

# Análisis Teórico de una Pinza óptica en las Aproximaciones de *Rayleigh* y *Mie* para un Haz de Captura *Doughnut-Shaped* tipo $TEM_{01}^*$

Darby Páez Amaya



Programa de Maestría en Física  
Departamento de Física y Geología  
Facultad de Ciencias Básicas  
Universidad de Pamplona  
Pamplona, 2018

# Análisis Teórico de una Pinza Óptica en las Aproximaciones de *Rayleigh* y *Mie* para un Haz de Captura *Doughnut-Shaped* tipo $TEM_{01}^*$

*Trabajo de investigación presentado como requisito para obtener el título de:*

*Magister en Física*

Darby Páez Amaya

*Directores:*

Dr. Néstor Alonso Arias Hernández    Dra. Martha Lucia Molina Prado



Grupo de Óptica Moderna



Programa de Maestría en Física  
Departamento de Física y Geología  
Facultad de Ciencias Básicas  
Universidad de Pamplona  
Pamplona, 2018

## *Dedicatoria*

Dedico este trabajo a mi familia.

## Agradecimientos

Le agradezco al profesor Néstor Arias Hernández y a la profesora Marta Molina Prado, ya que gracias a su guía llevé a buen termino este trabajo de investigación.

Agradezco a mi familia por el apoyo incondicional.

Agradezco al *Optical Trapping Lab-Grup de Biofotónica (BIOPT)*, del *Departamento de Física Aplicada, de la Facultad de Física de la Universidad de Barcelona*, en Barcelona-España, en especial al profesor Mario Montes-Usategui y a la profesora Estela Martín-Badosa por invitarme a realizar una estancia de investigación en su grupo y a Frederic quien fue mi guía y maestro durante la estancia en el laboratorio y en general a todos los miembros del BIOPT que fueron cordiales durante este periodo.

Agradezco a la Universidad de Pamplona y a la Vicerrectoría de investigaciones por el apoyo económico a mi estancia de investigación en el BIOPT por medio de la convocatoria “*Movilidad Estudiantes 2018*”.

# Análisis Teórico de una Pinza Óptica en las Aproximaciones de *Rayleigh* y *Mie* para un Haz de Captura *Doughnut-Shaped* tipo $TEM_{01}^*$

Darby Páez Amaya

*Directores:*

Dr. Néstor Alonso Arias Hernández    Dra. Martha Lucia Molina Prado

## Resumen

Una Pinza Óptica es un instrumento que usa un haz láser altamente enfocado para capturar y manipular objetos micrométricos o nanométricos. Desde su invención, ha demostrado ser una herramienta de primer nivel para la investigación en varios campos como la Biología, y la Microbiología, entre otros. La predicción del comportamiento de las fuerzas responsables de este fenómeno se ha planteado como un problema actual y de continua evolución, sumado al uso reciente de haces con vórtices ópticos que poseen propiedades exóticas como el *Momento Angular Orbital*, con ventajas como la manipulación rotacional de las micro partículas capturadas y reducción del daño óptico en muestras biológicas (*Opticution*) respecto a las Pinzas Ópticas de tipo Gradiente, hacen aún más complejo el problema. Por lo tanto, en este trabajo se realizó un análisis de las fuerzas presentes en la captura óptica de una esfera dieléctrica por un haz de luz *Laguerre Gaussiano* modo *Doughnut-Shaped* tipo  $TEM_{01}^*$  mediante la deducción de expresiones matemáticas calculadas bajo las aproximaciones en el *Régimen de Rayleigh* y el *Régimen de Mie*, además, de analizar el torque debido a la transferencia de *Momento Angular Orbital* de este haz a la micro partícula. Finalmente, se desarrolla una interfaz gráfica de usuario en MATLAB que permite el análisis de las fuerzas presentes en la captura bajo las aproximaciones del *Régimen de Rayleigh* y el *Régimen de Mie*. Adicionalmente, se presentan resultados experimentales de medición de fuerzas, observación del torque producido por un haz *Laguerre Gaussiano* e implementación de una pinza óptica, obtenidos en el *Optical Trapping Lab-Grup de Biofotónica (BIOPT)*, del *Departamento de Física Aplicada, de la Facultad de Física de la Universidad de Barcelona*, en Barcelona-España.

**Palabras claves:** Pinza óptica, Régimen de *Rayleigh*, Régimen de *Mie*, Haz *Laguerre Gaussiano* tipo  $TEM_{01}^*$ .

# Analysis theoretical of an optical tweezer in the *Rayleigh* and *Mie* approximations for a capture beam *Doughnut-Shaped* type $TEM_{01}^*$

Darby Páez Amaya

*Supervisors:*

Dr. Néstor Alonso Arias Hernández      Dra. Martha Lucia Molina Prado

## Abstract

An Optical Tweezer is an instrument that uses a focused highly laser beam to capture and to manipulate micrometric and nanometric objects. From its invention has demonstrated to be a tool of first level for the investigation in several fields as Biology, and the Microbiology among others. The prediction of the behavior of the forces present in this phenomenon is a current problem and of continuous evolution, this added to the recent use of beams with optical vortexes that possess exotic properties as the *Angular Orbital Moment*, with advantages as the manipulation rotacional of the micro captured particles and reduction of the optical damage in biological samples (*Opticution*), with regard to gradient Optical Tweezer, make the problem even more complex. Therefore, in this work is realized an analysis of the light forces in the optical capture of a dielectric sphere with a beam Laguerre Gaussian mode *Doughnut-Shaped* type  $TEM_{01}^*$  by means of the deduction of mathematical expressions calculated in the approximations of *Rayleigh Regime* and *Mie Regime*, in addition, is analyzed the torque due to the transfer at the *Orbital Angular Moment* of this beam to the micro particle. Finally, is develop a user's graphical interface in MATLAB that allows the analysis of the forces present in the capture in the approximations of *Rayleigh Regime* and *Mie Regime*. Additionally are presents experimentals results of measurement of forces, observation of the torque generated for a beam *Laguerre Gaussian*, implementation of an optical tweezer obtained in the *Optical Trapping Lab-Grup de Biofotónica (BIOPT)*, del *Departamento de Física Aplicada, de la Facultad de Física de la Universidad de Barcelona*, in Barcelona-España.

