

Decaimiento leptónico del mesón D

$$D_s \longrightarrow \mu\nu_\mu, \tau\nu_\tau.$$



UNIVERSIDAD DE PAMPLONA

FACULTAD DE CIENCIAS BÁSICAS

FÍSICA

2019

TRABAJO DE GRADO

Presentado por:

LEIDY MATILDE PORTILLA MANTILLA¹

Trabajo presentado para optar por el título de Físico

Trabajo dirigido por:

Director

PhD. JAIRO ALONSO MENDOZA SUÁREZ²

¹lemapoma@gmail.com

²jairoalonsos@gmail.com

Dedicatoria

Dedicado a Dios, a mi familia, a todas las personas que estuvieron en los momentos tanto difíciles como buenos, los que celebraron mis logros y me apoyaron en mis fracasos, a los que aportaron mi formación profesional mil gracias a todos.

Agradecimientos

En primer lugar quiero darle gracias a Dios, El hizo posible todo esto. También a mi familia que es el motor de mi vida especialmente a mi madre, que siempre estuvo apoyándome y dándome muchas fuerzas para salir adelante. Así igualmente a mi querido padre, mi hermana Maria que siempre creyó en mi. A mi sobrino Jael que estuvo cada mañana dándome fuerzas cuando ya sentía que no podía, al hombre maravilloso que esta a mi lado Yeison Peréa, siempre dándome sus buenas energías y en general a todos mis hermanos mil gracias los amo infinitamente.

Agradecer también al PhD. Jairo Alonso Mendoza Suárez, quien fue el que dirige este Trabajo de Grado, gracias a su supervisión, constancia y entrega por toda la paciencia para explicar, tratando de ser lo mas claro en todo momento, le agradezco mucho por su tiempo invertido y por ser ese gran profesional que es, mil gracias por haber aceptado ser mi tutor, solo tengo palabras de agradecimiento.

Quiero agradecer a la Universidad de Pamplona, por la oportunidad de hacer mis estudios de pregrado. Gracias a cada uno de los profesores que estuvieron en cada materia, dando lo mejor de ellos para nuestra educación, además de compartir su conocimiento, también de transmitir su amor por la Física y sus valores como seres humanos.

En general gracias a cada una de las personas que estuvieron en este proceso, dando lo mejor de ellos, se que sin haber pasado por este proceso no seria la persona que soy el día de hoy.

Leidy Matilde Portilla Mantilla ,

Resumen

En el presente trabajo se hace un estudio del decaimiento leptónico del mesón D ; el cual es de gran interés en la física de partículas. Los mesones de acuerdo a su configuración quark se consideran livianos, intermedios y pesados, el mesón D al estar conformado de quark c y los quarks de la primera y segunda familia. $(c, d; c, u; c, s)$, se considera intermedio. Es un mesón que decae rápidamente (vida media alrededor de 10^{-15} s y ha sido estudiado en diferentes experimentos (Fermilab: experimento Focus, CERN: experimento LHCb) y el interés es estudiar las particularidades de los decaimientos que incluyen interacciones débiles. En este trabajo se estudia solo los canales de decaimiento leptónico ($D_s \rightarrow l\nu_l$ con $l = \mu\tau$), se analizan los diagramas de Feynman correspondientes, calculando la amplitud de decaimiento considerando como mediador en primera instancia el W y luego el Higgs; se calculan las razones de decaimiento y se hace una comparación con los datos experimentales encontrados en la literatura.

Índice general

1. MODELO ESTÁNDAR	14
1.1. Historia de la Materia	14
1.2. Partículas Elementales	18
1.2.1. Fermiones	19
1.2.2. Bosones	23
1.3. Fuerzas Fundamentales	24
1.4. Lagrangianos para partículas de espín 0, 1/2, 1	26
1.4.1. Lagrangiano de la Mecánica Clásica	26
1.4.2. Lagrangiano en teoría de campos	27
2. DECAIMIENTO LEPTÓNICO DEL MESÓN D	31
2.1. El mesón D	31
2.1.1. Quark Charm	32
2.1.2. Propiedades del Mesón D	33
2.2. Decaimiento Leptónico del Mesón D	34
2.3. Cálculo del decaimiento mediado por un Higgs	44
3. Conclusiones	46
A. Parámetros de entrada	49
A.1. Mesón D	49
A.2. Masas de los quarks, mesones y leptones	49
A.3. Constantes de Decaimiento	50
A.4. La matriz de Cabibbo-Kobayashi-Maskawa CKM	50
B. Ecuación de Klein-Gordon	52
C. Mecanismo de Higgs	54
C.1. Término de masa	55
C.2. Rompimiento Espontáneo de Simetría	59
C.3. El Mecanismo de Higgs	64

Índice general

7

Bibliografía

68

Índice de figuras

1.1.	Clasificación de las familias por generaciones	19
1.2.	Clasificación de los hadrones.	21
2.1.	Decaimiento leptónico del mesón D_s^+ . Imagen tomada [10]	34
2.2.	Decaimiento leptónico del mesón D mediado por W y Higgs.	44
3.1.	Factor de escala de rs con respecto a R.	48
C.1.	Términos de interacción a orden superior. Imagen tomada de [5]	56
C.2.	Energía potencial en función del campo ϕ . Se observan los dos mínimos encontrados en la ecuación (C.7), Imegen tomada [5]	58
C.3.	Autocoplamiento del campo η . Imagen tomada de [5]	59
C.4.	Ruptura espontánea de simetría: imagen tomada [5]	60
C.5.	Funcion enrgia Potencial, imagen tomada [5]	62
C.6.	Diagramas asociados a los términos de acoplamiento de la ecuación (C.22), imagen tomada [5]	63
C.7.	Acoplamiento hace parte del quinto termino de la ecuación (C.32): imagen tomada[5]	66
C.8.	Si se tomara como una interacción: imagen tomada[5]	66

Índice de tablas

1.1. Características de los Quarks	22
1.2. Características de los Leptones	22
1.3. Tabla de Características Bosones	24
1.4. Características de los tipos de fuerzas	25
2.1. Características del mesón D . Donde: $S \rightarrow$ Número de Extrañeza $C \rightarrow$ Número Encanto, $B \rightarrow$ Número Bariónico.	33
2.2. Cuadro comparativo de los datos experimentales y los cálculos teóricos realizados del decaimiento leptónico del mesón D	43
2.3. Datos para el decaimiento del mesón D , tomando en cuenta correcciones asociadas al bosón de Higgs cargado H^\pm	45

INTRODUCCIÓN

El presente trabajo es un estudio teórico dentro de la física de partículas, cuyo objetivo principal es encontrar la razón de decaimiento del mesón D por los canales $\mu\nu_\mu, \tau\nu_\tau$. El mesón D contiene un quark charm (encanto) por lo tanto, se encuentra dentro de las partículas ligeras. Debido a esta característica, los cálculos concernientes a las interacciones débiles son más sencillos de llevar a cabo. Este trabajo está conformado por dos capítulos, el primer capítulo el Modelo Estándar y el segundo decaimiento leptónico del mesón D .

El primer capítulo está dividido en cuatro secciones. La primera presenta una breve historia desde la antigua Grecia, donde los primeros hombres se preguntaron de algo más está hecha la materia, por otra parte que la mantenía unida y como ha evolucionado este planteamiento hasta hoy en día. La segunda sección nos habla de las diferentes características de las partículas elementales y en la tercera como interactúan estas partículas con tres de las cuatro fuerzas. Para finalizar, la cuarta sección presenta el Lagrangiano que describe partículas de espín 0, 1/2 y 1.

El segundo capítulo se divide en tres secciones. El primero presenta una breve historia del quark charm y del meson D , con sus diferentes propiedades. En la segunda sección se desarrolla el cálculo detallado del decaimiento ($D \rightarrow l\nu_l$) se construye el diagrama de Feynman correspondiente, posteriormente se calcula la amplitud de decaimiento y los resultados obtenidos se sustituyen en la razón de decaimiento. Se toman las constantes

del PDG (particle data group, por sus siglas en inglés) y se sustituyen en la ecuación que se obtuvo para la razón de decaimiento. En la tercera sección se hace el cálculo para el mismo decaimiento pero a través del bosón de Higgs que corresponde a una extensión del Modelo Estándar, para comparar si con esa corrección se mejora el resultado y finalmente concluir por cual decaimiento se tienen mejores resultados con los experimentos.

CAPÍTULO 1

MODELO ESTÁNDAR

1.1

Historia de la Materia

Desde el principio la humanidad se han planteado dos preguntas ¿de algo más esta hecho el mundo que nos rodea? ¿que lo mantiene unido ?. Se han hecho este interrogante filósofos y científicos, los primeros que se plantearon estas preguntas fueron en la antigua Grecia. El filósofo Empédocles en el siglo V a.C. elabora la teoría de las cuatro raíces que establece que cualquier substancia está compuesta por una mezcla de agua, aire, tierra y fuego. Tales de Mileto y su discípulo Demócrito de Abdera cerca a los años 450 A.C, los fundadores del Atomismo, corriente filosófica que considera que todo lo que existe está formado por combinaciones de pequeñas partículas indivisibles denominadas átomos. Aristóteles negó la existencia de los átomos de Demócrito y reconoció la teoría de los 4 elementos, que gracias al prestigio que tenía, se mantuvo vigente en el pensamiento de la humanidad durante 2000 años [1].

Muchos años d.C. nace un científico Robert Boyle (1627-1691), quien es considerado el padre de la química, este hombre hace un estudio sobre los gases donde retoma el concepto de átomo, para explicar el comportamiento de los gases que esta compuestos por partículas muy pequeñas que colisionan entre si. Aunque la teoría atómica no se tuvo en cuenta[2].

Al comenzar el siglo XIX, un naturalista británico, John Dalton, a partir de sus estudios sobre el comportamiento de los gases elabora, en 1803, su teoría atómica de la materia. En ese sentido, el científico aseguró que la materia se constituye de átomos indivisibles, dicha afirmación no tenía mucho de novedoso. Pero, además agregó que los átomos tienen un carácter inmutable, ósea nunca pueden transformarse unos en otros, lo que tiene valor mutable son las combinaciones químicas porque están conformadas por moléculas idénticas y estas a su vez por átomos [3].

En 1906 J.J. Thomson, supuso que Dalton estaba equivocado, porque el átomo estaba compuesto de electrones, partículas más pequeños que el átomo. Los experimentos de Thomson mostraron que las partículas negativas son todas iguales y más pequeñas que los átomos. Descubrió el electrón al realizar experimentos con campos eléctricos y magnéticos. Thomson sabía que los rayos catódicos emitidos por un filamento caliente, podían ser deflactados por un campo magnético, lo cual indicaba que tenían carga. Thomson llegó a la conclusión de que las partículas negativas, no podían ser las unidades fundamentales de la materia, ya que eran todas iguales. En lugar de ello, planteó que deberían ser parte de los átomos. Las partículas negativas fueron más tarde llamadas electrones. Thomson fue el descubridor del electrón. Millikan, lo confirmó veinte años después.

En 1911 Rutherford, lanzó la primera teoría sobre la estructura del átomo, en la cual dijo que el átomo no era fundamental, ya que el dijo que habían unas partículas que giraban alrededor del núcleo como un sistema solar; este descubrió el núcleo atómico. Consideró que en el núcleo estaban las cargas positivas y la masa del átomo mientras

que alrededor giraban los electrones a gran velocidad, esta teoría se mantuvo hasta 1913 debido a que Bohr, lanzó una nueva teoría en la cual decía que los electrones giran en órbitas alrededor del núcleo, profundizó la manera en que los electrones se mantenían bajo una órbita estable, alrededor del núcleo sin radiar energía, además gracias al número cuántico n , pudo asegurar que: existe una distancia entre la órbita y el núcleo, que no todos los electrones circulan por todas las órbitas además calculó el radio de la órbita. Bohr también expresó porqué los átomos presentaban espectros de emisión característicos y como los electrones pueden emitir o absorber energía, durante los saltos de una órbita a otra, esta es una de las teorías que fue mas relevantes en la historia, fue llamada teoría de Bohr [4]. No pasó mucho tiempo cuando llegó otro modelo que se baso en el modelo de Bohr y fue el de Sommerfeld, este dio aportes a la mecánica relativista indicando que los electrones tenían velocidades cercanas a la velocidad de la luz.

En 1924 llega un nuevo modelo el de Schrodinger; donde trae un nuevo aporte para los números cuánticos (n, l, m, s) , demostró que los electrones en el átomo no están en el mismo número cuántico. La teoría atómica de Bohr no era la definitiva, pero si la base de las teorías actuales sobre el átomo. Y en 1932 Chadwick cuando estudiaba la radiación emitida por el berilio bombardeado con partículas alfa, descubrió el neutrón, que tiene una masa muy parecida a la del protón y con una carga neutra [5].

En los años 60 los físicos estadounidenses Murray Gell-Mann y Georg Zweig, proponen por primera vez una partícula subatómicas denominada quark. El posterior descubrimiento de los quarks sirvió para comprender mejor la constitución de la materia ordinaria, los neutrones y los protones. En el siglo XXI un equipo de científicos realizó experimentos en el Gran Colisionador de Hadrones (LHC por sus siglas en inglés) encontrado el pentaquarks [6].

El último hallazgo fue en el 2012 al encontrarse en los dos experimentos ATLAS y CMS, situados en el acelerador LHC anuncian el 4 de julio del 2012 el descubrimiento de un nuevo bosón [7], compatible con el bosón de Higgs con una masa alrededor de 125

GeV.

Esta es una breve historia desde que se empezaron a formularse de que estaba hecha la materia, los grandes pensadores que han existido en la historia y también de científicos que han contribuido con este modelo, pero se han convertido en una teoría que describe perfectamente las partículas elementales.

