y asumimos que c_n es un número real. Entonces

$$\hat{a} |n\rangle = \sqrt{n} |n-1\rangle. \quad (2.13)$$

Similarmente se puede demostrar que

$$\hat{a}^\dagger |n\rangle = \sqrt{n+1} |n+1\rangle. \quad (2.14)$$

A partir de este último resultado, es sencillo demostrar que los estados número $|n\rangle$ pueden ser generados a partir del estado base $|0\rangle$ mediante la acción repetida del operador de creación $\hat{a}^\dagger$:

$$|n\rangle = \frac{(\hat{a}^\dagger)^n}{\sqrt{n!}} |0\rangle. \quad (2.15)$$

Los operadores $\hat{\mathcal{H}}$ y $\hat{N}$ al ser hermitianos, garantizan la ortogonalidad de los estados y la completitud del conjunto, es decir:

$$\sum_{n=0}^{\infty} |n\rangle \langle n| = 1. \quad (2.16)$$

A veces conviene más utilizar expresiones adimensionales de los operadores posición y momento, definidos como:

$$\hat{x} = \sqrt{\frac{\hbar}{2m\omega}} (\hat{a}^\dagger + \hat{a}), \quad \hat{p} = i\sqrt{\frac{m\hbar\omega}{2}} (\hat{a}^\dagger - \hat{a}), \quad (2.17)$$

con este propósito se definen los operadores de cuadratura como

$$\hat{X} = \frac{1}{2} (\hat{a}^\dagger + \hat{a}), \quad \hat{Y} = \frac{i}{2} (\hat{a}^\dagger - \hat{a}), \quad (2.18)$$

los cuales satisfacen la relación de conmutación:

$$[\hat{X}, \hat{Y}] = \frac{i}{2}. \quad (2.19)$$

Para los estados $|n\rangle$, que se conocen como estados número,

$$\langle \hat{n} | \hat{X} | n \rangle = \left\langle \hat{n} \left| \frac{1}{2} (\hat{a} + \hat{a}^\dagger) \right| n \right\rangle = \frac{1}{2} (\langle n | \hat{a} | n \rangle + \langle n | \hat{a}^\dagger | n \rangle) = 0 \quad (2.20)$$

y

$$\langle \hat{n} | \hat{Y} | n \rangle = \left\langle \hat{n} \left| \frac{i}{2} (\hat{a}^\dagger + \hat{a}) \right| n \right\rangle = 0. \quad (2.21)$$

Pero,

$$\begin{aligned} \langle \hat{n} | \hat{X}^2 | n \rangle &= \left\langle \hat{n} \left| \frac{1}{4} (\hat{a} + \hat{a}^\dagger) (\hat{a} + \hat{a}^\dagger) \right| n \right\rangle = \frac{1}{4} \langle n | (\hat{a}^2 + \hat{a}^\dagger + \hat{a} \hat{a}^\dagger + \hat{a}^\dagger \hat{a}) | n \rangle \\ &= \frac{1}{4} (\langle n | \hat{a}^2 | n \rangle + \langle n | \hat{a}^\dagger | n \rangle + \langle n | 2\hat{a}^\dagger \hat{a} | n \rangle + \langle n | 1 | n \rangle) \\ &= \frac{1}{4} (2n + 1). \end{aligned} \quad (2.22)$$

De manera similar,

$$\langle \hat{n} | \hat{Y}^2 | n \rangle = \frac{1}{4} (2n + 1). \quad (2.23)$$

Esto que nos lleva a expresar la incertidumbre como:

$$(\Delta \hat{X})^2 = (\Delta \hat{Y})^2 = \frac{1}{4} (2n + 1), \quad (2.24)$$

es decir, las incertidumbres en ambas cuadraturas son iguales, y el estado de vacío ($n = 0$) minimiza el producto de incertidumbre [20], ya que

$$(\Delta \hat{X})^2 = \langle \hat{n} | \hat{X}^2 | n \rangle_{\text{vac}} = \frac{1}{4} = (\Delta \hat{Y})^2 = \langle \hat{n} | \hat{Y}^2 | n \rangle_{\text{vac}}. \quad (2.25)$$

Entonces, el producto de las varianzas es:

$$(\Delta \hat{X})^2 (\Delta \hat{Y})^2 = \frac{1}{16} (2n + 1)^2. \quad (2.26)$$

lo que conduce al principio de incertidumbre de Heisenberg adimensional:

$$(\Delta \hat{X})^2 (\Delta \hat{Y})^2 = \frac{1}{16} (2n + 1)^2 \geq \frac{1}{16}. \quad (2.27)$$

2.2. Teoría del divisor de haz

Un divisor de haz es un dispositivo óptico diseñado con la finalidad de separar un haz de luz en dos componentes distintos. Este dispositivo confiere la capacidad de dirigir el haz de luz de entrada hacia diferentes trayectorias o brazos de salida, lo que resulta fundamental en diversas aplicaciones y experimentos ópticos.

En la teoría cuántica de campos, los operadores de aniquilación y creación se emplean para explicar la creación y aniquilación de partículas. Podemos aplicar esta analogía al divisor de haz, considerando que los modos de entrada y salida del divisor pueden comportarse como partículas cuánticas. En este contexto, los operadores de aniquilación representan la eliminación de un modo específico, mientras que los operadores de creación indican su generación. Esta perspectiva ofrece una descripción matemática y conceptual que captura aspectos cuánticos del comportamiento del divisor de haz.

Desde esta perspectiva, surge la oportunidad de explorar un modelo cuántico para comprender mejor su comportamiento. En este enfoque, se busca sustituir las amplitudes de campo por operadores de creación y aniquilación, como se ilustra en la figura 2.2. Este intento de cuantización tiene como objetivo describir el comportamiento cuántico del divisor de haz mediante operadores cuánticos.

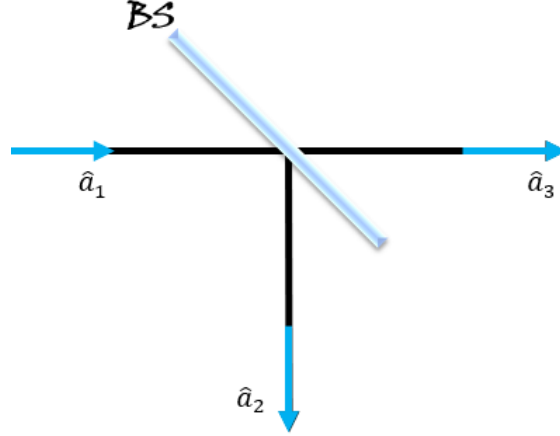


Figura 2.2: Representación cuántica incorrecta de un divisor de haz.

Las expresiones para los operadores de salida, $\hat{a}_2$ y $\hat{a}_3$, son respectivamente $\hat{a}_2 = r\hat{a}_1$ y $\hat{a}_3 = t\hat{a}_1$, donde r y t son coeficientes de reflexión y de transmisión respectivamente. Sin embargo, los operadores de cada uno de los campos deben satisfacer las relaciones de conmutación de los operadores de creación y aniquilación:

$$[\hat{a}_i, \hat{a}_j^\dagger] = \delta_{ij}, \quad [\hat{a}_i, \hat{a}_j] = [\hat{a}_i^\dagger, \hat{a}_j^\dagger] = 0 \quad i, j = 1, 2, 3, \dots, \quad (2.28)$$

No obstante, es fácil ver los operadores de la figura 2.2 no satisfacen las relaciones de conmutación:

- $[\hat{a}_2, \hat{a}_2^\dagger] = [r\hat{a}_1, r^*\hat{a}_1^\dagger] = |r|^2[a_1, a_1^\dagger] = |r|^2 \neq 1,$
- $[\hat{a}_3, \hat{a}_3^\dagger] = [t\hat{a}_1, t^*\hat{a}_1^\dagger] = |t|^2[a_1, a_1^\dagger] = |t|^2 \neq 1,$
- $[\hat{a}_2, \hat{a}_3^\dagger] = [r\hat{a}_1, t^*\hat{a}_1^\dagger] = rt^*[a_1, a_1^\dagger] = rt^* \neq 0.$

Por lo tanto, no pueden proporcionar una descripción cuántica correcta del divisor de haz [20]. Este problema se resuelve mediante el siguiente enfoque: en la representación clásica de un divisor de haz, existe un puerto que no se utiliza y que, al encontrarse sin un campo de entrada, no tiene ningún efecto en los haces de salida. En el marco de la mecánica cuántica, este puerto no empleado alberga un modo de campo cuantificado, conocido como el estado vacío. Es ampliamente reconocido que las fluctuaciones en este estado vacío dan origen a efectos físicos significativos [20], como las fluctuaciones del vacío en la ecuación (2.25). En la Figura 2.3, se esquematizan todos los modos esenciales para una descripción cuántica precisa del divisor de haz. En este contexto, el operador de campo $\hat{a}_0$ representa el modo de entrada asociado al estado clásicamente vacío. Este planteamiento cuántico integra de manera efectiva el concepto del estado vacío en el análisis del divisor de haz, permitiendo una comprensión más completa y precisa de su comportamiento cuántico.

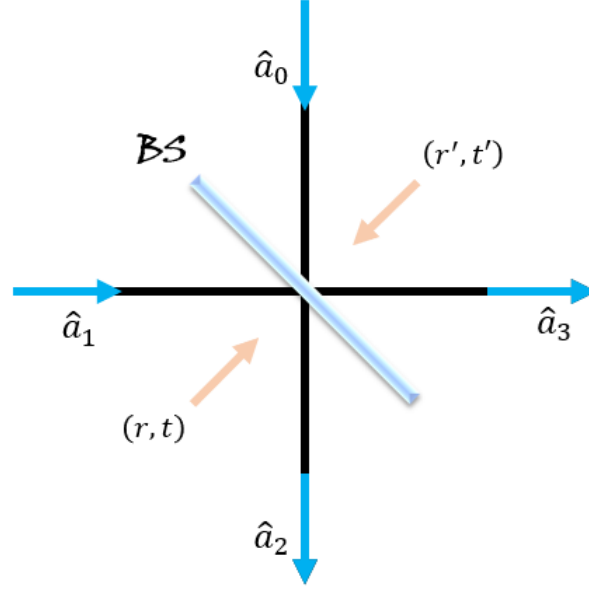


Figura 2.3: Representación correcta mecánica cuántica de un divisor de haz.

A continuación, procedemos a expresar las transformaciones del divisor de haz para los operadores de campo. Estas transformaciones son fundamentales para entender cómo los modos de entrada se relacionan con los modos de salida en el contexto cuántico del divisor de haz. Según la figura 2.3

$$\hat{a}_2 = r\hat{a}_1 + t'\hat{a}_0 \quad \text{y} \quad \hat{a}_3 = t\hat{a}_1 + r'\hat{a}_0, \quad (2.29)$$

En una situación más general, surge una relación de fase entre los coeficientes r y t , la cual depende de la configuración específica del divisor de haz. Los términos r' y t' pueden diferir de r y t , respectivamente, según la manera en que se construya el divisor de haz [21]. Adicionalmente, es conveniente expresar los operadores de transformación de manera matricial para simplificar el análisis y la interpretación de las relaciones cuánticas asociadas al divisor de haz.

$$\begin{pmatrix} \hat{a}_2 \\ \hat{a}_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} t' & r \\ r' & t \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \hat{a}_0 \\ \hat{a}_1 \end{pmatrix}. \quad (2.30)$$

De manera evidente, podemos expresar el divisor de haz de una manera más compacta y clara. La representación matricial previamente descrita permite una formulación breve del divisor de haz de la siguiente manera:

$$BS = \begin{pmatrix} t' & r \\ r' & t \end{pmatrix} \quad (2.31)$$

Indicando con (BS) al divisor de haz, se observa que las relaciones de conmutación mencionadas en la ecuación 2.28 se cumplen de manera natural cuando se satisfacen las siguientes condiciones:

$$|r'| = |r|, \quad |t'| = |t|, \quad |r|^2 + |t|^2 = 1, \quad r^*t' + r't^* = 0 \quad \text{y} \quad r^*t + r't'^* = 0, \quad (2.32)$$

donde (*) indica el complejo conjugado. Por ejemplo:

$$\begin{aligned}
\bullet \quad [\hat{a}_2, \hat{a}_2^\dagger] &= [r\hat{a}_1 + t\hat{a}_0, r^*\hat{a}_1^\dagger + t^*\hat{a}_0^\dagger] = [r\hat{a}_1, r^*\hat{a}_1^\dagger + t^*\hat{a}_0^\dagger] + [t\hat{a}_0, r^*\hat{a}_1^\dagger + t^*\hat{a}_0^\dagger] \\
&= [r\hat{a}_1, r^*\hat{a}_1^\dagger] + [r\hat{a}_1, t^*\hat{a}_0^\dagger] + [t\hat{a}_0, r^*\hat{a}_1^\dagger] + [t\hat{a}_0, t^*\hat{a}_0^\dagger] \\
&= |r|^2[\hat{a}_1, \hat{a}_1^\dagger] + rt^*[\hat{a}_1, \hat{a}_0^\dagger] + tr^*[\hat{a}_0, \hat{a}_1^\dagger] + |t|^2[\hat{a}_0, \hat{a}_0^\dagger] = |r|^2 + |t|^2 = 1
\end{aligned}$$

Las relaciones mencionadas en la ecuación (2.32) son conocidas como relaciones de reciprocidad. En términos generales, los coeficientes r y t son números complejos y se expresan como $r = |r|e^{i\theta}$ y $t = |t|e^{i\phi}$. Para ilustrar estas relaciones, consideremos una de las ecuaciones de reciprocidad y realicemos la sustitución explícita de r y t :

$$rt^* + tr^* = 0 \Rightarrow |r||t|e^{i\theta}e^{-i\phi} + |r||t|e^{i\phi}e^{-i\theta} = 0, \quad (2.33)$$

esta expresión, conduce a:

$$2\cos(\theta - \phi) = 0 \Rightarrow \theta - \phi = \frac{\pi}{2}, \quad \text{sí } \phi = 0 \Rightarrow \theta = \frac{\pi}{2}. \quad (2.34)$$

En consecuencia, se deduce que los coeficientes r y t pueden expresarse de la siguiente manera en términos de magnitudes y fases:

$$r = |r|e^{i\frac{\pi}{2}} = |r|i \quad \text{y} \quad t = |t|e^{i(0)} = |t| \quad (2.35)$$

Con esta información, la matriz del divisor de haz (BS) adopta la siguiente forma:

$$BS = \begin{pmatrix} |t| & |r|i \\ |r|i & |t| \end{pmatrix}. \quad (2.36)$$

Adicionalmente, es posible expresar los operadores de entrada, $\hat{a}_0$ y $\hat{a}_1$, en función de los operadores de salida, $\hat{a}_2$ y $\hat{a}_3$. Esto se logra calculando la inversa de la ecuación (2.30):

$$\hat{a}_0 = t'^*\hat{a}_2 + r'^*\hat{a}_3, \quad \hat{a}_1 = r^*\hat{a}_2 + t^*\hat{a}_3, \quad (2.37)$$

No obstante, por simplicidad, en el marco de este trabajo de grado, adoptaremos una aproximación más simple en la que nuestro divisor de haz se asume sin pérdidas. Esto implica que los coeficientes de reflexión y transmisión, r y t , son iguales a los coeficientes primados r' y t' . Bajo estas suposiciones, los operadores de transformación adquieren la forma:

$$\hat{a}_0 = t^*\hat{a}_2 + r^*\hat{a}_3, \quad \text{y} \quad \hat{a}_1 = r^*\hat{a}_2 + t^*\hat{a}_3. \quad (2.38)$$

2.3. Estados coherentes

Los estados coherentes, como estados cuánticos del oscilador armónico, imitan el comportamiento oscilatorio de un oscilador armónico clásico. Estos estados se distinguen por poseer una incertidumbre mínima y evolucionar de acuerdo con el movimiento clásico del oscilador armónico [21, 22]. La concepción inicial de estos estados fue presentada por Schrödinger, quien se inspiró en esta similitud con la mecánica clásica [23]. El vector de estado asociado a un estado coherente se denota como $|\alpha\rangle$, siendo este un estado propio del operador de destrucción del oscilador armónico con un autovalor α , esto es debido a que el operador de destrucción no cambia el estado coherente, solo lo multiplica por un

factor complejo α . Esta propiedad es la que define a un estado coherente como un estado propio del operador de destrucción, es decir: $\hat{a}|\alpha\rangle = \alpha|\alpha\rangle$.

Diversos métodos se emplean para generar estados coherentes, como la excitación de átomos o moléculas, la emisión de luz mediante láseres o la combinación de haces de luz en un interferómetro cuántico. Los estados coherentes son los estados más clásicos posibles hasta donde lo permite la mecánica cuántica; por lo tanto, exhiben una amplitud y una fase bien definida, y su distribución de probabilidad de amplitud sigue una forma gaussiana [22]. Esta propiedad hace que los estados coherentes sean fundamentales en diversos contextos cuánticos y en la descripción de sistemas cuánticos complejos. Estas similitudes entre los aspectos cuánticos y clásicos se manifiestan en múltiples formas: **(i)** el valor esperado del campo eléctrico se asemeja a la expresión clásica; **(ii)** las fluctuaciones en las variables del campo eléctrico concuerdan con las del vacío cuántico; **(iii)** las fluctuaciones en la incertidumbre fraccional para el número de fotones decrecen al aumentar el número promedio de fotones; y **(iv)** a medida que el número promedio de fotones incrementa, estos estados se vuelven más localizados en fase, es decir, a medida que el número promedio de fotones aumenta, la distribución de la fase del estado se vuelve más concentrada. En otras palabras, hay una mayor certeza en la posición o valor de la fase de la onda como se visualiza claramente en la figuras 2.4 y 2.5 [20].

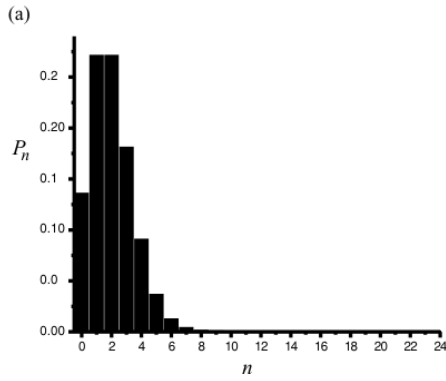


Figura 2.4: Distribuciones de probabilidad del número de fotones para el estado coherente con $\bar{n} = 2$ [20].

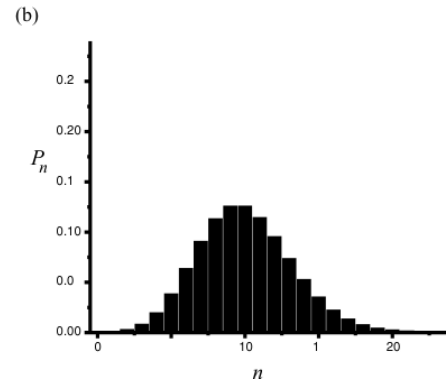


Figura 2.5: Distribuciones de probabilidad del número de fotones para el estado coherente con $\bar{n} = 10$ [20].

A pesar de estas cualidades que sugieren un comportamiento clásico, los estados coherentes mantienen su esencia cuántica.

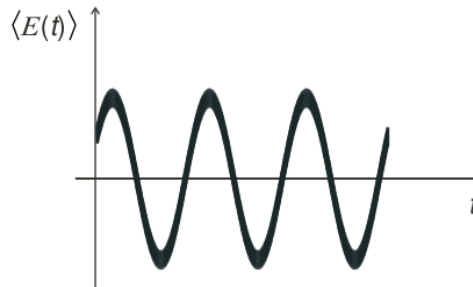


Figura 2.6: Valor esperado del campo eléctrico en función del tiempo para una posición fija, mostrando las fluctuaciones cuánticas. Las fluctuaciones del campo son iguales en todo momento, de manera que el campo es tan cercano a un campo clásico como es posible para cualquier estado cuántico [20].

Esta estrecha relación entre los aspectos cuánticos y clásicos se visualiza en la figura 2.6 en la cual observamos cómo el campo sigue un patrón clásico sinusoidal, aunque se superponen fluctuaciones cuánticas, resaltando así la coexistencia de características cuánticas y clásicas [20].

Como se discutió anteriormente, el vector de estado correspondiente es el estado coherente $|\alpha\rangle$, que es un estado propio del operador destrucción del campo:

$$\hat{a} |\alpha\rangle = \alpha |\alpha\rangle, \quad (2.39)$$

donde α es un autovalor del operador aniquilación $\hat{a}$. Debido a que el operador $\hat{a}$ es no hermitiano, por lo general, α es un complejo.

Podemos escribir un estado coherente en términos de los estados propios de energía del oscilador armónico cuántico. Los estados número $|n\rangle$ forman una base ortonormal completa, lo que significa que podemos expandir cualquier otro estado en términos de los estados número [20].

$$|\alpha\rangle = \sum_{n=0}^{\infty} |n\rangle \langle n|\alpha\rangle = \sum_{n=0}^{\infty} |n\rangle \underbrace{\langle n|\alpha\rangle}_{C_n} = \sum_{n=0}^{\infty} C_n |n\rangle. \quad (2.40)$$

Consideremos el problema de autovalores y reemplacemos la expresión general para un estado coherente

$$\hat{a} |\alpha\rangle = \alpha |\alpha\rangle \Rightarrow \hat{a} \sum_{n=0}^{\infty} C_n |n\rangle = \alpha \sum_{n=0}^{\infty} C_n |n\rangle. \quad (2.41)$$

Para los estados número:

$$\begin{cases} \hat{a} |n\rangle = \sqrt{n} |n-1\rangle & \text{para } n \geq 1, \\ 0 & \text{para } n = 0. \end{cases} \quad (2.42)$$

Por lo tanto, la expresión (2.41) nos queda:

$$\hat{a} \sum_{n=1}^{\infty} C_n |n\rangle = \alpha \sum_{n=0}^{\infty} C_n |n\rangle \Rightarrow \sum_{n=1}^{\infty} C_n \sqrt{n} |n-1\rangle = \alpha \sum_{n=0}^{\infty} C_n |n\rangle, \quad (2.43)$$

la cual, podemos reescribir como:

$$\sum_{n=0}^{\infty} C_{n+1} \sqrt{n+1} |n\rangle - \alpha \sum_{n=0}^{\infty} C_n |n\rangle = \sum_{n=0}^{\infty} (C_{n+1} \sqrt{n+1} - \alpha C_n) |n\rangle = 0, \quad (2.44)$$

lo que conduce a:

$$C_{n+1} \sqrt{n+1} - \alpha C_n = 0 \Rightarrow C_{n+1} = \frac{\alpha}{\sqrt{n+1}} C_n, \quad (2.45)$$

de donde obtenemos:

$$C_n = \frac{\alpha^n}{\sqrt{n!}} C_0. \quad (2.46)$$

Teniendo en cuenta la normalización: $\langle \alpha | \alpha \rangle = 1$, podemos encontrar C_0 .

$$\langle \alpha | \alpha \rangle = \left(\sum_{m=0}^{\infty} C_m^* \langle m | \right) \left(\sum_{n=0}^{\infty} C_n | n \rangle \right) \Rightarrow \sum_{n=0}^{\infty} |C_n|^2 = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{|\alpha|^{2n}}{n!} |C_0|^2 = 1 \quad (2.47)$$

$$\Rightarrow C_0 = e^{-|\alpha|^2/2}. \quad (2.48)$$

Reemplazando en C_n obtenemos:

$$C_n = \frac{\alpha^n}{\sqrt{n!}} C_0 = \frac{\alpha^n}{\sqrt{n!}} e^{-|\alpha|^2/2}, \quad (2.49)$$

lo que nos lleva a obtener el vector de estado del estado coherente:

$$|\alpha\rangle = \sum_{n=0}^{\infty} C_n |n\rangle = e^{-|\alpha|^2/2} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\alpha^n}{\sqrt{n!}} |n\rangle. \quad (2.50)$$

El estado coherente en el contexto de la óptica cuántica es un estado similar al estado clásico porque no solo produce la forma correcta para los valores esperados del campo, sino que también contiene solo las fluctuaciones del vacío, siguiendo la ecuación (2.25).

$$\left(\Delta \hat{X} \right)_{\text{coh}}^2 = \frac{1}{4} = \left(\Delta \hat{Y} \right)_{\text{coh}}^2. \quad (2.51)$$

2.3.1. Estados de vacío desplazados

Hemos explorado dos maneras de definir los estados coherentes: como autovectores del operador de aniquilación y como estados que minimizan la relación de incertidumbre. De hecho, existe otra manera que resulta en estados equivalentes. Esto implica el desplazamiento del vacío. El operador de desplazamiento $\hat{D}(\alpha)$ se define como:

$$\hat{D}(\alpha) = \exp(\alpha \hat{a}^\dagger - \alpha^* \hat{a}), \quad (2.52)$$

este operador de desplazamiento $\hat{D}(\alpha)$ es, por supuesto, un operador unitario [24].

Podemos expresar el operador de desplazamiento utilizando la fórmula de Baker-Campbell-Hausdorff (BCH) de la siguiente manera:

$$e^{\hat{A}+\hat{B}} = e^{\hat{A}} e^{\hat{B}} e^{-\frac{1}{2}[\hat{A},\hat{B}]}, \quad (2.53)$$

esta expresión es válida cuando el conmutador $[\hat{A}, \hat{B}] \neq 0$. En el caso de la expresión (2.52) $\hat{A} = \alpha \hat{a}^\dagger$, $\hat{B} = -\alpha^* \hat{a}$ y $[\hat{A}, \hat{B}] = -|\alpha|^2/2$:

$$\hat{D}(\alpha) = e^{\alpha \hat{a}^\dagger} e^{-\alpha^* \hat{a}} e^{-|\alpha|^2/2}, \quad (2.54)$$

Teniendo en cuenta que $e^x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!}$, el operador de desplazamiento se expresa como:

$$\hat{D}(\alpha) = e^{-|\alpha|^2/2} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(\alpha \hat{a}^\dagger)^n}{n!} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(-\alpha^* \hat{a})^m}{m!}. \quad (2.55)$$

Aplicando el operador desplazamiento de la ecuación (2.55) al estado de vacío $|0\rangle$, obtenemos:

$$\hat{D}(\alpha)|0\rangle = e^{-|\alpha|^2/2} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\alpha^n}{\sqrt{n!}} |n\rangle, \quad (2.56)$$

que de hecho, corresponde al vector de estado de un estado coherente. Por ende,

$$|\alpha\rangle = \hat{D}(\alpha)|0\rangle. \quad (2.57)$$

2.4. Estados comprimidos

Un estado comprimido representa un estado cuántico en el cual la incertidumbre asociada con una variable física, como la posición o el momento, se encuentra disminuida (comprimida) en comparación con el estado de vacío del sistema [22]. La conceptualización de los estados comprimidos surgió en la década de 1980 como una estrategia para reducir la incertidumbre en la medición de la intensidad de la luz en interferómetros. La relevancia de los estados comprimidos ha crecido considerablemente, convirtiéndose en una herramienta fundamental en la metrología cuántica debido a su capacidad para mejorar la sensibilidad de las mediciones [18]. Desde un punto de vista fundamental, esta compresión es posible gracias a los principios básicos de la mecánica cuántica que rigen el comportamiento del oscilador armónico simple. En un estado comprimido, la incertidumbre asociada con una variable específica se reduce por debajo del valor del estado vacío, al tiempo que la incertidumbre en la variable conjugada aumenta. Es importante destacar que esta reducción de la incertidumbre se lleva a cabo sin violar la relación de incertidumbre de Heisenberg.

2.4.1. Estados comprimidos de un modo

Cuando se habla de un estado comprimido de un modo, se está haciendo referencia a un estado cuántico específico asociado a un modo particular del campo electromagnético. Cada modo puede tener sus propios estados cuánticos, y se puede generar un estado comprimido en uno de esos modos específicos. Se dice que un estado del sistema está comprimido si alguno de los siguientes casos se cumple:

$$\left(\Delta\hat{X}\right)^2 < \frac{1}{4} \quad \text{o} \quad \left(\Delta\hat{Y}\right)^2 < \frac{1}{4}. \quad (2.58)$$

Una forma de describir un estado comprimido es a través de la aplicación de un operador de compresión, definido de la siguiente manera [20]:

$$\hat{S}(\xi) = \exp\left\{\frac{1}{2}(\xi^* \hat{a}^2 - \xi \hat{a}^{\dagger 2})\right\}, \quad (2.59)$$

donde $\xi = re^{i\theta}$, y r se conoce como el parámetro de compresión, con $0 \leq r \leq \infty$ y $0 \leq \theta \leq 2\pi$. Cuando el operador de compresión actúa sobre el estado de vacío, el resultado es el estado de vacío comprimido, que denotamos como $|\xi\rangle$.

$$|\xi\rangle = \hat{S}(\xi)|0\rangle. \quad (2.60)$$

Para encontrar la varianza de las cuadraturas consideremos la transformación unitaria:

$$\hat{S}^\dagger(\xi)\hat{a}S(\xi) = e^{\frac{1}{2}(\xi\hat{a}^{\dagger 2}-\xi^*\hat{a}^2)}\hat{a}e^{\frac{1}{2}(\xi^*\hat{a}^2-\xi\hat{a}^{\dagger 2})}. \quad (2.61)$$

La expansión de Baker-Campbell-Hausdorff se expresa de la siguiente manera:

$$e^{\hat{A}}\hat{B}e^{-\hat{A}} = \hat{B} + [\hat{A}, \hat{B}] + \frac{1}{2!}[\hat{A}, [\hat{A}, \hat{B}]] + \frac{1}{3!}[\hat{A}, [\hat{A}, [\hat{A}, \hat{B}]]] + \dots, \quad (2.62)$$

a partir de la ecuación (2.61),

$$\hat{A} = \frac{1}{2}(\xi\hat{a}^{\dagger 2} - \xi^*\hat{a}^2), \quad \hat{B} = \hat{a}.$$

Calculando los conmutadores de la ecuación (2.62), obtenemos:

$$[\hat{A}, \hat{B}] = -\xi\hat{a}^\dagger, \quad [\hat{A}, [\hat{A}, \hat{B}]] = \hat{a}|\xi|^2, \quad \text{y} \quad [\hat{A}, [\hat{A}, [\hat{A}, \hat{B}]]] = -\hat{a}^\dagger\xi|\xi|^2. \quad (2.63)$$

Reemplazando en la ecuación (2.61):

$$\begin{aligned} \hat{S}^\dagger(\xi)\hat{a}\hat{S}(\xi) &= \hat{a} - \xi\hat{a}^\dagger + \frac{\hat{a}|\xi|^2}{2!} - \frac{\xi|\xi|^2\hat{a}^\dagger}{3!} + \dots \\ &= \hat{a} \left(1 + \frac{|\xi|^2}{2!} + \frac{|\xi|^4}{4!} + \dots\right) - \hat{a}^\dagger \left(\xi + \frac{|\xi|^2\xi}{3!} + \dots\right) \end{aligned} \quad (2.64)$$

Teniendo en cuenta que $\xi = re^{i\theta}$, la ecuación anterior se expresa como:

$$\begin{aligned} \hat{S}^\dagger(\xi)\hat{a}\hat{S}(\xi) &= \hat{a} \left(1 + \frac{r^2}{2!} + \frac{r^4}{4!} + \dots\right) - \hat{a}^\dagger \left(re^{i\theta} + \frac{r^3e^{i\theta}}{3!} + \dots\right) \\ &= \hat{a} \cosh r - \hat{a}^\dagger e^{i\theta} \sinh r \end{aligned} \quad (2.65)$$

De manera análoga, se puede obtener

$$\hat{S}^\dagger(\xi)\hat{a}^\dagger\hat{S}(\xi) = \hat{a}^\dagger \cosh r - \hat{a}e^{-i\theta} \sinh r. \quad (2.66)$$

Con estas transformaciones unitarias podemos encontrar la varianza de las cuadraturas de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} \langle \hat{X} \rangle &= \langle \xi | \hat{X} | \xi \rangle = \langle 0 | \hat{S}^\dagger(\xi) \hat{X} \hat{S}(\xi) | 0 \rangle = \left\langle 0 \left| \hat{S}^\dagger(\xi) \frac{1}{\sqrt{2}}(\hat{a} + \hat{a}^\dagger) \hat{S}(\xi) \right| 0 \right\rangle \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\langle 0 | \hat{S}^\dagger(\xi) \hat{a} \hat{S}(\xi) | 0 \rangle + \langle 0 | \hat{S}^\dagger(\xi) \hat{a}^\dagger \hat{S}(\xi) | 0 \rangle \right) \end{aligned} \quad (2.67)$$

Reemplazando las transformaciones unitarias de las ecuaciones (2.65) y (2.66)

$$\begin{aligned} \langle \hat{X} \rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}} (\langle 0 | (\hat{a} \cosh r - \hat{a}^\dagger e^{i\theta} \sinh r) | 0 \rangle + \langle 0 | (\hat{a}^\dagger \cosh r - \hat{a} e^{-i\theta} \sinh r) | 0 \rangle) \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}} (\cosh r \langle 0 | \hat{a} | 0 \rangle - e^{i\theta} \sinh r \langle 0 | \hat{a}^\dagger | 0 \rangle + \cosh r \langle 0 | \hat{a}^\dagger | 0 \rangle - e^{-i\theta} \sinh r \langle 0 | \hat{a} | 0 \rangle) \end{aligned} \quad (2.68)$$

Teniendo en cuenta la ecuación (2.42), en la ecuación anterior, el primero y cuarto término son cero debido a que $\hat{a} | 0 \rangle = 0$. Adicionalmente, el segundo y tercer término también son cero, esto es debido a que $\hat{a}^\dagger | 0 \rangle = | 1 \rangle$, pero el producto interno $\langle 0 | 1 \rangle = 0$. Por lo tanto, obtenemos:

$$\langle \hat{X} \rangle = 0 \quad \Rightarrow \quad \langle \hat{X} \rangle^2 = 0. \quad (2.69)$$

Ahora, calculemos

$$\langle \hat{X}^2 \rangle = \langle \xi | \hat{X}^2 | \xi \rangle = \left\langle \xi \left| \frac{1}{2} (\hat{a} + \hat{a}^\dagger)(\hat{a} + \hat{a}^\dagger) \right| \xi \right\rangle = \frac{1}{2} \langle \xi | \hat{a}^2 + \hat{a}^\dagger \hat{a} + \hat{a} \hat{a}^\dagger + \hat{a}^{\dagger 2} | \xi \rangle \quad (2.70)$$

A partir del siguiente conmutador $[\hat{a}, \hat{a}^\dagger] = 1 = \hat{a} \hat{a}^\dagger - \hat{a}^\dagger \hat{a}$, se puede fácilmente $\hat{a} \hat{a}^\dagger = 1 + \hat{a}^\dagger \hat{a}$. Por lo tanto,

$$\begin{aligned} \langle \hat{X}^2 \rangle &= \frac{1}{2} \langle \xi | \hat{a}^2 + \hat{a}^{\dagger 2} + 2\hat{a}^\dagger \hat{a} + 1 | \xi \rangle \\ &= \frac{1}{2} (\langle \xi | \hat{a}^2 | \xi \rangle + \langle \xi | \hat{a}^{\dagger 2} | \xi \rangle + 2 \langle \xi | \hat{a}^\dagger \hat{a} | \xi \rangle + \langle \xi | \xi \rangle) \\ &= \frac{1}{2} \left(\langle 0 | \hat{S}^\dagger(\xi) \hat{a}^2 \hat{S}(\xi) | 0 \rangle + \langle 0 | \hat{S}^\dagger(\xi) \hat{a}^{\dagger 2} \hat{S}(\xi) | 0 \rangle + 2 \langle 0 | \hat{S}^\dagger(\xi) \hat{a}^\dagger \hat{a} \hat{S}(\xi) | 0 \rangle + 1 \right) \end{aligned} \quad (2.71)$$

Debido a que $\hat{S}(\xi) \hat{S}^\dagger(\xi) = 1$, podemos escribir

$$\begin{aligned} \langle \hat{X}^2 \rangle &= \frac{1}{2} \left(\langle 0 | \hat{S}^\dagger(\xi) \hat{a} \hat{S}(\xi) \hat{S}^\dagger(\xi) \hat{a} \hat{S}(\xi) | 0 \rangle + \langle 0 | \hat{S}^\dagger(\xi) \hat{a}^\dagger \hat{S}(\xi) \hat{S}^\dagger(\xi) \hat{a}^\dagger \hat{S}(\xi) | 0 \rangle \right. \\ &\quad \left. + 2 \langle 0 | \hat{S}^\dagger(\xi) \hat{a}^\dagger \hat{S}(\xi) \hat{S}^\dagger(\xi) \hat{a} \hat{S}(\xi) | 0 \rangle + 1 \right) \end{aligned} \quad (2.72)$$

Reemplazando las transformaciones unitarias de las ecuaciones (2.65) y (2.66), podemos expresar

$$\begin{aligned} \langle \hat{X}^2 \rangle &= \frac{1}{2} (\langle 0 | (\hat{a} \cosh r - \hat{a}^\dagger e^{i\theta} \sinh r) (\hat{a} \cosh r - \hat{a}^\dagger e^{i\theta} \sinh r) | 0 \rangle \\ &\quad + \langle 0 | (\hat{a}^\dagger \cosh r - \hat{a} e^{-i\theta} \sinh r) (\hat{a}^\dagger \cosh r - \hat{a} e^{-i\theta} \sinh r) | 0 \rangle \\ &\quad + 2 \langle 0 | (\hat{a}^\dagger \cosh r - \hat{a} e^{-i\theta} \sinh r) (\hat{a} \cosh r - \hat{a}^\dagger e^{i\theta} \sinh r) | 0 \rangle + 1) \end{aligned} \quad (2.73)$$

A partir de aquí es fácil obtener

$$\langle \hat{X}^2 \rangle = \frac{1}{4} (\cosh^2 r + \sinh^2 r - 2 \sinh r \cosh r \cos \theta). \quad (2.74)$$

Debido a que la varianza de las cuadraturas se expresa como $(\Delta \hat{X})^2 = \langle \hat{X}^2 \rangle - \langle \hat{X} \rangle^2$, podemos escribir la varianza de un estado comprimido como

$$(\Delta \hat{X})^2 = \frac{1}{4} (\cosh^2 r + \sinh^2 r - 2 \sinh r \cosh r \cos \theta) \quad (2.75)$$

y de manera análoga

$$(\Delta \hat{Y})^2 = \frac{1}{4} (\cosh^2 r + \sinh^2 r + 2 \sinh r \cosh r \cos \theta). \quad (2.76)$$

En las Figuras 2.7 y 2.8, se muestra de manera gráfica una representación visual de la compresión. En la Figura 2.7, se ilustra una representación del estado de vacío comprimido para $\theta = 0$, donde la incertidumbre en $\hat{X}_1$ se reduce. De manera análoga, en la Figura 2.8, se muestra el caso para $\theta = \pi$, donde la incertidumbre en $\hat{X}_2$ disminuye.