**Keywords:** Optical tweezer, radiation pressure, Rayleigh regimen, Mie regime, gradient force, Scattering force.

# Índice general

<b>1. Introducción</b>	<b>1</b>
<b>2. Marco Teórico</b>	<b>6</b>
2.1. Descripción de una Pinza Óptica . . . . .	6
2.2. Haz <i>Laguerre Gaussiano</i> . . . . .	8
2.2.1. Campo Eléctrico de un haz <i>Laguerre Gaussiano</i> . . . . .	8
2.2.2. Generación de un haz <i>Laguerre Gaussiano</i> . . . . .	20
<b>3. Estudio físico-matemático y análisis de las fuerzas en el <i>Régimen de Rayleigh</i></b>	<b>23</b>
3.1. Cálculo de las ecuaciones de la <i>Fuerza de Gradiente</i> . . . . .	23
3.2. Cálculo de la ecuación de la <i>Fuerza de Scattering</i> . . . . .	28
3.3. Análisis de las fuerzas en el <i>Régimen de Rayleigh</i> . . . . .	29

<b>4. Estudio físico-matemático y análisis de las fuerzas en el <i>Régimen de Mie</i></b>	<b>40</b>
4.1. Calculo de las ecuaciones de las fuerzas de <i>Gradiente y Scattering</i> . . . . .	41
4.2. Análisis de las fuerzas en el <i>Régimen de Mie</i> . . . . .	47
<b>5. Resultados Experimentales</b>	<b>52</b>
5.1. Medición de fuerzas y comparación con resultados teóricos . . . . .	53
5.2. Torque . . . . .	62
5.3. Construcción de una Pinza Óptica simple . . . . .	67
<b>6. Conclusiones</b>	<b>70</b>
<b>7. Perspectivas para Trabajos Futuros</b>	<b>72</b>
<b>A. Construcción de una interfaz gráfica de usuario</b>	<b>80</b>
<b>B. Descripción Detallada de Piezas</b>	<b>88</b>
B.1. Pinza Holográfica . . . . .	88
B.2. Pinza Óptica Simple . . . . .	92
<b>C. Productos</b>	<b>96</b>

# Índice de figuras

2.1. Esquema funcional de una Pinza Óptica. $L_1, L_2, L_3, L_4$ son lentes; $M_1, M_2$ espejos, $DM$ es un espejo dicróico, SLM es un Modulador Espacial de Luz y CCD la cámara. . . . .	6
2.2. Esquema de la generación de un haz <i>Laguerre Gaussiano</i> con una Placa de Fase Espiral [60]. . . . .	20
2.3. Esquema de la generación de un haz <i>Laguerre Gaussiano</i> con una Placa q [62]. . . . .	21
2.4. Esquema de la generación de un haz <i>Laguerre Gaussiano</i> por conversión de modos [55]. . . . .	21
2.5. Esquema de la generación de un haz <i>Laguerre Gaussiano</i> por holograma generado computacionalmente [65]. . . . .	22
3.1. Esquema geométrico del haz de captura interactuando con la esfera dieléctrica. . . . .	24
3.2. (a) Componente $x$ de la Fuerza de Gradiente que experimenta una esfera dieléctrica de radio $5nm$ . (b) Plano $xy$ de la Fuerza de Gradiente que experimenta una esfera dieléctrica de radio $5nm$ . . . . .	30

3.3. Perfil $xz$ del haz Laguerre Gaussiano $TEM_{01}^*$ con dirección de propagación en el eje $z+$ . (a) Plano $xz$ de la componente $x$ de la <i>Fuerza de Gradiente</i> que experimenta una esfera dieléctrica de radio $5nm$ . (b) Plano $xz$ de la componente $z$ de la <i>Fuerza de Gradiente</i> que experimenta una esfera dieléctrica de radio $5nm$ . . . . .	31
3.4. Zonas de mayor intensidad del haz Laguerre Gaussiano $TEM_{01}^*$ con dirección de propagación en el eje $z+$ y campo vectorial representando la <i>Fuerza de Gradiente</i> en $3D$ que experimenta una esfera dieléctrica de radio $5nm$ . . . . .	32
3.5. Perfil $xz$ del haz Laguerre Gaussiano $TEM_{01}^*$ con dirección de propagación en el eje $z+$ . (a) Plano $xz$ de la <i>Fuerza de Scattering</i> que experimenta una esfera dieléctrica de radio $5nm$ . (b) Campo vectorial representando la <i>Fuerza de Scattering</i> en $3D$ que experimenta una esfera dieléctrica de radio $5nm$ . . . . .	33
3.6. (a) Perfil $xz$ del haz Laguerre Gaussiano $TEM_{01}^*$ con dirección de propagación en el eje $z+$ y plano $xz$ de la componente $z$ de la <i>Fuerza Total</i> que experimenta una esfera dieléctrica de radio $5nm$ . (b) Componente $z$ de la Fuerzas de <i>Gradiente</i> , <i>Scattering</i> y <i>Total</i> sobre el eje transversal $x$ en $\tilde{z} = 1$ , que experimenta una esfera dieléctrica de radio $5nm$ . . . . .	34
3.7. Zonas de mayor intensidad del haz Laguerre Gaussiano $TEM_{01}^*$ con dirección de propagación en el eje $z+$ y campo vectorial representando la <i>Fuerza Total</i> en $3D$ que experimenta una esfera dieléctrica de radio $5nm$ . . . . .	35
3.8. Fuerza de Gradiente en $x$ que experimentan esferas de $5nm$ y $10nm$ de radio para un haz Gaussiano $TEM_{00}$ y un haz <i>Laguerre Gaussiano</i> $TEM_{01}^*$ . 36	
3.9. Fuerza de Gradiente en $x$ que experimentan esferas de $50nm$ y $100nm$ de radio para un haz Gaussiano $TEM_{00}$ y un haz <i>Laguerre Gaussiano</i> $TEM_{01}^*$ . . . . .	37
3.10. Componente $z$ de las Fuerzas de <i>Gradiente</i> , <i>Scattering</i> y <i>Total</i> que experimentan esferas de $5nm$ y $10nm$ de radio para un haz Gaussiano $TEM_{00}$ y un haz <i>Laguerre Gaussiano</i> $TEM_{01}^*$ . . . . .	38
3.11. Componente $z$ de las Fuerzas de <i>Gradiente</i> , <i>Scattering</i> y <i>Total</i> que experimentan esferas de $50nm$ y $100nm$ de radio para un haz Gaussiano $TEM_{00}$ y un haz <i>Laguerre Gaussiano</i> $TEM_{01}^*$ . . . . .	39