Partículas Elementales

El modelo estándar de la física de partículas, ha permitido grandes avances en la física, describe tres de las interacciones fundamentales y propiedades de la materia. Puesto que es una teoría en la que poco a poco se han ido mejorando y comprobando con un alto grado de precisión.

Este modelo describe completamente las interacciones fundamentales, excepto la gravedad que es la única fuerza que no está incluida en el Modelo Estándar, ya que no se ha encontrado su partícula asociada. Este modelo establece que todo en el universo, está compuesto por partículas que no poseen estructura interna y que interactúan entre ellas. El modelo está fundamentado en la simetría de gauge locales $SU(3)_c \otimes SU(2)_L \otimes U(1)_\gamma$ permitiendo describir por sectores o sub-grupos cada una de las interacciones involucradas, así clasificar la materia y también las partículas portadoras [8]. Esta clasificación es posible gracias a las restricciones que impone el principio de exclusión de Pauli, por medio del espín intrínseco de las partículas fundamentales de la naturaleza, se divide en fermiones que son las partículas fundamentales con espín semi-entero y partículas mediadoras llamadas bosones con espín igual a 1 [8].

Estas partículas son los bloques fundamentales de la materia, la primera generación es de lo que está compuesta la materia del universo son los que forman los protones, neutrones, electrones y una partícula asociada llamada neutrino electrónico, la segunda y tercera generación incluye partículas más masivas respecto a la primera generación y son partículas inestables que se producen, por ejemplo, en aceleradores.

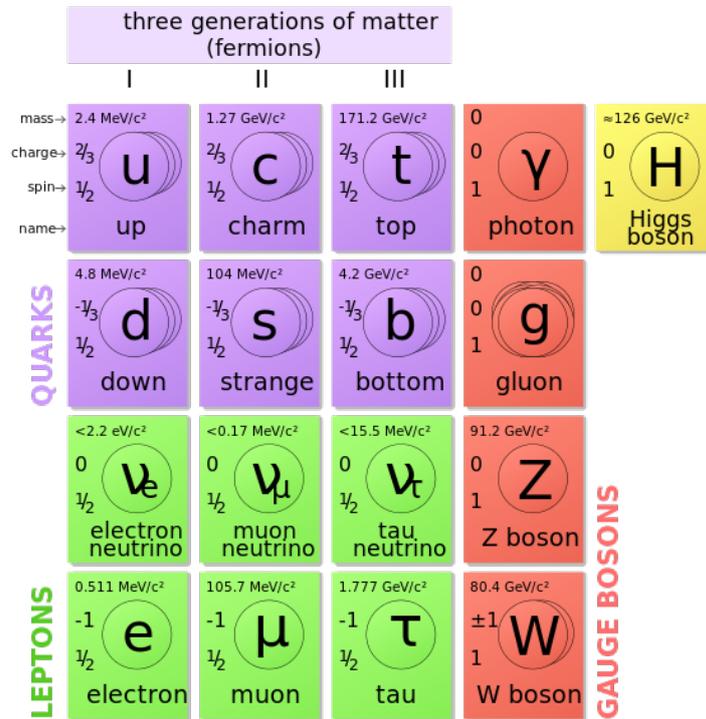


Figura 1.1: Clasificación de las familias por generaciones

1.2.1

Fermiones

Son Partículas con espín semi-entero, en honor a Fermi obedecen el principio de exclusión de Pauli; que dice que dos o mas fermiones no pueden ocupar el mismo estado cuántico. Son considerados constituyente básico de la materia en el modelo estándar de la física de partículas, teniendo en cuenta la clasificación (ver figura 1.1) los fermiones se dividen en **quarks** y **leptones**.

Quarks La palabra quark se le atribuye a Murray Gell-Mann y Georg Zweig ya que ellos denominaron así a unas partículas subatómicas, en su tiempo se tomo que era un formalismo matemático para explicar la estructura de la masa. Los quarks son partículas fundamentales, se encuentran confinadas dentro de los nucleones (protones y neutrones)

atómicos. Siempre se encuentran en grupos y Junto con los leptones son los constituyentes fundamentales de la materia, interactúan por medio de las cuatro fuerzas fundamentales. Hay seis tipos de quarks.

- Up (Arriba)
- Down (Abajo)
- Charm (Encanto)
- Strange (Extraño)
- Bottom (Fondo)
- Top (Cima)

Los dos primeros quarks (Up y Down) es de lo que están compuestos, los protones y neutrones que componen el átomo, el cual forma la materia; son estables a diferencia de los otros quarks como son (charm, strange, bottom y top) estos no son estables, son creados en aceleradores de partículas y su vida media es muy pequeña. Los quarks por sus propiedades se entrelazan con otros quarks formando otras partículas. También cabe resaltar que cada quark tiene su anti-quark ver tabla (1.2.1).

Los quarks poseen carga eléctrica de $-\frac{1}{3}$ y $+\frac{2}{3}$ de la carga elemental. Siempre van a estar unidos formando **hadrones** que se dividen en dos tipos dependiendo de cuantos quarks los constituye ver figura(1.2):

Mesones: Los mesones fueron propuestos por el físico nuclear japonés Hideki Yukawa; él propuso que existían unas partículas que pesaban más que el electrón, que eran responsables de la interacción nuclear fuerte, en un principio se pensó que eran otra partícula llamada muon, pero posteriormente se encontró que esta no era ya que este era un lepton. En 1947 fueron encontrados por Powell. La palabra mesón viene del griego mesos que

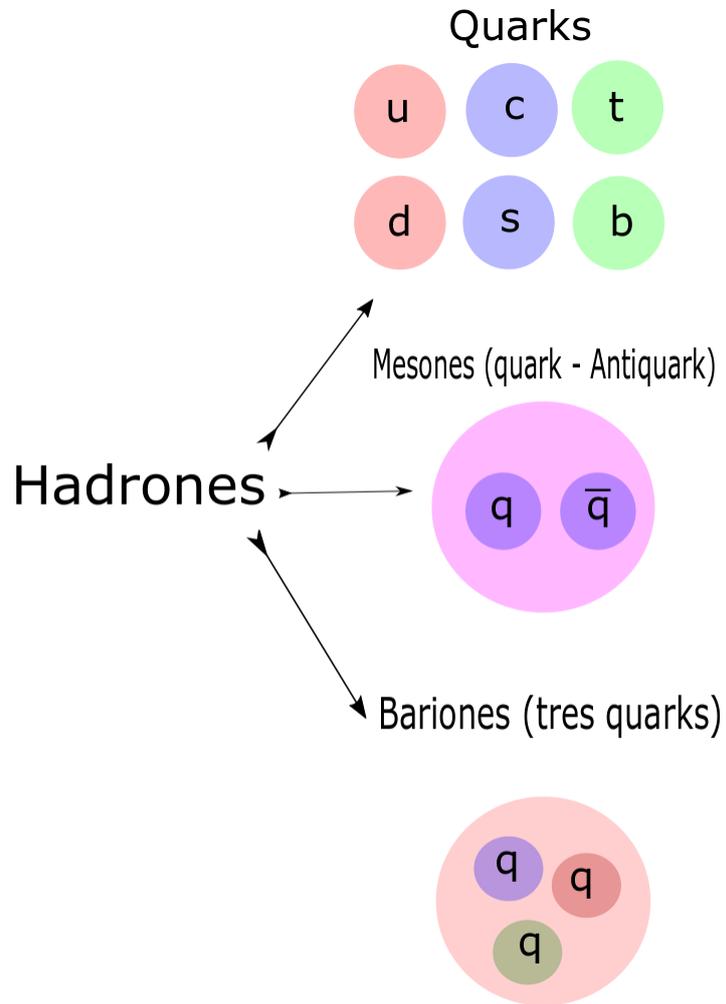


Figura 1.2: Clasificación de los hadrones.

significa mediano. Los mesones están compuestos por un quark y un anti-quark ($q\bar{q}$), estas partículas interactúan con las fuerzas fuerte, débil y electromagnética.

Bariones: La palabra barión viene del griego barys que significa pesado. Los bariones están compuestos por tres quarks, tienen carga de color; son los constituyentes del núcleo atómico ya que como están constituidos forman los protones y neutrones del núcleo atómico se denomina nucleón, por su presencia en el núcleo, mientras que a los

demás se les denomina hiperones sufren interacciones débil y electromagnética.

A los bariones se le asigna una característica el número bariónico (1 para los bariones y -1 para los anti-bariones) cabe resaltar que en una transformación en la que se debe conservar el numero bariónico.

Nombre	Símbolo	Masa MeV	Carga	Espín	Antipartícula
UP(arriba)	u	2.2	$-\frac{2}{3}$	$\frac{1}{2}$	\bar{u}
Down (abajo)	d	4.7	$-\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	\bar{d}
Strange (extra?no)	s	95	$-\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	\bar{s}
Charm (encanto)	c	1275	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{2}$	\bar{c}
Bottom (fondo)	b	4180	$-\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$	\bar{b}
Top (cima)	t	17300	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{2}$	\bar{t}

Tabla 1.1: Características de los Quarks

Leptones: Son partículas elementales con espín fraccionario igual a $\frac{1}{2}$ estas partículas no tienen interacción de color es decir no interactúan con la fuerza fuerte, tienen carga eléctrica o pueden ser neutros como los neutrinos, estos interactúan con la fuerza débil. Hay seis tipos de leptones y su anti-partícula: Electrón e , Muon μ , Tau τ y sus neutrinos asociados $\nu_{e\mu\tau}$.

En la siguiente tabla (1.2.1) se mostraran las característica de los leptones:

Nombre	Símbolo	Masa (MeV)	Carga	Espim	Anti-partícula
Electrón	e^-	0.51	-1	$\frac{1}{2}$	e^+
Muón	μ^-	105.65	-1	$\frac{1}{2}$	μ^+
Tauón	τ^-	1776.86	-1	$\frac{1}{2}$	τ^+
Neutrino Electrónico	ν_e	$m_{\nu_e}^2 < 2 \times 10^6$	0	$\frac{1}{2}$	$\bar{\nu}_e$
Neutrino Muónico	ν_μ	$m_{\nu_\mu}^2 < 0,19$	0	$\frac{1}{2}$	$\bar{\nu}_\mu$
Neutrino Taónico	ν_τ	$m_{\nu_\tau}^2 < 18,2$	0	$\frac{1}{2}$	$\bar{\nu}_\tau$

Tabla 1.2: Características de los Leptones

En la figura 1.1 se pueden observar la clasificación de las partículas, las últimas partículas que se encontraron fueron el W y Z en 1983, el quark up en 1995, el neutrino

tau(τ) en 2000 y el bosón de Higgs en 2012 esta última partícula solidificó el Modelo Estándar ya que esta partícula es la responsable de que cada partícula tenga una masa diferente.

1.2.2

Bosones

Son uno de los tipos de partículas elementales que existen; los bosones son partículas mediadoras estas se caracterizan, por que tienen espín intrínseco entero 0, 1, 2, 3.., este a diferencia de los fermiones no cumplen el principio de exclusión de Pauli, es decir que estos si pueden estar en un mismo estado cuántico. La denominación fue dada por Paul Dirac para conmemorar al físico indio Satyendra Nath Bose, junto con Einstein, en el desarrollo de la Estadística de Bose-Einstein la cual teoriza las características de las partículas elementales ver tabla (1.2.2). Hay cuatro tipo de Bosones:

- *Gluones*: Bosones intermediarios de las interacciones fuertes.
- *Fotones*: Son los bosones mediadores encargados de las interacciones electromagnéticas.
- *Bosones W_{\pm} y Z^0* : Son los mediadores de las interacciones débiles.
- *El Bosón de Higgs*: Con este bosón se puede explicar el origen de la masa de las partículas, es el cuanto del campo de Higgs.

Bosón	Masa	Espín	Carga	Interacción
Gluón	0	1	0	Fuerte
Fotón	0	1	0	Electromagnética
W^\pm	$80,38 \frac{GeV}{c^2}$	1	$\pm 1e$	Débil
Z^0	$91,18 \frac{GeV}{c^2}$	1	0	Débil

Tabla 1.3: Tabla de Características Bosones

1.3

Fuerzas Fundamentales

El Modelo Estándar describe en un marco teórico tres fuerzas fundamentales de las cuatro interacciones del universo y una unificación de dos fuerzas: la fuerza electrodébil. Cada fuerza contiene un bosón asociado que es el responsable de las interacción y también a que escala están presente las interacciones ver tablas ((1.3)) son las siguientes:

La fuerza fuerte $SU(3)_c$: los gluones son sus bosones asociados a esta fuerza. Es la fuerza responsable de mantener unido el núcleo, esta fuerza es 100 veces mayor que la fuerza electromagnética y es de corto alcance al rededor de $1 fm$.

la fuerza débil $SU(2)_L$: Los mediadores son los bosones $W^\pm Z^0$. Esta fuerza es la que describe por que algunas partículas decaen en otras. Es una fuerza de corto alcance, su nombre se da debido a que es mucho menor a la fuerza fuerte.

Fuerza Electromagnética $U(1)_\gamma$: Para las interacciones electromagnéticas su mediador es el fotón. Esta fuerza actúa sobre partículas eléctricamente cargadas, si se tiene dos partículas de la misma carga estas se repelen, pero si tienen cargas diferentes se atraen. Es una fuerza de largo alcance.

Fuerza Gravitacional: Esta interacción no está dentro del modelo estándar, su

partícula asociada es el gravitón mas no se a descubierto. Esta fuerza es de largo alcance y es de atracción entre dos partículas y es proporcional a sus masas, esta controla el comportamiento de los planetas las galaxias y la caída de los cuerpos en general para nuestro universo.

En el modelo estándar en su paso, se ha tratado de unir las cuatro fuerzas fundamentales, hasta el momento solo se han podido unificar dos de las fuerzas fundamentales en una sola es:

Fuerza Electro-débil $SU(2) \otimes SU(1)$: Esta interacción es el resultado de la unión de las fuerzas electromagnética y débil. Es una teoría consistente que se ha corroborado en los laboratorios.