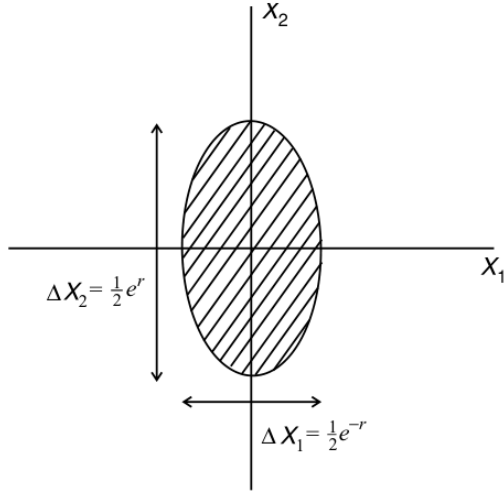


Figura 2.7: Una elipse de error para un estado de vacío comprimido, donde la compresión se encuentra en la cuadratura $\hat{X}_1$ [20].

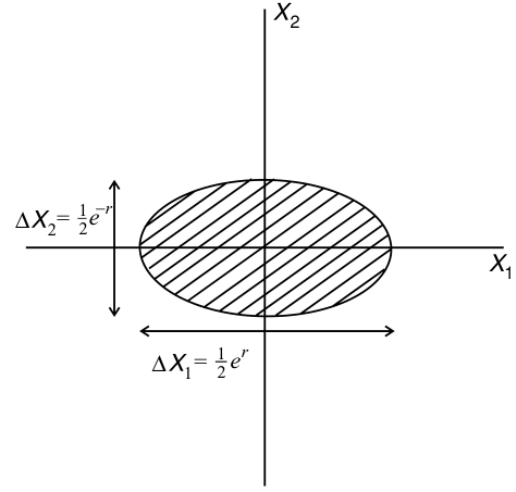


Figura 2.8: Una elipse de error para un estado de vacío comprimido, donde la compresión se encuentra en la cuadratura $\hat{X}_2$ [20].

2.4.2. Estados comprimidos de dos modos

Hasta este punto, hemos examinado estados de un campo de un solo modo. Sin embargo, al abordar campos multimodo, las oportunidades para efectos no clásicos se enriquecen aún más. En otras palabras, la presencia de estados entrelazados en un campo multimodo puede conducir, en general, a efectos no clásicos más intensos y complejos en comparación con los que se pueden lograr en un campo de un solo modo. Estos estados se describen de manera análoga al operador de compresión de un solo modo, el operador de compresión de dos modos es

$$\hat{S}_2(\xi) = \exp(\xi^* \hat{a} \hat{b} - \xi \hat{a}^\dagger \hat{b}^\dagger), \quad (2.77)$$

donde $\xi = r e^{i\theta}$ y $\hat{a}$ y $\hat{b}$ son los operadores de los dos modos. Es importante destacar que $\hat{S}_2(\xi)$ no se puede factorizar como un producto de los operadores de compresión de un solo modo. Ahora procedemos a definir el estado de vacío comprimido de dos modos mediante la acción de $\hat{S}_2(\xi)$ sobre el vacío de dos modos $|0\rangle_a |0\rangle_b$ [20]:

$$|\xi\rangle = \hat{S}_2(\xi) |0\rangle_a |0\rangle_b = \exp(\xi^* \hat{a} \hat{b} - \xi \hat{a}^\dagger \hat{b}^\dagger) |0\rangle_a |0\rangle_b. \quad (2.78)$$

La incertidumbre de las cuadraturas es:

$$(\Delta \hat{X})^2 = \frac{1}{4} (\cosh^2 r + \sinh^2 r - 2 \sinh r \cosh r \cos \theta) \quad (2.79)$$

y

$$(\Delta \hat{Y})^2 = \frac{1}{4} (\cosh^2 r + \sinh^2 r + 2 \sinh r \cosh r \cos \theta). \quad (2.80)$$

Este resultado es matemáticamente idéntico al caso de vacío comprimido de un modo en la ecuaciones (2.75) y (2.76).

2.5. Función de Wigner

En 1932, Eugene Wigner introdujo la función de Wigner como una herramienta para estudiar las correcciones cuánticas a la mecánica estadística clásica. El principio de incertidumbre de Heisenberg impide conocer simultáneamente tanto la posición como el momento de una partícula. Sería ventajoso obtener una función en la que se pueda conocer la probabilidad de estas dos variables físicas simultáneamente. A partir de esta premisa, se ha desarrollado la función de Wigner, que muestra la probabilidad tanto en posición como en momento [21]. Sin embargo, a diferencia de las distribuciones de probabilidad clásicas, la función de Wigner no tiene una interpretación física directa en términos de probabilidad. Esto se debe a que la función toma valores negativos en regiones del espacio de fase, y estas regiones de valor negativo están relacionadas con la relación de incertidumbre de Heisenberg [25]. La negatividad de la función de Wigner se considera una firma definitoria de no clasicismo o coherencia cuántica e interferencia [26].

La función de Wigner es útil en el análisis de interferencia y correlaciones cuánticas en sistemas ópticos cuánticos, como interferómetros y sistemas de generación de entrelazamiento cuántico [23]. En resumen, la función de Wigner es una herramienta esencial para el estudio de la óptica cuántica y su aplicación en la física de sistemas cuánticos complejos. Aunque su interpretación física no es directa, la función de Wigner ha permitido importantes avances en la investigación de la coherencia cuántica y la interferencia en sistemas cuánticos.

La función de Wigner está definida como:

$$W(x, p) = \frac{1}{2\pi\hbar} \int dy e^{\frac{-ipy}{\hbar}} \left\langle x - \frac{y}{2} \right| \hat{\rho} \left| x + \frac{y}{2} \right\rangle, \quad (2.81)$$

de manera que si $\hat{\rho}$ es un estado puro $\hat{\rho} = |\psi\rangle \langle\psi|$, entonces

$$W(x, p) = \frac{1}{2\pi\hbar} \int dy e^{\frac{-ipy}{\hbar}} \left\langle x - \frac{y}{2} \right| \psi \rangle \langle \psi \left| x + \frac{y}{2} \right\rangle \quad (2.82)$$

$$= \frac{1}{2\pi\hbar} \int dy e^{\frac{-ipy}{\hbar}} \psi\left(x - \frac{y}{2}\right) \psi^*\left(x + \frac{y}{2}\right), \quad (2.83)$$

donde $\langle x - \frac{y}{2} | \psi \rangle = \psi(x - \frac{y}{2})$ y $\langle \psi | x + \frac{y}{2} \rangle = \psi^*(x + \frac{y}{2})$ son las respectivas funciones de onda. Además, el factor $1/2\pi\hbar$ asegura la normalización:

$$\int dx \int dp W(x, p) = 1. \quad (2.84)$$

En este trabajo todas las funciones de Wigner calculadas se obtienen de manera computacional mediante el paquete QuTiP [27] escrito en Python.

Como se mencionó anteriormente, los estados de entrada considerados en este trabajo de grado son los siguientes: estados coherentes, estados comprimidos, estado de vacío y fotón individual. A continuación, se presenta la función de Wigner correspondiente a cada uno de estos estados.

■ Estado vacío

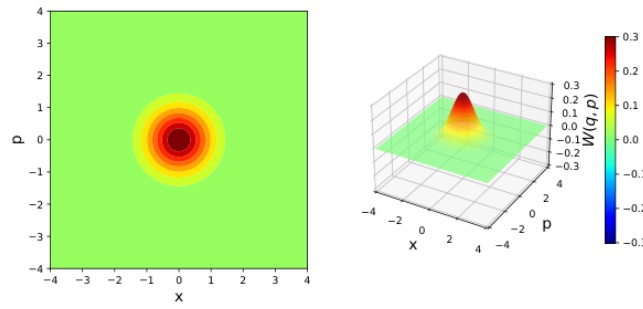


Figura 2.9: Función de Wigner del estado vacío.

■ Fotón individual

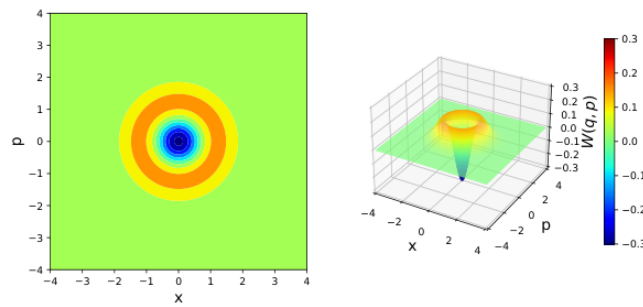


Figura 2.10: Función de Wigner de un fotón individual.

■ Estado coherente

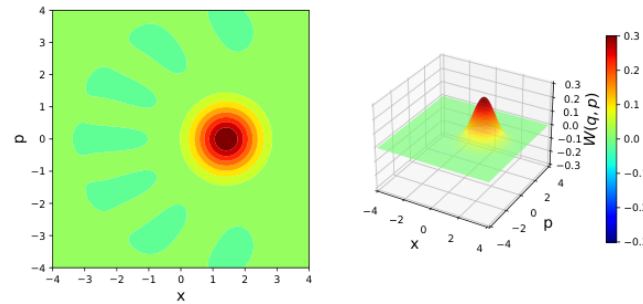


Figura 2.11: Función de Wigner de un estado coherente.

■ Estado comprimido

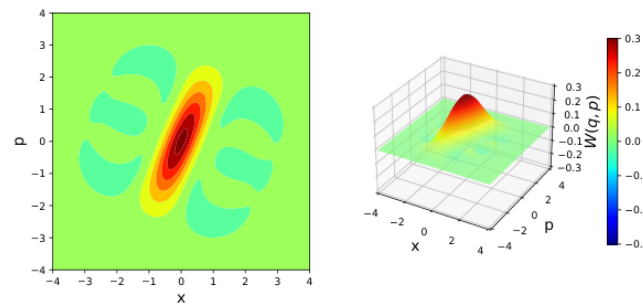


Figura 2.12: Función de Wigner de un estado comprimido.

3. Sistemas Cuánticos Cerrados

Los sistemas cuánticos cerrados se definen como sistemas completamente aislados de su entorno externo, lo que implica la ausencia de intercambio de energía o partículas con dicho entorno. En este trabajo trataremos solamente sistemas cuánticos cerrados puesto que nuestro sistema de interés son los estados no clásicos de luz interactuando solamente con elementos ópticos como el divisor de haz. La característica fundamental que distingue a un sistema cuántico cerrado es su evolución unitaria, en la que la norma de la función de onda del sistema se mantiene constante a lo largo del tiempo. Esta evolución unitaria, al ser determinista, asegura una evolución predecible del estado cuántico del sistema sin pérdida de información, lo que refleja la conservación de la probabilidad. La comprensión de los sistemas cuánticos cerrados resulta crucial en el ámbito de la teoría cuántica, siendo fundamental para abordar fenómenos como la superposición cuántica, el entrelazamiento cuántico, y otros aspectos inherentes a la mecánica cuántica [28]. En este capítulo, nos dedicaremos a establecer los conceptos teóricos que resultan fundamentales para comprender y explicar la evolución de los sistemas cuánticos cerrados. Introduciremos el concepto de operador densidad y exploraremos diferentes tipos de estados cuánticos como los estados puros y los estados mixtos. Asimismo, nos adentraremos en los sistemas compuestos para así introducir los recursos cuánticos: coherencia y entrelazamiento.

3.1. Operador de estado

El estado cuántico de un sistema se encuentra completamente caracterizado por su vector de estado $|\psi\rangle$, que contiene la máxima información permitida por las leyes de la mecánica cuántica [20]. Este vector se emplea como una herramienta matemática para representar el estado de un sistema cuántico, desempeñando un papel fundamental en la descripción estadística de los estados en el contexto de la mecánica cuántica. Cabe destacar que en 1927, J. von Neumann introdujo el operador de densidad, ampliando aún más la comprensión y formalización de los estados cuánticos [29]. Este formalismo amplía el concepto del vector de estado, permitiendo la descripción de estados puros y mixtos, que serán descritos más adelante. El operador de densidad, representado comúnmente por $\hat{\rho}$, se define como la suma estadística del producto externo de diversos estados $|\psi_i\rangle$, cada uno asociado con una probabilidad p_i :

$$\hat{\rho} = \sum_i p_i |\psi_i\rangle \langle \psi_i|. \quad (3.1)$$

Un operador de estado debe satisfacer tres condiciones fundamentales para ser considerado como tal [30]. Estas condiciones son la traza unitaria, la hermiticidad y la positividad: La traza unitaria está relacionada a la conservación de la probabilidad, la hermiticidad, establece que el operador de estado debe ser igual a su transpuesto conjugado, asegurando

que todos los autovalores sean reales, y la positividad establece que todos los autovalores de la matriz densidad sean no negativos. Desde un punto de vista matemático, estas condiciones se expresan como:

- **Traza unitaria:**

$$\text{Tr}(\hat{\rho}) = \sum_i p_i = 1. \quad (3.2)$$

- **Hermiticidad:**

$$\hat{\rho}^\dagger = \sum_i p_i |\psi_i\rangle \langle \psi_i| \quad \Rightarrow \quad \hat{\rho}^\dagger = \hat{\rho}. \quad (3.3)$$

- **Positividad:**

$$\langle u | \hat{\rho} | u \rangle \geq 0 \quad \text{para todo } |u\rangle. \quad (3.4)$$

3.1.1. Estados puros

En el caso particular en el que todos los p_i en (3.1) se anulan, excepto, por ejemplo, el j -ésimo en la posición $p_i = \delta_{ij}$, se obtiene el operador de densidad correspondiente al estado puro $|\psi_j\rangle$ [20]. Un estado puro se define como un conjunto en el cual todos los sistemas de un ensamble están preparados de manera idéntica y comparten el mismo vector de estado $|\psi\rangle$. Como consecuencia, la matriz densidad de estos estados contiene únicamente un elemento distinto de cero, tomando la forma [31]:

$$\hat{\rho} = |\psi\rangle \langle \psi|. \quad (3.5)$$

Una segunda caracterización equivalente de un estado puro se realiza mediante la condición:

$$\hat{\rho}^2 = \hat{\rho}. \quad (3.6)$$

Para un estado puro, los únicos autovalores posibles son $p_i = 0$ o $p_i = 1$. Pero, dado que, según (3.2), la suma de los autovalores es 1, debe ser el caso que exactamente uno de ellos tenga el valor 1 y todos los demás sean 0. Por lo tanto, la representación espectral (3.1) consta de un solo término y, por lo tanto, tiene la forma de un estado puro (3.5) [30].

Una tercera manera de caracterizar estados puros es mediante la pureza, que para estados puros debe cumplir la condición:

$$\text{Tr}(\hat{\rho}^2) = 1. \quad (3.7)$$

3.1.2. Estados mixtos

Los estados mixtos, también conocidos como estados no puros, pueden interpretarse como mezclas estadísticas de estados puros [30]. En este contexto, se trata de un conjunto de sistemas que no puede describirse mediante un único vector de estado $|\psi\rangle$. Más bien,

estos estados se representan como una combinación estadística de estados puros [32]. La matriz densidad asociada a los estados mixtos se expresa de la siguiente manera:

$$\hat{\rho} = \sum_i p_i |\psi_i\rangle \langle \psi_i|, \quad (3.8)$$

donde los coeficientes p_i son distintos de cero y satisfacen las condiciones:

$$0 \leq p_i \leq 1, \quad \sum_i p_i = 1. \quad (3.9)$$

Una manera de distinguir un estado mixto es a través de la pureza. Para estados mixtos, la traza al cuadrado de la matriz densidad debe ser menor que 1:

$$\text{Tr}(\hat{\rho}^2) < 1. \quad (3.10)$$

3.2. Imágenes en Mecánica Cuántica

Las imágenes de la mecánica cuántica son representaciones matemáticas que proporcionan una perspectiva particular sobre la dinámica temporal de los sistemas cuánticos. Estas representaciones son herramientas conceptuales que simplifican el análisis y permiten abordar problemas desde diferentes enfoques, no obstante, equivalentes entre sí.

3.2.1. Imagen de Schrödinger

En esta representación, el estado del sistema experimenta una evolución temporal, mientras que los observables permanecen constantes. La dinámica temporal del sistema está gobernada por la ecuación de Schrödinger dependiente del tiempo [33]

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} |\psi(t)\rangle = \hat{\mathcal{H}} |\psi(t)\rangle. \quad (3.11)$$

La solución a la ecuación anterior se puede establecer de manera precisa cuando se conoce el vector de estado en un tiempo inicial t_0 . La solución queda definida en términos de un operador unitario $\hat{\mathcal{U}}$, el cual al ser aplicado sobre un estado en t_0 , permite obtener la información del estado en cualquier tiempo posterior t , donde $\hat{\mathcal{U}}$ es el operador evolución temporal.

$$|\psi(t)\rangle = \hat{\mathcal{U}}(t, t_0) |\psi(t_0)\rangle. \quad (3.12)$$

La ecuación de Schrödinger correspondiente al operador evolución temporal se expresa como:

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \hat{\mathcal{U}}(t, t_0) = \hat{\mathcal{H}} \hat{\mathcal{U}}(t, t_0). \quad (3.13)$$

En la imagen de Schrödinger, la evolución del operador de estado, descrita por la ecuación de Von Neumann, se define de la siguiente manera:

$$\dot{\hat{\rho}}(t) = -\frac{i}{\hbar} [\hat{\mathcal{H}}, \hat{\rho}]. \quad (3.14)$$

Esta formulación proporciona una descripción precisa de cómo el estado cuántico de un sistema cambia en el tiempo.

3.2.2. Imagen de Heisenberg

En esta imagen, la evolución recae en los operadores, otorgándoles una dependencia temporal. En contraste, los estados se mantienen estacionarios, lo que implica que no son afectados por la evolución unitaria del operador; en otras palabras, el estado permanece constante en cualquier momento dado, expresado como $|\psi(t)\rangle = |\psi(0)\rangle$ [34]. En el contexto de la imagen de Heisenberg, los observables se definen a través de transformaciones unitarias. En esta representación, los elementos que experimentan evolución temporal son los observables, dando lugar a ecuaciones de movimiento que describen la dinámica de dichos observables en lugar del estado del sistema en sí [33].

El observable en cualquier momento está determinado por su transformación bajo la aplicación del operador de evolución temporal. En la imagen de Heisenberg, la definición de un observable del sistema se expresa mediante la transformación:

$$\hat{O}(t) = \hat{U}^\dagger(t, t_0) \hat{O} \hat{U}(t, t_0). \quad (3.15)$$

La ecuación que describe la dinámica del observable en la representación de Heisenberg se expresa de la siguiente manera:

$$\frac{d\hat{O}(t)}{dt} = -\frac{i}{\hbar} [\hat{O}(t), \hat{\mathcal{H}}]. \quad (3.16)$$

3.2.3. Imagen de Interacción

Se han explorado diversas perspectivas del concepto de la imagen de interacción en mecánica cuántica. En [35] se presentó la noción de una imagen de interacción mixta que complementa las imágenes de Schrödinger y Heisenberg. Por otra parte, en [36] se amplió la imagen de interacción para abarcar sistemas que evolucionan de manera unitaria, garantizando la hermiticidad de los observables.

La imagen de Schrödinger y la de Heisenberg se consideran casos límite de una representación más general conocida como la imagen de interacción [37]. En esta perspectiva, se concibe como una combinación entre la imagen de Schrödinger y la imagen de Heisenberg, en la que tanto los operadores como los estados incorporan una dependencia temporal. En este enfoque, el sistema se desglosa en dos componentes distintas: una parte libre de perturbaciones, simbolizada por $\hat{\mathcal{H}}_0$, y una parte de interacción, representada por $\hat{\mathcal{H}}_I$. Como resultado, los estados experimentan evolución bajo el Hamiltoniano de interacción, mientras que los observables lo hacen con el Hamiltoniano libre [33].

En esta imagen, tanto los estados como los observables experimentan evolución temporal de la forma:

- **Operadores:** Los operadores transforman como:

$$\hat{O}(t) = \exp\{i\hat{\mathcal{H}}_0 t\} \hat{O} \exp\{-i\hat{\mathcal{H}}_0 t\}, \quad (3.17)$$

estos evolucionan temporalmente con el hamiltoniano libre así:

$$\frac{d\hat{O}(t)}{dt} = -\frac{i}{\hbar} [\hat{O}(t), \hat{\mathcal{H}}_0]. \quad (3.18)$$

- **Estados:** Los estados evolucionan con la ecuación de movimiento:

$$\frac{d}{dt} |\psi(t)\rangle = -\frac{i}{\hbar} \hat{\mathcal{H}}_I(t) |\psi(t)\rangle, \quad (3.19)$$

donde $|\psi(t)\rangle$ es el vector de estado en la imagen de la interacción y se define como:

$$|\psi(t)\rangle = \exp\left\{-\frac{i\hat{\mathcal{H}}_0 t}{\hbar}\right\} |\psi(t=t_0)\rangle. \quad (3.20)$$

- **Operador densidad:** El operador densidad transforma igual que los demás operadores en la imagen de la interacción, es decir, como en la ecuación (3.17). Para el operador de estado la ecuación de Von Neumann toma la forma:

$$\frac{d}{dt} \hat{\rho}(t) = -\frac{i}{\hbar} [\hat{H}_I(t), \hat{\rho}(t)]. \quad (3.21)$$

3.3. Sistemas compuestos

Los estados compuestos son estados cuánticos de sistemas formados por dos o más sistemas cuánticos más simples. En la mecánica cuántica, el estado de un sistema se describe mediante un vector de estado que pertenece a un espacio vectorial. Cuando se trata de sistemas compuestos, el espacio vectorial total es el producto tensorial de los espacios vectoriales de los sistemas individuales. El espacio vectorial de estados está abarcado por un conjunto de vectores producto de la forma [30]:

$$|a_m b_n\rangle = |a_m\rangle \otimes |b_n\rangle, \quad (3.22)$$

donde $|a_m\rangle$ es un conjunto de vectores base para la componente 1 solamente, y de manera similar $|b_n\rangle$ es un conjunto base para la componente 2.

La descripción de los estados compuestos es esencial para abordar sistemas cuánticos más complejos, como partículas entrelazadas o sistemas formados por múltiples partículas. La mecánica cuántica permite que los estados compuestos sean expresados como combinaciones lineales de los estados de los sistemas individuales, y la evolución temporal de estos estados compuestos está gobernada por la dinámica descrita anteriormente.

3.3.1. Operadores en el espacio compuesto

Consideremos $\{\hat{A}_i\}$ y $\{\hat{B}_j\}$ como los conjuntos de operadores que operan en los espacios de los respectivos subsistemas. En el contexto del espacio compuesto, introducimos un conjunto de operadores $\hat{O}_k = \hat{A}_i \otimes \hat{B}_j$, que constituyen una base completa generada en $\mathbb{H}$, donde $\mathbb{H} = \mathbb{H}_a \otimes \mathbb{H}_b$ y corresponde al espacio de Hilbert del sistema compuesto $|a_m\rangle \otimes |b_n\rangle$. Por consiguiente, se cumple que estos observables conmutan $[\hat{A}_i, \hat{B}_j] = 0$. Es importante

destacar que los operadores solo afectan de manera no trivial a los estados que pertenecen a sus respectivas bases [30]. Por lo tanto,

$$\hat{O}_k |\psi_1, \psi_2\rangle = \hat{A}_i \otimes \hat{B}_j |\psi_1\rangle \otimes |\psi_2\rangle = \hat{A}_i |\psi_1\rangle \otimes \hat{B}_j |\psi_2\rangle. \quad (3.23)$$

3.3.2. Sistemas bipartitos:

La noción de sistemas bipartitos se emplea en la teoría cuántica para explicar sistemas formados por dos partes o subsistemas. En el contexto de la mecánica cuántica, esto implica que el estado total del sistema se describe mediante la combinación de los estados cuánticos de ambos subsistemas.

Un sistema bipartito es aquel que consta de dos subsistemas, cada uno de los cuales tiene su propio estado cuántico. Los estados cuánticos de cada subsistema están representados por vectores en un espacio de Hilbert, que se denota como $\mathbb{H}_1$ para el primer subsistema y $\mathbb{H}_2$ para el segundo subsistema. El espacio de estado del sistema compuesto se define como el producto tensorial de los espacios de estado de los dos subsistemas $\mathbb{H} = \mathbb{H}_1 \otimes \mathbb{H}_2$. Esto significa que un estado del sistema compuesto puede representarse como una combinación lineal de productos tensoriales de estados de los dos subsistemas.

Cada subsistema tiene su propio conjunto de estados base, que son los autoestados de observables específicos. Por ejemplo, los autoestados de un observable $\hat{A}_i$ del primer subsistema se denotan como $|\psi_i\rangle_1$, y los de un observable $\hat{A}_j$ del segundo subsistema como $|\varphi_j\rangle_2$. Cada subsistema en un sistema bipartito puede poseer sus propias propiedades y características. Cuando cada subsistema puede manipularse de forma independiente, se dice que el estado completo es separable. En este contexto, el operador de estado global del sistema se construye a través del producto tensorial de los operadores de estado individuales de cada subsistema, expresado como $\hat{\rho} = \hat{\rho}_1 \otimes \hat{\rho}_2$.

3.3.3. Matriz densidad reducida

Cuando solo estamos interesados en un subsistema en particular, la noción de matriz densidad reducida se vuelve fundamental. La matriz de densidad reducida del subsistema 1, denotada como $\hat{\rho}_1$, se obtiene tomando la traza parcial de la matriz de densidad total sobre los grados de libertad del subsistema 2 [30]. Supongamos que $\hat{\rho} = \hat{\rho}_1 \otimes \hat{\rho}_2$. Por medio de la traza parcial, es posible definir las propiedades del sistema de interés y describir el operador de estado reducido [38].

$$\hat{\rho}_1 = \text{Tr}_2(\hat{\rho}) = \sum_i \langle \varphi_i | \hat{\rho} | \varphi_i \rangle. \quad (3.24)$$

Para obtener el operador de densidad reducido asociado al subsistema 1, escribimos el operador de estado global en su base propia.

$$\hat{\rho} = \sum_{ij} p_{ij} |\psi_i, \varphi_j\rangle \langle \psi_i, \varphi_j|. \quad (3.25)$$

donde los coeficientes p_{ij} son distintos de cero y satisfacen:

$$0 \leq p_{ij} \leq 1, \quad \sum_{ij} p_{ij} = 1. \quad (3.26)$$

Entonces el operador densidad del subsistema 1 es:

$$\begin{aligned}\hat{\rho}_1 &= \sum_{\ell} \langle \varphi_{\ell} | \left\{ \sum_{ij} p_{ij} |\psi_i, \varphi_j\rangle \langle \psi_i, \varphi_j| \right\} | \varphi_{\ell} \rangle = \sum_{\ell} \sum_{ij} p_{ij} |\psi_i\rangle \langle \varphi_{\ell} | \varphi_j \rangle \langle \psi_i | \langle \varphi_j | \varphi_{\ell} \rangle \\ &= \sum_{\ell} \sum_{ij} p_{ij} |\psi_i\rangle \langle \psi_i| \delta_{\ell j} \delta_{\ell j} = \sum_{ij} p_{ij} |\psi_i\rangle \langle \psi_i| = \sum_i \sum_j p_{ij} |\psi_i\rangle \langle \psi_i|. \quad (3.27)\end{aligned}$$

En consecuencia, podemos expresar el operador de densidad reducido del subsistema 1 como un operador de densidad en su propio espacio, dado por la ecuación:

$$\hat{\rho}_1 = \sum_i \chi_i |\psi_i\rangle \langle \psi_i|, \quad \text{donde} \quad \chi_i = \sum_j p_{ij}, \quad (3.28)$$

Se observa que, si el estado global es puro, el estado reducido resulta ser un estado mixto.

3.3.4. Clasificación de estados

Las correlaciones se utilizan para describir cómo las propiedades de dos o más partículas o sistemas están relacionados entre sí. Estas correlaciones pueden ser el resultado de diversas interacciones y fenómenos físicos [39]. Existen dos tipos de correlaciones: clásicas y cuánticas:

- **Correlaciones Cuánticas:** En el ámbito de la mecánica cuántica, las correlaciones se manifiestan a través de fenómenos como el entrelazamiento cuántico, donde dos partículas están intrínsecamente vinculadas de manera que el estado de una partícula no puede describirse independientemente del estado de la otra.
- **Correlaciones Clásicas:** Las correlaciones clásicas se refieren a las relaciones entre las propiedades de dos o más partículas o sistemas que siguen las leyes de la física clásica. En el contexto de la mecánica clásica, las correlaciones entre las variables de un sistema pueden ser deterministas y predecibles, es decir, el estado futuro del sistema puede calcularse con precisión a partir de sus condiciones iniciales y las leyes de la física clásica.

La naturaleza de los estados parciales y el estado total puede variar en cuanto a su pureza, dando lugar a diversas combinaciones posibles. En algunos escenarios, el estado total presenta correlación, mientras que en otros carece de esta relación. Las distintas configuraciones se detallan en las tablas 3.1 y 3.2 [30].

Tabla 3.1: Combinaciones de estados parciales y estado global [30].

Estados parciales $\hat{\rho}_1$ y $\hat{\rho}_2$	Estado global $\hat{\rho}$	
	Puro	No puro
Ambos puros	Sí	No
Uno puro, Uno no puro	No	Sí
Ambos no puros	Sí	Sí

En algunos casos, el estado total puede estar correlacionado, mientras que en otros puede estar no correlacionado. Para aquellos casos que están marcados como “sí” en la tabla 3.1, indicamos en la tabla 3.2 si pueden existir como estados correlacionados y como estados no correlacionados. Aquí está una explicación más detallada de la tabla 3.2:

- Si $\hat{\rho}_1$, $\hat{\rho}_2$ y $\hat{\rho}$ son todos puros, entonces el estado total no puede estar correlacionado.
- Si $\hat{\rho}_1$ es puro y $\hat{\rho}_2$ es no puro, o viceversa, entonces el estado total puede estar no correlacionado.
- Si $\hat{\rho}_1$ y $\hat{\rho}_2$ son no puros y el estado total $\hat{\rho}$ es puro, entonces el estado total puede estar correlacionado.
- Si $\hat{\rho}_1$, $\hat{\rho}_2$ y $\hat{\rho}$ son todos no puros, entonces el estado total puede estar correlacionado o no correlacionado.

Tabla 3.2: Correlación de estados en diferentes combinaciones [30].

$\hat{\rho}_1, \hat{\rho}_2; \hat{\rho}$	Correlacionado	No correlacionado
Puro, Puro; Puro	No	Sí
Puro, No puro; No puro	No	Sí
No puro, No puro; Puro	Sí	No
No puro, No puro; No puro	Sí	Sí

3.3.5. Generalización a estados multipartitos

La formulación para sistemas bipartitos se puede generalizar para sistemas compuestos por N sistemas d -dimensionales (Sistemas multipartitos). El espacio de Hilbert del sistema global es el producto tensor de todos los N sistemas, es decir:

$$\mathbb{H} = \bigotimes_{i=1}^N \mathbb{H}_i, \quad (3.29)$$

donde las dimensiones del espacio global $\mathbb{H}$ es: $\mathbf{Dim}(\mathbb{H}) = d^N$.

El operador de estado global y los operadores asociados al sistema compuesto se construyen de manera similar:

$$\hat{\rho} = \bigotimes_{i=1}^N \hat{\rho}_i, \quad \hat{O} = \bigotimes_{i=1}^N \hat{O}_i. \quad (3.30)$$

Es importante aclarar que esto se cumple para estados puros separables; puesto que para estados mixtos, los estados separables no necesariamente se pueden escribir como $\hat{\rho} = \bigotimes_{i=1}^N \hat{\rho}_i$.

3.4. Recursos Cuánticos

La Teoría de Recursos Cuánticos ha establecido un marco general para la exploración de diversos fenómenos en la física cuántica que pueden ser usados como recursos para ejecutar ciertas tareas. Este enfoque no solo cuantifica efectos cuánticos deseables, sino que también facilita el desarrollo de nuevos protocolos para su detección, así como la identificación de procesos que optimizan su aplicación en contextos específicos [40]. La expansión continua de la investigación en tecnologías cuánticas se fundamenta en la premisa de que

aprovechar las características intrínsecas del mundo cuántico, en contraste con los recursos clásicos, puede generar notables ventajas en tareas operativas. Estas características incluyen la coherencia, el entrelazamiento, entre otras [41, 42].

En el ámbito de la teoría de la información cuántica, las teorías de la coherencia cuántica y del entrelazamiento cuántico se destacan como un ejemplos significativos. Las operaciones locales y la comunicación clásica (LOCC) imponen restricciones en la teoría de la información cuántica. Por ejemplo está claro, que el entrelazamiento cuántico, por ser una correlación puramente cuántica, no puede aumentar bajo la aplicación de LOCC. Estas restricciones se imponen para comprender mejor las correlaciones cuánticas en sistemas multipartitos y establecer límites en las transformaciones que pueden ocurrir en tales sistemas sin violar los principios fundamentales de la mecánica cuántica. Es importante señalar que, hasta la fecha, la mayoría de las investigaciones relacionadas se han centrado en sistemas bipartitos, y las cuantificaciones y clasificaciones de las correlaciones cuánticas en sistemas multipartitos aún presentan desafíos pendientes de resolver [43].