4.1.	Representación de un rayo que incide sobre una esfera dieléctrica de radio $R$ . . . . .	41
4.2.	(a) Representación de un haz enfocado sobre el eje $z$ de la esfera (b) Plano $wz$ que contiene al rayo $w'f$ . . . . .	43
4.3.	(a) Representación de un haz enfocado sobre el eje $y$ de la esfera (b) Plano de incidencia . . . . .	46
4.4.	Fuerza óptica axial que experimenta una esfera dieléctrica de $1,5\mu m$ de radio. . . . .	48
4.5.	Fuerza óptica axial que experimenta una esfera dieléctrica de $1,5\mu m$ de radio. . . . .	49
4.6.	Fuerza Óptica Total para captura axial y transversal que experimentan esferas de $0,5\mu m$ y $1\mu m$ de radio, para un haz Gaussiano $TEM_{00}$ y un haz <i>Laguerre Gaussiano</i> $TEM_{01}^*$ . . . . .	50
4.7.	Fuerza Óptica Total para captura axial y transversal que experimentan esferas de $4\mu m$ y $5\mu m$ de radio, para un haz Gaussiano $TEM_{00}$ y un haz <i>Laguerre Gaussiano</i> $TEM_{01}^*$ . . . . .	51
5.1.	(a) Pinza Óptica Holográfica utilizada, que pertenece al BIOPT. (b) Esquema de la Pinza Óptica Holográfica. . . . .	52
5.2.	(a) Sensor <i>Lunam<sup>TM</sup> T - 40i</i> de la empresa <i>Impetux Optics</i> . (b) Representación de la condición $NA \geq n_m$ . . . . .	54
5.3.	(a) Diagrama del montaje. (b) Imagen de la muestra movida por el motor piezoeléctrico por una señal triangular y medida de fuerza registrada por el sensor <i>Lunam<sup>TM</sup> T - 40i</i> . . . . .	55
5.4.	Perfil de fuerza transversal que experimenta una esfera de $1,5\mu m$ por un haz Gaussiano $TEM_{00}$ , registrada por el <i>Lunam<sup>TM</sup> T-40i</i> . . . . .	56
5.5.	Comparación de fuerza experimental registrada por el <i>Lunam<sup>TM</sup> T-40i</i> y fuerza teórica. (a) En el Régimen de Rayleigh. (b) En el Régimen de Mie. . . . .	57

5.6.	Perfil de fuerza transversal que experimenta una esfera de $1,5\mu m$ por un haz <i>Laguerre Gaussiano</i> tipo $TEM_{01}^*$ , registrada por el $Lunam^{TM}$ T-40i.	58
5.7.	Comparación de fuerza experimental registrada por el $Lunam^{TM}$ T-40i y fuerza teórica. (a) En el Régimen de Rayleigh. (b) En el Régimen de Mie. . . . .	59
5.8.	Perfil de fuerza transversal que experimenta una esfera de $4\mu m$ por un haz Gaussiano tipo $TEM_{00}$ , registrada por el $Lunam^{TM}$ T-40i. . . . .	59
5.9.	Comparación de fuerza experimental registrada por el $Lunam^{TM}$ T-40i y fuerza teórica. (a) En el Régimen de Rayleigh. (b) En el Régimen de Mie. . . . .	60
5.10.	Perfil de fuerza transversal que experimenta una esfera de $4\mu m$ por un haz <i>Laguerre Gaussiano</i> tipo $TEM_{01}^*$ , registrada por el $Lunam^{TM}$ T-40i.	61
5.11.	Comparación de fuerza experimental registrada por el $Lunam^{TM}$ T-40i y fuerza teórica. (a) En el Régimen de Rayleigh. (b) En el Régimen de Mie. . . . .	62
5.12.	Rotación de una esfera de $1,5\mu$ de radio con haz <i>Laguerre Gaussiano</i> modo <i>Doughnut-Shaped</i> con carga topológica $l = 6$ . . . . .	64
5.13.	(a) y (b) Dos esferas de $1,5\mu m$ de radio, con un haz modo <i>Doughnut-Shaped</i> $l = 8$ . (c) y (d) Esferas de $0,5\mu m$ y $2,5\mu$ de radio, con un haz modo <i>Doughnut-Shaped</i> $l = 10$ . . . . .	65
5.14.	En (a) y (b) se representa la rotación de micro objeto formado por esferas de poliestireno de $1,5\mu m$ de radio, con un haz <i>Laguerre Gaussiano</i> tipo $TEM_{01}^*$ . . . . .	66
5.15.	(a) Esquema de una Pinza Óptica simple. (b) Descripción final de los elementos ópticos. . . . .	67
5.16.	(a) Sistema de iluminación. (b) Sistema de captura. . . . .	68
5.17.	(a) y (b) Movimiento de una esfera de $0,5\mu m$ de radio de un punto $A$ a un punto $B$ . (c) y (d) Movimiento de un cilindro de $\approx 2,5\mu m$ de radio de un punto $A$ a un punto $B$ . . . . .	69

A.1. Representación lógica de la interfaz. . . . .	81
A.2. Interfaz, <i>Régimen de Rayleigh</i> opción de análisis 2D. . . . .	81
A.3. Interfaz, <i>Régimen de Rayleigh</i> opción de análisis 3D. . . . .	84
A.4. Interfaz, <i>Régimen de Mie</i> opción de captura axial. . . . .	85
A.5. Interfaz, <i>Régimen de Mie</i> opción de captura transversal. . . . .	85
C.1. Certificado de asistencia al <i>XXVII CONGRESO NACIONAL DE FÍSICA</i> . . . . .	96
C.2. Certificado de ponencia bajo la modalidad póster al <i>XXVII CONGRESO NACIONAL DE FÍSICA</i> . . . . .	97
C.3. Carta de constancia para publicación en próximo volumen de la revista. . . . .	132
C.4. Constancia de sometimiento a revista indexada. . . . .	140
C.5. Carta valorativa. . . . .	141



# Capítulo 1

## Introducción

La historia de las Pinzas Ópticas inicia con el fenómeno de presión de radiación. Su historia se remonta a observaciones astronómicas de Johannes Kepler en el siglo XVII, donde se dan las primeras especulaciones sobre la existencia de este fenómeno. Años más tarde en 1873, James Clerk Maxwell fundamenta teóricamente que las ondas electromagnéticas pueden ejercer presión sobre los objetos materiales [1]. Evidencias experimentales del fenómeno, pero sin aplicabilidad tecnológica, son reportadas en 1901 por E.F. Nichols y G.F. Hull [2]. Posteriormente, se dan contribuciones a este campo desde la Mecánica Cuántica con Max Planck, Albert Einstein y con la invención del láser en 1960, darían lugar a la primera evidencia experimental de captura óptica realizada hacia 1970 por A. Ashkin en los laboratorios Bell [3], donde inicialmente se demuestra este fenómeno en un sistema de haces de luz contrapropagantes, con el fin de contrarrestar la fuerza proveniente de la presión de radiación. En los años siguientes Ashkin y colaboradores, utilizaron Pinzas Ópticas para levitación de gotas de líquido en gases [4] y en el área de la Biología, atrapando un virus de mosaico del tabaco individual y la bacteria *Escherichia Coli*[5].