Tipos de Fuerzas	Alcance	Intensidad Relativa	Partícula asociada	Magnitud
Gravitacional	∞	$\times 1$	Gravitón	Masa
Electromagnetismo	∞	$\times 10^{38}$	Fotón	Carga
Nuclear Fuerte	10^{-15}	$\times 10^{40}$	Gluón	Color
Nuclear Debil	10^{-18}	$\times 10^{15}$	Bosones $W^{\pm} Z^0$	Sabor

Tabla 1.4: Características de los tipos de fuerzas

1.4

Lagrangianos para partículas de espín 0, 1/2, 1

El Lagrangiano del Modelo Estándar describe las partículas elementales, empezando desde el Lagrangiano de la mecánica clásica que describe a una partícula y pasando al Lagrangiano en teoría de campos.

1.4.1

Lagrangiano de la Mecánica Clásica

Conforme con la segunda ley de movimiento de Newton, una partícula de masa m , sometida a una fuerza F , experimenta una aceleración dada por:

$$F = ma \tag{1.1}$$

Si la fuerza es conservativa, puede expresarse como el gradiente de una función de energía potencial escalar U :

$$F = -\nabla U \tag{1.2}$$

Y las leyes de Newton dicen:

$$m \frac{dv}{dt} = -\nabla U \tag{1.3}$$

Donde v es la velocidad. Una formula alternativa de la mecánica clásica se inicia con el Lagrangiano

$$\mathcal{L} = T - U \tag{1.4}$$

donde T es la energía cinética de la partícula:

$$T = \frac{1}{2}mv^2 \tag{1.5}$$

El Lagrangiano es una función de las coordenadas q_i ($q_1 = x, q_2 = y, q_3 = z$) y sus derivadas de tiempo ($\dot{q}_1 = v_x, \dot{q}_2 = v_y, \dot{q}_3 = v_z$). La formulación de la ecuación de movimiento se obtienen a partir de la ecuación de **Euler-Lagrange**:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{q}_i} \right) = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q_i}, (i = 1, 2, 3...) \quad (1.6)$$

Por lo tanto en coordenadas cartesianas se tiene:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{q}_1} = \frac{\partial T}{\partial v_x} = mv_x \quad (1.7)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q_1} = \frac{\partial U}{\partial x} = mv_x \quad (1.8)$$

y la ecuación de Euler-Lagrange (para $i = 1$) reproduce la componente x de la ley de Newton. La formulación Lagrangiana es, equivalente a la de Newton (al menos para los sistemas conservativos)[5].

1.4.2

Lagrangiano en teoría de campos

Una partícula, por su naturaleza, es una entidad localizada; en la mecánica clásica de partículas; interesa calcular su posición como una función del tiempo: $x(t), y(t), z(t)$. Un campo, por otra parte, ocupa alguna región del espacio; en la teoría de campo, se calcula una o más funciones de posición y tiempo: $\phi_i(x; y; z; t)$. Las variables de campo ϕ_i pueden ser, por ejemplo, la temperatura en cada punto de una habitación, o el potencial eléctrico V , o los tres componentes del campo magnético B . En la mecánica de partículas se introduce un Lagrangiano \mathcal{L} que era una función de las coordenadas q_i y sus derivadas temporales, ; en la teoría de campo se comienza con un Lagrangiano (técnicamente, una densidad Lagrangiana), que es una función de los campos ϕ_i y sus derivadas en las

coordenadas x, y, z y t :

$$\partial_\mu \phi_i \equiv \frac{\partial \phi_i}{\partial x^\mu} \quad (1.9)$$

En el primer caso, el lado izquierdo de la ecuación de Euler-Lagrange (1.6) sólo involucra derivadas temporales; una teoría de campos se tratan las coordenadas espaciales y temporales igualmente, y las ecuaciones de Euler-Lagrange generalizan como se podría esperar:

$$\partial_\mu \left(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial (\partial_\mu \phi_i)} \right) = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \phi_i}, \quad (i = 1, 2, 3) \quad (1.10)$$

El Lagrangiano de Klein-Gordon para un campo escalar de espín 0: suponga que se tiene una única variable de campo escalar ϕ , y el Lagrangiano es [5]:

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} (\partial_\mu \phi) (\partial^\mu \phi) - \frac{1}{2} \left(\frac{mc}{\hbar} \right)^2 \phi^2 \quad (1.11)$$

En este caso:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial (\partial_\mu \phi)} = \partial_\mu \phi \quad (1.12)$$

Expandiendo el Lagrangiano:

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} [\partial_0 \phi \partial_0 \phi - \partial_1 \phi \partial_1 \phi - \partial_2 \phi \partial_2 \phi - \partial_3 \phi \partial_3 \phi] - \frac{1}{2} \left(\frac{mc}{\hbar} \right)^2 \phi^2 \quad (1.13)$$

De esta forma:

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial (\partial_0 \phi)} = \partial_0 \phi = \partial^0 \phi, \quad \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial (\partial_1 \phi)} = \partial_1 \phi = \partial^1 \phi \quad (1.14)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \phi} = - \left(\frac{mc}{\hbar} \right)^2 \phi \quad (1.15)$$

La forma de la ecuación de Euler-Lagrange (1.6).

$$\partial_\mu \partial^\mu \phi + \left(\frac{mc}{\hbar} \right)^2 \phi = 0 \quad (1.16)$$

Esta es la ecuación de Klein-Gordon (ver apéndice (B.5)) que describe una partícula

de espín 0 y masa m [5].

El Lagrangiano de Dirac para el campo de un espinor (Espín $\frac{1}{2}$):

Se considera un campo espinorial ψ , y el Lagrangiano [5] .

$$\mathcal{L} = i(\hbar c)\bar{\psi}\gamma^\mu\partial_\mu\psi - (mc^2)\bar{\psi}\psi \quad (1.17)$$

tomando ψ y el espinor adjunto $\bar{\psi}$ como variables de campo independientes se aplica la ecuación de Euler-Lagrange $\bar{\psi}$ se encuentra:

$$\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial(\partial_\mu\bar{\psi})} = 0, \quad \frac{\partial\mathcal{L}}{\partial\bar{\psi}} = i\hbar c\gamma_\mu\partial_\mu\psi - mc^2\psi \quad (1.18)$$

Así que:

$$i\gamma^\mu\partial_\mu\psi - \left(\frac{mc}{\hbar}\right)\psi = 0 \quad (1.19)$$

Esta es la ecuación de Dirac que describe una partícula de espín $\frac{1}{2}$ y masa m . Ahora aplicando la ecuación de Euler-Lagrange al campo ψ se obtiene.

$$\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial(\partial_\mu\psi)} = i\hbar c\bar{\psi}\gamma^\mu, \quad \frac{\partial\mathcal{L}}{\partial\psi} = -mc^2\bar{\psi} \quad (1.20)$$

Por lo tanto:

$$i\partial_\mu\bar{\psi}\gamma^\mu + \left(\frac{mc}{\hbar}\right)\bar{\psi} = 0 \quad (1.21)$$

Este es el adjunto de la ecuación de Dirac.

El Lagrangiano de Proca para un vector de campo de espín 1: Tomando un campo vectorial A , con el Lagrangiano (ver [5]):

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{16\pi}(\partial^\mu A^\nu - \partial^\nu A^\mu)(\partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu) + \frac{1}{8\pi}\left(\frac{mc}{\hbar}\right)^2 A^\nu A_\nu \quad (1.22)$$

Aplicando la ecuación de Euler-Lagrange

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial(\partial_\mu A_\nu)} = \frac{-1}{4\pi}(\partial^\mu A^\nu - \partial^\nu A^\mu) \quad (1.23)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial A_\nu} = \frac{1}{4\pi} \left(\frac{mc}{\hbar}\right)^2 A^\nu \quad (1.24)$$

La ecuación de movimiento queda:

$$\partial_\mu(\partial^\mu A^\nu - \partial^\nu A^\mu) + \left(\frac{mc}{\hbar}\right)^2 A^\nu = 0 \quad (1.25)$$

Esta es la ecuación de Proca que describe una partícula libre de espín 1 y masa m , la combinación $(\partial^\mu A^\nu - \partial^\nu A^\mu)$ permite definir la expresión $F^{\mu\nu}$:

$$F^{\mu\nu} = (\partial^\mu A^\nu - \partial^\nu A^\mu) \quad (1.26)$$

sustituyendo en el Lagrangiano.

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{16\pi} F^{\mu\nu} F_{\mu\nu} + \frac{1}{8\pi} \left(\frac{mc}{\hbar}\right)^2 A^\nu A_\nu \quad (1.27)$$

la ecuación de campo se convierte

$$\partial_\mu F^{\mu\nu} + \left(\frac{mc}{\hbar}\right) A^\nu = 0 \quad (1.28)$$

CAPÍTULO 2

DECAIMIENTO LEPTÓNICO DEL MESÓN D

2.1

El mesón D

El mesón D contienen un quark charm por lo tanto, se encuentra dentro de las partículas más ligeras. Debido a esta característica, los cálculos concernientes a sus interacciones débiles son más sencillos de llevar a cabo. El mesón D fue descubierto en 1976 por Gerson Goldhaber y Francois Pierre en el detector Mark I en SLAC. Fue la segunda partícula detectada que contenía un quark charm [6].

Quark Charm

El quark charm (encanto) fue descubierto en 1974 [6], su descubrimiento marcó una nueva era en la física de partículas. Con la llegada de un quark pesado, se solidificó la evidencia que predecía el Modelo Estándar de una segunda familia de quarks. El descubrimiento de esta partícula fue realizado por dos grupos Burton Richter y su grupo del SLAC (Stanford Linear Accelerator) y Samuel Ting en Brookhaven en el BNL (Brookhaven National Laboratory)[6]. Estos dos equipos hacían experimentos diferentes, uno hacia aniquilación electrón positrón (e^-e^+), el otro producción de pares (e^+e^-), el descubrimiento fue simultáneo al observar una nueva resonancia con una masa al rededor de $3,1 GeV$ [6]. Cada uno de los laboratorios llamaron diferente Burton Richter la llamo ψ el otro equipo en Brookhaven de Samuel Ting fue nombrada J [6]. Los dos grupos recibieron el premio Nobel, la partícula tomó el nombre J/ψ que contenía $c\bar{c}$ un estado ligado, se evidenciaba la existencia de un nuevo quark c [6].

El quark charm es uno de los seis quarks que junto con los leptones forman los bloques básicos de la materia. Pertenece a la segunda familia de partículas, tiene una masa tres veces mayor, respecto a los quarks de la primera generación Ver (1.1) (up, down). Solo se pueden observar en el laboratorio estas no son estables. El quark c tiene espín $1/2$ es un fermión y tiene carga $+2/3$ de la carga elemental. En la actualidad el quark juega un papel importante en estudios de interacciones fuertes y débiles [6]. También sirve como una herramienta importante para explorar la física más allá del Modelo Estándar, probando indirectamente escalas de energía muy por encima de varios TeV, las cuales serán probadas directamente por el Large Hadron Collider (LHC) [6].

2.1.2

Propiedades del Mesón D

El mesón D está compuesto por el quark encanto c o un anti-quark encanto \bar{c} con la combinación de otros quarks, las partículas que contienen este quark se les llama partículas con encanto o encantadas. En la Tabla (2.1) se muestran las principales características del mesón D .

Partícula	Composición	Antipartícula	Masa en reposo (MeV/c^2)	S	C	B	Tiempo de Vida (sg)
D^+	$c\bar{d}$	D^-	1869,4	0	+1	0	$10,6 \times 10^{-13}$
D^0	$c\bar{u}$	\bar{D}^0	1864,6	0	+1	0	$4,2 \times 10^{-13}$
D_s^+	$c\bar{s}$	D_s^-	1969	+1	+1	0	$4,7 \times 10^{-13}$

Tabla 2.1: Características del mesón D . Donde: S \rightarrow Número de Extrañeza $C \rightarrow$ Número Encanto , $B \rightarrow$ Número Bariónico.

El mesón D es el mesón mas ligero; no obstante, tiene diferentes canales de decaimiento, es altamente inestable. A continuación enumeramos los principales canales de decaimiento para el mesón D :

- **Decaimiento hadrónico en dos cuerpos:** Estos decaimientos tienen la característica que pueden decaer en en dos partículas pseudoescalares (tienen espín cero y paridad negativa), principalmente en piones y Kaones.
- **Los decaimientos leptónicos:** Estos decaimientos tienen la característica de que decaen en dos leptones: un leptón que puede ser (electrón, muon y tau) y sus respectivos neutrinos. El objetivo principal de este trabajo de tesis es estudiar este tipo de decaimiento.
- **Los decaimientos a tres cuerpos:** Estos decaimientos se caracterizan por presentar tres partículas pseudoescalares en su estado final.

- **Decaimientos semi-leptónicos:** Estos decaimientos tienen su característica que decaen en tres partículas dos leptones y un pseudoescalares.

2.2

Decaimiento Leptónico del Mesón D

En esta sección se encuentra el objetivo de este trabajo de grado; donde se desarrollaran los cálculos detallados para el decaimiento leptónico del mesón D .

Los mesones D pueden aniquilarse a través de un bosón W y decaer en un par de leptones.

Observando el diagrama.