3.4.1. Coherencia cuántica

La coherencia cuántica desempeña un papel fundamental en la física cuántica al encapsular características de la teoría de los recursos cuánticos, como el principio de superposición y las correlaciones cuánticas. Este elemento esencial se convierte en un componente clave en diversos protocolos cuánticos de información, siendo principalmente responsable de la ventaja ofrecida por las tareas cuánticas en comparación con sus contrapartes clásicas. La coherencia cuántica, que captura la naturaleza de un sistema físico, se deriva fundamentalmente del principio de superposición [44]. La coherencia cuántica representa una cualidad inherente a los sistemas cuánticos, siendo definida como su capacidad para existir en una superposición coherente de estados y, por ende, manifestar interferencia [45].

Para presentar de manera más comprensible este concepto, consideremos un qubit que puede expresarse como una superposición cuántica en la base de un observable dado

$$\hat{O} = a_1 |a_1\rangle \langle a_1| + a_2 |a_2\rangle \langle a_2|, \quad (3.31)$$

con autovalores $\{a_1, a_2\}$ y autovectores $\{|a_1\rangle, |a_2\rangle\}$:

$$|\psi\rangle = c_1 |a_1\rangle + c_2 |a_2\rangle. \quad (3.32)$$

Este planteamiento refleja el principio de superposición, donde el sistema tiene la capacidad de existir simultáneamente en los estados $|a_1\rangle$ y $|a_2\rangle$. Las probabilidades P_i de encontrar el sistema en los estados $\{|a_1\rangle, |a_2\rangle\}$ respectivamente, están dadas por la regla de Born:

$$P_1 = |\langle a_1 | \psi \rangle|^2 = |c_1|^2 \quad \text{y} \quad P_2 = |\langle a_2 | \psi \rangle|^2 = |c_2|^2, \quad (3.33)$$

garantizando que la suma de las probabilidades sea igual a $P = |c_1|^2 + |c_2|^2 = 1$.

El operador densidad del estado $|\psi\rangle$ es:

$$\begin{aligned} \hat{\rho} &= |\psi\rangle \langle \psi| = (c_1 |a_1\rangle + c_2 |a_2\rangle) (c_1^* \langle a_1| + c_2^* \langle a_2|) \\ &= |c_1|^2 |a_1\rangle \langle a_1| + c_1 c_2^* |a_1\rangle \langle a_2| + c_2 c_1^* |a_2\rangle \langle a_1| + |c_2|^2 |a_2\rangle \langle a_2|, \end{aligned} \quad (3.34)$$

expresado de manera matricial en la base $\{|a_1\rangle, |a_2\rangle\}$ adopta la siguiente forma:

$$\hat{\rho} = \begin{pmatrix} |c_1|^2 & c_1 c_2^* \\ c_2 c_1^* & |c_2|^2 \end{pmatrix}. \quad (3.35)$$

Los elementos diagonales de la matriz de densidad son conocidos como poblaciones, y están vinculados a la probabilidad de hallar el sistema en los estados $\{|a_1\rangle$ o $|a_2\rangle\}$ respectivamente. Por otra parte, los términos no diagonales representan las coherencias, las cuales reflejan la existencia de superposición en el sistema [38].

3.4.2. Entrelazamiento cuántico

El entrelazamiento cuántico se presenta como un fenómeno esencial en la mecánica cuántica, siendo una correlación cuántica claramente diferente a cualquier correlación clásica [46]. En este contexto, las correlaciones entre dos o más partículas posibilita que la medición del estado de una partícula tenga un efecto instantáneo en el estado de la otra, incluso cuando se encuentran separadas por distancias considerables.

Inicialmente, el entrelazamiento fue descrito por Einstein, Podolsky y Rosen como un fenómeno peculiar de la mecánica cuántica que desafiaba la integridad de la teoría [47], y Schrödinger lo denominó "Verschränkung" para describir estados puros no separables de un sistema compuesto [46]. La definición de un estado entrelazado puede expresarse en términos de su preparación: un estado multipartito se considera entrelazado si no puede ser preparado mediante correlaciones clásicas y operaciones cuánticas locales. Estos estados entrelazados puros no pueden describirse como el producto tensorial de los vectores de estado de cada subsistema y presentan propiedades y correlaciones no locales que no pueden explicarse mediante la mecánica clásica [48, 49, 50].

Los estados puros separables, se expresan como el producto tensorial de los operadores de estado de cada subsistema. En el caso de un sistema bipartito, esto se representa como $|\psi\rangle = |\psi_1\rangle \otimes |\psi_2\rangle$. Esta representación implica que el estado global puede describirse completamente en términos de los estados de sus componentes individuales [30]. No obstante, existen estados que no admiten una representación separable. La pérdida de individualidad en estos casos se atribuye a la presencia de correlaciones cuánticas entre los subsistemas, y a estos estados no separables se les conoce como estados entrelazados. La característica fundamental de la no separabilidad implica que la información de los estados individuales resulta insuficiente para determinar completamente el estado global del sistema compuesto. Este fenómeno tiene diversas aplicaciones potenciales, como la optimización de circuitos en computación cuántica, la transmisión segura y eficiente de información, y la creación de sistemas de comunicación invulnerables en criptografía cuántica.

Descomposición de Schmidt

La descomposición de Schmidt, es un criterio que identifica la separabilidad de estados bipartitos puros [51, 52], simplifica la evaluación de la presencia de entrelazamiento en un sistema bipartito puro. En este contexto, consideremos un sistema bipartito en un estado puro general:

$$|\psi\rangle = \sum_{ij} \chi_{ij} |i\rangle |j\rangle, \quad (3.36)$$

el estado puro bipartito $|\psi\rangle$ en $\mathbb{H}$ se puede expresar mediante un conjunto de estados ortonormales $\{|i\rangle\}$ en $\mathbb{H}_1$ y $\{|j\rangle\}$ en $\mathbb{H}_2$. Podemos reescribir el estado de la forma:

$$|\psi\rangle = \sum_i |i\rangle \sum_j \chi_{ij} |j\rangle = \sum_i |i\rangle |i'\rangle \quad \text{con} \quad |i'\rangle = \sum_j \chi_{ij} |j\rangle, \quad (3.37)$$

donde $|i'\rangle$ debe ser ortonormal. Para obtener una base normalizada definimos:

$$|i'\rangle = \sqrt{p_i} |\tilde{i}\rangle \Rightarrow |\tilde{i}\rangle = \frac{1}{\sqrt{p_i}} |i'\rangle \quad (3.38)$$

Entonces la ecuación (3.37) toma la forma:

$$|\psi\rangle = \sum_i \sqrt{p_i} |i\rangle |\tilde{i}\rangle, \quad (3.39)$$

donde, p_i son los coeficientes de Schmidt que satisfacen la condición $\sum_i p_i = 1$. A partir de esta descomposición de Schmidt, se pueden caracterizar los estados puros de tres maneras:

- La presencia de un único término diferente de cero en los coeficientes de Schmidt ($p_i = 1$) indica que el estado es separable y, por lo tanto, no presenta correlación cuántica.
- Si hay más de un coeficiente diferente de cero, el estado se considera entrelazado.
- En caso de que todos los coeficientes sean iguales y diferentes de cero, el estado se clasifica como máximamente entrelazado.

Negatividad logarítmica

En los últimos años, el entrelazamiento ha cobrado gran importancia como un elemento esencial, especialmente en disciplinas como la teoría de la información y la computación cuántica [46, 53]. Este fenómeno ha despertado un creciente interés en el desarrollo de diferentes medidas para evaluar el entrelazamiento entre las partes de un sistema compuesto, ya que este fenómeno no es binario, es decir, hay sistemas compuestos con mayor o menor entrelazamiento, y existe todo un continuo entre los estados no entrelazados, y los estados de máximo entrelazamiento [54, 55]. En este contexto, se introduce una medida de entrelazamiento conocida como Negatividad Logarítmica. Esta medida es especialmente valiosa en sistemas cuánticos bipartitos, representados por una matriz de densidad $\hat{\rho}$ en una base ortonormal específica. La negatividad logarítmica es entonces una herramienta fundamental para analizar el entrelazamiento en sistemas cuánticos bipartitos, y destaca por su capacidad de cálculo simple [11], además, no incrementa bajo operaciones LOCC y cumple el criterio de tener transposición parcial positiva (PPT) [55]. La transposición parcial positiva se refiere a la propiedad de las matrices de densidad cuántica cuando se someten a la operación de transposición parcial en uno de los subsistemas, por ejemplo, en el subsistema B de un sistema cuántico compuesto. Si la matriz resultante sigue siendo positiva, en el sentido de que todos sus autovalores son no negativos, se considera que la matriz tiene PPT. La negatividad logarítmica establece una relación significativa entre su valor y las transformaciones locales permitidas, así como la transposición parcial positiva.

Esta propiedad es esencial en la caracterización y comprensión del entrelazamiento en sistemas cuánticos [56, 57].

Como la transposición parcial implica tomar la transpuesta de solo una parte de la matriz densidad, específicamente en el contexto de un sistema compuesto por dos subsistemas, se puede hallar de la siguiente forma: Supongamos que tenemos un sistema compuesto por dos subsistemas A y B , y el operador densidad del sistema total es:

$$\hat{\rho} = \sum_{i,j,k,l} \hat{\rho}_{ij,kl} |i\rangle \langle j| \otimes |k\rangle \langle l|, \quad (3.40)$$

La transpuesta parcial con respecto al subsistema B se denota como $\hat{\rho}^{T_B}$ y se define como la transpuesta de la matriz de densidad $\hat{\rho}$ solo en el espacio asociado al subsistema B . Matemáticamente, la transpuesta parcial con respecto al subsistema B es:

$$\hat{\rho}^{T_B} = \sum_{i,j,k,l} \hat{\rho}_{ij,kl} |i\rangle \langle j| \otimes |l\rangle \langle k|. \quad (3.41)$$

En otras palabras, la transpuesta parcial implica intercambiar filas por columnas ($|k\rangle \langle l| \rightarrow |l\rangle \langle k|$), pero únicamente en relación con las que están vinculadas al subsistema de interés, en este caso, el subsistema B .

La negatividad logarítmica está definida como [11]:

$$E_N(\hat{\rho}) = \log_2 ||\hat{\rho}^{T_B}|| = \log_2 \left\{ \text{Tr} \sqrt{(\hat{\rho}^{T_B})^\dagger \hat{\rho}^{T_B}} \right\}, \quad (3.42)$$

donde $||\hat{\rho}^{T_B}||$ se conoce como la traza de la norma. Para una matriz Hermitiana, la traza de la norma es la suma del valor absoluto de los valores propios de la matriz de densidad.

4. Resultados

En este capítulo se muestran los resultados de las tres configuraciones específicas analizadas; estas configuraciones son:

- Un divisor de haz.
- Un divisor de haz con un detector.
- Dos divisores de haz con detectores y un selector de fase.

Los posibles estados de entrada para cada configuración, son: Fotón individual $|1\rangle$, Estado coherente $|\alpha\rangle$, Estado comprimido $|\xi\rangle$ y Estado vacío $|0\rangle$.

En lo que respecta a la simulación computacional, esta se realiza en Python, específicamente utilizando el paquete QuTiP, cuyas siglas corresponden a Quantum Toolbox in Python [27]. “QuTiP es una herramienta de software de código abierto diseñada para simular la dinámica de sistemas cuánticos abiertos. Este paquete se basa en bibliotecas numéricas como Numpy [58], Scipy [59] y Cython [60], mientras que utiliza Matplotlib [61] para la representación gráfica. Su objetivo principal es proporcionar simulaciones numéricas eficientes y fáciles de usar para una amplia gama de hamiltonianos, que incluyen aquellos con dependencia temporal arbitraria, comúnmente presentes en diversas aplicaciones de física, como la óptica cuántica, iones atrapados, circuitos superconductores y resonadores cuánticos nanomecánicos. QuTiP está disponible de forma gratuita, lo que lo convierte en una herramienta ideal para investigar la mecánica cuántica [62].”

Este paquete ayuda a simular los operadores de creación y aniquilación que describen las transformaciones de los operadores después de la acción del divisor de haz, tal como se presentan en las ecuaciones (3.41), así como para simular detectores que serán descritos más adelante en la ecuación (4.43). Además, QuTiP incorpora rutinas específicas que facilitan el cálculo de la varianza de las cuadraturas de cualquier estado dado, convirtiéndolo en un recurso muy útil para llevar a cabo las simulaciones realizadas en este trabajo. Como se mencionó anteriormente, en este proyecto se realizaron tres simulaciones cuyos códigos respectivos se encuentran detallados en el apéndice: **A.** Simulación para el montaje 1, **B.** Simulación para el montaje 2, y **C.** Simulación para el montaje 3. Estas simulaciones fueron desarrolladas y ejecutadas en un entorno Jupyter notebook, basado en un núcleo IPython. Los códigos utilizados para las simulaciones están inspirados en el código desarrollado en [21]. Aunque no se tomó el código exactamente, fue empleado como punto de partida para nuestra implementación.

Además, al considerar que se trata de simulaciones numéricas, resulta crucial considerar uno de los parámetros fundamentales: la dimensión del espacio de Hilbert en el que se

llevó a cabo la simulación. Este parámetro no solo incide en el rendimiento y el tiempo computacional de la simulación, sino que también influye directamente en la precisión de los resultados. Es decir, a medida que se aumenta la dimensión del espacio de Hilbert, el costo computacional es mayor, pero se obtienen resultados de mayor precisión. Por lo tanto, hay que escogerlo buscando alcanzar un equilibrio óptimo entre la calidad de los resultados y el tiempo computacional necesario para llevar a cabo la simulación.

En este trabajo de grado, específicamente en las simulaciones de los montajes 1 y 2, se optó por fijar la dimensión del espacio de Hilbert en $N = 20$. Esta elección se justifica no solo por su eficiencia computacional, sino también por la obtención de resultados altamente precisos, como se detallará más adelante. Para la simulación 3, que presenta mayores exigencias computacionales, se seleccionó una dimensión del espacio de Hilbert de $N = 7$. Aunque esta dimensión es menor en comparación con los casos anteriores, los resultados obtenidos continúan siendo satisfactorios, a pesar de las limitaciones computacionales.

4.1. Un divisor de haz

En este montaje, se estudia el posible entrelazamiento presente en el estado de salida del divisor de haz, considerando todas las posibles combinaciones de los estados de entrada mencionados anteriormente. La representación gráfica de este montaje se presenta en la figura 4.1.

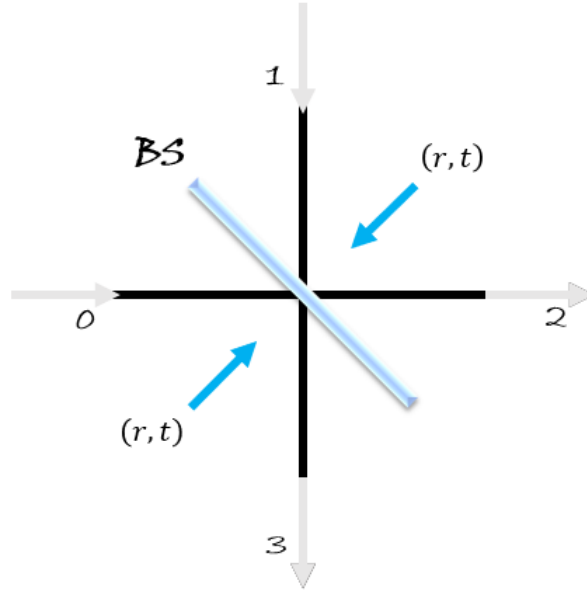


Figura 4.1: Montaje 1 - Un divisor de haz.

- **Fotón individual + Estado vacío**

El estado de entrada en el divisor de haz consiste en un Fotón individual representado por $|1\rangle$ y el Estado vacío representado por $|0\rangle$. Así, el sistema compuesto se describe mediante el producto tensorial de estos dos estados, como se explica en la ecuación (3.22). Por consiguiente, el estado antes del divisor es:

$$|0\rangle_0 |1\rangle_1 = \hat{a}_1^\dagger |0\rangle_0 |0\rangle_1. \quad (4.1)$$

Después del divisor de haz, reemplazamos explícitamente los operadores de transformación de las ecuaciones (2.38). Por lo tanto, al reemplazar $\hat{a}_1^\dagger$ el estado en la salida del divisor de haz toma la forma:

$$\begin{aligned} |0\rangle_0 |1\rangle_1 &\xrightarrow{BS} (r\hat{a}_2^\dagger + t\hat{a}_3^\dagger) |0\rangle_2 |0\rangle_3 = r\hat{a}_2^\dagger |0\rangle_2 |0\rangle_3 + t\hat{a}_3^\dagger |0\rangle_2 |0\rangle_3 \\ &= r |1\rangle_2 |0\rangle_3 + t |0\rangle_2 |1\rangle_3. \end{aligned} \quad (4.2)$$

El operador densidad para el estado puro se expresa como:

$$\begin{aligned} \hat{\rho} &= (r |1\rangle_2 |0\rangle_3 + t |0\rangle_2 |1\rangle_3) (r^* \langle 1|_3 \langle 0| + t^* \langle 0|_3 \langle 1|) \\ &= |r|^2 |1\rangle_2 |0\rangle_3 \langle 1|_3 \langle 0| + rt^* |1\rangle_2 |0\rangle_3 \langle 0|_3 \langle 1| + tr^* |0\rangle_2 |1\rangle_3 \langle 1|_3 \langle 0| \\ &\quad + |t|^2 |0\rangle_2 |1\rangle_3 \langle 0|_3 \langle 1|. \end{aligned} \quad (4.3)$$

En el capítulo 3, más precisamente en la sección 3.4.2, se introdujo el concepto de transposición parcial. Considerando la ecuación (3.41), la transpuesta parcial de la ecuación (4.3) con respecto al subsistema 2 es (donde hemos considerado $|\cdot\rangle_2$ y $|\cdot\rangle_3$ como los subsistemas 1 y 2 respectivamente):

$$\begin{aligned} \hat{\rho}^{T_2} &= |r|^2 |1\rangle_2 |0\rangle_3 \langle 1|_3 \langle 0| + rt^* |0\rangle_2 |0\rangle_3 \langle 1|_3 \langle 1| + tr^* |1\rangle_2 |1\rangle_3 \langle 0|_3 \langle 0| \\ &\quad + |t|^2 |0\rangle_2 |1\rangle_3 \langle 0|_3 \langle 1|. \end{aligned} \quad (4.4)$$

Al tomar la transpuesta conjugada del operador en la ecuación (4.4), obtenemos:

$$\begin{aligned} (\hat{\rho}^{T_2})^\dagger &= |r|^2 |1\rangle_2 |0\rangle_3 \langle 1|_3 \langle 0| + tr^* |1\rangle_2 |1\rangle_3 \langle 0|_3 \langle 0| + rt^* |0\rangle_2 |0\rangle_3 \langle 1|_3 \langle 1| \\ &\quad + |t|^2 |0\rangle_2 |1\rangle_3 \langle 0|_3 \langle 1| = \hat{\rho}^{T_2}. \end{aligned} \quad (4.5)$$

Al ser un operador hermitiano, la traza de la norma es la suma del valor absoluto de los valores propios de la matriz de densidad $\hat{\rho}^{T_2}$:

$$\hat{\rho}^{T_2} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & rt^* \\ 0 & |t|^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & |r|^2 & 0 \\ tr^* & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad (4.6)$$

con autovalores: $\lambda_1 = |t||r|$, $\lambda_2 = |t|^2$, $\lambda_3 = |r|^2$ y $\lambda_4 = -|t||r|$.

En consecuencia, la norma de la traza de la ecuación (4.6) se expresa como:

$$\text{Tr} \sqrt{(\hat{\rho}^{T_2})^\dagger \hat{\rho}^{T_2}} = |t||r| + |t|^2 + |r|^2 + |t||r| = 1 + 2|t||r|. \quad (4.7)$$

Este resultado nos lleva a la obtención de la negatividad logarítmica:

$$E_N = \log_2 (1 + 2|t||r|). \quad (4.8)$$

A partir de este punto, podemos usar el hecho de que $|r|^2 + |t|^2 = 1 \Rightarrow |r|^2 = 1 - |t|^2$ para expresar r en función de t . Como se discutió en la ecuación (2.35) $|t| = t$. Esto conduce a que la ecuación (4.8) tome la forma:

$$E_N(t) = \log_2 \left(1 + 2t\sqrt{1-t^2} \right). \quad (4.9)$$

La Figura 4.2a, presenta el nivel de entrelazamiento en función del coeficiente de transmisión t , obtenido de manera analítica en la ecuación (4.9). Además, en la Figura 4.2b, se muestra el entrelazamiento obtenido computacionalmente mediante la simulación en Python del montaje descrito en la Figura 4.1.

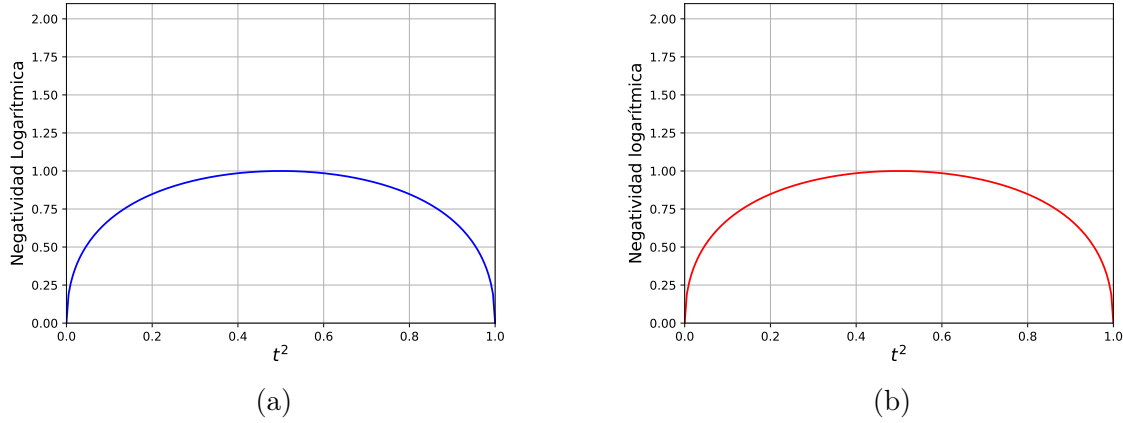


Figura 4.2: Entrelazamiento para el caso: Fotón individual + Estado vacío obtenido de manera (a) analítica y (b) computacional.

En la gráfica anterior, se observa que el nivel máximo de entrelazamiento se alcanza cuando $t^2 = 0,5$, es decir, cuando el divisor de haz es 50 : 50. Además, se evidencia que cuando $t^2 = 0$ y $t^2 = 1$, el estado no exhibe entrelazamiento, esto se puede ver de la siguiente manera:

El estado en la salida del divisor de haz es (ecuación (4.2)). Esto implica que para $t^2 = 0 \rightarrow r^2 = 1$, el estado se exprese como:

$$|0\rangle_0 |1\rangle_1 \xrightarrow{BS} |1\rangle_2 |0\rangle_3 = |1\rangle_2 \otimes |0\rangle_3. \quad (4.10)$$

De manera análoga, para $t^2 = 1 \rightarrow r^2 = 0$, el estado se exprese como:

$$|0\rangle_0 |1\rangle_1 \xrightarrow{BS} |0\rangle_2 |1\rangle_3 = |0\rangle_2 \otimes |1\rangle_3. \quad (4.11)$$

Como se puede ver, el estado es separable para cada uno de los modos individuales, por lo tanto, es un estado no entrelazado, con $E_N = 0$ como se muestra en la figura 4.2.

La obtención del entrelazamiento se fundamenta en la no clasicidad de los estados. En la mecánica clásica no existe un equivalente al entrelazamiento, lo que resalta la no clasicidad tanto del Fotón individual como del vacío cuántico.

La gráfica obtenida de forma computacional coincide exactamente con la obtenida de manera analítica. La razón para realizar la gráfica de manera computacional es que no siempre es posible encontrar una expresión analítica para el entrelazamiento en todas las configuraciones de entrada. El cálculo puede ser difícil debido a la complejidad matemática implícita. Para el caso de Fotón individual + Estado vacío se puede calcular fácilmente

una expresión analítica exacta, lo que nos da la ventaja de hacer la comparación con la simulación y validar la fiabilidad de nuestro código para ser usado más adelante en los casos donde el cálculo analítico se vuelve mucho más complejo. La simulación es especialmente importante para las configuraciones que incluyen estados coherentes y estados comprimidos.

• **Fotón individual + Fotón individual**

El estado de entrada consiste en un Fotón individual en cada uno de los modos de entrada, por lo que el estado compuesto, siguiendo la ecuación (3.22), antes del divisor de haz es:

$$|1\rangle_0 |1\rangle_1 = \hat{a}_0^\dagger \hat{a}_1^\dagger |0\rangle_0 |0\rangle_1. \quad (4.12)$$

Al sustituir los operadores de transformación de las ecuaciones (2.38), se describe el estado después del divisor de haz de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} |1\rangle_0 |1\rangle_1 &\xrightarrow{BS} \left(t\hat{a}_2^\dagger + r\hat{a}_3^\dagger \right) \left(r\hat{a}_2^\dagger + t\hat{a}_3^\dagger \right) |0\rangle_2 |0\rangle_3 \\ &= tr\hat{a}_2^\dagger \hat{a}_2^\dagger |0\rangle_2 |0\rangle_3 + t^2 \hat{a}_2^\dagger \hat{a}_3^\dagger |0\rangle_2 |0\rangle_3 + r^2 \hat{a}_3^\dagger \hat{a}_2^\dagger |0\rangle_2 |0\rangle_3 + rt\hat{a}_3^\dagger \hat{a}_3^\dagger |0\rangle_2 |0\rangle_3 \\ &= \sqrt{2}tr |2\rangle_2 |0\rangle_3 + (t^2 + r^2) |1\rangle_2 |1\rangle_3 + \sqrt{2}rt |0\rangle_2 |2\rangle_3. \end{aligned} \quad (4.13)$$

El operador densidad para el estado puro se expresa como:

$$\begin{aligned} \hat{\rho} &= \left(\sqrt{2}tr |2\rangle_2 |0\rangle_3 + (t^2 + r^2) |1\rangle_2 |1\rangle_3 + \sqrt{2}rt |0\rangle_2 |2\rangle_3 \right) \\ &\quad \times \left(\sqrt{2}t^*r^* {}_2\langle 2| {}_3\langle 0| + (t^2 + r^2) {}_2\langle 1| {}_3\langle 1| + \sqrt{2}r^*t^* {}_2\langle 0| {}_3\langle 2| \right) \\ &= 2|t|^2|r|^2 |2\rangle_2 |0\rangle_3 {}_3\langle 2| {}_3\langle 0| + \sqrt{2}tr (t^2 + r^2) |2\rangle_2 |0\rangle_3 {}_3\langle 1| {}_3\langle 1| + 2|t|^2|r|^2 |2\rangle_2 |0\rangle_3 {}_3\langle 0| {}_3\langle 2| \\ &\quad + \sqrt{2} (t^2 + r^2) t^*r^* |1\rangle_2 |1\rangle_3 {}_3\langle 2| {}_3\langle 0| + (t^2 + r^2) (t^2 + r^2) |1\rangle_2 |1\rangle_3 {}_3\langle 1| {}_3\langle 1| \\ &\quad + \sqrt{2} (t^2 + r^2) r^*t^* |1\rangle_2 |1\rangle_3 {}_3\langle 0| {}_3\langle 2| + 2|r|^2|t|^2 |0\rangle_2 |2\rangle_3 {}_3\langle 2| {}_3\langle 0| \\ &\quad + \sqrt{2} (t^2 + r^2) rt |0\rangle_2 |2\rangle_3 {}_3\langle 1| {}_3\langle 1| + 2|r|^2|t|^2 |0\rangle_2 |2\rangle_3 {}_3\langle 0| {}_3\langle 2|. \end{aligned} \quad (4.14)$$

La transpuesta parcial respecto al subsistema 2 es:

$$\begin{aligned} \hat{\rho}^{T_2} &= 2|t|^2|r|^2 |2\rangle_2 |0\rangle_3 {}_3\langle 2| {}_3\langle 0| + \sqrt{2}tr (t^2 + r^2) |1\rangle_2 |0\rangle_3 {}_3\langle 2| {}_3\langle 1| + 2|t|^2|r|^2 |0\rangle_2 |0\rangle_3 {}_3\langle 2| {}_3\langle 2| \\ &\quad + \sqrt{2} (t^2 + r^2) t^*r^* |2\rangle_2 |1\rangle_3 {}_3\langle 1| {}_3\langle 0| + (t^2 + r^2) (t^2 + r^2) |1\rangle_2 |1\rangle_3 {}_3\langle 1| {}_3\langle 1| \\ &\quad + \sqrt{2} (t^2 + r^2) r^*t^* |0\rangle_2 |1\rangle_3 {}_3\langle 1| {}_3\langle 2| + 2|r|^2|t|^2 |2\rangle_2 |2\rangle_3 {}_3\langle 0| {}_3\langle 0| \\ &\quad + \sqrt{2} (t^2 + r^2) rt |1\rangle_2 |2\rangle_3 {}_3\langle 0| {}_3\langle 1| + 2|r|^2|t|^2 |0\rangle_2 |2\rangle_3 {}_3\langle 0| {}_3\langle 2|. \end{aligned} \quad (4.15)$$

Al tomar la transpuesta conjugada del operador $\hat{\rho}^{T_2}$ en la ecuación (4.15), obtenemos:

$$\begin{aligned} (\hat{\rho}^{T_2})^\dagger &= 2|t|^2|r|^2 |2\rangle_2 |0\rangle_3 {}_3\langle 2| {}_3\langle 0| + \sqrt{2}t^*r^* (t^2 + r^2) |2\rangle_2 |1\rangle_3 {}_3\langle 1| {}_3\langle 0| + 2|t|^2|r|^2 |2\rangle_2 |2\rangle_3 {}_3\langle 0| {}_3\langle 0| \\ &\quad + \sqrt{2} (t^2 + r^2) tr |1\rangle_2 |0\rangle_3 {}_3\langle 2| {}_3\langle 1| + (t^2 + r^2) (t^2 + r^2) |1\rangle_2 |1\rangle_3 {}_3\langle 1| {}_3\langle 1| \\ &\quad + \sqrt{2} (t^2 + r^2) rt |1\rangle_2 |2\rangle_3 {}_3\langle 0| {}_3\langle 1| + 2|r|^2|t|^2 |0\rangle_2 |0\rangle_3 {}_3\langle 2| {}_3\langle 2| \\ &\quad + \sqrt{2} (t^2 + r^2) r^*t^* |0\rangle_2 |1\rangle_3 {}_3\langle 1| {}_3\langle 2| + 2|r|^2|t|^2 |0\rangle_2 |2\rangle_3 {}_3\langle 0| {}_3\langle 2| = \hat{\rho}^{T_2}. \end{aligned} \quad (4.16)$$

Se puede observar que $\hat{\rho}^{T_2}$ es hermítico. Por lo tanto, la traza de la norma es la suma del valor absoluto de los valores propios de la matriz de densidad, como se mencionó previamente en la sección 3.4.2:

$$\hat{\rho}^{T_2} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a_3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & a_4 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & a_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ a_3 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad (4.17)$$

siendo $a_1 = \sqrt{2} (t^2 + r^2) r t$, $a_2 = \sqrt{2} (t^2 + r^2) r^* t^*$, $a_3 = 2|r|^2|t|^2$ y $a_4 = (t^2 + r^2) (t^2 + r^2)$.

Los autovalores de $\hat{\rho}^{T_2}$ son:

$$\begin{aligned} \lambda_1 = -\lambda_2 = -\lambda_5 = -\lambda_9 = -2t^2 |1 - t^2|, \quad \lambda_8 = 4 \left(t^2 - \frac{1}{2} \right)^2, \\ \lambda_3 = \lambda_6 = -\lambda_4 = -\lambda_7 = -t\sqrt{8(1-t^2)} \left(t^2 - \frac{1}{2} \right), \end{aligned}$$

donde se ha escrito a r en términos t . Así, la traza de la norma es:

$$\text{Tr} \sqrt{(\hat{\rho}^{T_2})^\dagger \hat{\rho}^{T_2}} = 8t^2 (1 - t^2) + 4t\sqrt{8(1-t^2)} \left| t^2 - \frac{1}{2} \right| + 4 \left(t^2 - \frac{1}{2} \right)^2. \quad (4.18)$$

Por lo tanto, obtenemos la negatividad logarítmica:

$$E_N(t) = \log_2 \left(8t^2 (1 - t^2) + 4t\sqrt{8(1-t^2)} \left| t^2 - \frac{1}{2} \right| + 4 \left(t^2 - \frac{1}{2} \right)^2 \right). \quad (4.19)$$

En la figura 4.3 se presenta el nivel de entrelazamiento en función del coeficiente de transmisión t , de manera analítica y computacional:

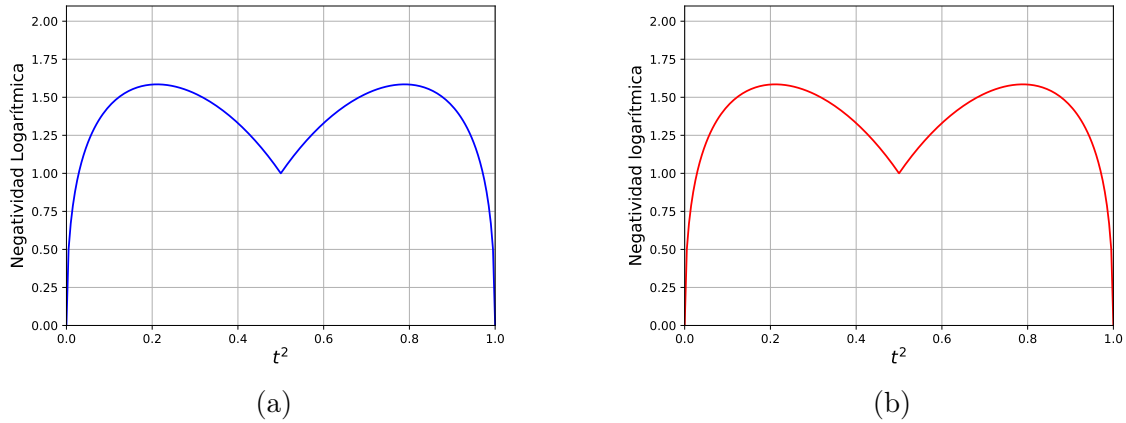


Figura 4.3: Entrelazamiento para el caso: Fotón individual + Fotón individual obtenido de manera (a) computacional y (b) analítica.

Observamos que el nivel máximo de entrelazamiento se alcanza para valores de t^2 igual a 0,2 y 0,8, siendo este valor máximo $E_N = 1,6$. En contraste, cuando t^2 toma valores de 0 y 1, el estado no exhibe entrelazamiento. De manera similar al caso del Fotón individual + Estado vacío, podemos examinar los casos en los que t^2 es igual a 0 y 1. De esta forma, podemos observar que el estado es separable. Como se mencionó anteriormente, dado que el Fotón individual es un estado no clásico, puede utilizarse como recurso para obtener entrelazamiento. Además, es de esperar que la combinación de dos Fotonos individuales genere más entrelazamiento que la combinación de un Fotón individual y un Estado de vacío, debido al mismo argumento de la no clasicidad de los estados.

Como se puede apreciar, la gráfica obtenida computacionalmente coincide nuevamente con la obtenida analíticamente, lo cual refuerza nuestra confianza en la validez del código. como se argumentó anteriormente, este será de gran utilidad para calcular el entrelazamiento en casos donde la obtención analítica no es accesible.