Históricamente se habla de Pinza Óptica desde 1986 [6], donde se logra una captura estable de micro objetos, por medio de objetivos de microscopio de alta apertura numérica (NA), que enfocan la luz sobre la muestra y que dan lugar a una fuerza de *Gradiente*, llamada así por ser la responsable de la captura óptica y que contrarresta la acción de la presión de radiación. Con la invención de la Pinza Óptica se inicia la aplicación de este dispositivo a la investigación, en áreas como la Física Atómica [7], la Nanotecnología [8], las Ciencias Coloidales [9], la Física Fundamental [10] y donde se destacan campos como la Biología y la Microbiología, debido a que la Pinza Óptica facilita el análisis de los micro organismos de forma individual, permitiendo además, moverlos sin contacto mecánico, ejerciendo fuerzas del orden de los *picoNewton* ( $pN$ ). Este dispositivo también permite medir fuerzas externas sobre

el objeto capturado, dando una importante contribución por ejemplo en el estudio del ADN [11], ya que permitió medir sus propiedades elásticas y actualmente sigue siendo un dispositivo presente en estudios relacionados con el tema [12]. El uso de la Pinza Óptica en la Biología es de gran utilidad, ya que son instrumentos muy sensibles, capaces de manipular objetos micrométricos y detectar desplazamientos nanométricos; aprovechando esta característica, son empleadas en el estudio de motores moleculares; estos sistemas presenta un enorme reto para la Biología, ya que se trata de uno de los sistemas más complejos que puedan encontrarse en la naturaleza. Un ejemplo es el estudio de la *Miosina* que es una proteína fibrosa, cuyos filamentos tienen una longitud de  $1,6\mu m$ , un diámetro de  $15nm$  y que está implicada en la contracción muscular. La Pinza Óptica demostró en el pasado ser una herramienta de primer nivel para la investigación y estudio de algunas propiedades de la *Miosina* [13], y actualmente se destaca en el estudio de la *Miosina-VB*, el cual es uno de los tres miembros de la familia Miosina-V de motores moleculares basados en actina [14]. En la actualidad la Pinza Óptica se presenta como la herramienta más versátil en la manipulación y estudio en entornos *in vivo*, como es el ejemplo de manipulación de glóbulos rojos dentro de animales vivos, específicamente en los capilares de la oreja de una rata [15]. Por dar otro ejemplo, se encuentran estudios actuales como la captura óptica de los *otolitos*, que son cálculos auriculares que se encuentran en el sistema vestibular de los vertebrados y en los peces se encuentran en su sistema auditivo; estudios reportan manipulación óptica de *otolitos* en el sistema auditivo de larvas de *zebrafish*, produciendo estímulos vestibulares ficticios en un animal estacionario y provocando reacciones por parte de él[16].

Con la implementación de los Moduladores Espaciales de Luz SLM (*Spatial Light Modulator*)[17, 18], es posible modificar la fase, amplitud y polarización del haz de captura, permitiendo introducir movimiento a la micro o nano partícula capturada, además, la posibilidad de generar formas exóticas de haces para manipulación simultánea de múltiples partículas individuales, técnica que se denomina Pinza Óptica Holográfica. Con esta técnica, es posible lograr nuevos grados de libertad en el objeto capturado como lo son rotaciones sobre las micro partículas, por medio de la generación de haces con vórtices ópticos, que poseen y pueden transferir *Momento Angular*, ejemplo de ello son los haces *Laguerre Gaussianos*, como los modos *Doughnut-Shaped* en especial el tipo  $TEM_{01}^*$ . Estos haces se presentan como una de las soluciones al daño óptico denominado *opticution*[19], debido a que su zona central de intensidad es menor que en la Pinza Óptica tipo Gradiente[20]. Estos haces han encontrado aplicaciones innovadoras en rotaciones sobre los micro objetos capturados, debido a la transferencia de *Momento Angular Orbital*, propiedad que no depende de la polarización de la luz, sino de la forma helicoidal de su fase, por lo tanto, un haz polarizado linealmente posee también *Momento Angular*, en cambio el *Momento Angular de Espín* se asocia con la polarización circular o elíptica de la luz. Recientemente este tipo de haces se están utilizando en capturas biológicas y otras

áreas [21, 22, 23, 24, 25, 26, 27], por lo tanto, la aplicación del modo *Doughnut-Shaped* en especial el tipo  $TEM_{01}^*$  a la captura óptica, es un tema actual de impacto científico.

La historia de los haces *Laguerre Gaussianos*, se remonta a Maxwell. Su teoría electromagnética implicaría la existencia de *Momento Angular* en la luz y con base en ella, hacia 1909, Poynting sugirió un experimento que consistía en la idea de ejercer torque sobre una placa birrefringente[28] experimento que fue realizado en 1936 por Beth [29]. En 1992 Allen y colaboradores demuestran la generación experimental de haces *Laguerre Gaussianos*, demostrando que estos poseen *Momento Angular* bien definido [30]. Años más tarde en 1995, se implementan estos haces en sistemas de Pinzas Ópticas, generados por hologramas físicos de amplitud [31], evidenciando por primera vez rotaciones sobre una micro partícula capturada, originada por la transferencia de *Momento Angular Orbital* [32].

<b>Métodos Aproximados</b>	<b>Aproximaciones Computacionales</b>	<b>Métodos Computacionales Exactos</b>
Régimen de Dispersión de Rayleigh	Aproximación de Mie	Matriz T
Régimen de la Óptica Geométrica	Aproximación discreta de Dipolo	Método de Diferencias Finitas en el Dominio del Tiempo (FDTD)

**Tabla 1.1:** Métodos para la descripción de la dispersión de la luz por partículas.

Desde el descubrimiento del fenómeno de captura óptica, la predicción del comportamiento de las fuerzas responsables de este fenómeno se ha planteado como un problema de continua evolución, actualmente con el uso de haces con vórtices, que presentan ventajas respecto a las trampas ópticas convencionales, hacen aún más complejo el problema. Los métodos utilizados para explicar el comportamiento de dichas fuerzas, se basan típicamente en la teoría de dispersión de la luz. Estos métodos se clasifican en tres clases y se pueden observar en la tabla 1.1.

La primera variante se denomina Métodos Aproximados, los cuales requieren de varias aproximaciones y bajo su cumplimiento simplifican los cálculos de las fuerzas. El primero de estos se denomina Régimen de Dispersión de *Rayleigh*. En el campo de las Pinzas Ópticas, se encuentra como “Teoría Dipolar de Rayleigh” (RDT) [33] y más

comúnmente llamado como *Régimen de Rayleigh* [34], usado cuando las dimensiones de la partícula capturada son mucho menores que la longitud de onda de la luz de captura; este método se basa en un tratamiento al problema por medio de la electrodinámica clásica [35]. Un segundo método es el Régimen de la Óptica Geométrica, llamado en las Pinzas Ópticas como “Teoría de los Rayos Ópticos” (ROT)[33] o más comúnmente como *Régimen de Mie*[34], utilizado cuando las dimensiones de la partícula capturada son mucho mayores que la longitud de onda de la luz de captura. Este método utiliza el concepto de rayo luminoso y un tratamiento al problema por medio de la Óptica Geométrica [36]. Este método es implementado por el *toolbox OTGO* [37].