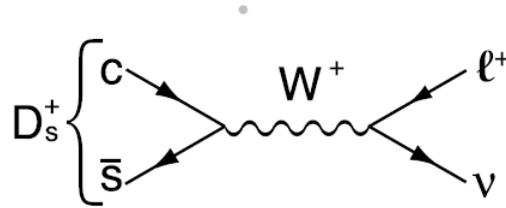


Figura 2.1: Decaimiento leptónico del mesón D_s^+ . Imagen tomada [10]

La amplitud de decaimiento de acuerdo al diagrama de Feynman (Figura 2.1) está dada por (para construir la amplitud ver [5] las reglas de Feynman):

$$M = \frac{g_W^2}{8(M_W c)^2} [\bar{u}(3)\gamma_\mu(1 - \gamma^5)v(2)] F^\mu |V_{q_1 q_2}|, \quad (2.1)$$

donde F^μ es el factor de forma del mesón D es proporcional a su momento, g_W es la constante del propagador M_W masa del propagador $|V_{q_1 q_2}|$ elementos de la matriz de mezcla CKM y c es el valor de la velocidad de la luz. $F^\mu = f_D P_D^\mu$ donde f_D es la constante de decaimiento mesón D . Elevando al cuadrado la amplitud del decaimiento, debido a que lo que se necesita es el cuadrado de la amplitud para encontrar la razón de

decaimiento:

$$\langle |M|^2 \rangle = \left(\frac{g_W^2}{8(M_W c)^2} \right)^2 [\bar{u}(3)\gamma_\mu(1 - \gamma^5)v(2)][u(3)\gamma^\nu(1 - \gamma^5)v(2)]^* (F^\mu)^2 |V_{q_1 q_2}|^2 \quad (2.2)$$

De acuerdo a: $(F^\mu)^2 = F_\nu F^\mu = f_D^2 P_\nu P^\mu$ Sustituyendo en la ecuación (2.2) se obtiene:

$$\langle |M|^2 \rangle = \left(\frac{g_W^2}{8(M_W c)^2} \right)^2 [\bar{u}(3)\gamma_\mu(1 - \gamma^5)v(2)][\bar{u}(3)\gamma^\nu(1 - \gamma^5)v(2)]^* f_D^2 P_\nu P^\mu |V_{q_1 q_2}|^2 \quad (2.3)$$

Se toma parte de la ecuación (2.3):

$$G = [\bar{u}(3)\gamma_\mu(1 - \gamma^5)v(2)][\bar{u}(3)\gamma^\nu(1 - \gamma^5)v(2)] \quad (2.4)$$

$\Gamma_1 = \gamma_\mu(1 - \gamma^5)$ y $\Gamma_2 = \gamma^\nu(1 - \gamma^5)$ se sustituye en G y queda de la siguiente forma:

$$G = [\bar{u}(a)\Gamma_1 v(b)][\bar{u}(a)\Gamma_2 v(b)]^* \quad (2.5)$$

Donde Γ_1 y Γ_2 son matrices 4×4 , se analiza el complejo conjugado, se debe recordar que las matrices son hermiticas:

$$\bar{u} = u^\dagger \gamma^0; \bar{v} = v^\dagger \gamma^0 \quad (2.6)$$

$$G = [\bar{u}(a)\Gamma_1 v(b)][\bar{u}(a)\Gamma_2 v(b)]^*$$

Se toma la parte compleja.

$$[\bar{u}(a)\Gamma_2 v(b)]^* = [u^\dagger(a)\gamma^0\Gamma_2 v(b)]^\dagger = v^\dagger(b)\Gamma_2\gamma^{0\dagger}u(a) \quad (2.7)$$

Una de las propiedades de la matriz γ :

$$\gamma^{0\dagger} = \gamma^0; (\gamma^0)^2 = \gamma^0\gamma^0 = 1$$

Tomando la ecuación (2.7) y multiplicando por $(\gamma^0)^2$

$$[\bar{u}(a)\Gamma_2 v(b)]^* = v^\dagger(b)\Gamma_2\gamma^{0\dagger}u(a)(\gamma^0)^2$$

Entonces organizando

$$[\bar{u}(a)\Gamma_2 v(b)]^* = v^\dagger(b)\gamma^0\gamma^0\Gamma_2\gamma^0$$

Teniendo en cuenta esta propiedad de la matriz Γ . $\bar{\Gamma} = \gamma^0\Gamma^+\gamma^0$. La ecuación (2.7) queda:

$$[\bar{u}(a)\Gamma_2 v(b)]^* = [\bar{v}(b)\bar{\Gamma}_2 u(a)] \quad (2.8)$$

Por lo tanto queda de la siguiente forma

$$G = [\bar{u}(a)\Gamma_1 v(b)][\bar{v}(b)\bar{\Gamma}_2 u(a)] \quad (2.9)$$

Se utiliza la ecuación de completex para partículas y anti-partículas ver [9].

$$\sum_{s=1,2} u^{(s)}\bar{u}^{(s)} = \gamma^\mu P_\mu + mc \quad (2.10)$$

$$\sum_{s=1,2} v^{(s)}\bar{v}^{(s)} = \gamma^\mu P_\mu - mc \quad (2.11)$$

Se aplica lo anterior.

$$\sum_{\text{espines } b} G = \bar{u}(a)\Gamma_1 \left[\sum_{\text{spines}} v(b)\bar{v}(b) \right] [\bar{\Gamma}_2 u(a)] \quad (2.12)$$

$$\sum_{\text{espines } b} G = \bar{u}(a)\Gamma_1 [\gamma^\mu P_b - m_b c] [\bar{\Gamma}_2 u(a)] \quad (2.13)$$

Pero $\gamma^\mu P_b = \not{P}_b$ Se sustituye en la ecuación anterior y se obtiene.

$$\sum \bar{u}(a)\Gamma_1 [\not{P}_b - m_b c] [\bar{\Gamma}_2 u(a)] \quad (2.14)$$

Entonces

$$Q = \Gamma_1[\not{P}_b - m_b c][\bar{\Gamma}_2] \quad (2.15)$$

Por lo tanto

$$\sum_{\text{espines } b} G = \bar{u}(a) Q u(a) \quad (2.16)$$

Ahora para la partícula a:

$$\sum_{\text{espines } a} \sum_{\text{espines } b} G = \sum_{s=1,2} \bar{u}(a) Q(u(a)) \quad (2.17)$$

si se escribe el producto de la matriz.

$$\sum_{\text{espines } a} \bar{u}(a)_i Q_{ij} u(a) = Q_{ij} \left[\sum_{\text{espines } a} u(a) \bar{u}(a) \right]_{ji} = Q_{ij} [\gamma^\mu P_a + m_a c] \quad (2.18)$$

Teniendo en cuenta: $\gamma^\mu P_\mu = \not{P}_\mu$ sustituyendo:

$$Q_{ij} [\not{P}_a + m_a c]_{ji} = T_r [Q (\not{P}_a + m_a c)] \quad (2.19)$$

Donde T_r denota la traza de las matrices es decir, la suma de los elementos diagonales.

Entonces

$$\sum_{T \text{ Espines}} [\bar{u}(a) \Gamma_1 \nu(b)] [\bar{u}(a) \Gamma_2 \nu(b)]^* \quad (2.20)$$

$$= T_r [\Gamma_1 [\not{P}_b + m_b c] \bar{\Gamma}_2 (\not{P}_4 + m_a c)]$$

$$\Gamma_1 = \gamma^\mu (1 - \gamma^5); \Gamma_2 = \gamma^\nu (1 - \gamma^5); m_2 = 0$$

$$= T_r [\gamma^\mu (1 - \gamma^5) (\not{P}_2 + m_2^0) \gamma^\nu (1 - \gamma^5) (\not{P}_3 + m_l c)] \quad (2.21)$$

Resolviendo los paréntesis de la ecuación

$$= T_r [\gamma^\mu (1 - \gamma^5) (\not{P}_2) (\gamma^\nu - \gamma^\nu \gamma^5) (\not{P}_3 + m_l c)]$$

$$= T_r[(\gamma^\mu - \gamma^\mu \gamma^5)(\cancel{P}_2 \gamma^\nu - \cancel{P}_2 \gamma^\nu \gamma^5)(\cancel{P}_3 + m_l c)] \quad (2.22)$$

$$= T_r[\gamma^\mu \cancel{P}_2 \gamma^\nu \cancel{P}_3 - \gamma^\mu \cancel{P}_2 \gamma^\nu \gamma^5 \cancel{P}_3 - \gamma^\mu \gamma^5 \cancel{P}_2 \gamma^\nu \cancel{P}_3 + \gamma^\mu \gamma^5 \cancel{P}_2 \gamma^\nu \gamma^5 \cancel{P}_3 \\ + \gamma^\mu \cancel{P}_2 \gamma^\nu m_l c - \gamma^\mu \cancel{P}_2 \gamma^\nu \gamma^5 m_l c - \gamma^\mu \gamma^5 \cancel{P}_2 \gamma^\nu m_l c + \gamma^\mu \gamma^5 \cancel{P}_2 \gamma^\nu \gamma^5 m_l c] \quad (2.23)$$

Teniendo en cuenta las propiedades de trazas $T_r[A + B] = T_r(A) + T_r(B)$; $T_r(\gamma^5) = 0$ y $T_r(\gamma^\nu \gamma^\mu \gamma^5) = 0$

$$= T_r[\gamma^\mu \cancel{P}_2 \gamma^\nu \cancel{P}_3] - \overset{0}{T_r[\gamma^\mu \cancel{P}_2 \gamma^\nu \gamma^5 \cancel{P}_3]} - \overset{0}{T_r[\gamma^\mu \gamma^5 \cancel{P}_2 \gamma^\nu \cancel{P}_3]} + \overset{0}{T_r[\gamma^\mu \gamma^5 \cancel{P}_2 \gamma^\nu \gamma^5 \cancel{P}_3]} \quad (2.24) \\ + T_r[\gamma^\mu \cancel{P}_2 \gamma^\nu m_l c] - \overset{0}{T_r[\gamma^\mu \cancel{P}_2 \gamma^\nu \gamma^5 m_l c]} - \overset{0}{T_r[\gamma^\mu \gamma^5 \cancel{P}_2 \gamma^\nu m_l c]} + \overset{0}{T_r[\gamma^\mu \gamma^5 \cancel{P}_2 \gamma^\nu \gamma^5 m_l c]}$$

$$= \underbrace{T_r[\gamma^\mu \cancel{P}_2 \gamma^\nu \cancel{P}_3]}_{\text{traza1}} + \underbrace{T_r[\gamma^\mu \cancel{P}_2 \gamma^\nu m_l c]}_{\text{traza2}} \quad (2.25)$$

traza1 traza2

Sabiendo que $\cancel{P}_2 = (P_2)_\lambda \gamma^\lambda$ y $\cancel{P}_3 = (P_3)_\sigma \gamma^\sigma$. De la traza 1 se reemplazan \cancel{P}_2 y \cancel{P}_3

$$T_r[\gamma^\mu \cancel{P}_2 \gamma^\nu \cancel{P}_3] \quad (2.26)$$

$$= T_r[\gamma^\nu \gamma^\mu (P_2)_\lambda \gamma^\lambda (P_3)_\sigma \gamma^\sigma]$$

$$= (P_2)_\lambda (P_3)_\sigma T_r[\gamma^\nu \gamma^\mu \gamma^\lambda \gamma^\sigma]$$

Teniendo en cuenta el siguiente teorema de trazas.

$$T_r[\gamma^\nu \gamma^\mu \gamma^\lambda \gamma^\sigma] = 4(g^{\nu\mu} g^{\lambda\sigma} - g^{\nu\lambda} g^{\mu\sigma} + g^{\nu\sigma} g^{\mu\lambda}) = 4(a \cdot bc \cdot d - a \cdot cb \cdot d + a \cdot db \cdot c)$$

$$= (P_2)_\lambda (P_3)_\sigma 4(g^{\nu\mu} g^{\lambda\sigma} - g^{\nu\lambda} g^{\mu\sigma} + g^{\nu\sigma} g^{\mu\lambda})$$

$$= 4(g^{\nu\mu} g^{\lambda\sigma} (P_2)_\lambda (P_3)_\sigma - g^{\nu\lambda} g^{\mu\sigma} (P_2)_\lambda (P_3)_\sigma + g^{\nu\sigma} g^{\mu\lambda} (P_2)_\lambda (P_3)_\sigma)$$

$$= 4[P_2^\mu P_3^\nu - g^{\nu\mu}(P_2 \cdot P_3) + P_3^\mu P_2^\nu] \quad (2.27)$$

Al resolver la Traza 2 de la ecuación (2.25):

$$Tr[\gamma^\mu \cancel{P}_2 \gamma^\nu m_l c] \quad (2.28)$$

Se reemplaza \cancel{P}_2

$$Tr[\gamma^\mu \gamma^\nu (P_2)_\lambda \gamma^\lambda m_l c] \quad (2.29)$$

$$= m_l c (P_2)_\lambda Tr[\gamma^\mu \gamma^\nu \gamma^\lambda]$$

Por propiedades de trazas se sabe que: $Tr[\gamma^\mu \gamma^\nu \gamma^\lambda] = 0$ por tanto:

$$= m_l c (P_2)_\lambda Tr[\gamma^\mu \gamma^\nu \gamma^\lambda] = 0$$

Se toma la ecuación (2.27) y se reemplaza en $\langle M \rangle^2$ la fórmula queda de la siguiente forma.

$$\langle M \rangle^2 = \left[\frac{f_D}{8} \left(\frac{g_W}{M_W c} \right)^2 \right]^2 P_\mu P_\nu 4 [P_2^\mu P_3^\nu - g^{\nu\mu}(P_2 \cdot P_3) + P_3^\mu P_2^\nu] |V_{q_1 q_2}|^2 \quad (2.30)$$

$$\langle M \rangle^2 = \left[\frac{f_D}{8} \left(\frac{g_W}{M_W c} \right)^2 \right]^2 P_\mu P_\nu 4 [2P_2^\mu P_3^\nu - g^{\nu\mu}(P_2 \cdot P_3)] |V_{q_1 q_2}|^2 \quad (2.31)$$

$$\langle M \rangle^2 = \left[\frac{f_D}{8} \left(\frac{g_W}{M_W c} \right)^2 \right]^2 4 [2P_\mu P_2^\mu P_\nu P_3^\nu - g^{\nu\mu}(P_2 \cdot P_3) P_\mu P_\nu] |V_{q_1 q_2}|^2 \quad (2.32)$$

$$\langle M \rangle^2 = \left[\frac{f_D}{8} \left(\frac{g_W}{M_W c} \right)^2 \right]^2 4 [4(P \cdot P_2)(P \cdot P_3) - 2P^2(P_2 \cdot P_3)] |V_{q_1 q_2}|^2 \quad (2.33)$$