• Estado coherente + Estado Vacío

Para el estado coherente, la amplitud de coherencia α se toma como 1. Este parámetro se elige para ser lo más general posible y de los más usados, tomando como referencias [2, 3]. Antes del divisor de haz, el estado es:

$$|0\rangle_0 |\alpha\rangle_1 = \hat{D}_1(\alpha) |0\rangle_0 |0\rangle_1 = \exp \left\{ \alpha \hat{a}_1^\dagger - \alpha^* \hat{a}_1 \right\} |0\rangle_0 |0\rangle_1, \quad (4.20)$$

donde hemos usado $|\alpha\rangle = \hat{D}(\alpha) |0\rangle$, como ya se explicó en la sección 2.3.1. Después del divisor de haz, el estado toma la forma:

$$\begin{aligned} |0\rangle_0 |\alpha\rangle_1 &\xrightarrow{BS} \exp \left\{ \alpha \left(r \hat{a}_2^\dagger + t \hat{a}_3^\dagger \right) - \alpha^* (r^* \hat{a}_2 + t^* \hat{a}_3) \right\} |0\rangle_2 |0\rangle_3 \\ &= \exp \left\{ \alpha r \hat{a}_2^\dagger - \alpha^* r^* \hat{a}_2 \right\} \exp \left\{ \alpha t \hat{a}_3^\dagger - \alpha^* t^* \hat{a}_3 \right\} |0\rangle_2 |0\rangle_3 \\ &= \hat{D}_2(\alpha r) \hat{D}_3(\alpha t) = |\alpha r\rangle_2 \otimes |\alpha t\rangle_3. \end{aligned} \quad (4.21)$$

Las exponenciales se pueden separar puesto que $[\hat{a}_i, \hat{a}_j^\dagger] = \delta_{i,j}$. Evidentemente obtenemos el resultado esperado para una onda de luz clásica donde la intensidad incidente se divide entre los dos haces de salida, como se esperaba, ya que el estado coherente es el estado más clásico posible hasta donde lo permite la mecánica cuántica. Finalmente, notemos que el estado es separable para los modos individuales, lo cual indica que no presenta entrelazamiento, es decir:

$$E_N(t) = 0. \quad (4.22)$$

Como es ampliamente conocido, el vacío cuántico da lugar a eventos físicos de gran importancia. Sin embargo, no es posible obtener entrelazamiento a partir de él. Además, como se mencionó anteriormente, el estado coherente tampoco contribuye a la generación de entrelazamiento. Esto sugiere que cuando combinamos dos estados, ya sea un Estado arbitrario más un Estado coherente o un Estado arbitrario más un Estado vacío, y obtenemos entrelazamiento, este último se debe únicamente al Estado arbitrario. Esto se puede observar en el caso del Fotón individual combinado con el Estado vacío, donde el entrelazamiento logrado se atribuye únicamente al Fotón individual.

• **Estado coherente + Estado coherente**

El estado en los puertos de entrada del divisor es:

$$\begin{aligned} |\alpha\rangle_0 |\alpha\rangle_1 &= \hat{D}_0(\alpha) \hat{D}_1(\alpha) |0\rangle_0 |0\rangle_1 \\ &= \exp \left\{ \alpha \hat{a}_0^\dagger - \alpha^* \hat{a}_0 \right\} \exp \left\{ \alpha \hat{a}_1^\dagger - \alpha^* \hat{a}_1 \right\} |0\rangle_0 |0\rangle_1. \end{aligned} \quad (4.23)$$

El estado en la salida del divisor de haz tiene la forma:

$$\begin{aligned} |\alpha\rangle_0 |\alpha\rangle_1 &\xrightarrow{BS} \exp \left\{ \alpha \left(t \hat{a}_2^\dagger + r \hat{a}_3^\dagger \right) - \alpha^* (t^* \hat{a}_2 + r^* \hat{a}_3) \right\} \\ &\quad \times \exp \left\{ \alpha \left(r \hat{a}_2^\dagger + t \hat{a}_3^\dagger \right) - \alpha^* (r^* \hat{a}_2 + t^* \hat{a}_3) \right\} |0\rangle_2 |0\rangle_3 \\ &= \exp \left\{ \alpha t \hat{a}_2^\dagger - \alpha^* t^* \hat{a}_2 + \alpha r \hat{a}_3^\dagger - \alpha^* r^* \hat{a}_3 + \alpha r \hat{a}_2^\dagger - \alpha^* r^* \hat{a}_2 + \alpha t \hat{a}_3^\dagger - \alpha^* t^* \hat{a}_3 \right\} |0\rangle_2 |0\rangle_3 \\ &= \exp \left\{ \alpha (t + r) \hat{a}_2^\dagger - \alpha^* (t^* + r^*) \hat{a}_2 \right\} \exp \left\{ \alpha (r + t) \hat{a}_3^\dagger - \alpha^* (r^* + t^*) \hat{a}_3 \right\} |0\rangle_2 |0\rangle_3 \\ &= \hat{D}_2(\alpha(t + r)) \hat{D}_3(\alpha(t^* + r^*)) |0\rangle_2 |0\rangle_3 \\ &= |\alpha(t + r)\rangle_2 \otimes |\alpha(t^* + r^*)\rangle_3. \end{aligned} \quad (4.24)$$

En el caso del Estado coherente + Estado vacío, el estado es separable. Es razonable anticipar que para dos estados coherentes también lo sea, lo que indica que no presenta entrelazamiento. En este caso, los estados coherentes en cada uno de los modos de entrada son idénticos, con una amplitud de coherencia α . Sin embargo, cuando consideramos dos estados coherentes diferentes con amplitudes de coherencia α_1 y α_2 donde $\alpha_1 \neq \alpha_2$, obtenemos lo siguiente:

$$\begin{aligned} |\alpha_1\rangle_0 |\alpha_2\rangle_1 &\xrightarrow{BS} \exp \left\{ \alpha_1 \left(t \hat{a}_2^\dagger + r \hat{a}_3^\dagger \right) - \alpha_1^* (t^* \hat{a}_2 + r^* \hat{a}_3) \right\} \\ &\quad \times \exp \left\{ \alpha_2 \left(r \hat{a}_2^\dagger + t \hat{a}_3^\dagger \right) - \alpha_2^* (r^* \hat{a}_2 + t^* \hat{a}_3) \right\} |0\rangle_2 |0\rangle_3 \\ &= \exp \left\{ \alpha_1 t \hat{a}_2^\dagger - \alpha_1^* t^* \hat{a}_2 + \alpha_1 r \hat{a}_3^\dagger - \alpha_1^* r^* \hat{a}_3 + \alpha_2 r \hat{a}_2^\dagger - \alpha_2^* r^* \hat{a}_2 + \alpha_2 t \hat{a}_3^\dagger - \alpha_2^* t^* \hat{a}_3 \right\} |0\rangle_2 |0\rangle_3 \\ &= \exp \left\{ \alpha_1 (t + r) \hat{a}_2^\dagger - \alpha_1^* (t^* + r^*) \hat{a}_2 \right\} \exp \left\{ \alpha_2 (r + t) \hat{a}_3^\dagger - \alpha_2^* (r^* + t^*) \hat{a}_3 \right\} |0\rangle_2 |0\rangle_3 \\ &= \hat{D}_2(\alpha_1(t + r)) \hat{D}_3(\alpha_2(t^* + r^*)) |0\rangle_2 |0\rangle_3 \\ &= |\alpha_1(t + r)\rangle_2 \otimes |\alpha_2(t^* + r^*)\rangle_3. \end{aligned} \quad (4.25)$$

Es claro que, a pesar de considerar estados coherentes diferentes en los modos de entrada del divisor de haz, se obtiene nuevamente un estado separable. Por lo tanto, la negatividad logarítmica es:

$$E_N(t) = 0. \quad (4.26)$$

• **Fotón individual + Estado coherente**

El estado de entrada en el divisor de haz se expresa como:

$$|1\rangle_0 |\alpha\rangle_1 = \hat{D}_1(\alpha) \hat{a}_0^\dagger |0\rangle_0 |0\rangle_1 = \exp \left\{ \alpha \hat{a}_1^\dagger - \alpha^* \hat{a}_1 \right\} \hat{a}_0^\dagger |0\rangle_0 |0\rangle_1. \quad (4.27)$$

El estado en la salida es:

$$\begin{aligned}
|1\rangle_0 |\alpha\rangle_1 &\xrightarrow{BS} \exp \left\{ \alpha \left(r\hat{a}_2^\dagger + t\hat{a}_3^\dagger \right) - \alpha^* (r^*\hat{a}_2 + t^*\hat{a}_3) \right\} \left(t\hat{a}_2^\dagger + r\hat{a}_3^\dagger \right) |0\rangle_2 |0\rangle_3 \\
&= \exp \left\{ \alpha r\hat{a}_2^\dagger + \alpha t\hat{a}_3^\dagger - \alpha^* r^*\hat{a}_2 - \alpha^* t^*\hat{a}_3^* \right\} \left(t\hat{a}_2^\dagger + r\hat{a}_3^\dagger \right) |0\rangle_2 |0\rangle_3 \\
&= \exp \left\{ \alpha r\hat{a}_2^\dagger - \alpha^* r^*\hat{a}_2 \right\} \exp \left\{ \alpha t\hat{a}_3^\dagger - \alpha^* t^*\hat{a}_3^* \right\} \left(t\hat{a}_2^\dagger + r\hat{a}_3^\dagger \right) |0\rangle_2 |0\rangle_3 \\
&= \hat{D}_2(\alpha r) \hat{D}_3(\alpha t) \left(t\hat{a}_2^\dagger |0\rangle_2 |0\rangle_3 + r\hat{a}_3^\dagger |0\rangle_2 |0\rangle_3 \right) \\
&= \hat{D}_2(\alpha r) \hat{D}_3(\alpha t) (t|1\rangle_2 |0\rangle_3 + r|0\rangle_2 |1\rangle_3). \tag{4.28}
\end{aligned}$$

Los operadores de desplazamiento pueden ser expresados como un producto tensorial simple de los modos individuales, lo que implica que no contribuyen al entrelazamiento, como se ha mostrado en los dos casos anteriores. En otras palabras, el entrelazamiento se atribuye exclusivamente al Fotón individual. Este resultado era esperado, ya que, como se discutió en casos previos, el estado coherente no aporta al entrelazamiento, mientras que el fotón sí lo hace. Por consiguiente, la negatividad logarítmica es idéntica a la del caso de Fotón individual + Estado vacío, como se obtuvo en la ecuación (4.9), y se ilustra gráficamente en la figura 4.2.

• Estado comprimido + Estado Vacío

Para el estado comprimido, el parámetro de compresión ξ se toma como $\xi = 0,5 - 0,5i$. Este valor se elige porque es uno de los más utilizados en la literatura, como se puede corroborar en las referencias [2, 3].

El estado de entrada en los puertos del divisor de haz está dado por:

$$|0\rangle_0 |\xi\rangle_1 = \hat{S}_1(\xi) |0\rangle_0 |0\rangle_1 = \exp \left\{ \frac{1}{2}\xi^* \hat{a}_1^2 - \frac{1}{2}\xi \hat{a}_1^{\dagger 2} \right\} |0\rangle_0 |0\rangle_1, \tag{4.29}$$

donde usamos $\xi = \hat{S}(\xi) |0\rangle$. En la salida del divisor de haz obtenemos:

$$\begin{aligned}
|0\rangle_0 |\xi\rangle_1 &\xrightarrow{BS} \exp \left\{ \frac{1}{2}\xi^* (r^*\hat{a}_2 + t^*\hat{a}_3)^2 - \frac{1}{2}\xi \left(r\hat{a}_2^\dagger + t\hat{a}_3^\dagger \right)^2 \right\} |0\rangle_2 |0\rangle_3 \\
&= \exp \left\{ \frac{1}{2}\xi^* (r^*\hat{a}_2 + t^*\hat{a}_3) (r^*\hat{a}_2 + t^*\hat{a}_3) - \frac{1}{2}\xi \left(r\hat{a}_2^\dagger + t\hat{a}_3^\dagger \right) \left(r\hat{a}_2^\dagger + t\hat{a}_3^\dagger \right) \right\} |0\rangle_2 |0\rangle_3 \\
&= \exp \left\{ \frac{1}{2}\xi^* (r^2\hat{a}_2^2 + r^*t^*\hat{a}_2\hat{a}_3 + t^*r^*\hat{a}_3\hat{a}_2 + t^2\hat{a}_3^2) \right. \\
&\quad \left. - \frac{1}{2}\xi \left(r^2\hat{a}_2^{\dagger 2} + rt\hat{a}_2^\dagger\hat{a}_3^\dagger + tr\hat{a}_3^\dagger\hat{a}_2^\dagger + t^2\hat{a}_3^{\dagger 2} \right) \right\} |0\rangle_2 |0\rangle_3.
\end{aligned}$$

Dado que $\hat{a}_2$ y $\hat{a}_3$ conmutan, obtenemos:

$$\begin{aligned}
|0\rangle_0 |\xi\rangle_1 &\xrightarrow{BS} \exp \left\{ \frac{1}{2}\xi^* r^2\hat{a}_2^2 - \frac{1}{2}\xi r^2\hat{a}_2^{\dagger 2} + \frac{1}{2}\xi^* t^2\hat{a}_3^2 - \frac{1}{2}\xi t^2\hat{a}_3^{\dagger 2} + \xi^* r^*t^*\hat{a}_2\hat{a}_3 \right. \\
&\quad \left. - \xi rt\hat{a}_2^\dagger\hat{a}_3^\dagger \right\} |0\rangle_2 |0\rangle_3 \tag{4.30}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
|0\rangle_0 |\xi\rangle_1 &= \exp \left\{ \frac{1}{2} \xi^* r^2 \hat{a}_2^2 - \frac{1}{2} \xi r^2 \hat{a}_2^{\dagger 2} \right\} \exp \left\{ \frac{1}{2} \xi^* t^2 \hat{a}_3^2 - \frac{1}{2} \xi t^2 \hat{a}_3^{\dagger 2} \right\} \\
&\quad \times \exp \left\{ \xi^* r^* t^* \hat{a}_2 \hat{a}_3 - \xi r t \hat{a}_2^\dagger \hat{a}_3^\dagger \right\} |0\rangle_2 |0\rangle_3 \\
&= \hat{S}_2(\xi r^2) \hat{S}_3(\xi t^2) \hat{S}_{23}(\xi r t) |0\rangle_2 |0\rangle_3.
\end{aligned} \tag{4.31}$$

Aquí, $\hat{S}_2(\xi r^2)$ representa el operador de compresión de un modo en el modo 2 del divisor de haz, $\hat{S}_3(\xi t^2)$ es el operador de compresión de un modo en el modo 3 del divisor de haz, y $\hat{S}_{23}(\xi r t)$ corresponde al operador de compresión de dos modos, como se mostró en las ecuaciones (2.59) y (2.77).

En este contexto, el cálculo analítico de la negatividad logarítmica se vuelve complicado, ya que la dimensión del espacio de Hilbert es infinita. No obstante, dicho resultado ha sido abordado en el artículo titulado ‘*Two-mode squeezed vacuum state coupled to the common thermal reservoir*’ [63], donde se expresa como:

$$E_N = \frac{2}{\ln 2} |\xi r t|. \tag{4.32}$$

Adicionalmente, al contar con confianza en nuestro código, podemos emplear la simulación del montaje 1, detallada en la sección A, para obtener computacionalmente el nivel de entrelazamiento y contrastarlo con el resultado analítico de la ecuación (4.32). Para el caso de Estado comprimido + Estado vacío el entrelazamiento se muestra en la figura 4.4.

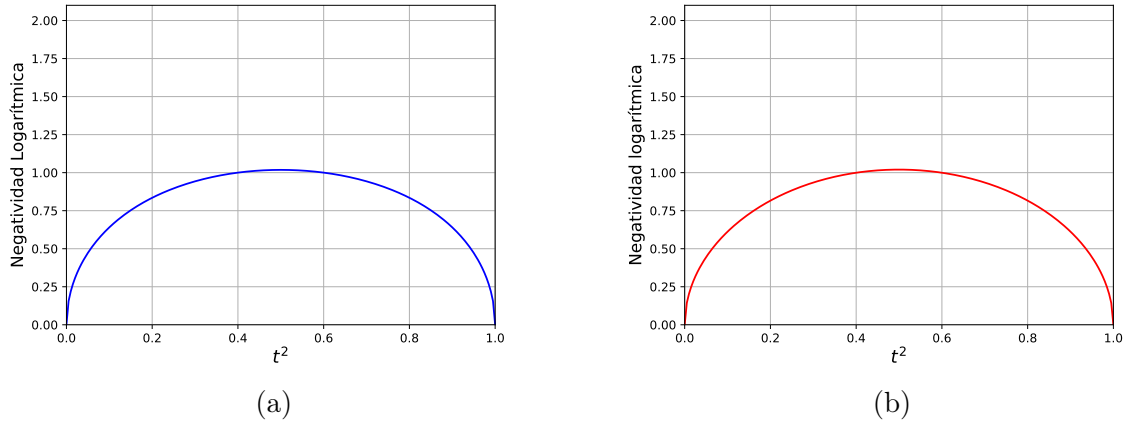


Figura 4.4: Entrelazamiento para el caso: Estado comprimido + Estado vacío obtenido de manera (a) computacional y (b) analítica.

En este contexto, podemos notar que con un estado comprimido y la acción de un divisor de haz, es posible obtener un estado comprimido de dos modos. Debido a que $\hat{S}_{23}(\xi r t)$ no se factoriza como producto de dos operadores de compresión monomodo, el estado de vacío comprimido de dos modos no es un producto de dos estados de vacío comprimido de modo único, sino que, es un estado entrelazado que contiene correlaciones cuánticas entre los dos modos. Es importante señalar que el máximo entrelazamiento se alcanza cuando $t^2 = 0,5$, mientras que para $t^2 = 0$ y $t^2 = 1$, el estado no muestra correlaciones cuánticas.

Además, se evidencia en la ecuación (4.31) que los estados comprimidos de un modo pueden ser separados de la forma $S_1(\xi r^2) \otimes S_2(\xi r^2)$. Por lo tanto, se concluye inmediatamente

que el entrelazamiento obtenido en la figura 4.4 se debe únicamente al estado comprimido de dos modos $S_{23}(\xi rt)$.

• **Estado comprimido + Estado comprimido**

El estado de entrada está dado por:

$$|\xi\rangle_0 |\xi\rangle_1 = \hat{S}_0(\xi) \hat{S}_1(\xi) |0\rangle_0 |0\rangle_1 = \exp \left\{ \frac{1}{2} \xi^* \hat{a}_0^2 - \frac{1}{2} \xi \hat{a}_0^{\dagger 2} \right\} \exp \left\{ \frac{1}{2} \xi^* \hat{a}_1^2 - \frac{1}{2} \xi \hat{a}_1^{\dagger 2} \right\} |0\rangle_0 |0\rangle_1. \quad (4.33)$$

El estado en la salida del divisor de haz toma la forma:

$$\begin{aligned} |0\rangle_0 |\xi\rangle_1 &\xrightarrow{BS} \exp \left\{ \frac{1}{2} \xi^* (t^* \hat{a}_2 + r^* \hat{a}_3)^2 - \frac{1}{2} \xi (t \hat{a}_2^\dagger + r \hat{a}_3^\dagger)^2 \right\} \\ &\quad \times \exp \left\{ \frac{1}{2} \xi^* (r^* \hat{a}_2 + t^* \hat{a}_3)^2 - \frac{1}{2} \xi (r \hat{a}_2^\dagger + t \hat{a}_3^\dagger)^2 \right\} |0\rangle_2 |0\rangle_3 \quad (4.34) \\ &= \exp \left\{ \frac{1}{2} \xi^* (t^* \hat{a}_2 + r^* \hat{a}_3) (t^* \hat{a}_2 + r^* \hat{a}_3) - \frac{1}{2} \xi (t \hat{a}_2^\dagger + r \hat{a}_3^\dagger) (t \hat{a}_2^\dagger + r \hat{a}_3^\dagger) \right\} \\ &\quad \times \exp \left\{ \frac{1}{2} \xi^* (r^* \hat{a}_2 + t^* \hat{a}_3) (r^* \hat{a}_2 + t^* \hat{a}_3) - \frac{1}{2} \xi (r \hat{a}_2^\dagger + t \hat{a}_3^\dagger) (r \hat{a}_2^\dagger + t \hat{a}_3^\dagger) \right\} |0\rangle_2 |0\rangle_3 \\ &= \exp \left\{ \frac{1}{2} \xi^* (t^2 \hat{a}_2^2 + t^* r^* \hat{a}_2 \hat{a}_3 + r^* t^* \hat{a}_3 \hat{a}_2 + r^2 \hat{a}_3^2) - \frac{1}{2} \xi (t^2 \hat{a}_2^{\dagger 2} + t r \hat{a}_2^\dagger \hat{a}_3^\dagger + r t \hat{a}_3^\dagger \hat{a}_2^\dagger + r^2 \hat{a}_3^{\dagger 2}) \right\} \\ &\quad \times \exp \left\{ \frac{1}{2} \xi^* (r^2 \hat{a}_2^2 + r^* t^* \hat{a}_2 \hat{a}_3 + t^* r^* \hat{a}_3 \hat{a}_2 + t^2 \hat{a}_3^2) \right. \\ &\quad \left. - \frac{1}{2} \xi (r^2 \hat{a}_2^{\dagger 2} + r t \hat{a}_2^\dagger \hat{a}_3^\dagger + t r \hat{a}_3^\dagger \hat{a}_2^\dagger + t^2 \hat{a}_3^{\dagger 2}) \right\} |0\rangle_2 |0\rangle_3 \\ &= \exp \left\{ \frac{1}{2} \xi^* t^2 \hat{a}_2^2 - \frac{1}{2} \xi t^2 \hat{a}_2^{\dagger 2} + \frac{1}{2} \xi^* r^2 \hat{a}_3^2 - \frac{1}{2} \xi r^2 \hat{a}_3^{\dagger 2} + \frac{1}{2} \xi^* t^* r^* \hat{a}_2 \hat{a}_3 + \frac{1}{2} \xi^* r^* t^* \hat{a}_3 \hat{a}_2 \right. \\ &\quad \left. - \frac{1}{2} \xi t r \hat{a}_2^\dagger \hat{a}_3^\dagger - \frac{1}{2} \xi r t \hat{a}_3^\dagger \hat{a}_2^\dagger \right\} \exp \left\{ \frac{1}{2} \xi^* r^2 \hat{a}_2^2 - \frac{1}{2} \xi r^2 \hat{a}_2^{\dagger 2} + \frac{1}{2} \xi^* t^2 \hat{a}_3^2 - \frac{1}{2} \xi t^2 \hat{a}_3^{\dagger 2} \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{2} \xi^* r^* t^* \hat{a}_2 \hat{a}_3 + \frac{1}{2} \xi^* t^* r^* \hat{a}_3 \hat{a}_2 - \frac{1}{2} \xi r t \hat{a}_2^\dagger \hat{a}_3^\dagger - \frac{1}{2} \xi t r \hat{a}_3^\dagger \hat{a}_2^\dagger \right\} |0\rangle_2 |0\rangle_3. \quad (4.35) \end{aligned}$$

Dado que $\hat{a}_2$ y $\hat{a}_3$ conmutan, podemos escribir:

$$\begin{aligned} |0\rangle_0 |\xi\rangle_1 &\xrightarrow{BS} \exp \left\{ \frac{1}{2} \xi^* (r^2 + t^2) \hat{a}_2^2 - \frac{1}{2} \xi (r^2 + t^2) \hat{a}_2^{\dagger 2} \right\} \\ &\quad \times \exp \left\{ \frac{1}{2} \xi^* (t^2 + r^2) \hat{a}_3^2 - \frac{1}{2} \xi (t^2 + r^2) \hat{a}_3^{\dagger 2} \right\} \exp \left\{ 2 \xi^* r^* t^* \hat{a}_2 \hat{a}_3 - 2 \xi r t \hat{a}_2^\dagger \hat{a}_3^\dagger \right\} |0\rangle_2 |0\rangle_3 \\ &= \hat{S}_2 \{ \xi (r^2 + t^2) \} \hat{S}_3 \{ \xi (r^2 + t^2) \} \hat{S}_{23} (2 \xi r t) |0\rangle_2 |0\rangle_3. \quad (4.36) \end{aligned}$$

En este caso, el entrelazamiento obtenido se presenta en la figura 4.5.

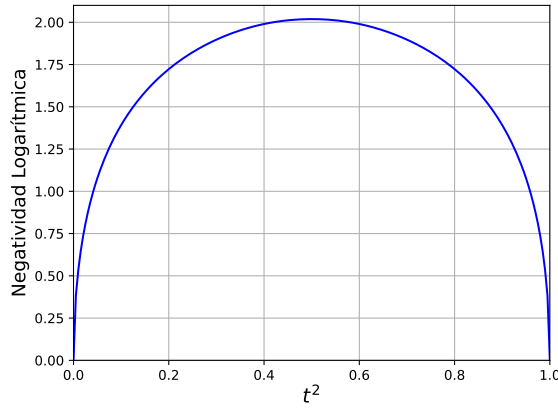


Figura 4.5: Entrelazamiento para el caso: Estado comprimido + Estado comprimido.

Logramos obtener nuevamente un estado comprimido de dos modos, que, como mencionamos previamente, corresponde a un estado entrelazado. Además, al igual que en el caso de Estado comprimido + Estado vacío, este estado es separable en los modos individuales para los estados comprimidos de un solo modo, lo que implica que el entrelazamiento se deba únicamente al estado comprimido de dos modos. También es importante señalar que se obtiene más entrelazamiento que en el caso de un solo Estado comprimido. Esto se debe a que al obtener un estado comprimido de dos modos a partir de dos estados comprimidos, los efectos no clásicos son más intensos en comparación con los que se pueden lograr con un solo estado comprimido.

El máximo nivel de entrelazamiento para la entrada Estado comprimido + Estado comprimido se alcanza cuando $t^2 = 0,5$, es decir, cuando el divisor de haz es 50 : 50. En contraste, cuando $t^2 = 0$ y $t^2 = 1$, no se observa entrelazamiento.

Es evidente que en esta configuración de dos Estados comprimidos se logra un nivel de entrelazamiento superior en comparación con los casos previamente estudiados. En este escenario, la negatividad logarítmica alcanza su valor máximo $E_N = 2,1$.

• Fotón individual + Estado comprimido

El estado antes del divisor de haz se expresa como:

$$|1\rangle_0 |\xi\rangle_1 = \hat{S}_1(\xi) \hat{a}_0^\dagger |0\rangle |0\rangle_1 = \exp \left\{ \frac{1}{2} \xi^* \hat{a}_1^2 - \frac{1}{2} \xi \hat{a}_1^{\dagger 2} \right\} \hat{a}_0^\dagger |0\rangle_0 |0\rangle_1. \quad (4.37)$$

Después del divisor de haz, el estado está dado por:

$$\begin{aligned} |0\rangle_0 |\xi\rangle_1 &\xrightarrow{BS} \exp \left[\frac{1}{2} \xi^* (r^* \hat{a}_2 + t^* \hat{a}_3)^2 - \frac{1}{2} \xi (r \hat{a}_2^\dagger + t \hat{a}_3^\dagger)^2 \right] (t \hat{a}_2^\dagger + r \hat{a}_3^\dagger) |0\rangle_2 |0\rangle_3 \\ &= \exp \left\{ \frac{1}{2} \xi^* r^2 \hat{a}_2^2 - \frac{1}{2} \xi r^2 \hat{a}_2^{\dagger 2} + \frac{1}{2} \xi^* t^2 \hat{a}_3^2 - \frac{1}{2} \xi t^2 \hat{a}_3^{\dagger 2} + \frac{1}{2} \xi^* r^* t^* \hat{a}_2 \hat{a}_3 + \frac{1}{2} \xi^* t^* r^* \hat{a}_3 \hat{a}_2 \right. \\ &\quad \left. - \frac{1}{2} \xi r t \hat{a}_2^\dagger \hat{a}_3^\dagger - \frac{1}{2} \xi t r \hat{a}_3^\dagger \hat{a}_2^\dagger \right\} (t \hat{a}_2^\dagger + r \hat{a}_3^\dagger) |0\rangle_2 |0\rangle_3 \end{aligned} \quad (4.38)$$

$$\begin{aligned}
|0\rangle_0 |\xi\rangle_1 &= \exp \left[\frac{1}{2} \xi^* r^2 \hat{a}_2^2 - \frac{1}{2} \xi r^2 \hat{a}_2^{\dagger 2} \right] \exp \left[\frac{1}{2} \xi^* t^2 \hat{a}_3^2 - \frac{1}{2} \xi t^2 \hat{a}_3^{\dagger 2} \right] \\
&\quad \times \exp \left[\xi^* r^* t^* \hat{a}_2 \hat{a}_3 - \xi r t \hat{a}_2^{\dagger} \hat{a}_3^{\dagger} \right] \left(t \hat{a}_2^{\dagger} + r \hat{a}_3^{\dagger} \right) |0\rangle_2 |0\rangle_3 \\
&= \hat{S}_2 (\xi r^2) \hat{S}_3 (\xi t^2) \hat{S}_{23} (\xi r t) \left(t \hat{a}_2^{\dagger} + r \hat{a}_3^{\dagger} \right) |0\rangle_2 |0\rangle_3 \\
&= \hat{S}_2 (\xi r^2) \hat{S}_3 (\xi t^2) \hat{S}_{23} (\xi r t) (r |1\rangle_2 |0\rangle_3 + t |0\rangle_2 |1\rangle_3). \tag{4.39}
\end{aligned}$$

En este caso, se logra un estado comprimido de dos modos que exhibe entrelazamiento. Además, como hemos observado previamente, el fotón también contribuye al entrelazamiento, lo que implica que ambos estados de entrada contribuyen a que el estado de salida tenga correlaciones cuánticas. El nivel de entrelazamiento para esta configuración se ilustra en la figura 4.6. El nivel máximo de entrelazamiento se alcanza cuando $t^2 = 0,5$, y dicho máximo es $E_N = 1,5$. Además, cuando todo el estado se refleja o se transmite, es decir, $t^2 = 0$ o $t^2 = 1$, el estado es separable y no hay entrelazamiento.

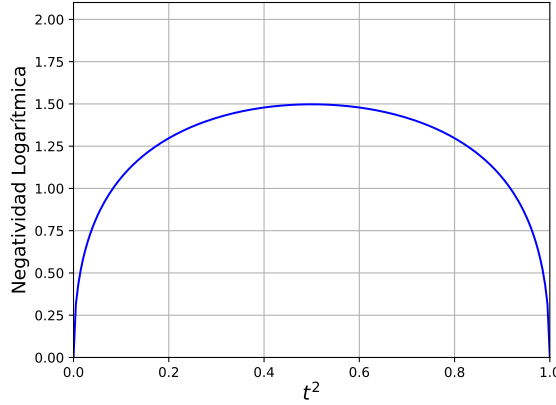


Figura 4.6: Entrelazamiento para el caso: Fotón individual + Estado comprimido.

• Estado comprimido + Estado coherente

El estado de entrada es:

$$|\alpha\rangle_0 |\xi\rangle_1 = \exp \left\{ \alpha \hat{a}_0^{\dagger} - \alpha^* \hat{a}_0 \right\} \exp \left\{ \frac{1}{2} \xi^* \hat{a}_1^2 - \frac{1}{2} \xi \hat{a}_1^{\dagger 2} \right\} |0\rangle_0 |0\rangle_1. \tag{4.40}$$

Después del divisor de haz, el estado es:

$$\begin{aligned}
|\alpha\rangle_0 |\xi\rangle_1 &\xrightarrow{BS} \exp \left\{ \alpha \left(t \hat{a}_2^{\dagger} + r \hat{a}_3^{\dagger} \right) - \alpha^* (t^* \hat{a}_2 + r^* \hat{a}_3) \right\} \\
&\quad \times \exp \left\{ \frac{1}{2} \xi^* (r^* \hat{a}_2 + t^* \hat{a}_3)^2 - \frac{1}{2} \xi \left(r \hat{a}_2^{\dagger} + t \hat{a}_3^{\dagger} \right)^2 \right\} |0\rangle_2 |0\rangle_3 \\
&= \exp \left\{ \alpha r \hat{a}_2^{\dagger} + \alpha t \hat{a}_3^{\dagger} - \alpha^* r^* \hat{a}_2 - t^* \alpha \hat{a}_3^* \right\} \\
&= \exp \left\{ \frac{1}{2} \xi^* (r^* \hat{a}_2 + t^* \hat{a}_3) (r^* \hat{a}_2 + t^* \hat{a}_3) - \frac{1}{2} \xi \left(r \hat{a}_2^{\dagger} + t \hat{a}_3^{\dagger} \right) \left(r \hat{a}_2^{\dagger} + t \hat{a}_3^{\dagger} \right) \right\} |0\rangle_2 |0\rangle_3 \tag{4.41}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
|\alpha\rangle_0 |\xi\rangle_1 &= \hat{D}_2(\alpha r) \hat{D}_3(\alpha t) \exp \left\{ \frac{1}{2} \xi^* r^2 \hat{a}_2^2 + \frac{1}{2} \xi^* r^* t^* \hat{a}_2 \hat{a}_3 + \frac{1}{2} \xi^* t^* r^* \hat{a}_3 \hat{a}_2 + \frac{1}{2} \xi^* t^2 \hat{a}_3^2 \right. \\
&\quad \left. - \frac{1}{2} \xi r^2 \hat{a}_2^{\dagger 2} - \frac{1}{2} \xi r t \hat{a}_2^\dagger \hat{a}_3^\dagger - \frac{1}{2} \xi t r \hat{a}_3^\dagger \hat{a}_2^\dagger - \frac{1}{2} \xi t^2 \hat{a}_3^{\dagger 2} \right\} |0\rangle_2 |0\rangle_3 \\
&= \hat{D}_2(\alpha r) \hat{D}_3(\alpha t) \\
&\quad \times \exp \left\{ \frac{1}{2} \xi^* r^2 \hat{a}_2^2 - \frac{1}{2} \xi r^2 \hat{a}_2^{\dagger 2} + \frac{1}{2} \xi^* t^2 \hat{a}_3^2 - \frac{1}{2} \xi t^2 \hat{a}_3^{\dagger 2} + \xi^* r^* t^* \hat{a}_2 \hat{a}_3 - \xi r t \hat{a}_2^\dagger \hat{a}_3^\dagger \right\} |0\rangle_2 |0\rangle_3 \\
&= \hat{D}_2(\alpha r) \hat{D}_3(\alpha t) \hat{S}_2(\xi r^2) \hat{S}_3(\xi t^2) \hat{S}_{23}(\xi r t) |0\rangle_2 |0\rangle_3.
\end{aligned} \tag{4.42}$$

Como se mencionó previamente, el estado coherente no aporta al entrelazamiento; en este contexto, el entrelazamiento se atribuye exclusivamente al estado comprimido, más específicamente al estado comprimido de dos modos, ya que los estados comprimidos de un modo se pueden separar para cada uno de los dos modos individuales. Por lo tanto, la negatividad logarítmica concuerda con la del caso Estado comprimido + Estado vacío, como se ilustra en la figura 4.4.

En base a los resultados presentados, se puede inferir que un estado coherente no contribuye al entrelazamiento. En los casos de Estado coherente + Estado vacío y Estado coherente + Estado coherente, se observa una negatividad logarítmica de 0. Asimismo, se destaca que para los casos Fotón individual + Estado vacío o Estado comprimido + Estado vacío exhiben el mismo grado de entrelazamiento que los casos que involucran estados coherentes, como Fotón individual + Estado coherente o Estado comprimido + Estado coherente. El entrelazamiento máximo en todos los casos se alcanza en $t^2 = 0,5$, es decir, el mayor grado de entrelazamiento se obtiene cuando el divisor es 50 : 50.

Para obtener una comprensión más detallada de estos resultados, en la Tabla 4.1 se presenta un resumen de los resultados derivados de diferentes combinaciones de estados de entrada en el divisor de haz. Se detalla sobre la obtención de entrelazamiento con el estado de entrada, se proporciona la negatividad logarítmica E_N y se destaca el valor de t^2 asociado al máximo entrelazamiento. Además, se resalta el caso más favorable entre las distintos casos considerados.

Estado de entrada	Estado de salida entrelazado	$E_N(T)$	t^2
Fotón + Vacío	Sí	1	0.5
Fotón + Fotón	Sí	1.58	0.2 y 0.8
Coherente + Vacío	No		
Coherente + Coherente	No		
Fotón + Coherente	Sí	1	0.5
Comprimido + Vacío	Sí	1	0.5
Comprimido + Comprimido	Sí	2.1	0.5
Fotón + Comprimido	Sí	1.5	0.5
Comprimido + Coherente	Sí	1	0.5

Tabla 4.1: Resultados para diferentes combinaciones de estados.