La segunda variante de métodos son las Aproximaciones Computacionales que usan herramientas computacionales para realizar sus cálculos, pero, de igual forma usan aproximaciones para simplificar el cálculo de las fuerzas. El ejemplo más relevante de estos métodos en las Pinzas Ópticas se denomina la “Teoría de Lorentz-Mie (LMT)”, esta teoría define la interacción entre una esfera dieléctrica y una onda plana cuando el radio de la esfera es comparable a la longitud de onda de la luz de captura, pero es incapaz de describir haces de distintas formas [38]. La extensión de la LMT a la iluminación arbitraria se conoce como La Teoría Generalizada de *Lorentz-Mie* (GLMT), que provee una solución completa, ya que usa las ecuaciones de Maxwell sobre la superficie de la partícula para el cálculo de las fuerzas ópticas y puede ser aplicada a partículas de todos los tamaños [39]. Sin embargo, GLMT efectúa cálculos que requieren un alto tiempo computacional que son inevitables ya que requiere muchas simulaciones y cuya principal debilidad es su restricción a esferas isotrópicas y homogéneas [40]. Si bien GLMT se ha mostrado como uno de los métodos más precisos para calcular las fuerzas ópticas, sus requisitos computacionales hacen que sea problemático utilizarlo.

Finalmente, se encuentran los denominados “Métodos Computacionales Exactos” que usan herramientas computacionales para sus cálculos, con la diferencia que no necesitan tantas aproximaciones como las variantes de métodos nombrados anteriormente. Un ejemplo de ellos es el “Método de la Matriz T”, método computacional que describe la dispersión de la luz para partículas no esféricas; en este método los campos incidente y dispersado son expandidos en funciones vectoriales de onda esférica encontrados también en la dispersión de *Mie* [41, 40]. También, se encuentra el método de *Diferencias Finitas en el Dominio del Tiempo* (FDTD), el cual soluciona numéricamente las ecuaciones de Maxwell para las condiciones de un problema en particular. Este método es implementado por algunos programas como *FDTD Solutions* del software LUMERICAL y puede ser aplicado a partículas con geometría irregular y tamaño arbitrario lo que requiere un alto costo computacional. Actualmente, GLMT, Matriz T y FDTD se consideran los métodos computacionales más exactos para describir el comportamiento de las fuerzas de

captura tanto para partículas de geometría regular e irregular.

En Latinoamérica, las pinzas ópticas son un tema de escasa incursión, pero hay investigaciones recientes de gran relevancia [42, 43, 44, 45]. En Colombia también se ha incursionado en el uso de la Pinza Óptica con técnicas holográficas para la manipulación de micro esferas dieléctricas, y micro organismos [46, 47, 48]. Es un campo nuevo en Colombia, con grandes posibilidades de aplicaciones en múltiples líneas de investigación.

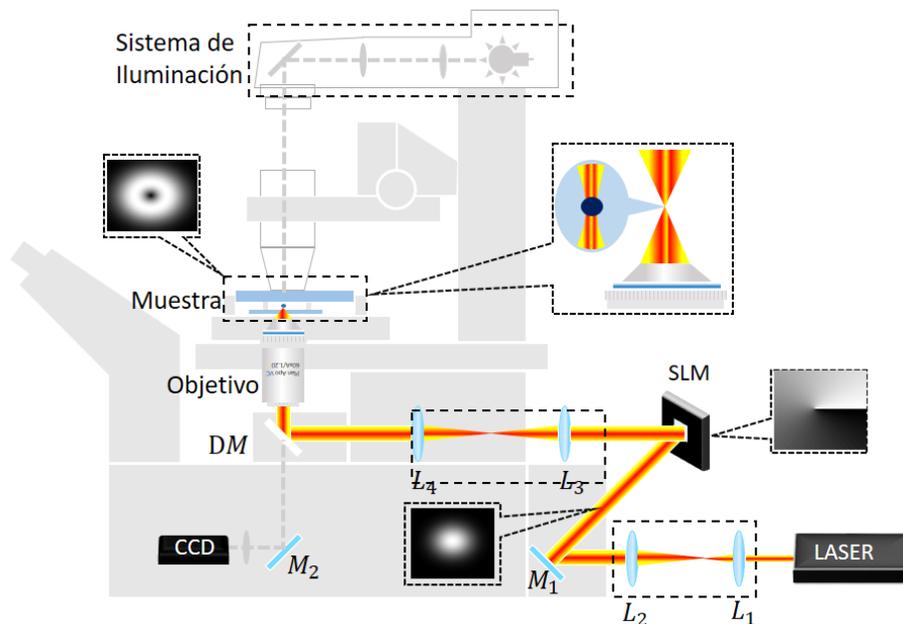
En este trabajo, se presentan resultados al abordar el problema del cálculo del comportamiento de las fuerzas y torques presentes en la captura óptica de una esfera dieléctrica con un haz *Laguerre Gaussiano* tipo  $TEM_{01}^*$ , usando los métodos aproximados (tabla 1.1), debido a que permiten por medio de ecuaciones analíticas obtener una aproximación al comportamiento del fenómeno de captura óptica. En el capítulo 1, se encuentra una revisión al estado del arte de las Pinzas Ópticas convencionales y holográficas con vórtices ópticos, partiendo desde sus inicios hasta las aplicaciones más relevantes en la actualidad, seguido de una descripción de los métodos usados para predecir el fenómeno. En el capítulo 2, se presentan las partes básicas que componen una Pinza Óptica y de manera rigurosa el análisis teórico de los métodos aproximados: *Régimen de Rayleigh* y el *Régimen de Mie*, para el cálculo de las fuerzas y torques ópticos debidos a un haz *Laguerre Gaussiano* tipo  $TEM_{01}^*$ . Posteriormente en el capítulo 3, se presentan los análisis de los resultados obtenidos implementando los métodos nombrados anteriormente, además de la construcción de una interfaz gráfica de usuario que permite una fácil visualización cualitativa al fenómeno de captura. Finalmente, en el capítulo 4, se presenta la medida experimental de fuerzas ópticas, utilizando el dispositivo *Lunam<sup>TM</sup> T-40i* de la empresa *Impetux Optics* y una comparación con los resultados teóricos. En este capítulo también se presentan resultados referentes a la generación de haces *Doughnut-Shaped* y su efecto sobre micro partículas capturadas, sumado a la construcción de una Pinza Óptica totalmente funcional mediante piezas opto-mecánicas. Las actividades del capítulo 4 fueron resultado de una estancia de investigación realizada en el *Optical Trapping Lab-Grup de Biofotònica, Departament de Física Aplicada, Facultat de Física de la Universitat de Barcelona*, en Barcelona-España, apoyada por la Vicerrectoría de investigaciones de la Universidad de Pamplona por medio de la convocatoria “Movilidad Estudiantes 2018”.

## Capítulo 2

# Marco Teórico

### 2.1. Descripción de una Pinza Óptica

La Pinza Óptica es un dispositivo que permite capturar ópticamente objetos a escala micro y nanométrica. Adicionalmente, es posible moverlos físicamente y medir algunas magnitudes físicas de ellos. Esto lo convierte en un dispositivo transductor bajo previa calibración y sin hacer contacto mecánico con la muestra.