Se saca factor común.

$$\langle M \rangle^2 = \left[\frac{f_D}{8} \left(\frac{g_W}{M_W c} \right)^2 \right]^2 8 [2(P \cdot P_2)(P \cdot P_3) - P^2(P_2 \cdot P_3)] |V_{q_1 q_2}|^2 \quad (2.34)$$

$$\langle M \rangle^2 = \frac{8}{64} \left[f_D \left(\frac{g_W}{M_W c} \right)^2 \right]^2 \underbrace{[2(P \cdot P_2)(P \cdot P_3) - P^2(P_2 \cdot P_3)]}_J |V_{q_1 q_2}|^2 \quad (2.35)$$

Teniendo en cuenta lo siguiente ver[5]:

$$P = P_2 + P_3$$

$$P \cdot P_2 = P_2 \cdot P_3$$

$$P^2 = m_D^2 c^2$$

$$P^2 = P_2^2 + P_3^2 + 2P_2 \cdot P_3$$

$$2P_2 \cdot P_3 = (m_D^2 - m_l^2) c^2$$

$$P \cdot P_3 = m_l^2 c^2 + P_2 \cdot P_3 \quad \text{Definiendo J de la ecuación (2.35):}$$

$$J = 2(P \cdot P_2)(P \cdot P_3) - P^2(P_2 \cdot P_3) \quad (2.36)$$

$$\begin{aligned} &= 2(P_2 \cdot P_3)(m_l^2 c^2 + P_2 \cdot P_3) - m_D^2 c^2 (P_2 \cdot P_3) \\ &= 2(P_2 \cdot P_3) m_l^2 c^2 + 2(P_2 \cdot P_3)(P_2 \cdot P_3) - m_D^2 c^2 (P_2 \cdot P_3) \\ &= (P_2 \cdot P_3)(2m_l^2 c^2 + 2(P_2 \cdot P_3)) - m_D^2 c^2 \\ &= \frac{(m_D^2 - m_l^2)}{2} c^2 (2m_l^2 c^2 + 2 \frac{(m_D^2 - m_l^2)}{2} c^2 - m_D^2 c^2) \\ &= \frac{(m_D^2 - m_l^2)}{2} c^2 (2m_l^2 c^2 + (m_D^2 - m_l^2) c^2 - m_D^2 c^2) \\ &= \frac{(m_D^2 - m_l^2)}{2} c^2 (2m_l^2 c^2 + \cancel{m_D^2 c^2} - \cancel{m_l^2 c^2} - \cancel{m_D^2 c^2}) \end{aligned}$$

Se cancelan términos iguales

$$\begin{aligned} &= \frac{(m_D^2 - m_l^2)}{2} c^2 (m_l^2 c^2) \\ &= \frac{(m_D^2 m_l^2 c^4)}{2} - \frac{(m_l^4 c^4)}{2} \end{aligned}$$

$$J = \frac{(m_l^2 c^4)}{2} (m_D^2 - m_l^2) \quad (2.37)$$

Reemplazando la ecuación (2.37) en la ecuación (2.35)

$$\langle M \rangle^2 = \frac{8}{64} \left[f_D^2 \left(\frac{g_W}{M_W \not{\epsilon}} \right)^4 \right] \frac{m_l^2 \not{\epsilon}^4}{2} (m_D^2 - m_l^2) |V_{q_1 q_2}|^2 \quad (2.38)$$

$$\langle M \rangle^2 = \frac{8}{64} \left[f_D^2 \left(\frac{g_W}{2M_W} \right)^4 \right] m_l^2 (m_D^2 - m_l^2) |V_{q_1 q_2}|^2 \quad (2.39)$$

Multiplicando $\frac{m_D^2}{m_l^2}$ en la ecuación (2.39) se tiene que:

$$\langle M \rangle^2 = \frac{8}{64} \left[\left(\frac{g_W}{2M_W} \right)^4 \right] f_D^2 m_l^2 m_D^2 \left(\frac{m_D^2}{m_l^2} - \frac{m_l^2}{m_D^2} \right) |V_{q_1 q_2}|^2 \quad (2.40)$$

$$\langle M \rangle^2 = \frac{8}{64} \left[\left(\frac{g_W}{2M_W} \right)^4 \right] f_D^2 m_l^2 m_D^2 \left(1 - \frac{m_l^2}{m_D^2} \right) |V_{q_1 q_2}|^2 \quad (2.41)$$

Tomando la definición de tasa de decaimiento ver [5]:

$$\Gamma = \frac{|P_2|}{8\pi \hbar m_D^2 c} \langle |M|^2 \rangle \quad (2.42)$$

Se toma la ecuación (2.41) y se reemplaza en la ecuación (2.42):

$$\Gamma = \frac{|P_2|}{8\pi \hbar m_D^2 c} \left[\frac{g_W}{2M_W} \right]^4 f_D^2 m_l^2 m_D^2 \left[1 - \frac{m_l^2}{m_D^2} \right] |V_{q_1 q_2}|^2 \quad (2.43)$$

$$\Gamma = \frac{|P_2|}{8\pi \hbar c} \left[\frac{g_W}{2M_W} \right]^4 f_D^2 m_l^2 \left[1 - \frac{m_l^2}{m_D^2} \right] |V_{q_1 q_2}|^2 \quad (2.44)$$

Tomando la definición $|P_2|$ ver [5] :

$$|P_2| = \frac{c}{2m_D} (m_D^2 - m_l^2) \quad (2.45)$$

Al reemplazar la ecuación (2.45) en (2.44) se tiene que:

$$\Gamma = \frac{1}{8\pi \hbar c} \left[\frac{g_W}{2M_W} \right]^4 f_D^2 \frac{c}{2m_D} (m_D^2 - m_l^2) m_l^2 \left(1 - \frac{m_l^2}{m_D^2} \right) |V_{q_1 q_2}|^2 \quad (2.46)$$

$$\Gamma = \frac{1}{8\pi\hbar} \left[\frac{g_W}{2M_W} \right]^4 \frac{f_D^2 m_l^2}{2m_D} (m_D^2 - m_l^2) \left(1 - \frac{m_l^2}{m_D^2} \right) |V_{q_1 q_2}|^2 \quad (2.47)$$

Multiplicando $\frac{m_D^2}{m_l^2}$ la ecuación: (2.47)

$$\Gamma = \frac{1}{8\pi\hbar} \left[\frac{g_W}{2M_W} \right]^4 \frac{f_D^2 m_l^2}{2m_D} m_D^2 \left(\frac{m_D^2}{m_l^2} - \frac{m_l^2}{m_D^2} \right) \left(1 - \frac{m_l^2}{m_D^2} \right) |V_{q_1 q_2}|^2$$

$$\Gamma = \frac{1}{8\pi\hbar} \left[\frac{g_W}{2M_W} \right]^4 \frac{f_D^2 m_l^2}{2} m_D^2 \left(\frac{m_D^2}{m_l^2} - \frac{m_l^2}{m_D^2} \right) \left(1 - \frac{m_l^2}{m_D^2} \right) |V_{q_1 q_2}|^2$$

$$\Gamma = \frac{1}{8\pi\hbar} \left[\frac{g_W}{2M_W} \right]^4 \frac{f_D^2 m_l^2 m_D}{2} \left(1 - \frac{m_l^2}{m_D^2} \right) \left(1 - \frac{m_l^2}{m_D^2} \right) |V_{q_1 q_2}|^2$$

$$\Gamma = \frac{1}{8\pi\hbar} \left[\frac{g_W}{2M_W} \right]^4 \frac{f_D^2 m_l^2 m_D}{2} \left(1 - \frac{m_l^2}{m_D^2} \right)^2 |V_{q_1 q_2}|^2$$

Se tiene la definición de la constante de Fermi ver [5] es:

$$\frac{G_f}{\sqrt{2}} = \frac{g_W^2}{8M_W^2} \quad (2.48)$$

$$\Gamma = \frac{1}{2\pi\hbar} \left[\frac{g_W^2}{8M_W^2} \right]^2 \frac{f_D^2 m_l^2 m_D}{2} \left(1 - \frac{m_l^2}{m_D^2} \right)^2 |V_{q_1 q_2}|^2$$

$$\Gamma = \frac{1}{4\pi\hbar} \left[\frac{g_W^2}{8M_W^2} \right]^2 f_D^2 m_l^2 m_D \left(1 - \frac{m_l^2}{m_D^2} \right)^2 |V_{q_1 q_2}|^2 \quad (2.49)$$

Se reemplaza la ecuación (2.48) en la ecuación (2.49):

$$\Gamma = \frac{1}{4\pi\hbar} \left(\frac{G_f}{\sqrt{2}} \right)^2 f_D^2 m_l^2 m_D \left(1 - \frac{m_l^2}{m_D^2} \right)^2 |V_{q_1 q_2}|^2 \quad (2.50)$$

Al resolver la ecuación (2.50) se obtiene la siguiente:

$$\Gamma = \frac{G_f^2}{4\pi\hbar} f_D^2 m_l^2 m_D \left(1 - \frac{m_l^2}{m_D^2} \right)^2 |V_{q_1 q_2}|^2 \quad (2.51)$$

La fracción de decaimiento (ver [5]) está definido:

$$\mathcal{B} = \frac{\Gamma}{\Gamma_{Media}} \quad (2.52)$$

Reemplazando los valores necesarios en la ecuación (2.51) se reemplaza el valor de Γ en (2.52) se obtienen los valores que se observan en la tabla (2.2) y se comparan con los valores experimentales (ver artículo [10]).

Modo	$f_{D_s^+} [MeV]$	Experimentos \mathcal{B}		Resultados	$\mathcal{B} Ex - Re $
$\mu^+\nu$	264 ± 15	CLEO-c	$(5,94 \pm 0,66) \cdot 10^{-3}$	$5,986 \times 10^{-3}$	0,04
$\tau^+\nu$	310 ± 25	CLEO-c	$(8,0 \pm 1,3) \cdot 10^{-2}$	$8,04 \times 10^{-2}$	0.04
$\tau^+\nu$	273 ± 16	CLEO-c	$(6,17 \pm 0,71) \cdot 10^{-2}$	$6,24 \times 10^{-2}$	0.07
$\mu^+\nu$	275	Belle	$(6,44 \pm 0,76) \cdot 10^{-3}$	$6,49 \times 10^{-3}$	0,05

Tabla 2.2: Cuadro comparativo de los datos experimentales y los cálculos teóricos realizados del decaimiento leptónico del mesón D

Calculó del decaimiento mediado por un Higgs

Akeroyd y Chen fueron los primeros en señalar que la razón de decaimiento leptónico son modificados por la nueva física [11].

En el Modelo Estándar la razón de decaimiento(Γ) (ver ecuación 2.51), donde el decaimiento se realiza mediado por el bosón W . Este decaimiento también puede tener contribuciones del bosón de Higgs lo cual modificará la razón de decaimiento. Precisamente en los mesones D^+ y D_s^+ el modelo propuesto por Akeroyd y Chen mediante del modelo de dos dobletes de Higgs ($2HDM$) es una extensión del Modelo Estándar [11].

El diagrama de Feynman correspondiente es el siguiente:

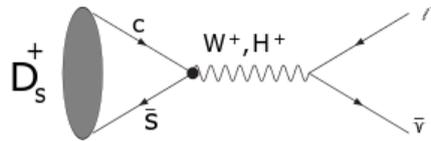


Figura 2.2: Decaimiento leptónico del mesón D mediado por W y Higgs.

La razón de decaimiento viene dada por (ver [11], [13]):

$$\Gamma = \frac{G_f^2}{4\pi\hbar} f_D^2 m_l^2 m_D \left(1 - \frac{m_l^2}{m_D^2}\right)^2 |V_{q_1 q_2}|^2 \times r_{(s)}, \quad (2.53)$$

donde G_f es la constante de Fermi, f_D la constante de decaimiento del mesón D, m_l y m_D son las masas del leptón y el mesón D, respectivamente, $|V_{q_1 q_2}|$ matriz de mezcla y el factor de escala (es lo que modifica la razón de decaimiento). En el $2DHM$ el quark c se acopla a uno de los dobletes de Higgs, de tal forma que a nivel árbol el factor de escala $r_{(s)}$ (ver [11]) del Modelo Estándar esta dado por:

$$r_{(s)} = \left[1 - m_{D_q}^2 \frac{\tan^2 \beta}{m_{H^\pm}^2} \left(\frac{m_q}{m_c + m_q} \right) \right]^2 = \left[1 - m_{D_q}^2 R^2 \left(\frac{m_q}{m_c + m_q} \right) \right]^2, \quad (2.54)$$

donde m_{D_q} es la masa del mesón, m_{H^\pm} es la masa del bosón de Higgs, m_q masa del quark, m_c masa del quark charm y $\tan \beta$ es razón entre los valores de expectación del vacío de los dos dobles de Higgs (ver apéndice (C)).