En conclusión, a partir de un divisor de haz podemos generar entrelazamiento cuántico, el cual tiene numerosas aplicaciones en diversas áreas. El entrelazamiento tiene su más conocida aplicación en computación cuántica, y puede ser aplicado de manera destacada en varias áreas, entre las que se incluyen:

- **La distribución cuántica de claves (QKD)** Se fundamenta en el concepto de entrelazamiento y constituye un enfoque dentro del ámbito de la criptografía cuántica. Este método usa el entrelazamiento para la generación de claves criptográficas seguras. El proceso implica la creación de pares de partículas entrelazadas, las cuales son posteriormente enviadas a dos usuarios u observadores. Estos usuarios llevan a cabo mediciones sobre las propiedades de las partículas y comparan los resultados para generar una clave compartida. Una característica esencial de este método es su capacidad para detectar cualquier intento de interferencia o interceptación de las partículas, ya que esto perturbaría el entrelazamiento, revelando así la presencia de un atacante y asegurando la integridad de la clave generada.
- **La codificación densa cuántica** es una técnica que aprovecha el entrelazamiento de la siguiente manera: Alice utiliza pares de partículas entrelazadas para enviar un mensaje a Bob, codificando la información en el estado de las partículas. Utilizando las propiedades del entrelazamiento, Bob puede recuperar el mensaje simplemente conociendo la operación de decodificación adecuada. Esto implica que un solo qubit entrelazado puede transportar más de un bit clásico de información, lo que demuestra la eficiencia de la codificación densa cuántica [64].

En conjunto, estos avances en el campo de la información cuántica están superando las limitaciones impuestas por la comunicación clásica y abriendo nuevas puertas hacia un futuro de comunicación y computación seguras y eficientes.

4.2. Un divisor de haz con un detector

En el montaje anterior, se investigó exclusivamente el entrelazamiento entre los dos estados de salida del divisor de haz. Sin embargo, si quisiéramos calcular cada uno de los estados de salida en el divisor de haz, simplemente realizaríamos la traza parcial para obtener los estados individuales. Notaríamos que la varianza de las cuadraturas de dichos estados es idéntica a la varianza de las cuadraturas de los estados anteriores al divisor de haz.

Al colocar un detector en uno de los modos de salida, se induce un efecto de no linealidad sobre los estados de salida, debido a la medición. Esta no linealidad podría, en principio, alterar la varianza de las cuadraturas de los estados. Por lo tanto, resulta interesante estudiar si se ha reducido la varianza en alguna cuadratura. Esta reducción en la varianza (compresión) sería especialmente útil en aplicaciones de metrología, ya que permitiría obtener medidas con una mayor precisión.

El esquema del montaje 2 se ilustra en la figura 4.7.

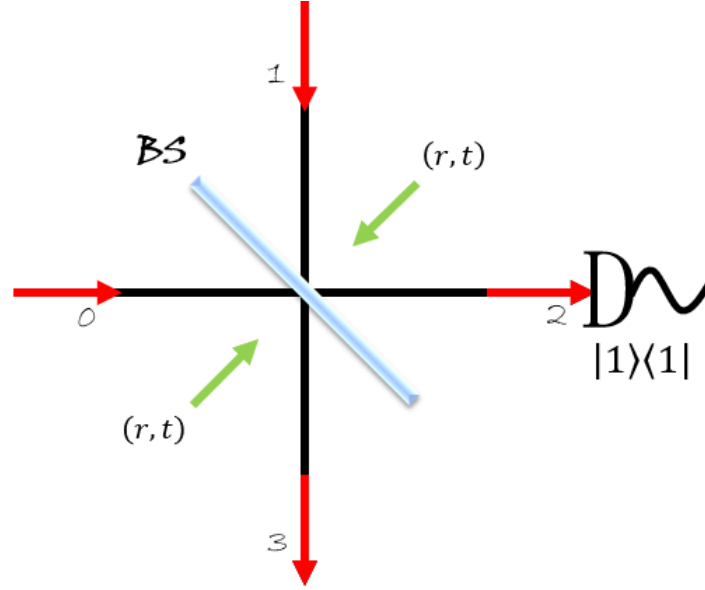


Figura 4.7: Montaje 2 - Un divisor de haz con un detector.

La acción del detector se puede describir como una medida proyectiva sobre el estado final en una de las salidas del divisor de haz, mediante un operador de proyección del estado número $|1\rangle\langle 1|$, aplicado específicamente en el modo donde el detector se encuentra ubicado. El estado de un fotón está representado como $|1\rangle$, la aplicación del operador $|1\rangle\langle 1|$ realiza una proyección que describe la detección de un fotón. Si el estado tras pasar por el divisor de haz, incluye un fotón en el modo donde se puso el detector, el resultado de la proyección $|1\rangle\langle 1|$ será “1” (detectado). En contraste, si no hay un fotón en ese modo, el resultado será “0” (no detectado). Por ende, la aplicación de este operador simula de manera efectiva la acción del detector:

$$|\psi^{(D)}\rangle = \hat{P}|\psi\rangle = |1\rangle\langle 1|_A \otimes \mathbb{I}_B |\psi\rangle, \quad (4.43)$$

donde $|\psi^{(D)}\rangle$ y $|\psi\rangle$ representan los estados después y antes de la detección, respectivamente. Además, A hace referencia al modo detectado, mientras que B corresponde al modo sin detección, donde $\mathbb{I}$ representa la matriz identidad.

Dicho esto, en este montaje se busca examinar la varianza de las cuadraturas del estado de salida en cada uno de los puertos del divisor de haz. Nuevamente, se consideran todas las posibles combinaciones como estados de entrada en el divisor de haz. Sin embargo, mostraremos solo los casos en los que hay una reducción en la varianza de las cuadraturas por debajo de la varianza de las cuadraturas del vacío, enfatizando el caso más favorable.

• Fotón individual + Fotón individual

En este caso, no se aprecia una disminución en la varianza de las cuadraturas, pero se observa un fenómeno físico bastante interesante. El estado de salida del divisor de haz antes de la detección es (ecuación (4.13)):

$$|1\rangle_0 |1\rangle_1 \xrightarrow{BS} \sqrt{2}tr |2\rangle_2 |0\rangle_3 + (t^2 + r^2) |1\rangle_2 |1\rangle_3 + \sqrt{2}rt |0\rangle_2 |2\rangle_3. \quad (4.44)$$

Consideremos el caso particular en el que el divisor de haz es 50:50, es decir $t = 1/\sqrt{2}$ y $r = i/\sqrt{2}$. el estado de salida toma la forma:

$$|1\rangle_0 |1\rangle_1 \xrightarrow{BS} \frac{i}{\sqrt{2}} (|2\rangle_2 |0\rangle_3 + |0\rangle_2 |2\rangle_3). \quad (4.45)$$

Aparentemente, los fotones emergen de manera conjunta en un haz de salida o en el otro; nunca emergen fotones individuales en ambos haces. Este resultado es una consecuencia de la interferencia cuántica destructiva, y el fenómeno se conoce como el Efecto HOM. El efecto Hong-Ou-Mandel (HOM) fue demostrado en 1987 por tres físicos de la Universidad de Rochester: Chung Ki Hong, Zhe Yu Ou y Leonard Mandel [65].

Si en el montaje de la figura 4.7 en lugar de utilizar un detector de la forma $|1\rangle\langle 1|$ empleamos uno de la forma $|2\rangle\langle 2|$, obtenemos:

$$|\psi^{(D)}\rangle = \sqrt{2} \text{tr} |2\rangle_2 |0\rangle_3, \quad (4.46)$$

lo cual concuerda con el efecto HOM, ya que en este caso se obtienen los dos fotones en el modo detectado mientras que se obtiene el vacío en el modo sin detección.

• Fotón individual + Estado coherente

Este caso es posiblemente uno de los más interesantes, ya que tanto el Fotón individual como el Estado coherente presentan simetría en la varianza de sus cuadraturas. Es decir, la varianza de las cuadraturas son iguales en $\hat{X}$ y $\hat{P}$. Por lo tanto, para el Fotón individual y para el Estado coherente las varianzas de las cuadraturas son $(\Delta\hat{X}) = (\Delta\hat{P}) = 0,75$ y $(\Delta\hat{X}) = (\Delta\hat{P}) = 0,25$, respectivamente. Como se puede observar en la figura 4.8, el estado en la salida del modo no detectado exhibe una reducción en la varianza, situándose por debajo de la varianza de las cuadraturas del vacío, específicamente en la cuadratura $\hat{X}$ cuando se varía el coeficiente de reflexión r .

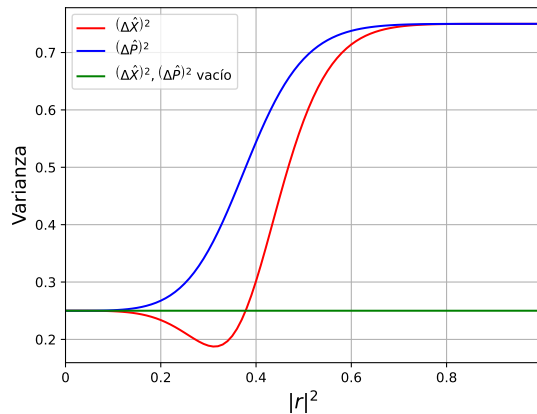


Figura 4.8: Varianza de las cuadraturas para el caso Fotón individual + Estado coherente.

De la figura 4.8 se puede observar que cuando el coeficiente $|r|^2$ es igual a cero, la varianza de las cuadraturas es de 0,25 tanto en $\hat{X}$ como en $\hat{P}$, lo que coincide con la varianza de las cuadraturas del Estado coherente.

Por otra parte, cuando el coeficiente $|r|^2$ es igual a uno, la varianza de las cuadraturas es de 0,75 en ambas cuadraturas, coincidiendo con las cuadraturas del Fotón individual.

Una medida comúnmente empleada para evaluar la compresión es el decibelio (dB). Los decibelios son una unidad logarítmica que nos permite entender la relación entre la compresión y la varianza de las cuadraturas. Esta unidad se define como:

$$S = -10 \log_{10} \left(\frac{V_{\text{vac}}^2}{V^2} \right), \quad (4.47)$$

donde V_{vac} es la varianza de las cuadraturas del vacío y V es la varianza de las cuadraturas del estado en la salida del divisor de haz.

La figura 4.9 ilustra la compresión en dB en función del coeficiente de reflexión, con una amplitud de coherencia del estado coherente establecida en $\alpha = 1$. En la figura 4.9a se exhiben los resultados obtenidos mediante nuestra simulación computacional. En ella se aprecia que la compresión máxima es de $-1,25$ dB en comparación con el estado vacío. Esto concuerda exactamente con los resultados presentados en (b) el artículo ‘*Multiphoton state engineering by heralded interference between single photons and coherent states*’ [2].

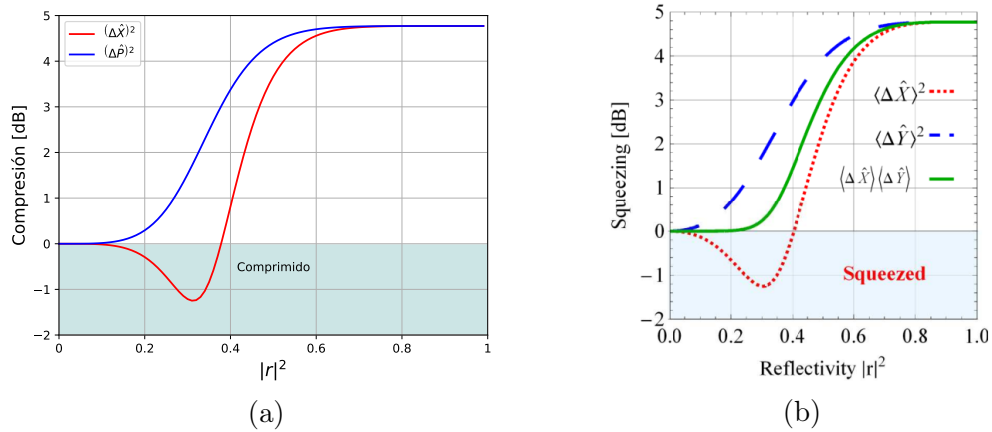


Figura 4.9: Compresión en decibelios para el caso Fotón individual + Estado coherente.

En las figuras 4.8 y 4.9, se presenta la varianza de las cuadraturas al fijar la amplitud de coherencia en $\alpha = 1$. Ahora, nos proponemos explorar un escenario más general, donde buscaremos lograr la compresión para diversos valores de α . De esta manera, evaluaremos si es posible alcanzar una compresión más significativa o si esta se encuentra limitada a $-1,25$ dB.

En la figura 4.10 se muestra el comportamiento de la compresión en función de los parámetros r y α . En esta figura, se presenta el rango de parámetros con los cuales es posible generar compresión. Como puede verse, la máxima compresión es $-1,25$ dB y se puede alcanzar para todos los valores de α con la elección adecuada del coeficiente de transmisión del divisor de haz. Nuevamente, nuestros resultados coinciden con los presentados en [2] (Figura 4.10b).

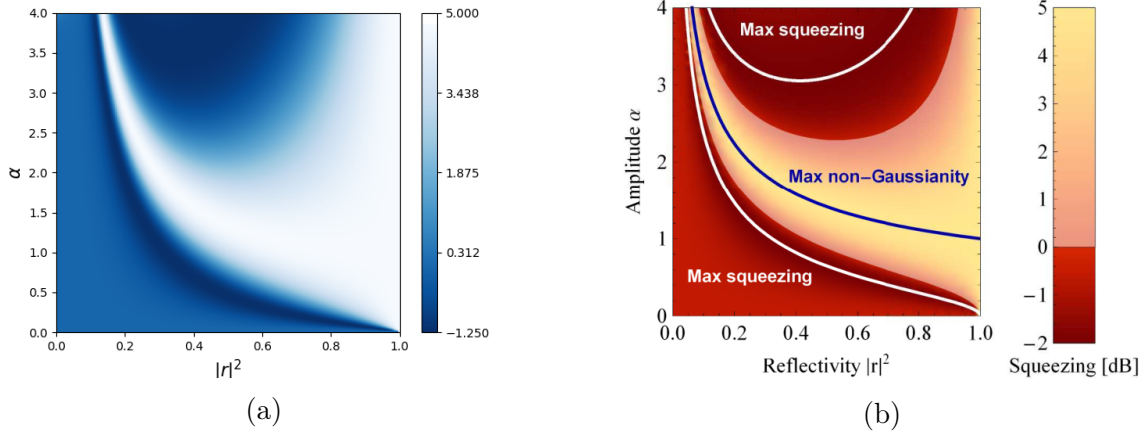


Figura 4.10: Rango de parámetros que generan compresión.

La función de Wigner se calcula en el espacio de fases de un sistema físico para ofrecer información acerca de la probabilidad conjunta de hallar una partícula en una posición y con un momento específicos. En el capítulo 2.5, se presentaron las funciones de Wigner correspondientes a los estados de entrada en el divisor. En este punto, nuestro objetivo es obtener la función de Wigner para el estado resultante después del divisor de haz, proporcionando así una representación visual de la compresión en el espacio de fase. Es importante destacar que se obtiene una función de Wigner para cada valor del coeficiente de transmisión t y en cada modo de salida.

El estado de salida en el divisor de haz, antes de la detección es (ecuación (4.28)):

$$\hat{\rho} = \hat{D}_2(\alpha r) \hat{D}_3(\alpha t) \left(t \hat{a}_2^\dagger + r \hat{a}_3^\dagger \right) |0\rangle_2 |0\rangle_{33} \langle 0|_2 \langle 0| (t^* \hat{a}_2 + r^* \hat{a}_3) \hat{D}_3^\dagger(\alpha t) \hat{D}_2^\dagger(\alpha r). \quad (4.48)$$

Ahora buscamos el estado de salida en los puertos individuales. Los modos individuales se describen mediante el operador densidad reducido al hacer la traza sobre los estados del modo no medido.

El estado en la salida del modo 3 es:

$$\hat{\rho}_3 = \text{Tr}_2(\hat{\rho}) = \text{Tr}_2 \left(\hat{D}_2(\alpha r) \hat{D}_3(\alpha t) \hat{\rho} \hat{D}_3^\dagger(\alpha t) \hat{D}_2^\dagger(\alpha r) \right), \quad (4.49)$$

donde $\hat{\rho} = \left(t \hat{a}_2^\dagger + r \hat{a}_3^\dagger \right) |0\rangle_2 |0\rangle_{33} \langle 0|_2 \langle 0| (t^* \hat{a}_2 + r^* \hat{a}_3)$.

Los operadores $\hat{D}_3(\alpha t)$ y $\hat{D}_3^\dagger(\alpha t)$ no se ven afectados por la traza del modo 2, por lo tanto:

$$\hat{\rho}_3 = \hat{D}_3(\alpha t) \text{Tr}_2 \left(\hat{D}_2(\alpha r) \hat{\rho} \hat{D}_2^\dagger(\alpha r) \right) \hat{D}_3^\dagger(\alpha t). \quad (4.50)$$

Debido a que la traza es invariante bajo permutaciones cíclicas y considerando que $\hat{D}_2(\alpha r)$ es un operador unitario, $\hat{\rho}_3$ toma la forma:

$$\begin{aligned} \hat{\rho}_3 &= \hat{D}_3(\alpha t) \text{Tr}_2 \left(\hat{D}_2^\dagger(\alpha r) \hat{D}_2(\alpha r) \hat{\rho} \right) \hat{D}_3^\dagger(\alpha t) \\ &= \hat{D}_3(\alpha t) \text{Tr}_2 \left(\hat{\rho} \right) \hat{D}_3^\dagger(\alpha t) \end{aligned} \quad (4.51)$$

Reemplazando explícitamente $\hat{\tilde{\rho}}$, obtenemos:

$$\begin{aligned}
 \hat{\rho}_3 &= \hat{D}_3(\alpha t) \left(\sum_{n=0}^{\infty} {}_2\langle n | \left(t\hat{a}_2^\dagger + r\hat{a}_3^\dagger \right) | 0 \rangle_2 | 0 \rangle_{33} \langle 0 |_2 \langle 0 | (t^*\hat{a}_2 + r^*\hat{a}_3) | n \rangle_2 \right) \hat{D}_3^\dagger(\alpha t) \\
 &= \hat{D}_3(\alpha t) \left(\sum_{n=0}^{\infty} {}_2\langle n | (t | 1 \rangle_2 | 0 \rangle_3 + r | 0 \rangle_2 | 1 \rangle_3) ({}_3\langle 0 |_2 \langle 1 | t^* + {}_3\langle 1 |_2 \langle 0 | r^*) | n \rangle_2 \right) \hat{D}_3^\dagger(\alpha t) \\
 &= \hat{D}_3(\alpha t) \sum_{n=0}^{\infty} (|t|^2 {}_2\langle n | 1 \rangle_2 | 0 \rangle_{33} \langle 0 |_2 \langle 1 | n \rangle_2 + tr^* {}_2\langle n | 1 \rangle_2 | 0 \rangle_{33} \langle 1 |_2 \langle 0 | n \rangle_2 \\
 &\quad + rt^* {}_2\langle n | 0 \rangle_2 | 1 \rangle_{33} \langle 0 |_2 \langle 1 | n \rangle_2 + |r|^2 {}_2\langle n | 0 \rangle_2 | 1 \rangle_{33} \langle 1 |_2 \langle 0 | n \rangle_2) \hat{D}_3^\dagger(\alpha t) \quad (4.52)
 \end{aligned}$$

Al hacer la sumatoria, solo contribuyen el primer y cuarto termino, por lo tanto, el estado se expresa como:

$$\begin{aligned}
 \hat{\rho}_3 &= \hat{D}_3(\alpha t) (|t|^2 | 0 \rangle_{33} \langle 0 | + |r|^2 | 1 \rangle_{33} \langle 1 |) \hat{D}_3^\dagger(\alpha t) \\
 &= |t|^2 |\alpha t \rangle_{33} \langle \alpha t | + |r|^2 \hat{D}_3(\alpha t) | 1 \rangle_{33} \langle 1 | \hat{D}_3^\dagger(\alpha t). \quad (4.53)
 \end{aligned}$$

El resultado es un estado mixto que es una combinación de dos estados puros idénticamente desplazados: un estado coherente y un estado de Fock desplazado, que es un estado cuántico que describe la ocupación de un número determinado de partículas, donde el desplazamiento y la participación de cada estado puro dependen de la reflexión y la transmisión del divisor de haz.

De manera análoga podemos obtener el estado en el modo 2.

$$\hat{\rho}_2 = |r|^2 |\alpha r \rangle_{22} \langle \alpha r | + |t|^2 \hat{D}_2(\alpha r) | 1 \rangle_{22} \langle 1 | \hat{D}_2^\dagger(\alpha r). \quad (4.54)$$

Consideremos el caso particular en el que la amplitud de coherencia es $\alpha = 10e^{i\pi/4}$, con coeficiente de reflexión $t = 1/10$. La función de Wigner en el modo de salida 3 antes de la detección se visualiza en la figura 4.11.

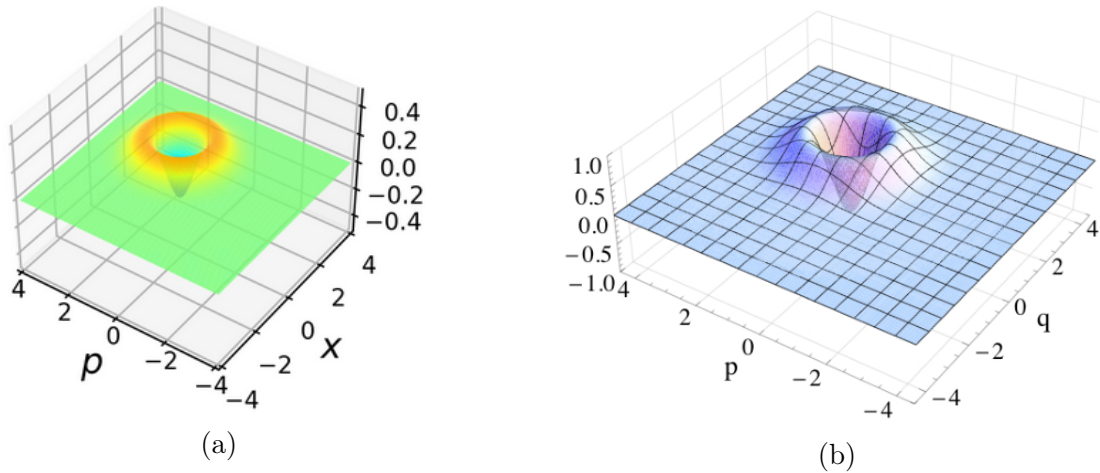


Figura 4.11: Función de Wigner en el modo de salida 3 del divisor de haz para el caso de Fotón individual + Estado coherente la cual se obtuvo de manera (a) computacional mediante nuestra simulación y de manera (b) analítica en el artículo ‘*Quantum Interference between a Single-Photon Fock State and a Coherent State*’ de Windhager et al. [3].

Después de la detección, el propósito es examinar la compresión en el espacio de fases, presentamos la Función de Wigner correspondiente al valor de $|r|^2$ en el cual se alcanza la máxima compresión, la cual se produce cuando los valores de α y $|r|^2$ son 1 y 0.33 respectivamente. La Función de Wigner se visualiza en la figura 4.12.

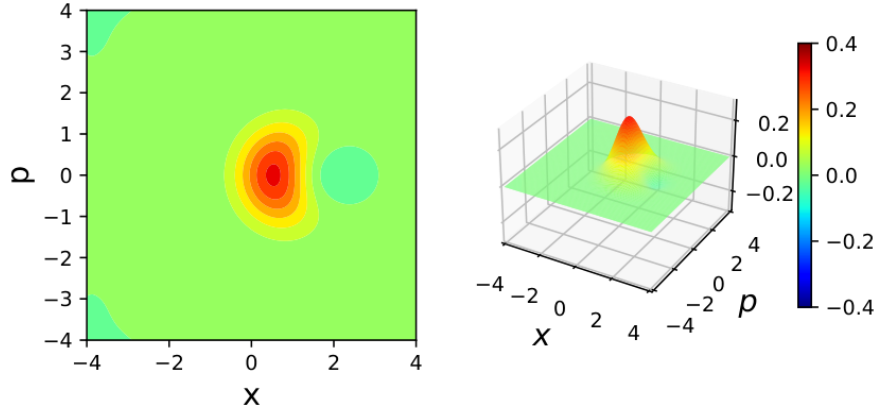


Figura 4.12: Función de Wigner en el modo 3 para el caso Fotón individual + Estado coherente con $|r|^2 = 0,33$.

Al verificar estos parámetros en la figura 4.10, se confirma que la compresión alcanza los $-1,25$ dB, como se ilustra en la Figura 4.9.

• Estado comprimido + Fotón individual

El parámetro de compresión para el estado comprimido se establece como $\xi = 0,5 - 0,5i = 1/\sqrt{2}e^{-i\pi/4}$. Las cuadraturas del estado comprimido antes del divisor de haz se pueden calcular utilizando las ecuaciones (2.75) y (2.76). De esta manera, las varianzas de las cuadraturas del estado comprimido son $(\Delta\hat{X})^2 = 0,20$ y $(\Delta\hat{P})^2 = 0,89$, mientras que las cuadraturas del vacío son $(\Delta\hat{X})^2 = 0,25 = (\Delta\hat{P})^2$.

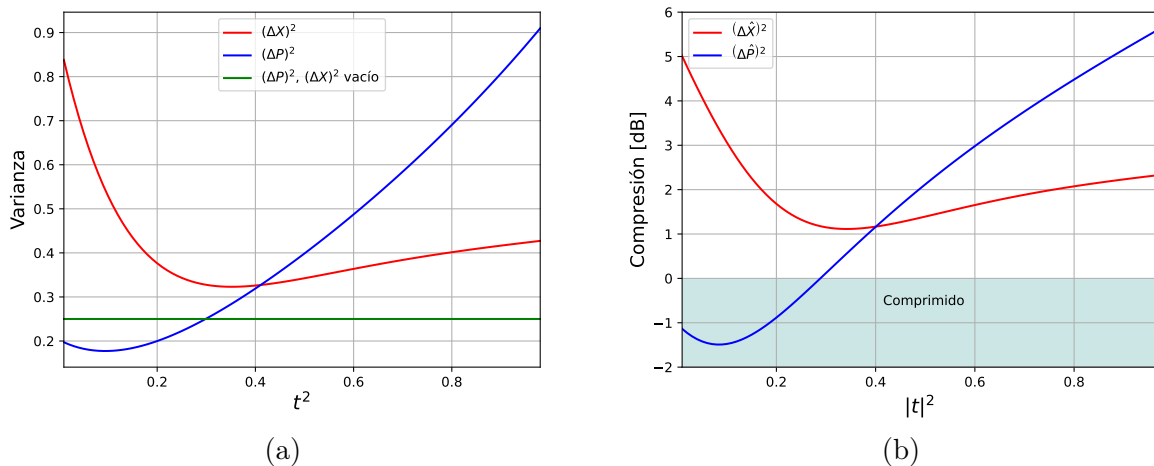


Figura 4.13: (a) varianza de las cuadraturas y (b) la compresión en decibelios para el caso Fotón individual + Estado comprimido.

En la figura 4.13 se muestra la varianza de las cuadraturas y la compresión en decibelios en la salida del modo no detectado. El estado en la salida del divisor de haz antes de la

detección se describe mediante la ecuación (4.39). Después de la detección, se evidencia una compresión máxima de $-1,5$ dB en comparación con la varianza de las cuadraturas del vacío. Sin embargo, al tener en cuenta que el estado ya experimentaba compresión antes de la detección, se puede calcular la compresión respecto a la varianza de las cuadraturas previas a esta acción, usando la ecuación (4.47), pero cambiando la varianza del vacío V_{vac} por la varianza del estado antes de la detección. Esto se representa en la Figura 4.14, en esta se observa una compresión máxima de -7 decibelios en la varianza de la cuadratura $\hat{P}$ para un valor de $t^2 = 0,09$.

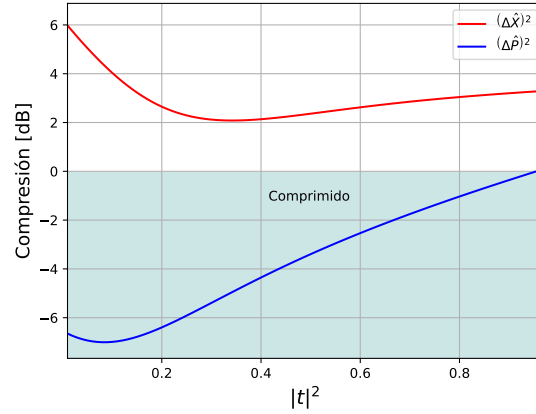


Figura 4.14: Compresión en decibelios con respecto a la varianza de las cuadraturas antes de la detección para el caso Fotón individual + Estado comprimido.

Como se puede observar, la máxima compresión se logra para un valor de $t^2 = 0,09$. En la Figura 4.15, se muestra la función de Wigner en el modo no detectado, representando así la máxima compresión en el espacio de fases. Se puede apreciar claramente una elipse, que indica la compresión en una de las cuadraturas. En este caso particular, la reducción es en la varianza en la cuadratura $\hat{P}$, esto implica un aumento en la varianza de la cuadratura $\hat{X}$, cumpliendo así el principio de incertidumbre de Heisenberg.

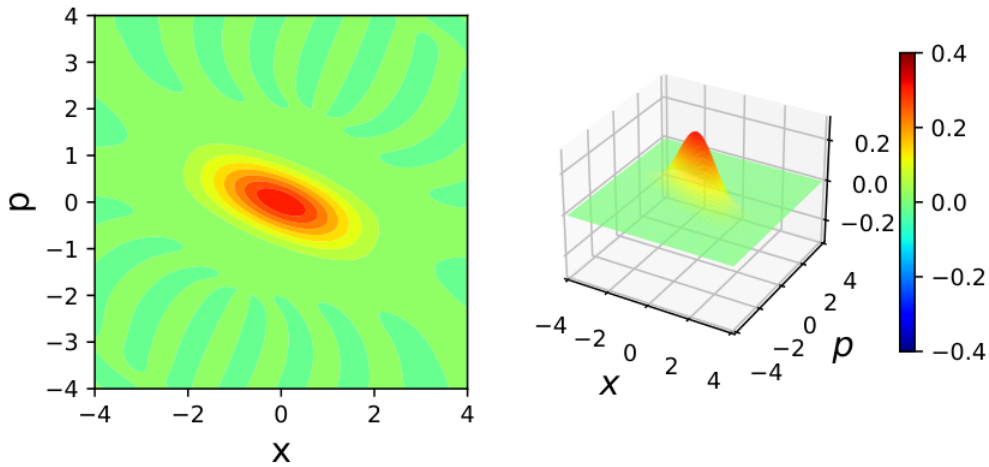


Figura 4.15: Función de Wigner en el modo 3 para el caso Fotón individual + Estado comprimido con $t^2 = 0,09$.

• Estado comprimido + Estado coherente

En el caso Estado comprimido + Estado coherente se destaca una reducción en la varianza de la cuadratura $\hat{P}$ después de la detección, alcanzando su valor mínimo de $(\Delta\hat{P})^2 = 0,135$ cuando $t^2 = 0,36$. En la figura 4.16, se presenta la varianza de las cuadraturas para el caso de Estado comprimido + Estado coherente después de la acción del detector.

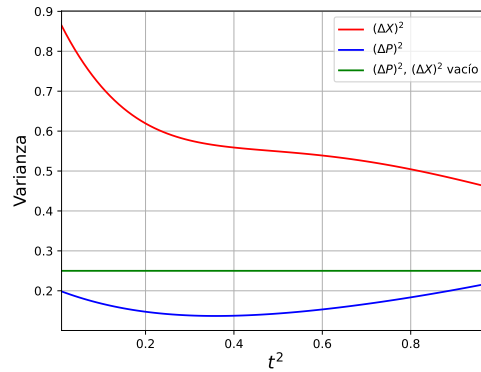


Figura 4.16: Varianza de las cuadraturas para el caso Estado comprimido + Estado coherente.

En la figura 4.17a, se ilustra la compresión en decibelios en comparación con la varianza de las cuadraturas del vacío, mientras que en la figura 4.17b se muestra la compresión en relación con la varianza de las cuadraturas del estado antes de la detección.

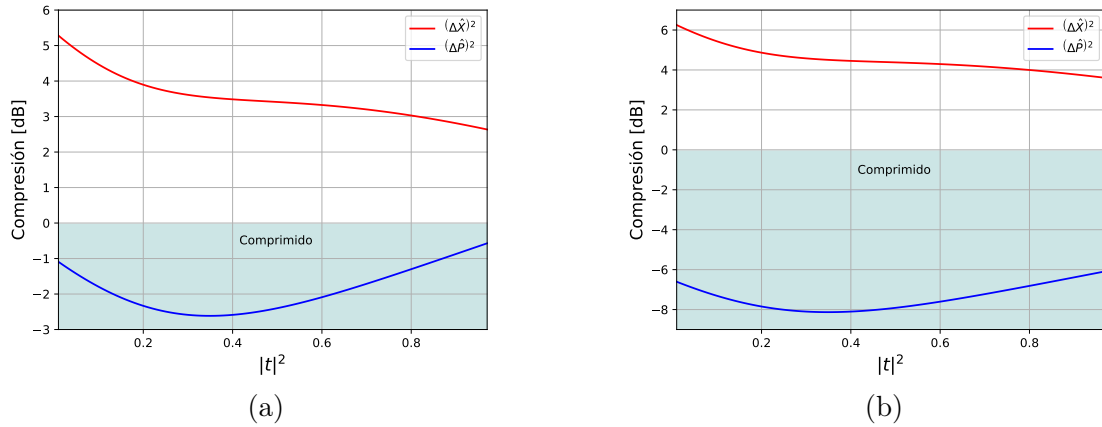


Figura 4.17: Compresión en decibelios para el caso de Estado comprimido + Estado coherente con respecto a las varianzas de las cuadraturas, tanto (a) del vacío como (b) antes de la detección.

Se aprecia una reducción en la varianza de la cuadratura $\hat{P}$, logrando una compresión máxima de $-8,1$ dB en comparación con la variación de las cuadraturas previas a la detección, y una compresión de $-2,6$ dB en relación con la varianza de las cuadraturas del vacío para un valor de $t^2 = 0,36$. Además, en la figura 4.18 se muestra la función de Wigner correspondiente al valor de $t^2 = 0,36$, donde se logró la compresión máxima.

Los estados comprimidos resultan ser de gran interés debido a su capacidad para exhibir una “incertidumbre comprimida”, la cual puede ser explotada para aumentar la sensibilidad de los dispositivos de medición más allá de los límites convencionales impuestos por el ruido cuántico.

Los estados comprimidos de luz pueden ser generados mediante un divisor de haz que induce una linealidad debido a la medición. Un ejemplo concreto de su aplicación práctica es su uso prolongado en la mejora de la sensibilidad de medición del GEO 600, un interferómetro láser diseñado para detectar ondas gravitacionales. Dado este éxito demostrado, se prevé que la luz comprimida tenga un impacto significativo en el emergente campo de la astronomía de ondas gravitacionales [66].

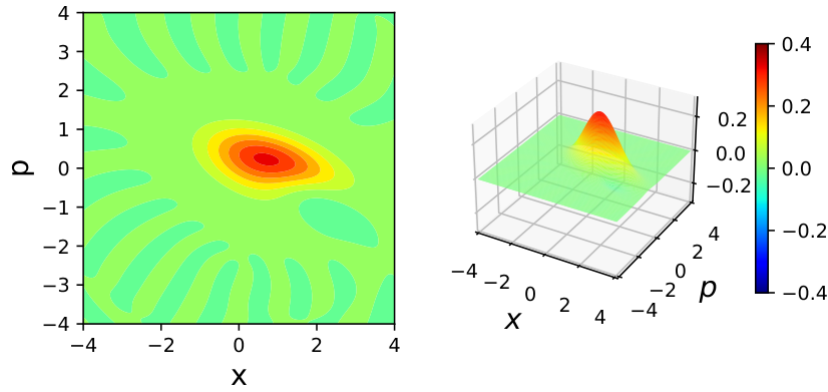


Figura 4.18: Función de Wigner para el caso Estado comprimido + Estado coherente con $t^2 = 0,36$.