**Figura 2.1:** Esquema funcional de una Pinza Óptica.  $L_1, L_2, L_3, L_4$  son lentes;  $M_1, M_2$  espejos,  $DM$  es un espejo dichroico, SLM es un Modulador Espacial de Luz y CCD la cámara.

Un arreglo óptico de una Pinza Óptica, incluye fundamentalmente los siguientes componentes, que pueden ser observados en la figura 2.1, los cuales se describen así:

- ✱— **Láser:** Un láser que tiene como fin proporcionar el haz de luz. Comúnmente son elegidos con longitud de onda en el *IR*, con el fin de evitar *Opticution* al trabajar con muestras biológicas. Estos láseres tienen potencias típicas de  $200mW$  hasta un máximo de  $1W$  a  $4W$ .
- ✱— **Lentes:** Un paso importante en la construcción de una Pinza Óptica esta en lograr que el tamaño del *Spot* del láser llene totalmente la entrada del Objetivo de Microscopio, en otras palabras, que la relación de tamaño en estos parámetros sea 1 o lo que comúnmente es llamado *overfilling*. En la figura 2.1 el arreglo de lentes  $L_1$  y  $L_2$  cumplen la función de un sistema expansor del *Spot* del láser con el fin de lograr llenar completamente el tamaño de trabajo del Modulador Espacial de Luz (SLM), después de esta etapa de modulación del haz, se utiliza un sistema formado por las lentes  $L_3$  y  $L_4$  con el fin de ajustar el *Spot* del láser a la entrada del Objetivo de Microscopio.
- ✱— **Espejos:** En particular el espejo  $M_1$  refleja el láser y se utiliza para cambiar la dirección del haz de luz y el espejo  $M_2$  refleja la iluminación proveniente de la muestra, como se observa en la figura 2.1. Así mismo, cumple un papel de importante relevancia el *Espejo Dicroico (DM)*, ya que debido al recubrimiento que posee, se comporta como un espejo para la longitud de onda del láser que se enfoca sobre la muestra y deja pasar las provenientes de la iluminación de esta.
- ✱— **Elemento Difractivo:** Este elemento tiene la capacidad de modular la forma del frente de onda del haz que pasa por él. Usualmente en las Pinzas Ópticas es común el uso de Moduladores Espaciales de Luz (SLM) [49, 50, 51], aprovechando su versatilidad en introducir consecutivamente cambios en la fase, amplitud o polarización en el frente de onda del haz, por medio de codificación de los píxeles que lo componen, dependiendo de las necesidades de la aplicación.
- ✱— **Objetivo de Microscopio:** Este dispositivo cumple un papel importante en la construcción de una Pinza Óptica, ya que permite enfocar la luz sobre la muestra y su elección repercute directamente en la magnitud de la fuerza que captura y sostiene a las micro partículas. El parámetro de mayor relevancia en los Objetivos de Microscopio es la *Apertura Numérica (NA)*, este parámetro varía usualmente entre 0,7 para objetivos de aire, 1,2 para objetivos de inmersión en agua y 1,3 para objetivos de inmersión en aceite. Estos dos últimos son los más usados, ya que incrementan los gradientes de intensidad de la luz enfocada, que es una característica necesaria para la captura óptica.
- ✱— **Muestra:** Las muestras utilizadas para las capturas ópticas pueden ir desde material biológico partiendo de células hasta tejido vivo y comúnmente esferas

dieléctricas en soluciones acuosas de agua destilada preparadas en micro cámaras formadas por cubreobjetos y portaobjetos.

- \*— **Cámara:** Este dispositivo digital (CCD o CMOS), tiene como fin captar la imagen de la muestra permitiendo visualizar el movimiento de la muestra y evidenciar la captura óptica de la trampa.

## 2.2. Haz Laguerre Gaussiano

### 2.2.1. Campo Eléctrico de un haz *Laguerre Gaussiano*

La forma matemática de los haces *Laguerre Gaussianos* es expresada por su amplitud compleja, que es solución a la ecuación paraxial de onda en coordenadas cilíndricas y cuya forma es encontrada planteando una solución de la forma[52]:

$$A_{LG}(r, \phi, z) = g \left( \frac{r}{w(z)} \right) \exp \left\{ -i \left[ \mathcal{P}(z) + \frac{kr^2}{2q(z)} + l\phi \right] \right\}, \quad (2.1)$$

donde  $(r, \phi, z)$  son las coordenadas cilíndricas,  $w(z)$  se denomina *Radio del Haz* y se refiere al radio del *Spot* del haz,  $l$  es un número entero y la forma de las funciones  $\mathcal{P}(z)$  y  $q(z)$  deben ser encontradas, recordando la solución planteada para el haz *Gaussiano* [52]:

$$A_G(r, z) = \exp \left\{ -i \left[ P(z) + \frac{kr^2}{2q(z)} \right] \right\}, \quad (2.2)$$

además, teniendo en cuenta que en la ecuación 2.1,  $\mathcal{P}(z) = P(z) + \rho(z)$ . Donde  $P(z)$  es el término de fase en haz *Gaussiano* y  $\rho(z)$  es un término de fase que debe ser encontrado que incluye la fase helicoidal para que así,  $\mathcal{P}(z)$  describa la fase de un haz *Laguerre Gaussiano*. Por lo tanto reemplazando la ecuación 2.2 en 2.1, podemos escribir:

$$A_{LG}(r, \phi, z) = g \left( \frac{r}{w(z)} \right) \exp[-il\phi] \exp[-i\rho(z)] \exp \left\{ -i \left[ P(z) + \frac{kr^2}{2q(z)} \right] \right\}, \quad (2.3)$$

la ecuación 2.3 que puede ser escrita como:

$$A_{LG}(r, \phi, z) = F(r, \phi, z) A_G(r, z), \quad (2.4)$$

que debe satisfacer la ecuación de onda paraxial:

$$\nabla_T^2 A - 2ik \frac{\partial A}{\partial z} = 0. \quad (2.5)$$

Introduciendo la ecuación 2.4 en 2.5, obtenemos:

$$\nabla_T^2 [F(r, \phi, z) A_G(r, z)] - 2ik \frac{\partial}{\partial z} [F(r, \phi, z) A_G(r, z)] = 0. \quad (2.6)$$