Decaimiento	SM \mathcal{B}	Experimental \mathcal{B}	Resultados Obtenidos
$D^\pm \rightarrow e\nu_e$	$8,24 \times 10^{-9}$	$< 2,4 \times 10^{-5}$	$4,05226 \times 10^{-9}$
$D^\pm \rightarrow \mu\nu_\mu$	$3,50 \times 10^{-4}$	$4,40 \times 10^{-4}$	$1,7212 \times 10^{-4}$
$D^\pm \rightarrow \tau\nu_\tau$	$9,25 \times 10^{-4}$	$< 2,1 \times 10^{-3}$	$4,5908 \times 10^{-4}$
$D_s^\pm \rightarrow e\nu_e$	$1,23 \times 10^{-7}$	$< 3,1 \times 10^{-4}$	$1,21662 \times 10^{-7}$
$D_s^\pm \rightarrow \mu\nu_\mu$	$5,22 \times 10^{-3}$	$6,57 \times 10^{-3}$	$5,17 \times 10^{-3}$
$D_s^\pm \rightarrow \tau\nu_\tau$	$5,09 \times 10^{-2}$	$6,5 \times 10^{-3}$	$5,04004 \times 10^{-3}$

Tabla 2.3: Datos para el decaimiento del mesón D, tomando en cuenta correcciones asociadas al bosón de Higgs cargado H^\pm

CAPÍTULO 3

Conclusiones

El Modelo Estándar es una teoría que cada vez es mas completa, que a través de los años se a solidificado. Esta teoría describe las partículas fundamentales, con sus diferentes características y como interaccionan entre ellas. Hace algunos años se encontró el bosón de Higgs, esto hizo que el Modelo Estándar tomara mas credibilidad aunque se habían encontrado muchas de las partículas que se habían predicho, falta responder otra pregunta que se hacían los físicos ¿por que hay partículas con diferentes masas? el bosón de Higgs da herramientas para dar respuesta a esta pregunta. Ademas se tiene la posibilidad que se pueden de encontrar otras partículas como el gravitón.

El desarrollo del cálculo para encontrar la razón de decaimiento analíticamente, para el proceso $D_s \rightarrow l\nu_l$, fue el principal objetivo de ese trabajo de grado, se desarrollo el proceso detallado sin obviar ningún paso, cabe resaltar que en los diferente artículos ver [10],[15],[21], [22], [25], [26], [27],[28] y [29] se toma la ecuación pero se obvia el proceso. Este cálculo es importante ya que hace parte de los diferentes procesos en los cuales

un mesón pseudoescalares decae vía $W^\pm (H_\pm)$ en $l\nu_l$.

El cálculo se desarrolla teniendo en cuenta las reglas de Feynman, para encontrar la amplitud y la razón de decaimiento ver sección (2.2) mediados por el W . Se observan los resultados en la tabla (2.2), al comparar los resultados obtenidos que se encuentran con un desviación estándar dentro de σ ; Por ejemplo $D_s \rightarrow \mu\nu_\mu$ se obtuvo $5,986 \times 10^{-3}$ y los valores experimentales $(5,94 \pm 0,66) \times 10^{-3}$ con una diferencia del 0,04.

Los cálculos matemáticos se desarrollaron en el software Wolfram Mathematica es un herramienta muy útil y eficiente para el desarrollo de este tipo de datos. Los diferentes parámetros de entrada usados en el software (masas, constante de Fermi y vida media) tomados de PDG [12].

Uno de los factores mas sensible a los resultados es la constante de decaimiento f_{D_s} , debido a que es un dato extraído experimentalmente se encuentra en la literatura en rangos de valides como se referencia en el artículo [10]; dan los diferentes valores para la constante de decaimiento en cada uno de los canales.

Se puede concluir que esta ecuación arroja valores en un rango cercanos a los valores experimentales, es decir que esta ecuación hace una muy buena predicción teniendo los diferentes valores.

Para el cálculo de la última sección (2.3), donde se introduce a al ancho de decaimiento el factor r_s es el aporte del ($2HDM$), al hacer el cálculo en el software wolfram mathematica, se pudo analizar el Branching ratio con respecto a los valores experimentales, a los del Modelo Estándar y los valores que se obtuvieron. Se observo que son muy sensibles a las masas, los datos que se tomaron son del PDG [12] del 2018 y los datos con los que se comparan son del 2007. Comparando cambian muy poco pero al introducirlos en Γ los resultados cambian drásticamente.

Se puede apreciar en la gráfica como R_s , que decrece lentamente en comparación de r_s

y esto es debido a que el factor de masa efectiva $\frac{m_s}{m_c+m_s}$ se tomo de los datos PDG [12], en comparación con la masa efectiva que se tomo del artículo [11], se aprecia que es muy sensible aunque esta en el rango $0,03 < \frac{m_s}{m_c+m_s} < 0,12$. Esta sigue presentando carácter no lineal.

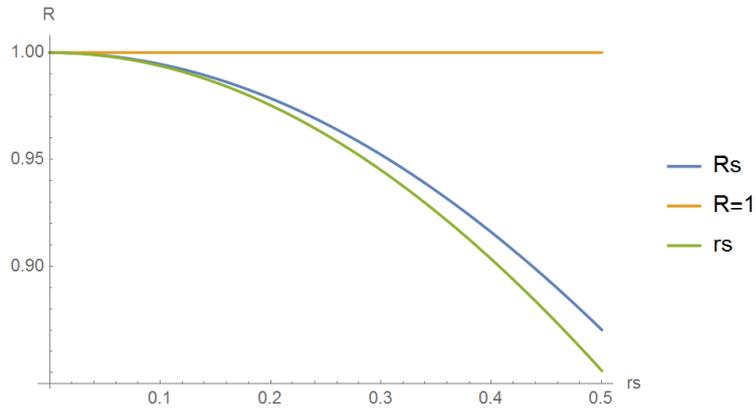


Figura 3.1: Factor de escala de r_s con respecto a R .

El desarrollo de este trabajo me permitió en mi formación como profesional en física, aplicar los conocimientos adquiridos en el programa, tanto matemáticos como físicos; en particular la fundamentación en mecánica cuántica y física de partículas elementales.

APÉNDICE A

Parámetros de entrada

A.1

Mesón \mathcal{D}

- Mesones con encanto

$$D^+ = (c\bar{d}), \quad D^- = (\bar{c}d)$$

$$D_s^+ = (c\bar{s}), \quad \bar{D}_s^+ = (\bar{c}s)$$

(A.1)

A.2

Masas de los quarks, mesones y leptones

Las masas de los quarks como los mesones que hacen parte en el proceso de decaimiento de este trabajo de grado, se han tomado de los datos experimentales reportados por el

PDG (Particle Data Group) en unidades de GeV [12]. Masa del D

$$m_D = 1,86965 \quad m_{D_s} = 1,968340 \quad (\text{A.2})$$

Masa de los quark

$$\begin{aligned} m_u &= 0,0022 & m_s &= 0,095 & m_b &= 4,18 \\ m_d &= 0,0047 & m_c &= 1,275 & m_t &= 173,0 \end{aligned} \quad (\text{A.3})$$

Masa del leptón

$$e = 0,51099 \times 10^{-3} \quad \mu = 0,10565 \quad \tau = 1,776860 \quad (\text{A.4})$$

vida media

$$vm_D = 0,504 \times 10^{-12} \quad (\text{A.5})$$

A.3

Constantes de Decaimiento

Los valores numéricos de las constantes de decaimiento usados en el presente trabajo son tomados[11]. $f_{D_s} = 0,250$ $f_D = 0,200$

A.4

La matriz de Cabibbo-Kobayashi-Maskawa

CKM

Los valores para la matriz de mezcla fueron tomados de la referencia [14]

$$V_{CKM} = \begin{pmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ V_{td} & V_{ts} & V_{tb} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,97434(11) & 0,22506(50) & 0,00357(15) \\ 0,22492(50) & 0,97351(13) & 0,0411(13) \\ 0,00875(33) & 0,0403(13) & 0,99915(5) \end{pmatrix}$$

Valores medidos de la matriz de mezcla [14]:

$$\begin{aligned} |V_{ud}| &= 0,97417(21); & |V_{us}| &= 0,2248(6); & |V_{ub}| &= (4,09 \pm 0,39) \times 10^{-3}; \\ |V_{cd}| &= 0,220(5); & |V_{cs}| &= 0,995(16); & |V_{cb}| &= (40,5 \pm 1,5) \times 10^{-3}; \\ |V_{td}| &= (8,2 \pm 0,6) \times 10^{-3}; & |V_{ts}| &= (40,0 \pm 2,7) \times 10^{-3}; & |V_{tb}| &= 1,009(31). \end{aligned}$$

Elementos de la matriz CMK [14]:

$$\begin{aligned} V_{ud} &= 0,9738; & V_{us} &= 0,2252; & V_{ub} &= 0,0037e^{-i\gamma}; \\ V_{cd} &= 0,224; & V_{cs} &= 0,996; & V_{cb} &= 0,0413; \\ V_{td} &= 0,0078e^{-i\beta}; & V_{ts} &= -0,04 & V_{tb} &= 0,999. \end{aligned}$$

Ángulos de mezcla de la matriz CKM:

$$\gamma = 60^\circ, \beta = 23,6^\circ \text{ y } \alpha = 96,4^\circ.$$

Constantes

$$\hbar = 6,58 \times 10^{-25}(\text{GeV} \times \text{s}); \quad G_f^2 = 1,166 \times 10^{-5}(\text{GeV}^{-1});$$

APÉNDICE B

Ecuación de Klein-Gordon

Partiendo de la relación relativista entre la masa, la energía y el momento:

$$E^2 = p^2 c^2 - m^2 c^4 \quad (\text{B.1})$$

Se utiliza la correspondencia entre las cantidades clásicas y operadores cuánticos:

$$\hat{E} = i\hbar \frac{\partial}{\partial t}; \quad \hat{p} = i\hbar \nabla$$

Aplicando las ecuaciones (B) En la ecuación(B.1) actuando sobre un campo $\phi = \phi(x, t)$:

$$\left(i\hbar \frac{\partial \phi}{\partial t} \right)^2 = (i\hbar \nabla \phi)^2 c^2 - m^2 c^4 \phi \quad (\text{B.2})$$

Igualando a cero y resolviendo los cuadrados queda:

$$\hbar^2 \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} - \hbar^2 c^2 \nabla^2 \phi - m^2 c^4 \phi = 0 \quad (\text{B.3})$$

Si se divide por c^2 y \hbar la ecuación (B.3) queda

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} - \nabla^2 \phi - \frac{m^2 c^2 \phi}{\hbar^2} = 0 \quad (\text{B.4})$$

Al utilizar el operador D'Alembertiano que esta definido de la siguiente forma:

$$\square = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \nabla^2$$

y sacando factor común ϕ , la ecuación (B.4) queda :

$$\left(\square - \frac{m^2 c^2}{\hbar^2} \right) \phi = 0$$

Definiendo el parámetro de masa $\mu = \frac{mc}{\hbar}$, obtenemos la forma general de la ecuación de Klein-Gordon para partícula libre:

$$(\square - \mu^2) \phi = 0 \quad (\text{B.5})$$

APÉNDICE C

Mecanismo de Higgs

En el capítulo 2 estudiamos los diferentes canales de decaimiento del mesón D . En este apéndice, a modo de revisión, abordaremos el mecanismo responsable de generar la masa de todas las partículas fundamentales del Modelo Estándar; conocido como el mecanismo de Higgs. Ahora exploraremos el término de masa. El principio de invarianza de norma local, funciona muy bien para las interacciones fuertes y electromagnéticas.

En primer lugar hay un mecanismo para determinar los acoplamientos. Para la construcción del Lagrangiano \mathcal{L} la superposición gauge local. Además, como lo demostraron 't Hooft y otros a principios de los años setenta, las teorías de calibre se re-normalizan automáticamente. Pero para las interacciones débiles se dificulta ya que los campos de medida no tienen masa. Recuerde, el término de masa en el Lagrangiano de Proca no es localmente invariante. Mientras que el fotón y los gluones no tienen masa, el W^\pm y el Z^0 son partículas que tienen masa. Entonces surge la pregunta: ¿Hay una teoría de los medidores de manera tal, que se adapte a los campos de medidores masivos? La respuesta es sí, es el procedimiento de rompimiento espontáneo de simetría y el mecanismo de Higgs. Para comenzar tal efecto es necesario definir cuidadosamente

el término de masa en un Lagrangiano.

C.1

Término de masa

Partiendo de la siguiente densidad Lagrangiana, a modo de ejemplo:

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}(\partial_\mu\phi)(\partial^\mu\phi) + e^{-(\alpha\phi)^2} \quad (\text{C.1})$$

Se sabe que el Lagrangiano tiene la forma $\mathcal{L} = T - U$, donde T es la energía cinética y U es la energía potencial. Tomando en cuenta la expansión en serie de Taylor de la función exponencial:

$$e^{-x} = \sum_0^{\infty} (-1)^n \frac{x^n}{n!} \quad (\text{C.2})$$

Remplazando la ecuación (C.2) en (C.1):

$$\mathcal{L} = \underbrace{\frac{1}{2}(\partial_\mu\phi)(\partial^\mu\phi)}_{E.Cinetica} + \underbrace{1}_{Cte} - \underbrace{(\alpha\phi)^2}_{T.masa} + \underbrace{\frac{1}{2}(\alpha\phi)^4 + \dots}_{interacciones} \quad (\text{C.3})$$

El primer término de la energía potencial es irrelevante: es un término constante no tiene efecto en las ecuaciones de campo, pero el segundo término que aparece en la ecuación, se compara con el término de masa de la densidad Lagrangiana de Klein-Gordon que es:

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}(\partial_\mu\phi)(\partial^\mu\phi) - \underbrace{\frac{1}{2}\left(\frac{mc}{\hbar}\right)^2}_{T.masa} \phi^2$$

se observa que el coeficiente que acompaña a la variable al cuadrado es el término de masa.