Con base en los resultados presentados, se puede inferir que en los casos de Fotón individual + Estado vacío, Fotón individual + Fotón individual, Estado coherente + Estado vacío, Estado coherente + Estado coherente, Estado comprimido + Estado vacío y Estado comprimido + Estado comprimido no se observa una reducción en la varianza de las cuadraturas después de la detección. En contraste, en los casos de Fotón individual + Estado coherente, Fotón individual + Estado comprimido y Estado comprimido + Estado coherente se evidencia una reducción significativa. La máxima compresión se logra en el caso de Estado comprimido + Estado coherente, alcanzando una compresión de $-8,1$ dB en la varianza de la cuadratura $\hat{P}$ en comparación con la varianza previa a la detección, y de $-2,6$ dB en comparación con el vacío, para un valor de $t^2 = 0,36$ después de la acción de detección.

4.3. Dos divisores de haz con detectores y un selector de fase.

En el primer montaje, se abordó exclusivamente el estudio del entrelazamiento, mientras que en el segundo montaje se analizó la varianza de las cuadraturas, introduciendo no linealidades debido a los efectos de medición. Ahora, nos proponemos investigar un caso más general, donde se pueda examinar tanto el entrelazamiento como la varianza de las cuadraturas.

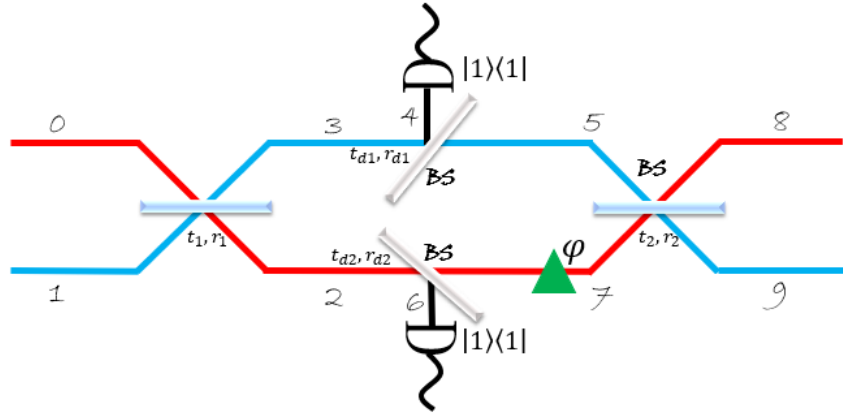


Figura 4.19: Montaje 3 - Dos divisores de haz con detectores y un selector de fase.

En este montaje más amplio, además de modificar los coeficientes de reflexión y transmisión, se procede a variar la fase del estado en uno de los modos. Esta modificación en la fase provoca interferencia, lo cual puede influir en el entrelazamiento y las cuadraturas del estado. Este montaje se ilustra en la figura 4.19, en este, los modos de entrada se establecen como 0 y 1. Se incorpora un primer divisor de haz con coeficientes de reflexión y transmisión r_1 y t_1 , respectivamente. Los modos 4 y 6 actúan como divisores de haz 50 : 50 con detectores, presentando coeficientes de reflexión y transmisión t_{d1} y r_{d1} en el modo 4, y t_{d2} y r_{d2} en el modo 6. El modo 7 se asigna al selector de fase φ . Luego, se introduce un segundo divisor de haz con coeficientes de reflexión y transmisión t_2 y r_2 . Finalmente, los modos 8 y 9 se designan como los modos de salida. Con el objetivo de simplificar el análisis, se considera que $t_1 = t_2 = t$ y $r_1 = r_2 = r$. Adicionalmente, se investiga el entrelazamiento y la varianza de las cuadraturas para todas las combinaciones posibles de entrada, considerando tres fases distintas: $\varphi = 0$, $\varphi = \pi/2$, y $\varphi = \pi$.

Para este caso, la transformación de los operadores en las diferentes etapas del montaje es más complicada que en las simulaciones anteriores. Por lo tanto, se vuelve complicado estudiarlo de manera analítica. En consecuencia, este montaje se simula computacionalmente. Los operadores de transformación en cada etapa de la figura 4.19 se deducen de manera análoga a los operadores de la ecuación (3.41).

$$\hat{a}_0^\dagger = t_1 \hat{a}_2 + r_1 \hat{a}_3^\dagger \quad (4.55)$$

$$\hat{a}_3^\dagger = t_{d1} \hat{a}_5^\dagger + r_{d1} \hat{a}_4^\dagger \quad (4.58)$$

$$\hat{a}_1^\dagger = t_1 \hat{a}_3^\dagger + r_1 \hat{a}_2^\dagger \quad (4.56)$$

$$\hat{a}_5^\dagger = t_2 \hat{a}_9^\dagger + r_2 \hat{a}_8^\dagger \quad (4.59)$$

$$\hat{a}_2^\dagger = t_{d2} \hat{a}_7^\dagger e^{i\varphi} + r_{d2} \hat{a}_6^\dagger \quad (4.57)$$

$$\hat{a}_7^\dagger = t_2 \hat{a}_8^\dagger + r_2 \hat{a}_9^\dagger. \quad (4.60)$$

• Fotón individual + Estado coherente

En la figura 4.20 se muestra el entrelazamiento obtenido para las tres fases distintas consideradas.

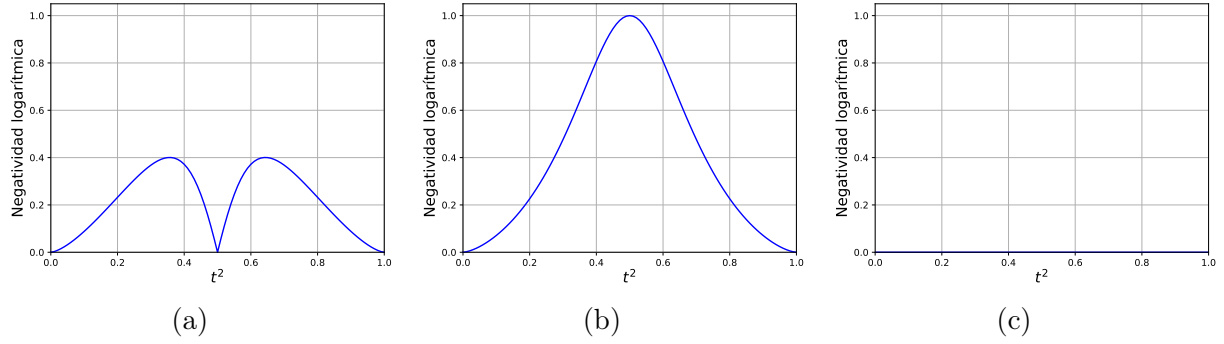


Figura 4.20: Negatividad logarítmica para el caso Fotón individual + Estado coherente con fases (a) $\varphi = 0$, (b) $\varphi = \pi/2$ y (c) $\varphi = \pi$.

Como se puede observar, cuando $\varphi = \pi$, no se produce entrelazamiento para ningún valor de t . Al considerar $\varphi = \pi/2$, se logra un nivel de entrelazamiento $E_N = 1$, que coincide con el obtenido en la figura 4.2 en la simulación 1. Cada divisor de haz de la figura 4.19 introduce un cambio de fase de $\pi/2$, de manera que la diferencia de fase entre los haces de salida es precisamente la introducida por el selector de fase en la etapa 7 del montaje. Si tenemos en cuenta que $\varphi = \pi/2$ representa la misma diferencia de fase que introduce un solo divisor de haz, se explica la obtención del mismo nivel de entrelazamiento que en la simulación 1. Además, cuando $t^2 = 0,5$, la variación de φ desempeña un papel crucial. Para $\varphi = 0$, no se observa entrelazamiento, mientras que para $\varphi = \pi/2$ se alcanza el máximo.

En el montaje de la simulación 2, se evidenció una reducción en la varianza de las cuadraturas en el modo no detectado. Dado que en este montaje hay detectores en ambos modos, podríamos pensar en una posible disminución en la varianza de las cuadraturas en cada modo de salida. La figura 4.21 presenta la varianza de las cuadraturas en el modo de salida 8.

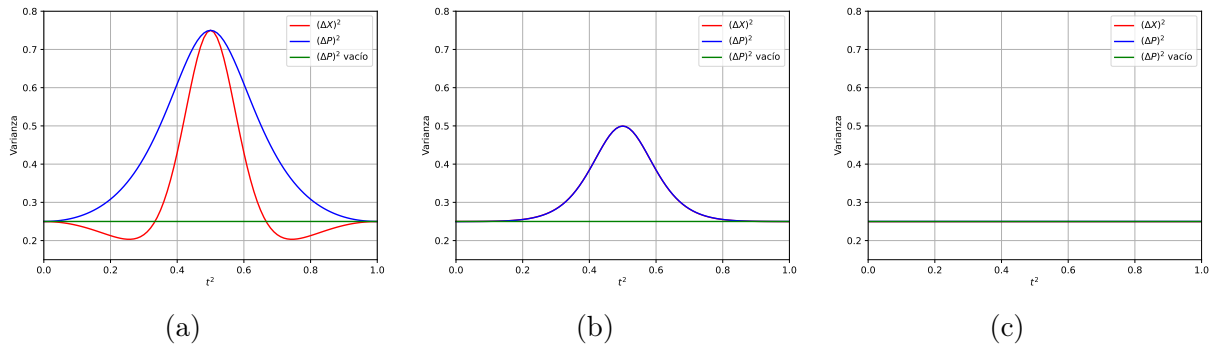


Figura 4.21: Varianza de las cuadraturas en el modo 8 para el caso Fotón individual + Estado coherente con fases (a) $\varphi = 0$, (b) $\varphi = \pi/2$ y (c) $\varphi = \pi$.

Es relevante destacar que cuando el coeficiente t^2 alcanza los valores de 0 y 1, la varianza de las cuadraturas se corresponde con las del vacío en los casos en que φ es igual a 0 y $\pi/2$, respectivamente. Por otro lado, cuando φ toma el valor de π , la varianza de las cuadraturas coincide con las del vacío para cualquier valor de t^2 , tal como se ilustra en la figura 4.21.

Para una comprensión más detallada de estos resultados, es recomendable calcular la compresión en decibelios. Como se puede observar, en el modo 8 se produjo una disminución

en la varianza de la cuadratura $\hat{X}$ cuando $\varphi = 0$. La máxima compresión se logra para $t^2 = 0,24$ y $t^2 = 0,76$, con un valor máximo de compresión de $-0,9$ dB. La representación de la compresión en decibelios se presenta en la figura 4.22.

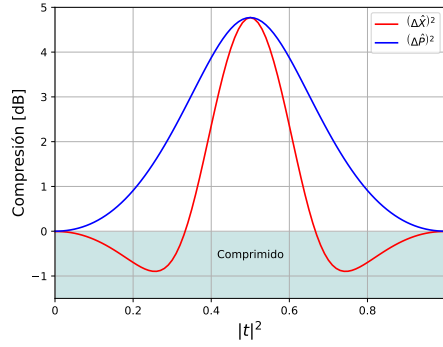


Figura 4.22: Compresión en decibelios en el modo 8 para el caso Fotón individual + Estado coherente para $\varphi = 0$.

De manera análoga, se presenta la varianza de las cuadraturas en el modo 9 en la figura 4.23. A diferencia del modo 8, donde solo se observó una reducción en la varianza de la cuadratura $\hat{X}$ para $\varphi = 0$, en el modo 9 se evidencia una disminución en la varianza de la cuadratura $\hat{P}$ para las fases $\varphi = 0$, $\varphi = \pi/2$, y $\varphi = \pi$.

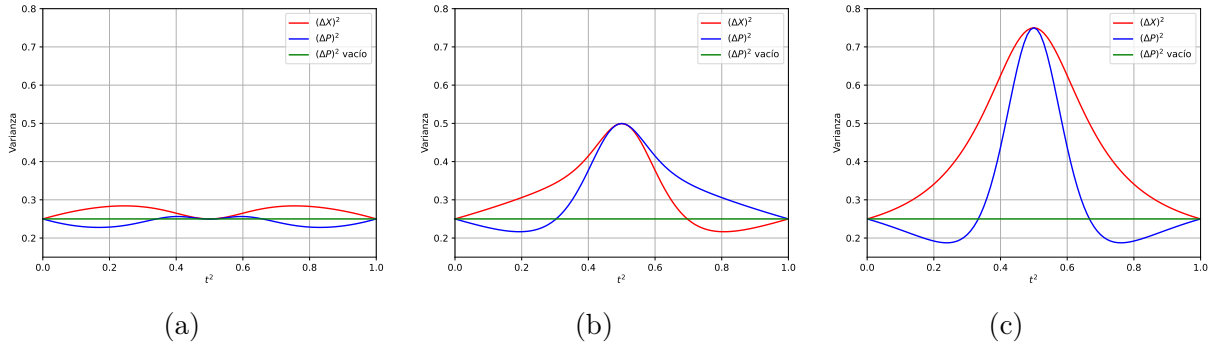


Figura 4.23: Varianza de las cuadraturas en el modo 9 para el caso Fotón individual + Estado coherente con fases (a) $\varphi = 0$, (b) $\varphi = \pi/2$ y (c) $\varphi = \pi$.

La compresión en decibelios en el modo de salida 9 se presentan en la figura 4.24

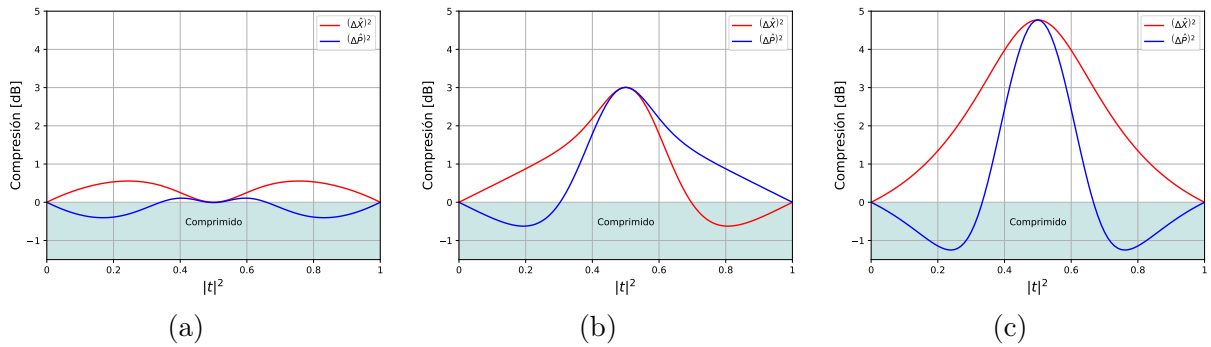


Figura 4.24: Compresión en decibelios en el modo 9 para el caso Fotón individual + Estado coherente con fases (a) $\varphi = 0$, (b) $\varphi = \pi/2$ y (c) $\varphi = \pi$.

Al igual que el modo de salida 8, la varianza de las cuadraturas coincide con la del vacío cuando $t^2 = 0$ y $t^2 = 1$ para los valores de φ igual a 0 , $\pi/2$ y π .

Aunque se logra compresión en los tres casos considerados de φ , esta no es igual en todos los casos. Específicamente, la máxima compresión se logra cuando $\varphi = \pi$, lo que resulta en un valor mínimo para la varianza de la cuadratura $\hat{P}$ de 0,18. Este mínimo se alcanza para los coeficientes $t^2 = 0,25$ y $t^2 = 0,75$.

La figura 4.24 exhibe la compresión en decibelios para cada una de las fases. La máxima compresión alcanza un valor de $-1,25$ dB. Este resultado concuerda con los hallazgos presentados en la simulación del montaje anterior y con el artículo titulado ‘*Generating two-mode squeezing with multimode measurement-induced nonlinearity*’ [1]. La función de Wigner para $\varphi = \pi$ se muestra en la figura 4.25, ilustrando de esta manera la máxima compresión en el espacio de fases.

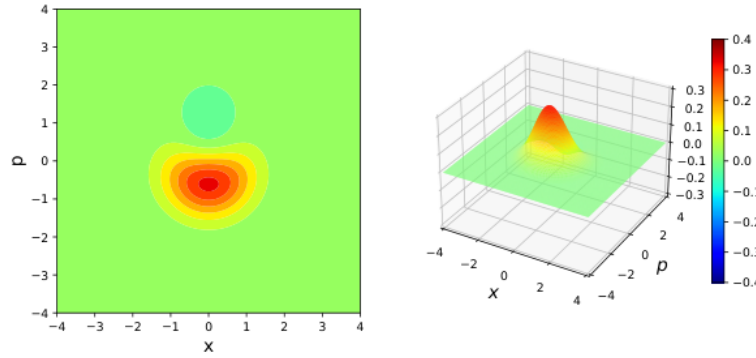


Figura 4.25: Función de Wigner para el caso Fotón individual + Estado coherente para $\varphi = \pi$ en el modo 9 con $t^2 = 0,24$ y $t^2 = 0,76$.

• Estado comprimido + Estado vacío

En este caso, se logra alcanzar entrelazamiento en las fases $\varphi = 0$ y $\varphi = \pi/2$, sin embargo, no se logra obtener entrelazamiento para la fase $\varphi = \pi$. La Figura 4.26 ilustra el entrelazamiento logrado.

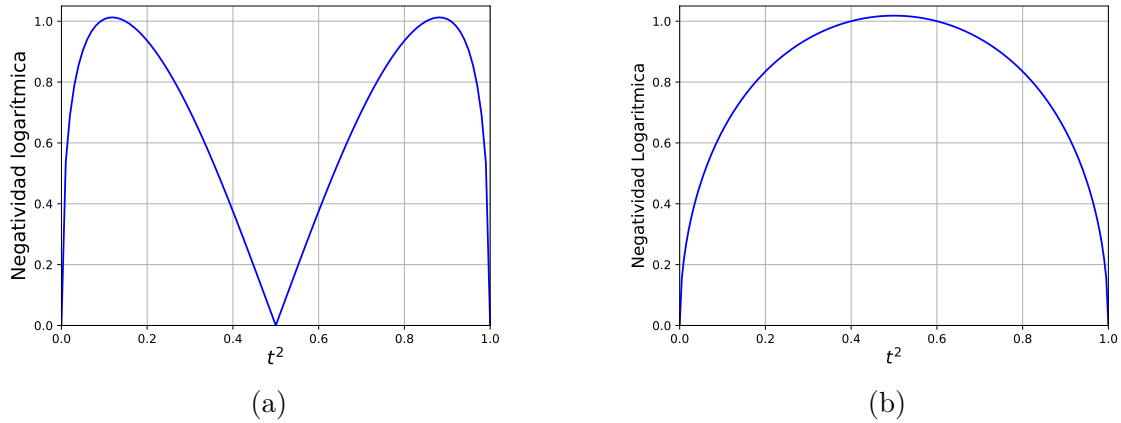


Figura 4.26: Negatividad logarítmica para el caso Estado comprimido + Estado vacío con fases (a) $\varphi = 0$, (b) $\varphi = \pi/2$.

Se alcanza el nivel máximo de entrelazamiento tanto cuando $\varphi = 0$ como cuando $\varphi = \pi/2$. En el caso de $\varphi = 0$, este máximo se logra para los coeficientes $t^2 = 0,08$ y $t^2 = 0,88$, mientras que para $\varphi = \pi/2$ se obtiene para el coeficiente $t^2 = 0,5$. En ambos casos, el entrelazamiento alcanza un valor máximo de $E_N = 1$. En el caso que $\varphi = \pi/2$, se obtiene el mismo nivel de entrelazamiento que el obtenido en la figura 4.4 en la simulación del montaje 1, esto es debido a que la diferencia de fases entre los dos estados de salida es la misma que introduce un solo divisor de haz.

Se evidencia una disminución en la varianza de la cuadratura $\hat{P}$ en el modo 9 cuando $\varphi = \pi/2$, pero tanto cuando $\varphi = 0$ como cuando $\varphi = \pi$, no se registra una disminución en la varianza de las cuadraturas para ningún valor de t . En contraste, en el modo 8 no se aprecia una reducción en la varianza de las cuadraturas para ningún φ . En la figura 4.27 se muestra la varianza de las cuadraturas en el modo 9.

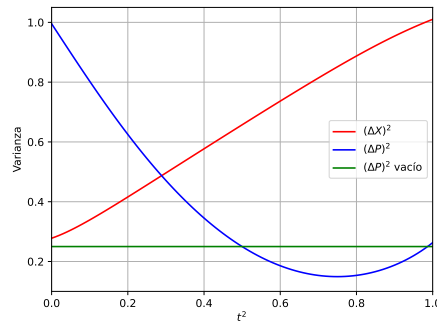


Figura 4.27: Varianza de las cuadraturas en el modo 9 para el caso Estado comprimido + Estado vacío con $\varphi = \pi/2$.

La máxima compresión se alcanza cuando t^2 es igual a 0.73. Es decir, el valor mínimo alcanzado por la varianza de la cuadraturas $\hat{P}$ es 0,15. La figura 4.28 exhibe la compresión en decibelios en comparación con el vacío, así como con el estado antes del detector. De la misma forma que en la sección pasada, cuando el estado de entrada es un estado comprimido, es posible calcular la compresión considerando la varianza de las cuadraturas antes y después de la detección. La máxima compresión con respecto al vacío es de $-2,2$ dB, mientras que la máxima compresión con respecto a la cuadratura $\hat{P}$ antes de la detección es de $-7,3$ dB.

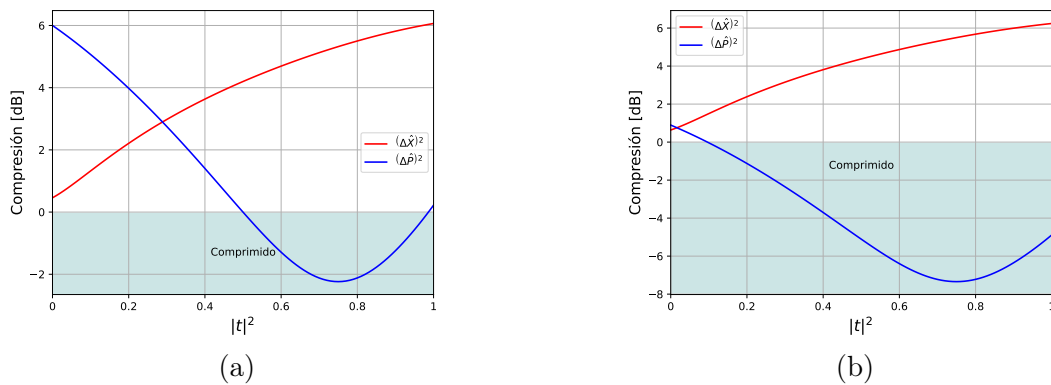


Figura 4.28: Compresión en decibelios para el caso Estado comprimido + Estado vacío con $\varphi = \pi/2$ con respecto a (a) el vacío (b) antes de la detección.

• **Fotón individual + Estado comprimido**

En este caso, no se observa reducción de la varianza en los modos de salida para ningún valor de t ni de φ . En cambio, se logra obtener entrelazamiento para las tres fases distintas consideradas. La figura 4.29 muestra el entrelazamiento obtenido.

El nivel máximo de entrelazamiento se alcanza cuando $\varphi = \pi/2$ con $t^2 = 0,5$, y este valor máximo es $E_N = 1,55$. No obstante, cuando $t^2 = 0,5$, no se observa entrelazamiento para $\varphi = 0$ ni para $\varphi = \pi$. Para $\varphi = 0$, el entrelazamiento máximo es de aproximadamente 1,2, obtenido para $t^2 = 0,08$ y $t^2 = 0,92$. En cambio, para $\varphi = \pi$, el entrelazamiento máximo alcanzado es de 1, logrado para $t^2 = 0,25$ y $t^2 = 0,75$.

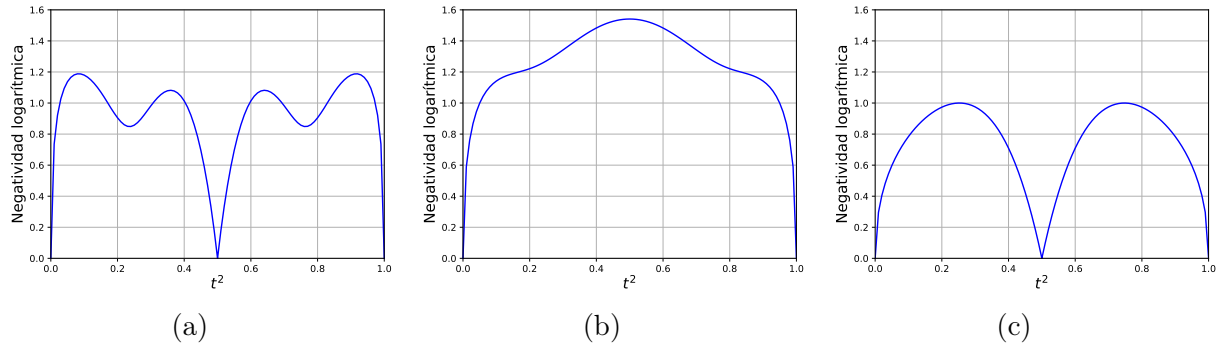


Figura 4.29: Negatividad logarítmica para el caso Estado comprimido + Fotón individual para (a) $\varphi = \pi/2$, (b) $\varphi = \pi/2$ y (c) $\varphi = \pi$.

• **Estado comprimido + Estado comprimido**

La Figura 4.30 presenta el entrelazamiento obtenido para las tres fases distintas consideradas. Se destaca que el entrelazamiento máximo se logra cuando φ es igual a cero, alcanzando un valor de $E_N = 1,6$ tanto en $t^2 = 0,15$ como en $t^2 = 0,85$. Para $\varphi = \pi/2$ y $\varphi = \pi$, el máximo nivel de entrelazamiento obtenido es de aproximadamente $E_N = 1$, y se alcanza para valores de t^2 cercanos a 0,01 y 0,99.

En esta configuración específica, el menor nivel de entrelazamiento se obtiene para $t^2 = 0,5$ en las fases $\varphi = 0$, $\varphi = \pi/2$, y $\varphi = \pi$, coincidiendo en los tres casos con un valor de $E_N = 0,1$.

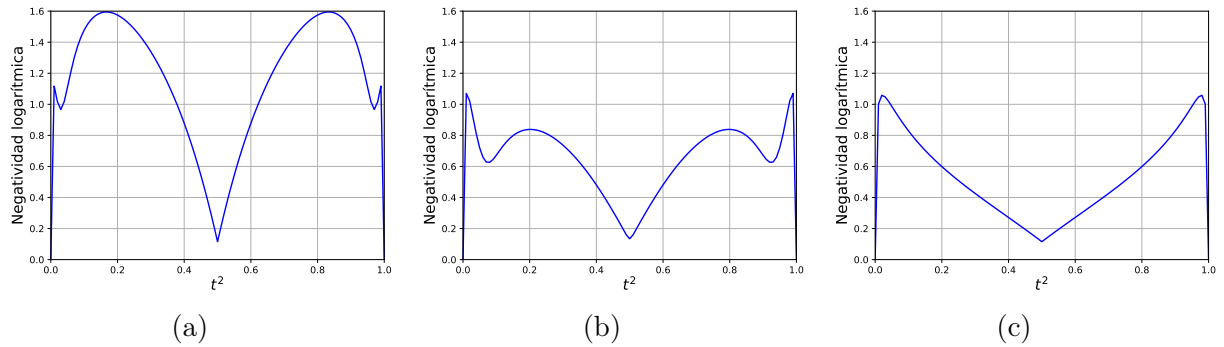


Figura 4.30: Negatividad logarítmica para el caso Estado comprimido + Estado comprimido para (a) $\varphi = 0$, (b) $\varphi = \pi/2$ y (c) $\varphi = \pi$.

Se observó una reducción igual en la varianza de la cuadratura $\hat{P}$ en los modos 8 y 9 cuando $\varphi = 0$. La máxima compresión se logra para $t^2 = 0,5$. El valor mínimo alcanzado por la varianza de la cuadratura $\hat{P}$ es de 0,2. Es decir, la máxima compresión, expresada en decibelios con respecto al vacío y con respecto a antes de la detección, es de $-0,1$ dB y $-6,1$ dB, respectivamente.

La Figura 4.31 presenta la varianza de las cuadraturas en ambos puertos, así como la compresión en decibelios.

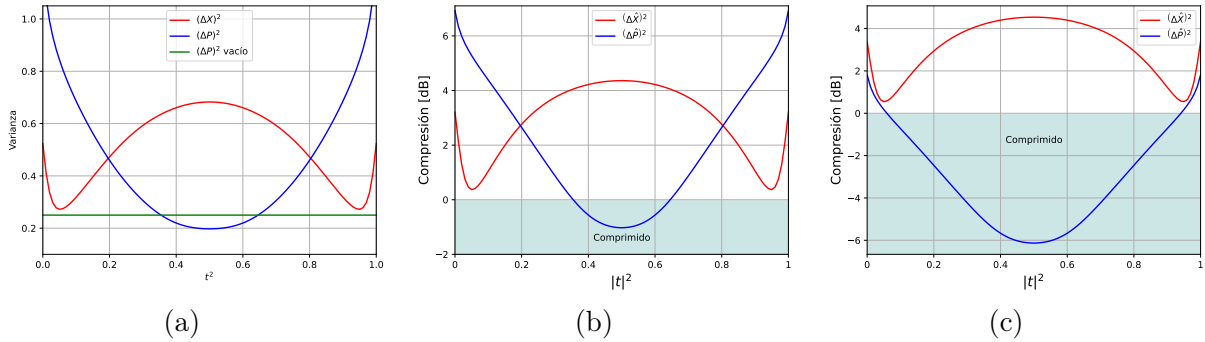


Figura 4.31: (a) varianza de las cuadraturas en los modos 8 y 9, (b) compresión en decibelios con respecto al vacío y con respecto a (c) antes de la detección para el caso Estado comprimido + Estado comprimido para $\varphi = 0$.

Cuando $\varphi = \pi/2$, se logra una reducción en la varianza de la cuadratura $\hat{P}$ en los modos 8 y 9 como se muestra en la figura 4.32. Aunque el valor mínimo de la varianza de la cuadratura es el mismo en ambos modos, se obtiene para diferentes valores de t^2 . En el modo 8, se alcanza cuando $t^2 = 0,28$ y $t^2 = 0,72$, con un valor mínimo de 0,1.

La Figura 4.32 presenta la varianza de las cuadraturas en los dos modos de salida para $\varphi = \pi/2$.

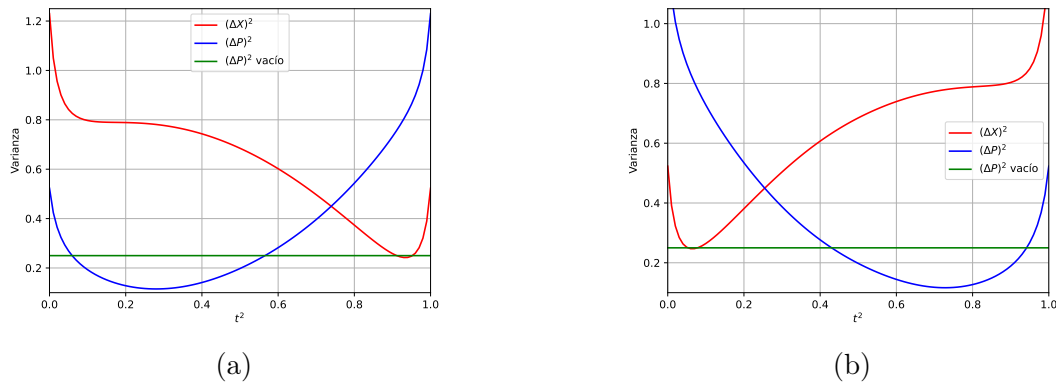


Figura 4.32: (a) varianza de las cuadraturas en los modos (a) 8 y (b) 9 para el caso Estado comprimido + Estado comprimido con $\varphi = \pi/2$.

La representación de la compresión en decibelios con respecto al vacío se muestra en la Figura 4.33, mientras que la compresión en decibelios con respecto a antes de la detección se presenta en la Figura 4.34.

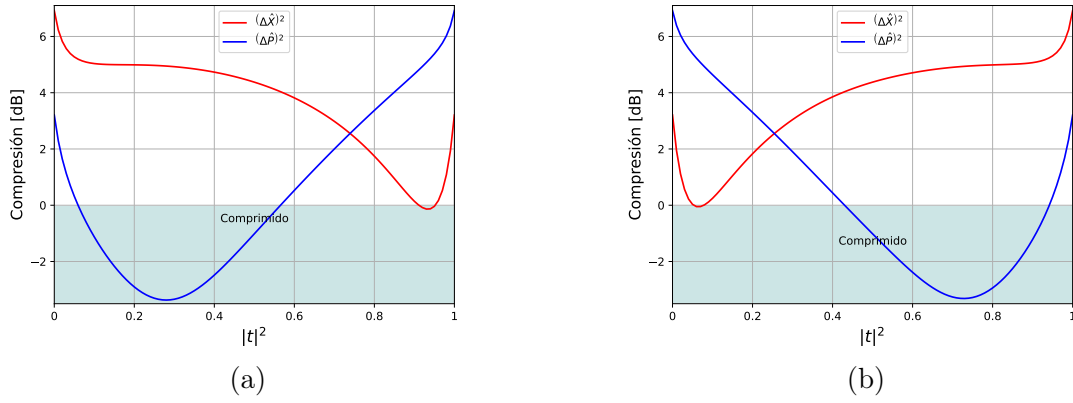


Figura 4.33: Compresión en decibelios con respecto al vacío en los modos (a) 8 y (b) 9 para el caso Estado comprimido + Estado comprimido con $\varphi = \pi/2$.

Como se aprecia en la figura 4.33, la máxima compresión se logra cuando $t^2 = 0,28$ en el puerto 8 y $t^2 = 0,78$ en el puerto 9. La compresión máxima en comparación con el vacío es de -3 , dB, como se ilustra también en la figura 4.33, mientras que la compresión máxima en la cuadratura $\hat{P}$ es de $-8,5$, dB como se evidencia en la figura 4.34.

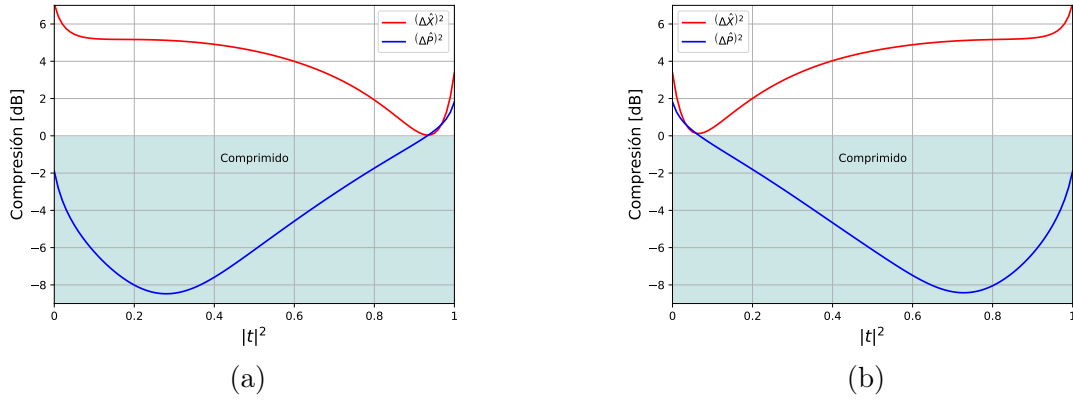


Figura 4.34: Compresión en decibelios con respecto a antes de la detección en los modos (a) 8 y (b) 9 para el caso Estado comprimido + Estado comprimido con $\varphi = \pi/2$.

La función de Wigner, que representa la máxima compresión en el espacio de fases, se muestra en la Figura 4.35.