Recordando la siguiente propiedad del operador laplaciano:

$$\nabla^2 (fg) = (\nabla^2 f) g + 2 \left( \vec{\nabla} f \right) \cdot \left( \vec{\nabla} g \right) + f (\nabla^2 g) \quad (2.7)$$

y aplicando la propiedad anterior, podemos escribir la ecuación 2.6 como:

$$F(r, \phi, z) \nabla_T^2 A_G(r, z) + 2 \left[ \left( \vec{\nabla}_T F(r, \phi, z) \right) \cdot \left( \vec{\nabla}_T A_G(r, z) \right) \right] + A_G(r, z) \nabla_T^2 F(r, \phi, z) - 2ik \left[ A_G(r, z) \frac{\partial F(r, \phi, z)}{\partial z} + F(r, \phi, z) \frac{\partial A_G(r, z)}{\partial z} \right] = 0, \quad (2.8)$$

la ecuación 2.8 puede ser escrita como:

$$F(r, \phi, z) \underbrace{\left[ \nabla_T^2 A_G(r, z) - 2ik \frac{\partial A_G(r, z)}{\partial z} \right]}_* + 2 \left[ \left( \vec{\nabla}_T F(r, \phi, z) \right) \cdot \left( \vec{\nabla}_T A_G(r, z) \right) \right] + A_G(r, z) \nabla_T^2 F(r, \phi, z) - 2ik A_G(r, z) \frac{\partial F(r, \phi, z)}{\partial z} = 0, \quad (2.9)$$

donde la expresión \* corresponde a la ecuación para el Haz *Gaussiano* la cual es:

$$\nabla_T^2 A_G(r, z) - 2ik \frac{\partial A_G(r, z)}{\partial z} = 0 \quad (2.10)$$

y donde es posible encontrar la forma de la función  $q(z)$  y  $P(z)$  respectivamente como [53]:

$$\frac{1}{q(z)} = \frac{1}{R(z)} - \frac{i\lambda}{\pi w^2(z)} = \frac{1}{z \left[ 1 + \left( \frac{z_R}{z} \right)^2 \right]} - \frac{2i}{kw^2(z)}, \quad (2.11)$$

$$\exp[-iP(z)] = \frac{\exp \left[ i \arctan \left( \frac{z}{z_R} \right) \right]}{\left[ 1 + \left( \frac{z}{z_R} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}}} = \frac{w_0}{w(z)} \exp[i\Phi(z)]. \quad (2.12)$$

donde  $R(z)$  es el *Radio de Curvatura* y describe como el frente de onda envuelve la propagación a lo largo del eje,  $k$  es el número de onda en el medio,  $z_R$  es la *Longitud de Rayleigh*, que es la distancia medida desde  $z = 0$  sobre el eje  $z$  donde la divergencia del haz es mínima y dentro de la cual el tamaño del *Spot* es muy parecido al de la cintura del haz y  $\Phi(z)$  es el *Cambio de Fase de Gouy* que es el retardo de fase del haz relativo

a una onda plana [54], así la ecuación 2.9 se reduce a:

$$\begin{aligned}
& 2 \left[ \underbrace{\left( \vec{\nabla}_T F(r, \phi, z) \right) \cdot \left( \vec{\nabla}_T A_G(r, z) \right)}_{*1} \right] + \underbrace{A_G(r, z) \nabla_T^2 F(r, \phi, z)}_{*2} \\
& \underbrace{-2ikA_G(r, z) \frac{\partial F(r, \phi, z)}{\partial z}}_{*3} = 0, \tag{2.13}
\end{aligned}$$

ahora, calculamos la expresión (\*1), recordando que  $\vec{\nabla}_T = \frac{\partial}{\partial r} \hat{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \phi} \hat{\phi}$  es el operador nabla transversal a la dirección de propagación del haz, en este caso  $z$ , por lo tanto, tenemos que:

$$\begin{aligned}
& 2 \left[ \left( \vec{\nabla}_T F(r, \phi, z) \right) \cdot \left( \vec{\nabla}_T A_G(r, z) \right) \right] = 2 \left[ \left( \frac{\partial}{\partial r} \hat{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \phi} \hat{\phi} \right) g \left( \frac{r}{w(z)} \right) \exp[-il\phi] \exp[-i\rho(z)] \right] \cdot \\
& \left[ \left( \frac{\partial}{\partial r} \hat{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \phi} \hat{\phi} \right) \exp \left\{ -i \left[ P(z) + \frac{kr^2}{2q(z)} \right] \right\} \right], \\
& = 2 \left[ \exp(-il\phi) \exp(-i\rho(z)) \frac{\partial g \left( \frac{r}{w(z)} \right)}{\partial r} \hat{r} + \frac{1}{r} g \left( \frac{r}{w(z)} \right) \exp(-i\rho(z)) \frac{\partial \exp(-il\phi)}{\partial \phi} \hat{\phi} \right] \cdot \\
& \left[ \frac{\partial}{\partial r} \left( \exp \left\{ -i \left[ P(z) + \frac{kr^2}{2q(z)} \right] \right\} \right) \hat{r} + \frac{\partial}{\partial \phi} \left( \exp \left\{ -i \left[ P(z) + \frac{kr^2}{2q(z)} \right] \right\} \right) \hat{\phi} \right] \\
& = 2 \exp(-il\phi) \exp(-i\rho(z)) \left[ \frac{\partial g \left( \frac{r}{w(z)} \right)}{\partial r} \hat{r} - \frac{ilg \left( \frac{r}{w(z)} \right)}{r} \hat{\phi} \right] \cdot \\
& \left[ \left( \frac{-ikr}{q(z)} \right) \exp \left\{ -i \left[ P(z) + \frac{kr^2}{2q(z)} \right] \right\} \hat{r} \right], \tag{2.14}
\end{aligned}$$

Recordando la ecuación 2.11, es posible escribir la ecuación 2.14 como:

$$\begin{aligned}
& -2 \exp(-il\phi) \exp(-i\rho(z)) \exp \left\{ -i \left[ P(z) + \frac{kr^2}{2q(z)} \right] \right\} \left( \frac{ikr}{q(z)} \frac{\partial g \left( \frac{r}{w(z)} \right)}{\partial r} \right), \\
& = -2 \exp(-il\phi) \exp(-i\rho(z)) A_G(r, z) \left[ ikr \left( \frac{1}{z \left[ 1 + \left( \frac{zR}{z} \right)^2 \right]} - \frac{2i}{kw^2(z)} \right) \right] \frac{\partial g \left( \frac{r}{w(z)} \right)}{\partial r} \\
& = -2 \exp(-il\phi) \exp(-i\rho(z)) A_G(r, z) \left[ \frac{ikr}{z \left[ 1 + \left( \frac{zR}{z} \right)^2 \right]} + \frac{2r}{w^2(z)} \right] \frac{\partial g \left( \frac{r}{w(z)} \right)}{\partial r}. \tag{2.15}
\end{aligned}$$