Entonces se tiene que α despejando m queda:

$$m = \sqrt{2}\alpha\hbar/c$$

Los términos de orden superior representan diferentes acoplamientos de la forma:



Figura C.1: Términos de interacción a orden superior. Imagen tomada de [5]

En muchas ocasiones el término de masa no se identifica. Tomemos como ejemplo el siguiente Lagrangiano:

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}(\partial_\mu\phi)(\partial^\mu\phi) + \frac{1}{2}\mu^2\phi^2 - \frac{1}{4}\lambda^2\phi^4, \quad (\text{C.4})$$

Donde μ y λ son constantes. A primera vista, el segundo término se podría interpretar como un término de masa y el tercero como un término de interacción. No obstante, el signo al compararlo con la ecuación (C.3) no es un término de masa. Por tanto sería imaginario lo que no tendría sentido físico. Surge la pregunta: ¿Como interpretar este Lagrangiano? Para responder a esta pregunta, se debe entender que el cálculo se comienza desde el estado fundamental (el “vacío”) y se tratan los campos como fluctuaciones sobre ese estado. Para el Lagrangiano que se trabajó anteriormente en el estado fundamental, la configuración de campo de energía mínima, siempre ha sido trivial: $\phi = 0$. No obstante, para el Lagrangiano (C.4) no ocurre lo mismo. Para determinar, el estado fundamental vamos a escribir el \mathcal{L} como un término cinético menos un término potencial:

$$\mathcal{L} = T - U,$$

donde se buscara el mínimo de energía U:

$$U(\phi) = -\frac{1}{2}\mu^2\phi^2 + \frac{1}{4}\lambda^4\phi^4 \quad (\text{C.5})$$

derivando con respecto ϕ :

$$\frac{\partial U(\phi)}{\partial \phi} = -\mu^2\phi + \lambda^4\phi^3 \quad (\text{C.6})$$

Sacando factor común e igualando a cero::

$$(-\mu^2 + \lambda^2\phi^2)\phi = 0$$

$$\frac{\mu^2}{\lambda^2} = \phi^2$$

se encuentran dos valores mínimos de energía:

$$\phi = \pm \frac{\mu}{\lambda} \quad (\text{C.7})$$

Para este Lagrangiano, el cálculo debe formularse en términos de desviaciones uno de estos dos estados fundamentales. Esto sugiere que introduzcamos una nueva variable de campo η definida por:

$$\eta \equiv \phi \pm \frac{\mu}{\lambda} \quad (\text{C.8})$$

Al despejar ϕ queda:

$$\phi = \eta \pm \frac{\mu}{\lambda}$$

Reemplazando en el Lagrangiano ϕ nos queda:

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} \left(\partial_\mu \left(\eta \pm \frac{\mu}{\lambda} \right) \right) \left(\partial^\mu \left(\eta \pm \frac{\mu}{\lambda} \right) \right) - \left(-\frac{1}{2}\mu^2 \left(\eta \pm \frac{\mu}{\lambda} \right)^2 \right) - \frac{1}{4}\lambda^2 \left(\eta \pm \frac{\mu}{\lambda} \right)^4$$

Desarrollando el Lagrangiano queda:

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} (\partial_\mu \eta) (\partial^\mu \eta) - \mu^2 \eta^2 \pm \lambda \mu \eta^3 - \frac{1}{4} \lambda^2 \eta^4 + \frac{1}{4} \left(\frac{\mu^2}{\lambda} \right)^2 \quad (\text{C.9})$$

Se puede observar que el segundo término es de masa comparando con el Lagrangiano de Klein-Gordon (B.5) con su respectivo signo ya que en la ecuación (C.4) había un término que parecía de masa pero no lo era. El término de masa es: $\mu^2 = \frac{1}{2} \left(\frac{m\hbar}{c} \right)^2$

$$m = \sqrt{2} \mu c / \hbar \quad (\text{C.10})$$

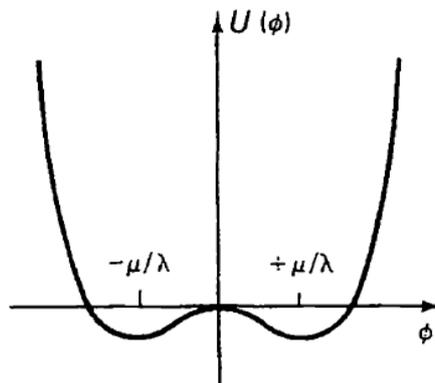


Figura C.2: Energía potencial en función del campo ϕ . Se observan los dos mínimos encontrados en la ecuación (C.7), Imagen tomada [5]

En la ecuación (C.9), el tercer y cuarto término representan acoplamiento del campo η y el último no es relevante para hallar las ecuaciones de movimientos debido a que las ecuaciones de Euler-Lagrange son diferenciales y al derivar una constante es igual a cero.

Sobresalen dos características sobre los Lagrangianos (C.4) y (C.9) los dos representan un sistema físico, donde lo que se ha hecho es cambiar la notación, pero ya que el primer Lagrangiano (C.4) que se observó no es adecuada para los cálculos (técnicamente, una serie de perturbaciones en ϕ no convergería, porque es una expansión



Figura C.3: Autocoplamientos del campo η . Imagen tomada de [5]

sobre un punto inestable); solo en la segunda formulación podemos leer la masa y los factores de vértice.[5]

Se concluye que para identificar el término de masa se debe:

1. Identificar el estado o los estados fundamentales donde la energía potencial es mínima.
2. se re-expresa \mathcal{L} como una función de la desviación η con respecto a los mínimos.
3. Expandiendo en potencias de η , se obtiene el término de masa que es el coeficiente que acompaña a la variable η^2 .

C.2

Rompimiento Espontáneo de Simetría

En la sección anterior se analizaron dos Lagrangianos (C.4) y (C.9), cabe resaltar que los dos son invariantes bajo la transformación: $\phi \rightarrow -\phi$. Por otra parte, se analizó el término de masa del Lagrangiano (C.9), observando que se debe minimizar el potencial para encontrar fácilmente el término de masa. Para establecer el formalizo se debe tomar uno de los puntos, eso estropea la simetría y es a lo que llaman rompimiento espontánea de simetría, ya que por que ningún agente externo es responsable. Por ejemplo, una delgada tira de plástico (una regla corta): si aprieta los extremos, se ajustará en una configuración curva, pero puede doblarse tanto hacia la izquierda como hacia la derecha; ambos son estados fundamentales para el sistema, y cualquiera de los dos rompe la simetría

izquierda-derecha ver figura (C.4).[5]

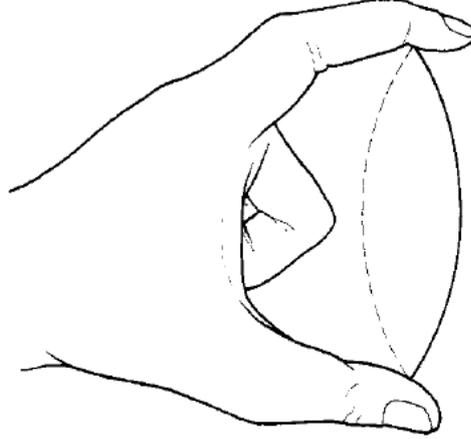


Figura C.4: Ruptura espontánea de simetría: imagen tomada [5]

Es fácil construir un Lagrangiano con simetría continua que se rompe espontáneamente.[5]

Por ejemplo:

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} (\partial_\mu \phi_1) (\partial^\mu \phi_1) + \frac{1}{2} (\partial_\mu \phi_2) (\partial^\mu \phi_2) + \frac{1}{2} \mu^2 (\phi_1^2 + \phi_2^2) - \frac{1}{4} \lambda^2 (\phi_1^2 + \phi_2^2)^2 \quad (\text{C.11})$$

Este Lagrangiano es similar a la ecuación(C.4) pero la diferencia es que este contiene dos campos ϕ_1 y ϕ_2 debido a que \mathcal{L} involucra solo la suma de los cuadrados, Adicionalmente es invariante bajo rotaciones. ϕ_1 y ϕ_2

En este caso, la energía potencial está dada por:

$$U = -\frac{1}{2} \mu^2 (\phi_1^2 + \phi_2^2) + \frac{1}{4} \lambda^2 (\phi_1^2 + \phi_2^2)^2 \quad (\text{C.12})$$

Se deriva e igualando a cero para encontrar los puntos mínimos: Para ϕ_1 tenemos

$$\frac{dU}{d\phi_1} = -\mu^2\phi_1 + \lambda^2\phi_1^3 + \lambda^2\phi_1\phi_2^2 = 0 \quad (\text{C.13})$$

Para ϕ_2 tenemos:

$$\frac{dU}{d\phi_2} = -\mu^2\phi_2 + \lambda^2\phi_2^3 + \lambda^2\phi_2\phi_1^2 = 0 \quad (\text{C.14})$$

Ahora tomando las ecuaciones (C.13) y (C.14) y sumando se tiene que:

$$\frac{dU}{d\phi_1} + \frac{dU}{d\phi_2} = -\mu^2(\phi_1) - \mu^2\phi_2 + \lambda^2\phi_1^3 + \lambda^2\phi_1\phi_2^2 + \lambda^2\phi_1^2\phi_2 + \lambda^2\phi_2^3$$

$$\frac{dU}{d\phi_1} + \frac{dU}{d\phi_2} = -\mu^2(\phi_1 + \phi_2) + \lambda^2(\phi_1^3 + \phi_1\phi_2^2 + \phi_1^2\phi_2 + \phi_2^3)$$

$$-\mu^2(\phi_1 + \phi_2) + \lambda^2(\phi_1 + \phi_2)(\phi_1^3 + \phi_2^3) = 0$$

Se saca factor común $(\phi_1 + \phi_2)$:

$$(-\mu^2 + \lambda^2(\phi_1^2 + \phi_2^2))(\phi_1 + \phi_2) = 0$$

$$\phi_1^2 + \phi_2^2 = \frac{\mu^2}{\lambda^2} \quad (\text{C.15})$$

Se observa en la figura la energía potencial (C.5):

Para aplicar el cálculo, se tiene que expandir sobre un estado fundamental particular (el vacío); también se puede elegir:

$$\phi_1 = \frac{\mu}{\lambda} \quad (\text{C.16})$$

$$\phi_2 = 0 \quad (\text{C.17})$$

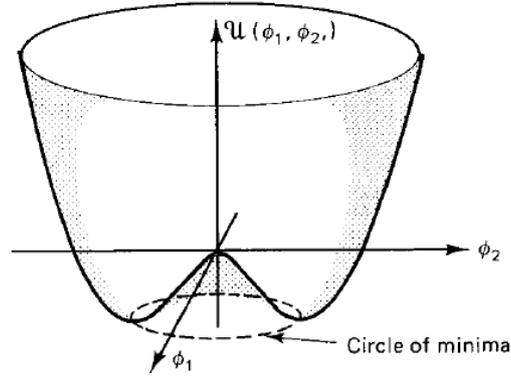


Figura C.5: Funcion enrgia Potencial, imagen tomada [5]

Se definen unos nuevos campos: η y ξ que son las fluctuaciones en el estado vacío:

$$\eta = \phi_1 - \frac{\mu}{\lambda} \quad (\text{C.18})$$

$$\xi = \phi_2 \quad (\text{C.19})$$

Reescribiendo el Lagrangiano en términos de η y ξ :

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & \frac{1}{2} \left(\partial_\mu \left(\eta + \frac{\mu}{\lambda} \right) \right) \left(\partial^\mu \left(\eta + \frac{\mu}{\lambda} \right) \right) + \frac{1}{2} (\partial_\mu \xi) (\partial^\mu \xi) + \frac{1}{2} \mu^2 \left(\left(\eta + \frac{\mu}{\lambda} \right)^2 + (\xi)^2 \right) \\ & - \frac{1}{4} \lambda^2 \left(\left(\eta + \frac{\mu}{\lambda} \right)^2 + \xi^2 \right)^2 \end{aligned} \quad (\text{C.20})$$

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & \frac{1}{2} (\partial_\mu \eta) (\partial^\mu \eta) + \frac{1}{2} (\partial_\mu \xi) (\partial^\mu \xi) + \frac{1}{2} \mu^2 \eta^2 - \eta \frac{\mu^3}{\lambda} + \frac{1}{2} \frac{\mu^4}{\lambda^2} + \frac{1}{2} \mu^2 \xi^2 \\ & - \frac{1}{4} \lambda^2 \left[\eta^4 - 4\eta^3 \frac{\mu}{\lambda} + 6\eta^2 \frac{\mu^2}{\lambda^2} - 4\eta \frac{\mu^4}{\lambda^4} + 2\eta^2 \xi^2 - 4\frac{\mu}{\lambda} \eta \xi^2 + 2\frac{\mu^2}{\lambda^2} \xi^2 \right] \end{aligned} \quad (\text{C.21})$$

Resolviendo:

$$\mathcal{L} = [(\partial_\mu \eta)(\partial^\mu \eta) - \mu^2 \eta^2] + \frac{1}{2} [(\partial_\mu \xi)(\partial^\mu \xi)] + \left[\mu \lambda (\eta^3 + \eta \xi^2) - \frac{1}{4} \lambda^2 (\eta^4 + \xi^4 + 2\eta^2 \xi^2) \right] + \frac{1}{4} \left(\frac{\mu^2}{\lambda^2} \right) \tag{C.22}$$

Al observar la ecuación (C.22) y compararla con el Lagrangiano de Klein-Gordon (C.3) el primer término que lleva η^2 es el término de masa.

$$m_\eta = \sqrt{2} \mu \hbar / c \tag{C.23}$$

El segundo término es un Lagrangiano libre para el campo ξ , que no tiene masa:

$$m_\xi = 0 \tag{C.24}$$

El tercer término define cinco acoplamientos ver figura C.6.

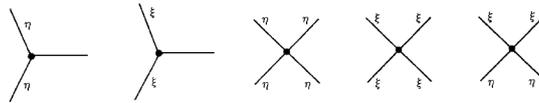


Figura C.6: Diagramas asociados a los términos de acoplamiento de la ecuación (C.22), imagen tomada [5]

La constante final no es relevante, Al analizar el Lagrangiano dado por la ecuación (C.22), se observa que ya no posee la simetría inicial indicada en la ecuación (C.11). Se dice que la simetría se ha roto, al seleccionar uno de los diferentes estados de vacío dados por la ecuación (C.15).