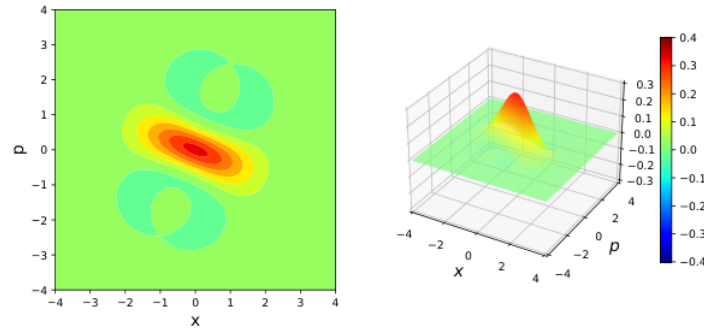


Figura 4.35: Función de Wigner para el caso Estado comprimido + Estado comprimido para $\varphi = 0$ en los modos 8 y 9 con $t^2 = 0,5$.

• Estado comprimido + Estado coherente

Se observó en la simulación del montaje 1 que el estado coherente no aporta al entrelazamiento. En consecuencia, la presencia de entrelazamiento se atribuye únicamente al estado comprimido. Esto implica que el entrelazamiento observado coincide con el obtenido en la configuración de Estado comprimido + Estado vacío, como se ilustra en la figura 4.26.

Se observó una disminución en la varianza de las cuadraturas en los modos 8 y 9. En el modo 8, se evidencia una reducción en la varianza de $\hat{P}$ específicamente cuando $\varphi = 0$. Por otro lado, en el modo 9, se aprecia una disminución en la varianza tanto de $\hat{P}$ como de $\hat{X}$ para valores de φ iguales a $\pi/2$ y π , respectivamente. La figura 4.36 exhibe estas variaciones.

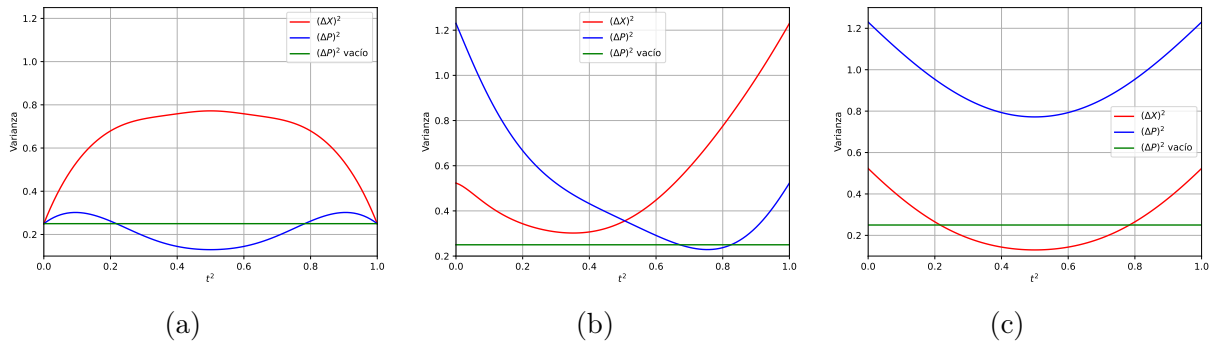


Figura 4.36: Varianza de las cuadraturas en el modo (a) 8 con $\varphi = 0$, (b) 9 con $\varphi = \pi/2$ y (c) 9 con $\varphi = \pi$ para el caso Estado comprimido + Estado coherente.

Como se puede observar, la reducción máxima en la varianza de las cuadraturas se logra cuando $t^2 = 0,5$, tanto para las fases $\varphi = 0$ como para $\varphi = \pi$. Cuando la fase es $\varphi = 0$, la máxima compresión se refleja en la varianza de $\hat{P}$, mientras que en el caso de $\varphi = \pi$, se obtiene en $\hat{X}$. Los niveles de compresión en decibelios, se presentan en la figura 4.37.

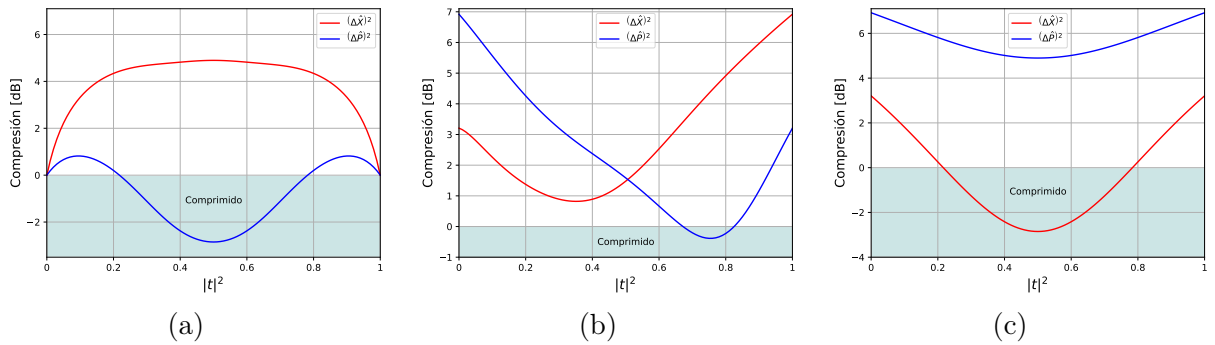


Figura 4.37: Compresión en decibelios en el modo (a) 8 con $\varphi = 0$, (b) 9 con $\varphi = \pi/2$ y (c) 9 con $\varphi = \pi$ para el caso Estado comprimido + Estado coherente.

Como se puede observar, la máxima compresión se logra en el modo 8 cuando $\varphi = 0$, alcanzando una compresión máxima de $-2,85$ dB. La figura 4.38, que muestra la compresión en relación con el estado previo a la detección.

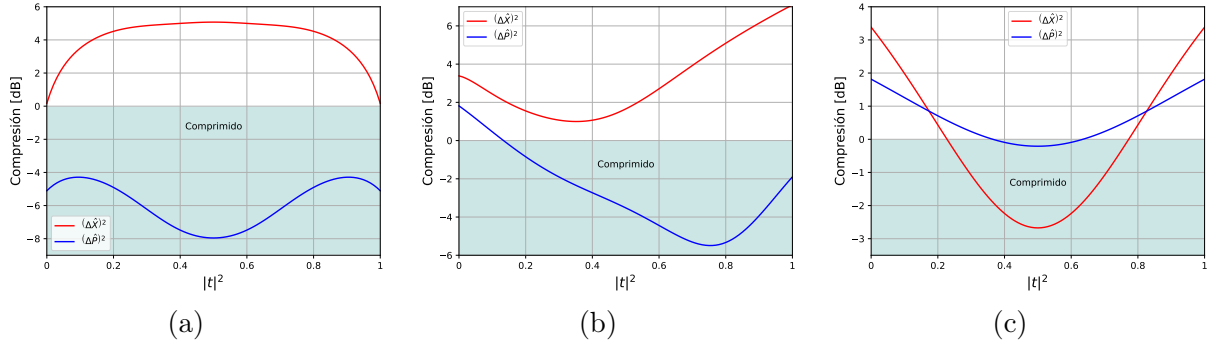


Figura 4.38: Compresión en decibelios con respecto a antes de la detección en el modo (a) 8 con $\varphi = 0$, (b) 9 con $\varphi = \pi/2$ y (c) 9 con $\varphi = \pi$ para el caso Estado comprimido + Estado coherente.

La máxima compresión se alcanza en el puerto 8 con $\varphi = 0$, cuando $t^2 = 0,5$. Esta máxima compresión, en comparación con el estado antes de la detección, se refleja en la cuadratura $\hat{P}$, con una reducción máxima de hasta -8 dB. La figura 4.39 muestra la función de Wigner para la máxima compresión obtenida.

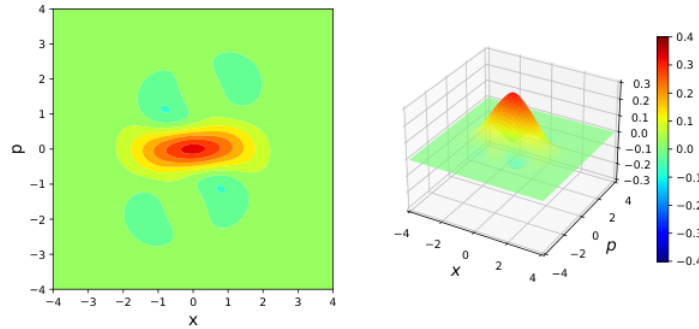


Figura 4.39: Función de Wigner para el caso Estado comprimido + Estado coherente para $\varphi = 0$ en el modo 8 con $t^2 = 0,5$.

A partir de los resultados presentados, podemos analizar los escenarios más propicios tanto para el entrelazamiento como para la reducción de la varianza de las cuadraturas.

En el caso del Fotón individual + Estado coherente, cuando $\varphi = \pi/2$, se logra un nivel de entrelazamiento $E_N = 1$, en concordancia con los resultados del montaje 1. Se observa una disminución en la varianza de la cuadratura $\hat{X}$ en el modo 8 cuando $\varphi = 0$. La máxima compresión se logra para $t^2 = 0,24$ y $t^2 = 0,76$, alcanzando un valor máximo de compresión de $-0,9$ dB. En el modo 9, hubo una disminución en la varianza de $\hat{P}$ para $\varphi = 0$, $\varphi = \pi/2$, y $\varphi = \pi$. La compresión máxima se obtiene para $\varphi = \pi$, con un valor de $-1,25$, lo que coincide con lo obtenido en la simulación 1 y con los resultados de [1].

En el caso del Estado comprimido + Estado vacío, se logra entrelazamiento para $\varphi = 0$ y $\varphi = \pi/2$, ambos casos con entrelazamiento máximo $E_N = 1$. El máximo entrelazamiento se alcanza para $t^2 = 0,08$ y $t^2 = 0,88$ en $\varphi = 0$, y para $t^2 = 0,2$ y $t^2 = 0,8$ en $\varphi = \pi/2$. Hay una disminución en la varianza de la cuadratura $\hat{P}$ en el modo 9 cuando $\varphi = \pi/2$. La máxima compresión se alcanza cuando t^2 es igual a $0,73$. La máxima compresión con respecto al vacío es de $-2,2$ dB, mientras que la máxima compresión con respecto a la

cuadratura $\hat{P}$ antes de la detección es de $-7,3$ dB.

En el caso Fotón individual + Estado comprimido, no se observa reducción de la varianza en los modos de salida para ningún valor de t ni de φ . En cambio, se logra obtener entrelazamiento para las tres fases distintas consideradas. El nivel máximo de entrelazamiento es $E_N = 1,57$ y se alcanza cuando $\varphi = \pi/2$ con $t^2 = 0,5$.

En el caso de Estado comprimido + Estado comprimido, es relevante destacar que el entrelazamiento máximo se logra cuando φ es igual a cero, alcanzando un valor de $E_N = 1,6$ tanto para $t^2 = 0,15$ como para $t^2 = 0,85$. Se observa una reducción igual en la varianza de la cuadratura $\hat{P}$ en los modos 8 y 9 cuando $\varphi = 0$. La máxima compresión se obtiene para $t^2 = 0,5$, expresada en decibelios en comparación con el vacío y antes de la detección, siendo de $-0,1$ dB y $-6,1$ dB, respectivamente. Cuando $\varphi = \pi/2$, se observa una disminución en la varianza de la cuadratura $\hat{P}$ en ambos modos 8 y 9. Aunque el valor mínimo de la varianza de la cuadratura es el mismo en ambos modos, se alcanza para diferentes valores de t^2 . En el modo 8, se alcanza cuando $t^2 = 0,28$ y $t^2 = 0,72$. La compresión máxima obtenida es de -3 dB con respecto al vacío y de $-8,5$ dB con respecto a antes de la detección.

Finalmente, en el caso del Estado comprimido + Estado coherente, se observa una disminución en la varianza de las cuadraturas en los modos 8 y 9. La reducción máxima en la varianza de las cuadraturas se logra cuando $t^2 = 0,5$, tanto para las fases $\varphi = 0$ como para $\varphi = \pi$. Cuando la fase es $\varphi = 0$, la máxima compresión se refleja en la varianza de $\hat{P}$, mientras que en el caso de $\varphi = \pi$, se obtiene en $\hat{X}$. La máxima compresión se presenta en el modo 8 y es $-2,85$ dB con respecto al vacío y -8 dB con respecto al estado antes de la detección. Por lo tanto, el caso más favorable para la obtención de entrelazamiento y la compresión de la varianza de las cuadraturas es el caso del Estado comprimido + Estado comprimido, alcanzando un nivel de entrelazamiento de $E_N = 1,6$ y una compresión respecto al vacío de aproximadamente -3 dB y $-8,5$ dB con respecto a antes de la detección.

5. Conclusiones y Perspectivas

Conclusiones

Se estudió la producción de entrelazamiento cuántico y compresión de estados mediante tres montajes de elementos ópticos lineales diferentes referidos en las figuras 4.1, 4.7 y 4.19. Solo en los últimos dos montajes se induce no linealidad por efecto de la medida (detección de fotones).

En el Montaje 1, se concluye que un estado coherente no contribuye al entrelazamiento. Esto se confirma en los casos de Estado coherente + Estado vacío y Estado coherente + Estado coherente, donde la negatividad logarítmica es claramente cero. Además, se destaca que los casos con Fotón individual + Estado vacío o Estado comprimido + Estado vacío muestran el mismo grado de entrelazamiento que aquellos que involucran estados coherentes, como Fotón individual + Estado coherente o Estado comprimido + Estado coherente. Se alcanza un entrelazamiento máximo de $E_N = 2,1$, lográndose cuando $t^2 = 0,5$ en la configuración Estado comprimido + Estado comprimido. En contraste, no se observa entrelazamiento en ningún caso cuando $t^2 = 0$ o $t^2 = 1$.

En el Montaje 2 se concluye que en los casos de Fotón individual + Estado coherente, Fotón individual + Estado comprimido y Estado comprimido + Estado coherente muestran una reducción en la varianza de las cuadraturas. La máxima compresión se logra en el caso de Estado comprimido + Estado coherente, alcanzando una compresión de $-8,1$ dB en la varianza de la cuadratura $\hat{P}$ con respecto a la varianza antes de la detección y de $-2,6$ dB con respecto al vacío para $t^2 = 0,36$.

En el montaje 3, específicamente en el caso de Estado comprimido + Estado comprimido, se destaca que el entrelazamiento máximo se logra cuando $\varphi = 0$, alcanzando $E_N = 1,6$ tanto en $t^2 = 0,15$ como en $t^2 = 0,85$. Cuando $\varphi = \pi/2$, se logra una reducción en la varianza de la cuadratura $\hat{P}$ en los modos 8 y 9. Aunque el valor mínimo de la varianza de la cuadratura es el mismo en ambos modos, se obtiene para diferentes valores de t^2 . En el modo 8, se alcanza cuando $t^2 = 0,28$ y en el modo 9, se alcanza cuando $t^2 = 0,72$, con una compresión máxima de -3 dB respecto al vacío y de $-8,5$ dB antes de la detección.

En resumen, si se busca maximizar el entrelazamiento, la mejor opción es el Montaje 1 con un solo divisor de haz 50 : 50 y estados comprimidos en los dos modos de entrada. Para reducir la varianza de las cuadraturas, la opción más efectiva es el Montaje 3 con estados comprimidos como entradas.

Finalmente, es relevante resaltar los resultados originales de este trabajo. En la primera simulación, mientras [21] calculó el entrelazamiento para todas las configuraciones posibles, excepto para el caso de Estado comprimido + Estado comprimido, nosotros abordamos este caso específico y observamos que representa el escenario con el mayor entrelazamiento obtenido (figura 4.5). En el segundo montaje, tanto [21] como [2] examinaron la compresión de cuadraturas y la compresión en decibelios, respectivamente, únicamente para el caso de Fotón individual + Estado coherente. En contraste, nosotros hemos extendido este análisis a todas las configuraciones posibles, generando así figuras originales, desde la 4.13 hasta la 4.18. Por último, en la tercera simulación, todos los resultados son originales, a excepción de la Figura 4.20, que fue previamente presentada en [21]. Por lo tanto, los resultados presentados desde la figura 4.21 hasta la Figura 4.39 son contribuciones propias de este trabajo. Además, se contribuye con el código de las simulaciones, que incluye tanto los casos considerados en trabajos previos como aquellos que no fueron abordados en investigaciones anteriores.

Algunos de los resultados de esta investigación se presentaron en el evento “Nano & Quantum Workshop” realizado en Cali, organizado por el Centro de Bioinformática y Fotónica (CIBioFi) de la Universidad del Valle y la Universidad de Oslo. Además, también se compartieron en el evento “Día del Físico” organizado en la Universidad de Pamplona.

Perspectivas

A lo largo de este trabajo, nos hemos enfocado en el estudio del entrelazamiento y la varianza de las cuadraturas en tres configuraciones diferentes. Sin embargo, es importante destacar que hasta ahora, nuestros análisis han simplificado el sistema al considerar la ausencia de pérdidas. Además, en el caso de los estados comprimidos y estados coherentes, hemos mantenido fijos el parámetro de compresión y la amplitud de coherencia, respectivamente.

En configuraciones experimentales reales, las pérdidas son un desafío significativo. Se sugiere abordar este problema mediante simulaciones que reflejen de manera efectiva las pérdidas en el sistema. En este contexto, resulta crucial ampliar nuestra investigación introduciendo pérdidas al sistema para obtener un enfoque más realista. Es decir, considerar condiciones donde los coeficientes de transmisión y reflexión no sean idénticos, es decir, $r \neq r'$ y $t \neq t'$. Para el montaje 3, específicamente, explorar a fondo las posibilidades que ofrecen los divisores de haz no idénticos podría arrojar resultados valiosos. Aquí, proponemos investigar cómo cambia el entrelazamiento y la varianza de las cuadraturas al utilizar divisores de haz con $t_1 \neq t_2$ y $r_1 \neq r_2$, y además, variar las fases φ .

Adicionalmente, se plantea la posibilidad de extender el análisis a través de un rango de valores para los parámetros de amplitud de coherencia (α) y compresión (ξ). Este enfoque tiene como objetivo la posible maximización tanto el entrelazamiento como la compresión de la varianza de las cuadraturas.

En relación al entrelazamiento en el montaje 3, explorar el sistema cuando hay más de dos divisores de haz podría aportar comprensión sobre cómo esto afecta al entrelazamiento. Aunque se ha observado previamente que para dos divisores de haz no se obtiene un entrelazamiento mayor que con uno solo, no se puede asumir una regla general de que más divisores de haz resulten en menos entrelazamiento. Explorar estos aspectos aportaría valiosa información a nuestro entendimiento de sistemas cuánticos con pérdidas.

Índice de figuras

2.1. Niveles de energía de un oscilador armónico de frecuencia ω [20].	4
2.2. Representación cuántica incorrecta de un divisor de haz.	7
2.3. Representación correcta mecánica cuántica de un divisor de haz.	8
2.4. Distribuciones de probabilidad del número de fotones para el estado coherente con $\bar{n} = 2$ [20].	10
2.5. Distribuciones de probabilidad del número de fotones para el estado coherente con $\bar{n} = 10$ [20].	10
2.6. Valor esperado del campo eléctrico en función del tiempo para una posición fija, mostrando las fluctuaciones cuánticas. Las fluctuaciones del campo son iguales en todo momento, de manera que el campo es tan cercano a un campo clásico como es posible para cualquier estado cuántico [20].	10
2.7. Una elipse de error para un estado de vacío comprimido, donde la compresión se encuentra en la cuadratura $\hat{X}_1$ [20].	16
2.8. Una elipse de error para un estado de vacío comprimido, donde la compresión se encuentra en la cuadratura $\hat{X}_2$ [20].	16
2.9. Función de Wigner del estado vacío.	18
2.10. Función de Wigner de un fotón individual.	18
2.11. Función de Wigner de un estado coherente.	18
2.12. Función de Wigner de un estado comprimido.	18
4.1. Montaje 1 - Un divisor de haz.	32
4.2. Entrelazamiento para el caso: Fotón individual + Estado vacío obtenido de manera (a) analítica y (b) computacional.	34
4.3. Entrelazamiento para el caso: Fotón individual + Fotón individual obtenido de manera (a) computacional y (b) analítica.	36
4.4. Entrelazamiento para el caso: Estado comprimido + Estado vacío obtenido de manera (a) computacional y (b) analítica.	40
4.5. Entrelazamiento para el caso: Estado comprimido + Estado comprimido.	42
4.6. Entrelazamiento para el caso: Fotón individual + Estado comprimido.	43
4.7. Montaje 2 - Un divisor de haz con un detector.	46
4.8. Varianza de las cuadraturas para el caso Fotón individual + Estado coherente.	47
4.9. Compresión en decibelios para el caso Fotón individual + Estado coherente.	48
4.10. Rango de parámetros que generan compresión.	49
4.11. Función de Wigner en el modo de salida 3 del divisor de haz para el caso de Fotón individual + Estado coherente la cual se obtuvo de manera (a) computacional mediante nuestra simulación y de manera (b) analítica en el artículo ‘ <i>Quantum Interference between a Single-Photon Fock State and a Coherent State</i> ’ de Windhager et al. [3].	50

4.12. Función de Wigner en el modo 3 para el caso Fotón individual + Estado coherente con $ r ^2 = 0,33$.	51
4.13. (a) varianza de las cuadraturas y (b) la compresión en decibelios para el caso Fotón individual + Estado comprimido.	51
4.14. Compresión en decibelios con respecto a la varianza de las cuadraturas antes de la detección para el caso Fotón individual + Estado comprimido.	52
4.15. Función de Wigner en el modo 3 para el caso Fotón individual + Estado comprimido con $t^2 = 0,09$.	52
4.16. Varianza de las cuadraturas para el caso Estado comprimido + Estado coherente.	53
4.17. Compresión en decibelios para el caso de Estado comprimido + Estado coherente con respecto a las varianzas de las cuadraturas, tanto (a) del vacío como (b) antes de la detección.	53
4.18. Función de Wigner para el caso Estado comprimido + Estado coherente con $t^2 = 0,36$.	54
4.19. Montaje 3 - Dos divisores de haz con detectores y un selector de fase.	55
4.20. Negatividad logarítmica para el caso Fotón individual + Estado coherente con fases (a) $\varphi = 0$, (b) $\varphi = \pi/2$ y (c) $\varphi = \pi$.	56
4.21. Varianza de las cuadraturas en el modo 8 para el caso Fotón individual + Estado coherente con fases (a) $\varphi = 0$, (b) $\varphi = \pi/2$ y (c) $\varphi = \pi$.	56
4.22. Compresión en decibelios en el modo 8 para el caso Fotón individual + Estado coherente para $\varphi = 0$.	57
4.23. Varianza de las cuadraturas en el modo 9 para el caso Fotón individual + Estado coherente con fases (a) $\varphi = 0$, (b) $\varphi = \pi/2$ y (c) $\varphi = \pi$.	57
4.24. Compresión en decibelios en el modo 9 para el caso Fotón individual + Estado coherente con fases (a) $\varphi = 0$, (b) $\varphi = \pi/2$ y (c) $\varphi = \pi$.	57
4.25. Función de Wigner para el caso Fotón individual + Estado coherente para $\varphi = \pi$ en el modo 9 con $t^2 = 0,24$ y $t^2 = 0,76$.	58
4.26. Negatividad logarítmica para el caso Estado comprimido + Estado vacío con fases (a) $\varphi = 0$, (b) $\varphi = \pi/2$.	58
4.27. Varianza de las cuadraturas en el modo 9 para el caso Estado comprimido + Estado vacío con $\varphi = \pi/2$.	59
4.28. Compresión en decibelios para el caso Estado comprimido + Estado vacío con $\varphi = \pi/2$ con respecto a (a) el vacío (b) antes de la detección.	59
4.29. Negatividad logarítmica para el caso Estado comprimido + Fotón individual para (a) $\varphi = \pi/2$, (b) $\varphi = \pi/2$ y (c) $\varphi = \pi$.	60
4.30. Negatividad logarítmica para el caso Estado comprimido + Estado comprimido para (a) $\varphi = 0$, (b) $\varphi = \pi/2$ y (c) $\varphi = \pi$.	60
4.31. (a) varianza de las cuadraturas en los modos 8 y 9, (b) compresión en decibelios con respecto al vacío y con respecto a (c) antes de la detección para el caso Estado comprimido + Estado comprimido para $\varphi = 0$.	61
4.32. (a) varianza de las cuadraturas en los modos (a) 8 y (b) 9 para el caso Estado comprimido + Estado comprimido con $\varphi = \pi/2$.	61
4.33. Compresión en decibelios con respecto al vacío en los modos (a) 8 y (b) 9 para el caso Estado comprimido + Estado comprimido con $\varphi = \pi/2$.	62
4.34. Compresión en decibelios con respecto a antes de la detección en los modos (a) 8 y (b) 9 para el caso Estado comprimido + Estado comprimido con $\varphi = \pi/2$.	62

4.35. Función de Wigner para el caso Estado comprimido + Estado comprimido para $\varphi = 0$ en los modos 8 y 9 con $t^2 = 0,5$	62
4.36. Varianza de las cuadraturas en el modo (a) 8 con $\varphi = 0$, (b) 9 con $\varphi = \pi/2$ y (c) 9 con $\varphi = \pi$ para el caso Estado comprimido + Estado coherente. . .	63
4.37. Compresión en decibelios en el modo (a) 8 con $\varphi = 0$, (b) 9 con $\varphi = \pi/2$ y (c) 9 con $\varphi = \pi$ para el caso Estado comprimido + Estado coherente. . .	63
4.38. Compresión en decibelios con respecto a antes de la detección en el modo (a) 8 con $\varphi = 0$, (b) 9 con $\varphi = \pi/2$ y (c) 9 con $\varphi = \pi$ para el caso Estado comprimido + Estado coherente.	64
4.39. Función de Wigner para el caso Estado comprimido + Estado coherente para $\varphi = 0$ en el modo 8 con $t^2 = 0,5$	64

Índice de tablas

3.1. Combinaciones de estados parciales y estado global [30].	25
3.2. Correlación de estados en diferentes combinaciones [30].	26
4.1. Resultados para diferentes combinaciones de estados.	44

Apéndice A. Apéndice A

Listing A.1: Código en Python para la simulación del montaje 1.

```
1  # Importamos librerias
2  import matplotlib.pyplot as plt
3  import numpy as np
4  import os
5  from qutip import *
6  from mpl_toolkits.mplot3d import Axes3D
7  from matplotlib import cm
8  from pylab import *
9
10 # Definimos los parametros
11 N = 20 # Dimensiones del espacio de Hilbert
12 a = destroy(N) # Operador aniquilacion
13 alpha = 1 # Amplitud de coherencia (Estados coherentes)
14 xi = 0.5-0.5j # Parametro de compresion (Estados comprimidos)
15
16 # Definimos las posibles entradas y creamos carpetas
17 posicion = {"estado_pc": 0, "estado_ps": 1, "estado_cs": 2, "
    estado_p": 3, "estado_s": 4, "estado_c": 5, "estado_pp": 6, "
    estado_cc": 7, "estado_ss": 8}
18
19 estado_entrada = "estado_p" #Escogemos el estado de entrada
20 posicion = posicion.get(estado_entrada)
21
22 carpeta = ['./Simulacion1/Foton+Coherente', './Simulacion1/Foton+
    Comprimido', './Simulacion1/Coherente+Comprimido', './
    Simulacion1/Foton+Vacio', './Simulacion1/Comprimido+Vacio', './
    Simulacion1/Coherente+Vacio', './Simulacion1/Foton+Foton', './
    Simulacion1/Coherente+Coherente', './Simulacion1/Comprimido+
    Comprimido']
23
24 try:
25     os.makedirs(carpeta[posicion])
26 except OSError:
27     if not os.path.isdir(carpeta[posicion]):
28         raise
29
30 # Definimos los estados de entrada en los puertos del BS
31 estados = []
32
```

```

33 for T in np.linspace(0, 100, 201):
34     t = np.sqrt(T/100.0)
35     r = - np.sqrt((100 - T)/100.0) * 1j
36
37     a0_dag = tensor(t * a.dag(), qeye(N)) + tensor(qeye(N), r * a.
38         dag()) #a_0 daga
39
40     a1_dag = tensor(r * a.dag(), qeye(N)) + tensor(qeye(N), t * a.
41         dag()) #a_1 daga
42
43     # Estados de entrada:
44     # Foton + Estado coherente
45     if estado_entrada == "estado_pc":
46         estado = Qobj(alpha * a1_dag - conj(alpha) * a1_dag.dag()).
47             expm() * a0_dag * (tensor(fock(N, 0), fock(N, 0)))
48         titulo = "Foton + Coherente"
49
50     # Foton + Estado comprimido
51     elif estado_entrada == "estado_ps":
52         estado = Qobj(0.5 * (conj(xi) * a0_dag.dag() * a0_dag.dag()
53             - xi * a0_dag * a0_dag)).expm() * a1_dag * (tensor(fock
54             (N, 0), fock(N, 0)))
55         titulo = "Foton + Comprimido"
56
57     # Estado coherente + Estado comprimido
58     elif estado_entrada == "estado_cs":
59         estado = Qobj(alpha * a1_dag - conj(alpha) * a1_dag.dag()).
60             expm() * Qobj(0.5 * (conj(xi) * a0_dag.dag() * a0_dag.
61                 dag() - xi * a0_dag * a0_dag)).expm() * (tensor(fock(N,
62                 0), fock(N, 0)))
63         titulo = "Coherente + Comprimido"
64
65     # Foton
66     elif estado_entrada == "estado_p":
67         estado = a0_dag * (tensor(fock(N, 0), fock(N, 0)))
68         titulo = "Foton + Vacio"
69
70     # Estado comprimido
71     elif estado_entrada == "estado_s":
72         estado = Qobj(0.5 * (conj(xi) * a0_dag.dag() * a0_dag.dag()
73             - xi * a0_dag * a0_dag)).expm() * (tensor(fock(N, 0),
74                 fock(N, 0)))
75         titulo = "Comprimido + Vacio"
76
77     # Estado coherente
78     elif estado_entrada == "estado_c":
79         estado = Qobj(alpha * a1_dag - conj(alpha) * a1_dag.dag()).
80             expm() * (tensor(fock(N, 0), fock(N, 0)))
81         titulo = "Coherente + Vacio"
82
83     # Foton + Foton
84     elif estado_entrada == "estado_pp":

```

```

73         estado = a1_dag * a0_dag * (tensor(fock(N, 0), fock(N,0)))
74         titulo = "Foton + Foton"
75
76         # Estado coherente + Estado coherente
77         elif estado_entrada == "estado_cc":
78             estado = Qobj(alpha * a1_dag - conj(alpha) * a1_dag.dag()).
79                 expm() * Qobj(alpha * a0_dag - conj(alpha) * a0_dag.dag
80                 ()).expm() * (tensor(fock(N, 0), fock(N, 0)))
81             titulo = "Coherente + Coherente"
82
83         # Estado comprimido + Estado comprimido
84         elif estado_entrada == "estado_ss":
85             estado = Qobj(0.5 * (conj(xi) * a0_dag.dag() * a0_dag.dag()
86                 -xi * a0_dag * a0_dag)).expm() *Qobj(0.5 * (conj(xi) *
87                 a1_dag.dag() * a1_dag.dag() -xi * a1_dag * a1_dag)).expm
88                 () * (tensor(fock(N, 0), fock(N, 0)))
89             titulo = "Comprimido + Comprimido"
90
91         estados.append(estado)
92
93         # Entrelazamiento
94         E = []
95         for i in range(0, 201):
96             rho_T = partial_transpose(ket2dm(estados[i]), [1, 0])
97             E = np.append(E, np.log2((rho_T.dag() * rho_T).sqrtm().tr()))
98
99         t = np.arange(0, 1.005, 0.005)
100         plot(t, E, color = "blue" )
101
102         plt.xlim(0, 1)
103         plt.ylim(0, 2.1)
104         plt.xlabel('$t^2$', fontsize=15)
105         plt.ylabel('Negatividad Logaritmica', fontsize=14)
106         plt.grid()
107         #plt.title(f" {titulo}", fontsize=14)
108         savefig(carpeta[posicion] + "/Negatividad " + titulo + ".pdf")
109         #close()

```

Apéndice B. Apéndice B

Listing B.1: Código de Python para la simulación del montaje 2.

```
1  # Importamos librerias
2  import matplotlib.pyplot as plt
3  import numpy as np
4  import os
5  from qutip import *
6  from mpl_toolkits.mplot3d import Axes3D
7  from matplotlib import cm
8  from pylab import *
9  import matplotlib.patches as patches
10
11  N = 20 # Dimensiones del espacio de Hilbert
12  a = destroy(N) # Operador aniquilacion
13  alpha = 1 # Amplitud de coherencia (Estados coherentes)
14  xi = 0.5-0.5j # Parametro de compresion (Estados comprimidos)
15
16  posicion = {"estado_pc": 0, "estado_ps": 1, "estado_cs": 2, "
17             estado_p": 3, "estado_s": 4, "estado_c": 5, "estado_pp": 6, "
18             estado_cc": 7, "estado_ss": 8}
19
20  # Aca se deciden las dos posibles entradas
21  estado_entrada = "estado_pc"
22
23  posicion = posicion.get(estado_entrada)
24
25  carpeta = ['./Simulacion2/Foton+Coherente', './Simulacion2/Foton+
26             Comprimido', './Simulacion2/Coherente+Comprimido', './
27             Simulacion2/Foton+Vacio', './Simulacion2/Comprimido+Vacio', './
28             Simulacion2/Coherente+Vacio', './Simulacion2/Foton+Foton', './
29             Simulacion2/Coherente+Coherente', './Simulacion2/Comprimido+
30             Comprimido']
31
32  try:
33      os.makedirs(carpeta[posicion])
34  except OSError:
35      if not os.path.isdir(carpeta[posicion]):
36          raise
37
38  # Definimos los estados de entrada en los puertos del BS
39  if estado_entrada == "estado_pc":
```

```

33     detector = tensor(fock_dm(N, 2), qeye(N)) #Creamos el detector
        (|2><2|)
34 else:
35     detector = tensor(fock_dm(N, 1), qeye(N)) #Creamos el detector
        (|1><1|)
36
37 estados = [] # Se almacenaran los estados para los diferentes t
38
39 for T in np.linspace(1,99,98):
40     t = np.sqrt(T/100) # Coeficinete de transmision
41     r = - np.sqrt((100- T)/100.0) * 1j # Coeficinete de reflexion
42
43     a0_dag = tensor(t * a.dag(), qeye(N)) + tensor(qeye(N), r * a.
        dag()) #a_0 daga
44     a1_dag = tensor(r * a.dag(), qeye(N)) + tensor(qeye(N), t * a.
        dag()) #a_1 daga
45
46     # Estados despues del divisor de haz
47     # Foton + Estado coherente
48     if estado_entrada == "estado_pc":
49         estado = Qobj(alpha * a1_dag - conj(alpha) * a1_dag.dag()).
            expm() * a0_dag *(tensor(fock(N, 0), fock(N, 0)))
50         titulo = "Foton + Coherente"
51
52     # Foton + Estado comprimido
53     elif estado_entrada == "estado_ps":
54         estado = Qobj(0.5 * (conj(xi) * a0_dag.dag() * a0_dag.dag()
            - xi * a0_dag * a0_dag)).expm() * a1_dag * (tensor(fock
            (N, 0), fock(N, 0)))
55         titulo = "Foton + Comprimido"
56
57     # Estado coherente + Estado comprimido
58     elif estado_entrada == "estado_cs":
59         estado = Qobj(alpha * a1_dag - conj(alpha) * a1_dag.dag()).
            expm() * Qobj(0.5 * (conj(xi) * a0_dag.dag() * a0_dag.
            dag() - xi * a0_dag * a0_dag)).expm() *(tensor(fock(N,
            0), fock(N, 0)))
60         titulo = "Coherente + Comprimido"
61
62     # Foton
63     elif estado_entrada == "estado_p":
64         estado = a0_dag * (tensor(fock(N, 0), fock(N, 0)))
65         titulo = "Foton + Vacio"
66
67     # Estado comprimido
68     elif estado_entrada == "estado_s":
69         estado = Qobj(0.5 * (conj(xi) * a0_dag.dag() * a0_dag.dag()
            -xi * a0_dag * a0_dag)).expm() * (tensor(fock(N, 0),
            fock(N, 0)))
70         titulo = "Comprimido + Vacio"
71

```

```

72     # Estado coherente
73     elif estado_entrada == "estado_c":
74         estado = Qobj(alpha * a1_dag - conj(alpha) * a1_dag.dag()).
75             expm() * (tensor(fock(N, 0), fock(N, 0)))
76         titulo = "Coherente + Vacio"
77
78     # Foton + Foton
79     elif estado_entrada == "estado_pp":
80         estado = a1_dag * a0_dag * (tensor(fock(N, 0), fock(N,0)))
81         titulo = "Foton + Foton"
82
83     # Estado coherente + Estado coherente
84     elif estado_entrada == "estado_cc":
85         estado = Qobj(alpha * a1_dag - conj(alpha) * a1_dag.dag()).
86             expm() * Qobj(alpha * a0_dag - conj(alpha) * a0_dag.dag
87             ()).expm() * (tensor(fock(N, 0), fock(N, 0)))
88         titulo = "Coherente + Coherente"
89
90     # Estado comprimido + Estado comprimido
91     elif estado_entrada == "estado_ss":
92         estado = Qobj(0.5 * (conj(xi) * a0_dag.dag() * a0_dag.dag()
93             -xi * a0_dag * a0_dag)).expm() * Qobj(0.5 * (conj(xi) *
94             a1_dag.dag() * a1_dag.dag() -xi * a1_dag * a1_dag)).expm
95             () * (tensor(fock(N, 0), fock(N, 0)))
96         titulo = "Comprimido + Comprimido"
97
98     estado = detector*estado #Aplicamos el detector al estado
99     estados.append(estado) #Agregamos cada uno de los estados a
100     la lista estados
101
102 # Funcion de Wigner
103 # Esta funcion grafica la funcion de wigner despues del divisor de
104 haz
105 xvec = np.linspace(-4, 4, 300)
106 def plot_wigner(estado, W, xvec, titulo, t, directorio):
107     X, Y = np.meshgrid(xvec, xvec)
108
109     fig = plt.figure()
110     plt.subplot(1, 2, 1, aspect = 'equal')
111     f_wigner = plt.contourf(xvec, xvec, W, cmap="jet", vmin=-0.4,
112         vmax=0.4)
113     plt.xlabel("x", fontsize="15")
114     plt.ylabel("p", fontsize="15")
115     #plt.title(f"{titulo} con $t^2$ = {t}")
116
117     ax = fig.add_subplot(122, projection = '3d', aspect = 'equal')
118     con_3D = ax.plot_surface(X, Y, W, rstride=2, cstride=2, lw=0.1,
119         cmap="jet", vmin=-0.4, vmax=0.4)
120     ax.set_xlabel("$x$", fontsize=15)
121     ax.set_ylabel("$p$", fontsize=15)
122     ax.set_xlim3d(-4,4)

```

```

113     ax.set_ylim3d(-4,4)
114     ax.set_zlim3d(-0.3, 0.3)
115     fig.colorbar(con_3D, fraction=0.04, pad=0.15)
116     plt.savefig(carpeta[posicion] + "/" + f"Funcion de Wigner para
        {titulo} con t = {t}.pdf")
117     #close()
118
119     # Varianza de las cuadraturas (Modo detectado)
120     x2 = []
121     p2 = []
122     x2p2 = []
123     x = (a + a.dag())/2
124     p = -1j * (a - a.dag())/2
125
126     for i in range(0, 98):
127         x2 = np.append(x2, variance(x, estados[i].ptrace(0) / estados[i]
        ].ptrace(0).norm()))
128         p2 = np.append(p2, variance(p, estados[i].ptrace(0) / estados[i]
        ].ptrace(0).norm()))
129         x2p2 = np.append(x2p2, variance(x, estados[i].ptrace(0)) *
        variance(p,estados[i].ptrace(0)))
130
131     #fig = plt.figure(figsize = (10, 7))
132     t2 = np.arange(0.01, 0.99, 0.01)
133     plot(t2, x2, color="red")
134     plot(t2, p2, color="blue")
135     plot(t2, np.full(x2.shape, variance(x, fock_dm(N, 0))), color="
        green")
136     plt.xlim(0.01, 0.98)
137     plt.ylim(0, 2.2)
138     plt.xlabel('$t^2$', fontsize=15)
139     plt.ylabel('Varianza', fontsize=14)
140     plt.legend([r'$\left(\Delta X\right)^2$', r'$\left(\Delta P\right)
        ^2$', r'$\left(\Delta P\right)^2$, \, , $\left(\Delta X\right)^2$
        vacio'])
141     plt.grid()
142     #plt.title(titulo)
143     plt.savefig(carpeta[posicion] + "/" + f"Varianza (modo detectado)
        para {titulo}.pdf")
144     #close()
145
146     # Varianza de las cuadraturas (Modo NO detectado)
147     x2 = []
148     p2 = []
149     x2p2 = []
150     x = (a + a.dag())/2
151     p = -1j * (a - a.dag())/2
152
153     for i in range(0, 98):
154         x2 = np.append(x2, variance(x, estados[i].ptrace(1) / estados[i]
        ].ptrace(1).norm()))

```

```

155     p2 = np.append(p2, variance(p, estados[i].ptrace(1) / estados[i]
156         ].ptrace(1).norm()))
157
158     x2p2 = np.append(x2p2, variance(x, estados[i].ptrace(1)) *
159         variance(p, estados[i].ptrace(1)))
160
161     fig, ax = plt.subplots()
162     plot(t2, x2, color="red")
163     plot(t2, p2, color="blue")
164     plot(t2, np.full(x2.shape, variance(x, fock_dm(N, 0))), color="
165         green")
166     plt.xlim(0.01, 0.98)
167     #plt.ylim(0, 2.2)
168     plt.xlabel('$t^2$', fontsize=15)
169     plt.ylabel('Varianza', fontsize=14)
170     plt.legend([r'$\left(\Delta X\right)^2$', r'$\left(\Delta P\right)^2$', r'$\left(\Delta X\right)^2$
171         vacio'])
172     plt.grid()
173     #ax.set_xticks([0.0, 0.2, 0.4, 0.6, 0.8, 1])
174     #plt.title(titulo)
175     plt.savefig(carpetas[posicion] + "/" + f"Varianza (modo no detectado
176         ) para {titulo}.pdf")
177     #close()
178
179     if min(x2) < min(p2):
180         pm = np.argmin(x2)
181         t = round(t2[pm], 3)
182     else:
183         pm = np.argmin(p2)
184         t = round(t2[pm], 3)
185
186     W2 = wigner(estados[pm].ptrace(1).unit(), xvec, xvec)
187     plot_wigner(estados[pm].ptrace(1).unit(), W2, xvec, titulo, t,
188         carpetas[posicion])
189
190     Rx22 = -10 * np.log10(0.25 / x2)
191     Rp22 = -10 * np.log10(0.25 / p2)
192
193     fig, ax = plt.subplots()
194     ax.plot(Rx22, label=r'$\left(\Delta \hat{X}\right)^2$', color="red")
195     ax.plot(Rp22, label=r'$\left(\Delta \hat{P}\right)^2$', color="blue"
196         )
197     ax.text(41.5, -0.6, "Comprimido")
198     ax.set_ylim(-3, 6)
199     ax.set_xlim(1, 97)
200
201     rect = patches.Rectangle((0, -3), 100, 3, linewidth=1, edgecolor='
202         white', facecolor='teal', alpha=0.2)
203     ax.add_patch(rect)
204     ax.legend()
205     plt.grid()

```

```

197 ax.set_xticklabels([0,0.2,0.4,0.6,0.8,1])
198 xlabel("$|t|^2$", fontsize=15)
199 ylabel("Compresion [dB]", fontsize=14)
200 plt.savefig("Ruido_cs.pdf")
201 plt.show()
202
203 # Reduccion con respecto a antes de la deteccion (Solo para estados
comprimidos)
204 Rxd22 = -10 * np.log10(0.2 / x2)
205 Rpd22 = -10 * np.log10(0.89 / p2)
206
207 fig, ax = plt.subplots()
208 ax.plot(Rxd22, label=r'$\left(\Delta\hat{X}\right)^2$', color="red"
209 )
210 ax.plot(Rpd22, label=r'$\left(\Delta\hat{P}\right)^2$', color="blue"
211 ")
212 ax.text(41.5, -1.2, "Comprimido")
213 ax.set_ylim(-9, 7)
214 ax.set_xlim(1, 97)
215
216 rect = patches.Rectangle((0, -9), 100, 9, linewidth=1, edgecolor='
217 white', facecolor='teal', alpha=0.2)
218 ax.add_patch(rect)
219 ax.legend()
220 plt.grid()
221 ax.set_xticklabels([0,0.2,0.4,0.6,0.8,1])
222 xlabel("$|t|^2$", fontsize=15)
223 ylabel("Compresion [dB]", fontsize=14)
224 plt.savefig("Ruido_csd.pdf")
225 plt.show()

```

Apéndice C. Apéndice C

Listing C.1: Código de Python para la simulación del montaje 3.

```
1  # Importamos librerias
2  import matplotlib.pyplot as plt
3  import numpy as np
4  import os
5  from qutip import *
6  from mpl_toolkits.mplot3d import Axes3D
7  from matplotlib import cm
8  from pylab import *
9  import matplotlib.patches as patches
10
11  #Parametros
12  N = 7                                # Dimensiones del espacio de Hilbert
13  a = destroy(N)                       # Operador aniquilacion
14  alpha = 1                           # Amplitud de coherencia (Estados coherentes)
15  xi = 0.5-0.5j                       # Parametro de compresion (Estados comprimidos)
16
17  # Definimos los estados de entrada y creamos carpetas
18  posicion = {"estado_pc": 0, "estado_ps": 1, "estado_cs": 2, "
19             estado_p": 3, "estado_s": 4, "estado_c": 5, "estado_pp": 6, "
20             estado_cc": 7, "estado_ss": 8}
21
22  # Aca se deciden las dos posibles entradas
23  estado_entrada = "estado_pc"
24
25  posicion = posicion.get(estado_entrada)
26
27  carpeta = ['./Simulacion3/Foton+Coherente', './Simulacion3/Foton+
28            Comprimido', './Simulacion3/Coherente+Comprimido', './
29            Simulacion3/Foton+Vacio', './Simulacion3/Comprimido+Vacio', './
30            Simulacion3/Coherente+Vacio', './Simulacion3/Foton+Foton', './
31            Simulacion3/Coherente+Coherente', './Simulacion3/Comprimido+
32            Comprimido']
33
34  try:
35      os.makedirs(carpeta[posicion])
36  except OSError:
37      if not os.path.isdir(carpeta[posicion]):
38          raise
```

```

33 detector = tensor(qeye(N), qeye(N), fock_dm(N, 1), fock_dm(N, 1))
34 E = []
35 estados = []
36 fase = np.pi/2 #Escogemos la fase
37
38 for T in np.linspace(0, 100, 101):
39     t1 = np.sqrt(T/100.0)
40     r1 = -np.sqrt((100 - T)/100.0) * 1j
41     td1 = 1.0 / np.sqrt(2)
42     rd1 = -np.sqrt((1.0 - td1 * td1)) * 1j
43     td2 = 1.0 / np.sqrt(2)
44     rd2 = -np.sqrt((1.0 - td2 * td2)) * 1j
45     t2 = t1
46     r2 = r1
47
48     a7_dag = tensor(r2 * a.dag(), qeye(N), qeye(N), qeye(N)) +
49         tensor(qeye(N), t2 * a.dag(), qeye(N), qeye(N))
50     a5_dag = tensor(t2 * a.dag(), qeye(N), qeye(N), qeye(N)) +
51         tensor(qeye(N), r2 * a.dag(), qeye(N), qeye(N))
52     a3_dag = td1 * a5_dag + rd1 * tensor(qeye(N), qeye(N), a.dag(),
53         qeye(N))
54     a2_dag = td2 * a7_dag * np.exp(fase * 1j) + rd2 * tensor(qeye(N),
55         qeye(N), qeye(N), a.dag())
56     a1_dag = r1 * a2_dag + t1 * a3_dag
57     a0_dag = t1 * a2_dag + r1 * a3_dag
58
59     # Estados de entrada:
60     # Foton + Estado coherente
61     if estado_entrada == "estado_pc":
62         titulo = "Foton + Coherente"
63         estado = Qobj(alpha * a1_dag - conj(alpha) * a1_dag.dag()).
64             expm() * a0_dag * (tensor(fock(N, 0), fock(N, 0), fock(N,
65                 0), fock(N, 0)))
66
67     # Foton + Estado comprimido
68     elif estado_entrada == "estado_ps":
69         titulo = "Foton + Comprimido"
70         estado = Qobj(0.5 * (conj(xi) * a0_dag.dag() * a0_dag.dag()
71             - xi * a0_dag * a0_dag)).expm() * a1_dag * (tensor(fock
72                 (N, 0), fock(N, 0), fock(N, 0), fock(N, 0)))
73
74     # Estado coherente + Estado comprimido
75     elif estado_entrada == "estado_cs":
76         titulo = "Coherente + Comprimido"
77         estado = Qobj(alpha * a1_dag - conj(alpha) * a1_dag.dag()).
78             expm() * Qobj(0.5 * (conj(xi) * a0_dag.dag() * a0_dag.
79                 dag() - xi * a0_dag * a0_dag)).expm() * (tensor(fock(N,
80                     0), fock(N, 0), fock(N, 0), fock(N, 0)))
81
82     # Foton
83     elif estado_entrada == "estado_p":

```

```

73     titulo = "Foton + Vacio"
74     estado = a0_dag * (tensor(fock(N, 0), fock(N, 0), fock(N,
75         0), fock(N, 0)))
76
77     # Estado comprimido
78     elif estado_entrada == "estado_s":
79         titulo = "Comprimido + Vacio"
80         estado = Qobj(0.5 * (conj(xi) * a0_dag.dag() * a0_dag.dag()
81             -xi * a0_dag * a0_dag)).expm() * (tensor(fock(N, 0),
82                 fock(N, 0), fock(N, 0), fock(N, 0)))
83
84     # Estado coherente
85     elif estado_entrada == "estado_c":
86         titulo = "Coherente + Vacio"
87         estado = Qobj(alpha * a1_dag - conj(alpha) * a1_dag.dag()).
88             expm() * (tensor(fock(N, 0), fock(N, 0), fock(N, 0),
89                 fock(N, 0)))
90
91     # Foton + Foton
92     elif estado_entrada == "estado_pp":
93         titulo = "Foton + Foton"
94         estado = a1_dag * a0_dag * (tensor(fock(N, 0), fock(N,0),
95             fock(N, 0), fock(N, 0)))
96
97     # Estado coherente + Estado coherente
98     elif estado_entrada == "estado_cc":
99         titulo = "Coherente + Coherente"
100         estado = Qobj(alpha * a1_dag - conj(alpha) * a1_dag.dag()).
101             expm() * Qobj(alpha * a0_dag - conj(alpha) * a0_dag.dag
102                 ()).expm() * (tensor(fock(N, 0), fock(N, 0), fock(N, 0),
103                     fock(N, 0)))
104
105     # Estado comprimido + Estado comprimido
106     elif estado_entrada == "estado_ss":
107         titulo = "Comprimido + Comprimido"
108         estado = Qobj(0.5 * (conj(xi) * a0_dag.dag() * a0_dag.dag()
109             -xi * a0_dag * a0_dag)).expm() * Qobj(0.5 * (conj(xi) *
110                 a1_dag.dag() * a1_dag.dag() -xi * a1_dag * a1_dag)).expm
111                 () * (tensor(fock(N, 0), fock(N, 0), fock(N, 0), fock(N,
112                     0)))
113
114     estado = detector*estado
115     estados.append(estado)
116
117     #Negatividad logaritmica
118     rho_T = partial_transpose(estado.ptrace([0, 1]) / Qobj(estado.
119         ptrace([0,1])).norm(), [1, 0])
120     E = np.append(E, np.log2((rho_T.dag() * rho_T).sqrtm().tr()))
121
122     # Entrelazamiento
123     E_sin_inf = np.nan_to_num(E, nan=0, posinf=0, neginf=0)

```

```

110 t2 = np.arange(0, 1.01, 0.01)
111 plt.plot(t2, E_sin_inf, color="blue")
112 plt.xlim(0, 1)
113 plt.ylim(0, 1.05)
114 plt.xlabel('$t^2$', fontsize=16)
115 plt.ylabel('Negatividad logaritmica', fontsize=16)
116 plt.grid()
117 # plt.title(f"{titulo}", fontsize=15)
118 # text(0.44, 1.47, r"$\varphi=\pi$", fontsize=15)
119 plt.savefig(carpeta[posicion] + "/Negatividad logaritmica para " +
120             titulo + ", fase = " + str(fase) + ".pdf")
121 # close()
122
123 # Funcion de Wigner
124
125 xvec = np.linspace(-4, 4, 300)
126
127 # Esta funcion grafica la funcion de wigner despues del divisor de
128     haz
129
130 def plot_wigner(estado, W, xvec, titulo, t, directorio, p):
131     X, Y = np.meshgrid(xvec, xvec)
132
133     fig = plt.figure(figsize = (10, 10))
134     plt.subplot(1, 2, 1, aspect = 'equal')
135     f_wigner = plt.contourf(xvec, xvec, W, cmap="jet", vmin=-0.4,
136                             vmax=0.4)
137     plt.xlabel("x", fontsize="15")
138     plt.ylabel("p", fontsize="15")
139     #plt.title(f"{titulo} con $t^2$ = {t}")
140
141     ax = fig.add_subplot(122, projection = '3d', aspect = 'equal')
142     con_3D = ax.plot_surface(X, Y, W, rstride=2, cstride=2, lw=0.1,
143                             cmap="jet", vmin=-0.4, vmax=0.4)
144     ax.set_xlabel("$x$", fontsize=15)
145     ax.set_ylabel("$p$", fontsize=15)
146     ax.set_xlim3d(-4, 4)
147     ax.set_ylim3d(-4, 4)
148     ax.set_zlim3d(-0.3, 0.3)
149     fig.colorbar(con_3D, fraction=0.04, pad=0.09)
150     plt.savefig(carpeta[posicion] + "/" + f"Funcion de Wigner para
151                 {titulo} con $t^2$ = {t} puerto {p}, fase = {fase}.pdf")
152     #close()
153
154 # Varianza de las cuadraturas P. 8
155
156 x28 = []
157 p28 = []
158 x28p28 = []
159 x = (a + a.dag())/2
160 p = -1j * (a - a.dag())/2
161
162 for i in range(0, 101):
163     x28 = np.append(x28, variance(x, estados[i].ptrace(0) / estados

```

```

        [i].ptrace(0).norm()))
156     p28 = np.append(p28, variance(p, estados[i].ptrace(0) / estados
        [i].ptrace(0).norm()))
157     x28p28 = np.append(x28p28, variance(x, estados[i].ptrace(0)) *
        variance(p,estados[i].ptrace(0)))
158
159     fig = plt.figure()
160     plot(t2, x28, color="red")
161     plot(t2, p28, color="blue")
162     plot(t2, np.full(x28.shape, variance(x, fock_dm(N, 0))), color="
        green")
163     plt.xlim(0, 1)
164     plt.ylim(0.1, 1.25)
165     plt.xlabel('$t^2$')
166     plt.ylabel('Varianza')
167     plt.legend(['$(\Delta X)^2$', '$(\Delta P)^2$', '$(\Delta P)^2$
        vacio'])
168     plt.grid()
169     #plt.title(titulo)
170     plt.savefig(carpeta[posicion] + "/" + f"Varianza para {titulo}
        puerto 8, fase = {fase}.pdf")
171     #close()
172
173     if min(x28[0:100])<min(p28[0:100]):
174         pm8 = np.argmin(x28[0:100])
175         t8 = round(t2[pm8],3)
176     else:
177         pm8 = np.argmin(p28[0:100])
178         t8 = round(t2[pm8],3)
179
180     W8 = wigner(estados[pm8].ptrace(0).unit(), xvec, xvec)
181     plot_wigner(estados[pm8].ptrace(0).unit(), W8, xvec, titulo, t8,
        carpeta[posicion], 8)
182
183     # Varianza de las cuadraturas P. 9
184     x29 = []
185     p29 = []
186     x29p29 = []
187     x = (a + a.dag())/2
188     p = -1j * (a - a.dag())/2
189
190     for i in range(0, 101):
191         x29 = np.append(x29, variance(x, estados[i].ptrace(1) / estados
        [i].ptrace(1).norm()))
192         p29 = np.append(p29, variance(p, estados[i].ptrace(1) / estados
        [i].ptrace(1).norm()))
193         x29p29 = np.append(x29p29, variance(x, estados[i].ptrace(1)) *
        variance(p,estados[i].ptrace(1)))
194
195     fig = plt.figure()
196     plot(t2, x29, color="red")

```

```

197 plot(t2, p29, color="blue")
198 plot(t2, np.full(x29.shape, variance(x, fock_dm(N, 0))), color="
    green")
199 plt.xlim(0, 1)
200 plt.ylim(0.1, 1.3)
201 plt.xlabel('$t^2$')
202 plt.ylabel('Varianza')
203 plt.legend(['$(\Delta X)^2$', '$(\Delta P)^2$', '$(\Delta P)^2$
    vacio'])
204 plt.grid()
205 #plt.title(titulo)
206 plt.savefig(carpetas[posicion] + "/" + f"Varianza para {titulo}
    puerto 9, fase = {fase}.pdf")
207 #close()
208
209 if min(x29[0:100]) < min(p29[0:100]):
210     pm9 = np.argmin(x29[0:100])
211     t9 = round(t2[pm9], 3)
212     dP9 = p29[pm9]
213 else:
214     pm9 = np.argmin(p29[0:100])
215     t9 = round(t2[pm9], 3)
216     dX9 = x29[pm9]
217
218 W9 = wigner(estados[pm9].ptrace(1).unit(), xvec, xvec)
219 plot_wigner(estados[pm9].ptrace(1).unit(), W9, xvec, titulo, t9,
    carpetas[posicion], 9)
220
221 #Compresion en decibelios puerto 8
222 Rx28 = -10 * np.log10(0.25 / x28)
223 Rp28 = -10 * np.log10(0.25 / p28)
224
225 fig, ax = plt.subplots()
226 ax.plot(Rx28, label=r'$\left(\Delta \hat{X}\right)^2$', color="red")
227 ax.plot(Rp28, label=r'$\left(\Delta \hat{P}\right)^2$', color="blue"
    )
228 ax.text(41.5, -1.2, "Comprimido")
229 ax.set_ylim(-3.5, 7.1)
230 ax.set_xlim(0, 100)
231
232 rect = patches.Rectangle((0, -3.5), 100, 3.5, linewidth=1,
    edgecolor='white', facecolor='teal', alpha=0.2)
233 ax.add_patch(rect)
234 ax.legend()
235 plt.grid()
236 ax.set_xticklabels([0, 0.2, 0.4, 0.6, 0.8, 1])
237 xlabel("$|t|^2$", fontsize=15)
238 ylabel("Compresion [dB]", fontsize=14)
239 plt.savefig(carpetas[posicion] + "/" + f"Ruido para {titulo} puerto
    8, fase = {fase}.pdf")
240 plt.show()

```

```

241
242 # Compresion en decibelios puerto 9
243 Rx29 = -10 * np.log10(0.25 / x29)
244 Rp29 = -10 * np.log10(0.25 / p29)
245
246 fig, ax = plt.subplots()
247 ax.plot(Rx29, label=r'$\left(\Delta\hat{X}\right)^2$', color="red")
248 ax.plot(Rp29, label=r'$\left(\Delta\hat{P}\right)^2$', color="blue"
249 )
250 ax.text(41.5, -1.2, "Comprimido")
251 ax.set_ylim(-4, 7.1)
252 ax.set_xlim(0, 100)
253
254 rect = patches.Rectangle((0, -4), 100, 4, linewidth=1, edgecolor='
255 white', facecolor='teal', alpha=0.2)
256 ax.add_patch(rect)
257 ax.legend()
258 plt.grid()
259 ax.set_xticklabels([0,0.2,0.4,0.6,0.8,1])
260 xlabel("$|t|^2$", fontsize=15)
261 ylabel("Compresion [dB]", fontsize=14)
262 plt.savefig(carpeta[posicion] + "/" + f"Ruido para {titulo} puerto
263 9, fase = {fase}.pdf")
264 plt.show()
265
266 # Compresion en decibelios con respecto a antes de la deteccion
267 Rx29 = -10 * np.log10(0.24 / x29)
268 Rp29 = -10 * np.log10(0.81 / p29)
269
270 fig, ax = plt.subplots()
271 ax.plot(Rx29, label=r'$\left(\Delta\hat{X}\right)^2$', color="red")
272 ax.plot(Rp29, label=r'$\left(\Delta\hat{P}\right)^2$', color="blue"
273 )
274 ax.text(41.5, -1.4, "Comprimido")
275 ax.set_ylim(-9, 6)
276 ax.set_xlim(0, 100)
277
278 rect = patches.Rectangle((0, -9), 100, 9, linewidth=1, edgecolor='
279 white', facecolor='teal', alpha=0.2)
280 ax.add_patch(rect)
281 ax.legend()
282 plt.grid()
283 ax.set_xticklabels([0,0.2,0.4,0.6,0.8,1])
284 xlabel("$|t|^2$", fontsize=15)
285 ylabel("Compresion [dB]", fontsize=14)
286 plt.savefig(carpeta[posicion] + "/" + f"Ruido rv para {titulo}
287 puerto 9, fase = {fase}.pdf")
288 plt.show()

```

Bibliografía

- [1] M. Riabinin, P. Sharapova, T. Bartley, and T. Meier, “Generating two-mode squeezing with multimode measurement-induced nonlinearity,” *Journal of Physics Communications*, vol. 5, no. 4, p. 045002, 2021.
- [2] T. J. Bartley, G. Donati, J. B. Spring, X.-M. Jin, M. Barbieri, A. Datta, B. J. Smith, and I. A. Walmsley, “Multiphoton state engineering by heralded interference between single photons and coherent states,” *Physical Review A*, vol. 86, no. 4, p. 043820, 2012.
- [3] A. Windhager, M. Suda, C. Pacher, M. Peev, and A. Poppe, “Quantum interference between a single-photon fock state and a coherent state,” *Optics Communications*, vol. 284, no. 7, pp. 1907–1912, 2011.
- [4] J. P. Dowling and G. J. Milburn, “Quantum technology: the second quantum revolution,” *Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, vol. 361, no. 1809, pp. 1655–1674, 2003.
- [5] H.-A. Bachor and T. C. Ralph, *A guide to experiments in quantum optics*. John Wiley & Sons, 2019.
- [6] E. Schrödinger, “Der stetige übergang von der mikro-zur makromechanik,” *Naturwissenschaften*, vol. 14, pp. 664–666, 1926.
- [7] E. H. Kennard, “Zur quantenmechanik einfacher bewegungstypen,” *Zeitschrift für Physik*, vol. 44, no. 4-5, pp. 326–352, 1927.
- [8] C. G. Darwin, “Free motion in the wave mechanics,” *Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Containing Papers of a Mathematical and Physical Character*, vol. 117, no. 776, pp. 258–293, 1927.
- [9] V. Dodonov, “Nonclassical states in quantum optics: squeezed review of the first 75 years,” *Journal of Optics B: Quantum and Semiclassical Optics*, vol. 4, no. 1, p. R1, 2002.
- [10] J. O’Brien, A. Furusawa, and R. Demkowicz-Dobrzański, “Quantum evolution,”
- [11] M. B. Plenio and S. Virmani, “An introduction to entanglement measures,” *Quantum Inf. Comput.*, vol. 7, no. 1, pp. 1–51, 2007.
- [12] J. S. Bell, M. Bell, K. Gottfried, and M. Veltman, *John S. Bell on the foundations of quantum mechanics*. World Scientific, 2001.

- [13] J. S. Bell, “On the einstein-rosen-podolsky paradox,” *Physics*, vol. 1, no. 3, pp. 195–200, 1964.
- [14] J. F. Clauser, M. A. Horne, A. Shimony, and R. A. Holt, “Proposed experiment to test local hidden-variable theories,” *Physical review letters*, vol. 23, no. 15, p. 880, 1969.
- [15] A. Z. Goldberg and K. Heshami, “How squeezed states both maximize and minimize the same notion of quantumness,” *Physical Review A*, vol. 104, no. 3, p. 032425, 2021.
- [16] K. Banaszek, R. Demkowicz-Dobrzański, and I. A. Walmsley, “Quantum states made to measure,” *Nature Photonics*, vol. 3, no. 12, pp. 673–676, 2009.
- [17] C. M. Caves, “Quantum-mechanical noise in an interferometer,” *Physical Review D*, vol. 23, no. 8, p. 1693, 1981.
- [18] U. L. Andersen, J. S. Neergaard-Nielsen, P. Van Loock, and A. Furusawa, “Hybrid discrete-and continuous-variable quantum information,” *Nature Physics*, vol. 11, no. 9, pp. 713–719, 2015.
- [19] J. J. Sakurai and E. D. Commins, “Modern quantum mechanics, revised edition,” 1995.
- [20] C. C. Gerry and P. L. Knight, *Introductory quantum optics*. Cambridge university press, 2023.
- [21] J. M. Val, *Simulating Measurement-induced Non Linearity with a Quantum-Optical Computational toolbox*. PhD thesis, Paderborn University, 2018.
- [22] M. Scully and M. S. Zubairy, “Quantum optics cambridge univ,” *Press, Cambridge*, 1997.
- [23] E. M. Fierro, *Los estados coherentes en la descripción semiclásica de la mecánica cuántica*. Universidad de La Laguna (Canary Islands, Spain), 2004.
- [24] W.-M. Zhang, R. Gilmore, *et al.*, “Coherent states: Theory and some applications,” *Reviews of Modern Physics*, vol. 62, no. 4, p. 867, 1990.
- [25] D. K. Ferry and M. Nédjalkov, *The Wigner function in science and technology*. IoP Publishing Bristol, 2018.
- [26] C. Cormick, E. F. Galvao, D. Gottesman, J. P. Paz, and A. O. Pittenger, “Classicality in discrete wigner functions,” *Physical review A*, vol. 73, no. 1, p. 012301, 2006.
- [27] QuTiP Community, “Qutip: Quantum toolbox in python.” <https://qutip.org/>, 2023.
- [28] J. B. Hartle, “The quantum mechanics of closed systems,” *arXiv preprint gr-qc/9210006*, 1992.
- [29] J. Von Neumann, “Mathematische begründung der quantenmechanik,” *Nachrichten von der Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen, Mathematisch-Physikalische Klasse*, vol. 1927, pp. 1–57, 1927.

- [30] L. E. Ballentine, *Quantum mechanics: a modern development*. World Scientific Publishing Company, 2014.
- [31] K. Blum, *Density matrix theory and applications*, vol. 64. Springer Science & Business Media, 2012.
- [32] D. Ter Haar, “Theory and applications of the density matrix,” *Reports on progress in Physics*, vol. 24, no. 1, p. 304, 1961.
- [33] M. C. Spinel Gómez, “Introducción al formalismo de la mecánica cuántica no relativista,”
- [34] T. Johnson-Freyd, “Heisenberg-picture quantum field theory,” in *Representation Theory, Mathematical Physics, and Integrable Systems: In Honor of Nicolai Reshetikhin*, pp. 371–409, Springer, 2021.
- [35] R. Marcus, “Fourth picture in quantum mechanics,” *The Journal of Chemical Physics*, vol. 53, no. 4, pp. 1349–1355, 1970.
- [36] M. Znojil, “Non-hermitian interaction representation and its use in relativistic quantum mechanics,” *Annals of Physics*, vol. 385, pp. 162–179, 2017.
- [37] H.-P. Breuer and F. Petruccione, *The theory of open quantum systems*. Oxford University Press, USA, 2002.
- [38] C. Cohen-Tannoudji, B. Diu, and F. Laloe, “Quantum mechanics, volume 1,” *Quantum Mechanics*, vol. 1, p. 898, 1986.
- [39] R. Jáuregui, “Correlaciones cuánticas,” *Analogías y conexiones en la Física*, p. 373, 2020.
- [40] E. Chitambar and G. Gour, “Quantum resource theories,” *Reviews of modern physics*, vol. 91, no. 2, p. 025001, 2019.
- [41] K. Baek, A. Sohbi, J. Lee, J. Kim, and H. Nha, “Quantifying coherence of quantum measurements,” *New Journal of Physics*, vol. 22, no. 9, p. 093019, 2020.
- [42] S. A. Hill and W. K. Wootters, “Entanglement of a pair of quantum bits,” *Physical review letters*, vol. 78, no. 26, p. 5022, 1997.
- [43] Y. Yao, X. Xiao, L. Ge, and C. Sun, “Quantum coherence in multipartite systems,” *Physical Review A*, vol. 92, no. 2, p. 022112, 2015.
- [44] A. Streltsov, U. Singh, H. S. Dhar, M. N. Bera, and G. Adesso, “Measuring quantum coherence with entanglement,” *Physical review letters*, vol. 115, no. 2, p. 020403, 2015.
- [45] A. M. Fox, *Quantum optics: an introduction*, vol. 15. Oxford University Press, USA, 2006.
- [46] M. A. Nielsen and I. L. Chuang, *Quantum computation and quantum information*. Cambridge university press, 2010.

- [47] O. Gühne and G. Tóth, “Entanglement detection,” *Physics Reports*, vol. 474, no. 1-6, pp. 1–75, 2009.
- [48] G. Jaeger, *Entanglement, information, and the interpretation of quantum mechanics*. Springer Science & Business Media, 2009.
- [49] V. Scarani, *Quantum physics: a first encounter: interference, entanglement, and reality*. OUP Oxford, 2006.
- [50] R. Horodecki, P. Horodecki, M. Horodecki, and K. Horodecki, “Quantum entanglement,” *Reviews of modern physics*, vol. 81, no. 2, p. 865, 2009.
- [51] J. T. i Brugués, *Characterizing entanglement and quantum correlations constrained by symmetry*. Springer, 2016.
- [52] D. Bruß, “Characterizing entanglement,” *Journal of Mathematical Physics*, vol. 43, no. 9, pp. 4237–4251, 2002.
- [53] C. H. Bennett, D. P. DiVincenzo, J. A. Smolin, and W. K. Wootters, “Mixed-state entanglement and quantum error correction,” *Physical Review A*, vol. 54, no. 5, p. 3824, 1996.
- [54] W. K. Wootters, “Entanglement of formation of an arbitrary state of two qubits,” *Physical Review Letters*, vol. 80, no. 10, p. 2245, 1998.
- [55] M. B. Plenio, “Logarithmic negativity: a full entanglement monotone that is not convex,” *Physical review letters*, vol. 95, no. 9, p. 090503, 2005.
- [56] G. Vidal and R. F. Werner, “Computable measure of entanglement,” *Physical Review A*, vol. 65, no. 3, p. 032314, 2002.
- [57] K. Audenaert, M. B. Plenio, and J. Eisert, “Entanglement cost under positive-partial-transpose-preserving operations,” *Physical review letters*, vol. 90, no. 2, p. 027901, 2003.
- [58] NumPy Contributors, “Numpy.” <https://numpy.org/>, 2023.
- [59] SciPy Community, “Scipy.” <https://scipy.org/>, 2024.
- [60] Cython Community, “Cython.” <https://cython.org/>, 2015.
- [61] Matplotlib Development Team, “Matplotlib.” <https://matplotlib.org/>, 2023.
- [62] J. R. Johansson, P. D. Nation, and F. Nori, “Qutip: An open-source python framework for the dynamics of open quantum systems,” *Computer Physics Communications*, vol. 183, no. 8, pp. 1760–1772, 2012.
- [63] J. S. Prauzner-Bechcicki, “Two-mode squeezed vacuum state coupled to the common thermal reservoir,” *Journal of Physics A: Mathematical and General*, vol. 37, no. 15, p. L173, 2004.
- [64] R. Laurenza, C. Lupo, S. Lloyd, and S. Pirandola, “Dense coding capacity of a quantum channel,” *Physical Review Research*, vol. 2, no. 2, p. 023023, 2020.

- [65] C.-K. Hong, Z.-Y. Ou, and L. Mandel, “Measurement of subpicosecond time intervals between two photons by interference,” *Physical review letters*, vol. 59, no. 18, p. 2044, 1987.
- [66] R. Schnabel, “Squeezed states of light and their applications in laser interferometers,” *Physics Reports*, vol. 684, pp. 1–51, 2017.