C.3

El Mecanismo de Higgs

El Lagrangiano que se estudia en la Sección (C.2) se puede escribir de manera más compacta si se combina los dos campos reales, ϕ_1 y ϕ_2 en un solo campo complejo.

$$\phi \equiv \phi_1 + i\phi_2 \quad (\text{C.25})$$

$$\phi^2 = \phi^* \phi = \phi_1^2 + \phi_2^2 \quad (\text{C.26})$$

En términos de este nuevo campo complejo, el Lagrangiano (C.11) queda de la siguiente forma:

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} (\partial_\mu \phi)^* (\partial^\mu \phi) + \frac{1}{2} \mu^2 (\phi^* \phi) - \frac{1}{4} \lambda^2 (\phi^* \phi)^2 \quad (\text{C.27})$$

Observemos que este Lagrangiano es invariante bajo transformaciones globales:

$$\phi = e^{i\theta} \phi \quad (\text{C.28})$$

donde $\theta = \text{constante}$. A fin de que sea invariante bajo transformaciones locales de la forma:

$$\phi = e^{i\theta(x)} \phi \quad (\text{C.29})$$

donde $\theta = \theta(x)$ es ahora función de las coordenadas espacio-temporales. Se define un campo A^μ para introducirlo en el Lagrangiano se transforma las derivadas por derivadas covariantes:

$$\mathcal{D}_\mu = \partial_\mu + i \frac{q}{\hbar c} A_\mu \quad (\text{C.30})$$

Así:

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} (\mathcal{D}_\mu \phi)^* (\mathcal{D}^\mu \phi) + \frac{1}{2} \mu^2 \phi^* \phi - \frac{1}{4} \lambda^2 (\phi^* \phi)^2 \quad (\text{C.31})$$

Reemplazando (ver el Lagrangiano de Proca [5]):

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2} \left(\partial_\mu + i \frac{q}{\hbar c} A_\mu \right) \phi^* \left(\partial^\mu - i \frac{q}{\hbar c} A^\mu \right) \phi + \frac{1}{2} \mu^2 \phi^* \phi - \frac{1}{4} \lambda^2 (\phi^* \phi)^2 - \frac{1}{16} F^{\mu\nu} F_{\mu\nu} \quad (\text{C.32})$$

Se toma la energía potencial se encuentran dos nuevos campos: η :

$$\eta \equiv \phi_1 - \frac{\mu}{\lambda}$$

$$\xi = \phi_2$$

Introduciendo y resolviendo nos queda:

$$\begin{aligned} \mathcal{L} = & \left[\frac{1}{2} (\partial_\mu \eta) (\partial^\mu \eta) - \mu^2 \eta^2 \right] + \left[\frac{1}{2} (\partial_\mu \xi) (\partial^\mu \xi) \right] + \left[-\frac{1}{16} F^{\mu\nu} F_{\mu\nu} + \frac{1}{2} \left(\frac{q}{\hbar c} \frac{\mu}{\lambda} \right)^2 A_\mu A^\mu \right] \\ & + \left\{ \frac{q}{\hbar c} [\eta (\partial_\mu \xi) - \xi (\partial_\mu \eta)] A^\mu + \frac{\mu}{\lambda} \left(\frac{q}{\hbar c} \right)^2 \eta (A_\mu A^\mu) + \frac{1}{2} \left(\frac{q}{\hbar c} \right)^2 (\xi^2 + \eta^2) (A_\mu A^\mu) \right. \\ & \left. - \lambda \mu (\eta^3 + \eta \xi^2) - \frac{1}{4} \lambda^2 (\eta^4 + 2\eta^2 \xi^2 + \xi^4) \right\} + \left(\frac{\mu}{\lambda} \frac{q}{\hbar c} \right) (\partial_\mu \xi) A^\mu + \left(\frac{\mu^2}{2\lambda} \right)^2 \quad (\text{C.33}) \end{aligned}$$

En los dos primeros paréntesis se puede observar la energía cinética y el término de masa que se observó en los anteriores casos que se compara con el Lagrangiano de Klein-Gordon $m = \sqrt{2}\mu\hbar/c$ y un bosón sin masa ξ . En la segunda paréntesis se describe un campo libre de gauge A^μ , contiene el respectivo término de masa y al compararlo con el Lagrangiano de Proca toma la forma el término de masa:

$$\mathcal{L} = -\frac{1}{16}F^{\mu\nu}F_{\mu\nu} + \underbrace{\frac{1}{8\pi}\left(\frac{mc}{\hbar}\right)^2}_{T.masa} A^\nu A_\nu \quad (\text{C.34})$$

Igualando ambas expresiones se encuentra el término de masa:

$$\frac{1}{8\pi}\left(\frac{mc}{\hbar}\right)^2 = \left(\frac{\mu q}{\lambda \hbar c}\right)^2$$

$$m_A = 2\sqrt{\pi}\left(\frac{\mu q}{\lambda c^2}\right) \quad (\text{C.35})$$

También hay diferentes tipos de acoplamientos $\phi^*\phi A_\mu A^\mu$:

$$\left(\frac{\mu q}{\lambda \hbar c}\right) (\partial_\mu \xi) A^\mu \quad (\text{C.36})$$

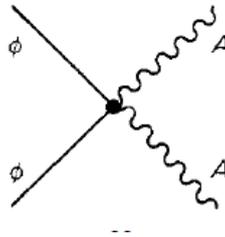


Figura C.7: Acoplamiento hace parte del quinto termino de la ecuación (C.32): imagen tomada[5]

Se ve que si toma este término como una interacción donde ξ se convierte en A :

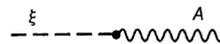


Figura C.8: Si se tomara como una interacción: imagen tomada[5]

Cualquiera de esos términos, bilineal en dos campos diferentes, indica que se ha identificado incorrectamente las partículas fundamentales en la teoría. Ambas dificultades involucran el campo $\xi = \phi$ y ambas pueden resolverse al utilizar la invarianza de norma

local \mathcal{L} en la forma original ecuación (C.31) para transformar este campo completamente, escribiendo la ecuación (C.28) en términos de sus partes real e imaginaria:

$$\phi' \rightarrow \phi = (\cos \theta + i \sin \theta) (\phi_1 + \phi_2) \quad (\text{C.37})$$

$$\phi' \rightarrow \phi = \phi_1 \cos \theta + i \phi_1 \sin \theta - i \phi_2 \cos \theta + \phi_2 \sin \theta$$

Sacando factor común

$$\phi' \rightarrow \phi = \underbrace{\phi_1 \cos \theta + \phi_2 \sin \theta}_{\text{Real}} + \underbrace{i \phi_1 (\sin \theta + \cos \theta)}_{\text{Imaginaria}}$$

Tomando la parte real.

$$\phi_1 \cos \theta + \phi_2 \sin \theta = 0 \quad (\text{C.38})$$

Despejando θ

$$\theta = -\tan^{-1}(\phi_2/\phi_1) \quad (\text{C.39})$$

Hará que ϕ' sea real, lo que quiere decir $\phi_2 = 0$ el campo de norma A se transformará en consecuencia a la ecuación (C.37), pero el Lagrangiano tomará la misma forma en términos de las nuevas variables de campo, (lo que quiere decir que \mathcal{L} es invariante). La única diferencia es que ξ ahora es cero. En este caso en particular el Lagrangiano (C.27) se reduce a:

$$\begin{aligned}
\mathcal{L} = & \left[\frac{1}{2} (\partial_\mu \eta) (\partial^\mu \eta) - \mu^2 \eta^2 \right] + \left[-\frac{1}{16\pi} F^{\mu\nu} F_{\mu\nu} + \frac{1}{2} \left(\frac{q}{\hbar c} \frac{\mu}{\lambda} \right)^2 A_\mu A^\mu \right] \\
& + \left\{ \frac{\mu}{\lambda} \left(\frac{q}{\hbar c} \right)^2 \eta (A_\mu A^\mu) + \frac{1}{2} \left(\frac{q}{\hbar c} \right)^2 \eta^2 (A_\mu A^\mu) - \lambda \mu \eta^3 - \frac{1}{4} \lambda^2 \eta^4 \right\} \\
& + \left(\frac{\mu^2}{2\lambda} \right)^2
\end{aligned} \tag{C.40}$$

El campo de medición A se transformará en consecuencia (C.37), pero el Lagrangiano tomará la misma forma en términos de las dos nuevas variables de campo que en términos de las antiguas (eso es lo que significa decir que \mathcal{L} es invariante).

Bibliografía

- [1] G. E. R. Lloyd (1968). Aristotle: The Growth and Structure of his Thought. Cambridge Univ. Pr. pp. 133-139. ISBN 0-521-09456-9.
- [2] Acott, Chris (1999). «The diving "Law-ers": A brief resume of their lives. South Pacific Underwater Medicine Society journal 29 (1). ISSN 0813-1988. OCLC 1698680. Bryson, B. (2003). A Short History of Nearly Everything. Broadway Books. ISBN 0-7679-0817-1.
- [3] Picado, Ana Beatriz; Álvarez Milton. (2008) Química I. Editor EUNED. p. 108.
- [4] M. Díaz Peña y A. Roig Muntaner. Química Física 1. Ed. Alambra Universidad, pp. 7-25. ISBN 8420509981
- [5] Griffiths D. Introduction to elementary particles second edition, WILEY-VCH, 2008.
- [6] Anders Ryd, Alexey A Petrov. Hadronic D and D_s Meson Decays. arXiv:0910.1265v1 [hep-ph] 6 Oct 2009
- [7] Graciela B. Gelmini. El Bosón de Higgs. Department of Physics and Astronomy, University of California, Los Angeles (UCLA), 475 Portola Plaza, Los Angeles, CA 90095, USA. E-mail: gelmini@physics.ucla.edu

- [8] Oscar M. Fino. Razones de decaimiento y violación de cp en decaimientos no-leptónicos del B_s^0 , incluyendo las excitaciones radiales $K(1460)$ Y $K^*(1410)$ Universidad del Tolima.
- [9] Carla Y. Figueroa V. Cálculo del proceso de dispersión $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$. Universidad de Pamplona (2015).
- [10] Jonathan L. Rosner, (2008). Decay Constants of Charged Pseudoscalar Mesons arXiv:0802.1043v3 [hep-ex]
- [11] A.G. Akeroyd and Chuan Hung Chen. Effect of H^\pm on $B^\pm \rightarrow \tau^\pm\nu_\tau$ and $D_s^\pm \rightarrow \tau^\pm\nu_\tau\mu^\pm\nu_\mu$. arXiv:hep-ph/0701078v3 (13 Apr 2007).
- [12] M. Tanabashi et. al. (Particle Data Group), Phys. Rev. D 98, 030001 (2018)
- [13] Anders Ryd, Alexey A Petrov, arXiv:0910.1265 [hep-ph]
- [14] Search for CP Violation in the Decay D, [Belle Collaboration], [arXiv:1212.6112v2 [hep-ex] 22 Feb 2013].
- [15] M. Artuso, S. Blusk, J. Butt, S. Khalil, et. al. Measurement of the Decay Constant $f_{D_s^\pm}$ using $D_s^+ \rightarrow l^+\nu$. arXiv:0704.0629v3 [hep-ex] (2007).
- [16] Halzem A.Martin, Quarks and Leptons An Introductory Course in Modern Particle Physics-f
- [17] Graciela B. Gelmini. El boson de Higgs arXiv:1407.1741 [physics.pop-ph] (2014).
- [18] A.G. Akeroyd, S. Recksiegel. The effect of H^\pm on $B^\pm \rightarrow \tau^\pm\nu_\tau$ y $B^\pm \rightarrow \mu^\pm\nu_\mu$. arXiv:hep-ph/0306037v2(2003).
- [19] Isaac Rosas Flores. Análisis de los auto-acoplamientos del bosón de Higgs en el $ME - S(3)$. Benemérita Universidad Autónoma de Puebla.(2015).

- [20] Mesala Efraín Palencia Ramírez, (2007). Mecanismo para generar masa en física e partículas. Universidad de San Carlos de Guatemala
- [21] J. P. Alexander, D. G. Cassel, J. E. Duboscq, and others. (2009) Measurement of $B(D_s^+ \rightarrow l + \nu)$ and the Decay Constant $f_{D_s^+}$ From 600 pb^{-1} of e^+e^- Annihilation Data Near 4170 MeV. arXiv:0901.1216v2 [hep-ex].
- [22] Bo Xin. Leptonic Charm Decays. arXiv:1101.2709 [hep-ex]. (2011).
- [23] Jairo Y. Arciniegas F. Estudio del proceso de dispersión $e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-$ en interacciones débiles. Universidad de Pamplona (2015).
- [24] Andrea Florez. Estudio del decaimiento leptónico del mesón D por los canales $D^0 \rightarrow \pi^- e^- \nu_e$ y $D^0 \rightarrow K^- e^- \nu_e$. Universidad de Pamplona (2017).
- [25] G. Bonvicini, D. Cinabro, et. al. Measuring $\mathcal{B}(D^+ \rightarrow \mu^+ nu)$ and the Pseudoscalar Decay Constant f_{D_s} . arXiv:hep-ex/0411050v2 26 Nov 2004.
- [26] Peter C. Kim. Pure Leptonic Decays of the D and D_s Mesons.
- [27] Jonathan L. Rosner. Leptonic Decays of Charged Pseudoscalar. arXiv:1509.02220v2 [hep-ph] (2016).
- [28] Gang Rong. Review and Report on Results of Leptonic Decays of D^+ and D_s^+ Mesons. arXiv:1209.0085v1 [hep-ex] (2012)
- [29] Bo Xin. Leptonic Charm Decays. arXiv:1101.2709v2 [hep-ex] (2011)