Calculamos ahora la expresión (\*2), recordando que  $\nabla_T^2 = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \phi^2}$  ya que es el operador laplaciano transversal a la dirección de propagación, en este caso  $z$ , por lo

tanto, tenemos que:

$$\begin{aligned}
A_G(r, z) \nabla_T^2 F(r, \phi, z) &= A_G(r, z) \left( \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2}{\partial \phi^2} \right) \left( g \left( \frac{r}{w(z)} \right) \exp[-il\phi] \exp[-i\rho(z)] \right), \\
&= A_G(r, z) \exp(-il\phi) \exp(-i\rho(z)) \left[ \frac{\partial^2 g \left( \frac{r}{w(z)} \right)}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial g \left( \frac{r}{w(z)} \right)}{\partial r} - \frac{l^2}{r^2} g \left( \frac{r}{w(z)} \right) \right]
\end{aligned} \tag{2.16}$$

y calculando la expresión (\*3)

$$\begin{aligned}
-2ikA_G(r, z) \frac{\partial F(r, \phi, z)}{\partial z} &= -2ikA_G \frac{\partial}{\partial z} \left[ g \left( \frac{r}{w(z)} \right) \exp[-il\phi] \exp[-i\rho(z)] \right], \\
&= -2ikA_G(r, z) \exp[-il\phi] \exp[-i\rho(z)] \left[ \frac{\partial g \left( \frac{r}{w(z)} \right)}{\partial z} - ig \left( \frac{r}{w(z)} \right) \frac{d\rho(z)}{dz} \right].
\end{aligned} \tag{2.17}$$

Finalmente reemplazamos las ecuaciones 2.15, 2.16 y 2.17 en la ecuación 2.13 y dividiendo entre  $\exp[-il\phi] \exp[-i\rho(z)] A_G(r, z)$  obtenemos:

$$\begin{aligned}
-2 \left\{ \frac{ikr}{z \left[ 1 + \left( \frac{zR}{z} \right)^2 \right]} + \frac{2r}{w^2(z)} \right\} \frac{\partial g \left( \frac{r}{w(z)} \right)}{\partial r} + \left\{ \frac{\partial^2 g \left( \frac{r}{w(z)} \right)}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial g \left( \frac{r}{w(z)} \right)}{\partial r} - \frac{l^2}{r^2} g \left( \frac{r}{w(z)} \right) \right\} - 2ik \left[ \frac{\partial g \left( \frac{r}{w(z)} \right)}{\partial z} - ig \left( \frac{r}{w(z)} \right) \frac{d\rho(z)}{dz} \right] &= 0,
\end{aligned} \tag{2.18}$$

Realizamos las derivadas de  $g \left( \frac{r}{w(z)} \right)$  de la ecuación 2.18, obteniendo:

$$\frac{\partial}{\partial r} \left[ g \left( \frac{r}{w(z)} \right) \right] = \frac{\partial g \left( \frac{r}{w(z)} \right)}{\partial \left( \frac{r}{w(z)} \right)} \frac{\partial \left( \frac{r}{w(z)} \right)}{\partial r} = \frac{g' \left( \frac{r}{w(z)} \right)}{w(z)}, \tag{2.19}$$

$$\frac{\partial^2}{\partial r^2} \left[ g \left( \frac{r}{w(z)} \right) \right] = \frac{\partial}{\partial r} \left[ \frac{g' \left( \frac{r}{w(z)} \right)}{w(z)} \right] = \frac{g'' \left( \frac{r}{w(z)} \right)}{w^2(z)}, \tag{2.20}$$

Para realizar la derivada de la función  $g\left(\frac{r}{w(z)}\right)$  respecto a  $z$ , debemos recordar que  $w(z) = w_0\sqrt{1 + \left(\frac{z}{Z_R}\right)^2}$ , así:

$$\begin{aligned}
\frac{\partial}{\partial z} \left[ g\left(\frac{r}{w(z)}\right) \right] &= \frac{\partial g\left(\frac{r}{w(z)}\right)}{\partial \left(\frac{r}{w(z)}\right)} \frac{\partial \left(\frac{r}{w(z)}\right)}{\partial z} = g'\left(\frac{r}{w(z)}\right) \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{r}{w(z)}\right), \\
&= -\frac{r}{w^2(z)} g'\left(\frac{r}{w(z)}\right) \frac{dw(z)}{dz} = -\frac{r}{w^2(z)} g'\left(\frac{r}{w(z)}\right) \frac{d}{dz} \left[ w_0\sqrt{1 + \left(\frac{z}{Z_R}\right)^2} \right], \\
&= -\frac{w_0 r}{w^2(z)} g'\left(\frac{r}{w(z)}\right) \left[ \frac{z}{z_R^2 \sqrt{1 + \left(\frac{z}{Z_R}\right)^2}} \right], \tag{2.21}
\end{aligned}$$

recordando que  $w_0 = \sqrt{\frac{2z_R}{k}} \Rightarrow z_R = \frac{w_0^2 k}{2}$  es posible escribir la ecuación 2.21:

$$\begin{aligned}
&= -\frac{w_0 r}{w^2(z)} g'\left(\frac{r}{w(z)}\right) \left[ \frac{4z}{k^2 w_0^4 \sqrt{1 + \left(\frac{z}{Z_R}\right)^2}} \right], \\
\frac{\partial}{\partial z} \left[ g\left(\frac{r}{w(z)}\right) \right] &= -\frac{4zr}{k^2 w_0^2 w^3(z)} g'\left(\frac{r}{w(z)}\right). \tag{2.22}
\end{aligned}$$

Finalmente reemplazando las ecuaciones 2.19, 2.20 y 2.22 en la ecuación 2.18 y obtener:

$$\begin{aligned}
&-2 \left\{ \frac{ikr}{z \left[ 1 + \left(\frac{z_R}{z}\right)^2 \right]} + \frac{2r}{w^2(z)} \right\} \left[ \frac{g'\left(\frac{r}{w(z)}\right)}{w(z)} \right] + \\
&\left\{ \frac{g''\left(\frac{r}{w(z)}\right)}{w^2(z)} + \frac{1}{r} \left[ \frac{g'\left(\frac{r}{w(z)}\right)}{w(z)} \right] - \frac{l^2}{r^2} g\left(\frac{r}{w(z)}\right) \right\} + \\
&2ik \left\{ ig\left(\frac{r}{w(z)}\right) \frac{d\rho(z)}{dz} + \frac{4zr}{k^2 w_0^2 w^3(z)} g'\left(\frac{r}{w(z)}\right) \right\} = 0. \tag{2.23}
\end{aligned}$$

Ahora introducimos una nueva función  $L\left(\frac{2r^2}{w^2(z)}\right)$ , tal que [55],

$$g\left(\frac{r}{w(z)}\right) = \left[ \frac{\sqrt{2}r}{w(z)} \right]^l L\left(\frac{2r^2}{w^2(z)}\right) \tag{2.24}$$

Hacemos el cambio de variable  $v = \frac{r}{w(z)}$ , así:

$$g(v) = \left(\sqrt{2}v\right)^l L(2v^2) \quad (2.25)$$

y con el fin de introducir la forma de la función  $g$ , calculamos  $g'$ :

$$g'(v) = \frac{d}{dv} \left[ \left(\sqrt{2}v\right)^l L(2v^2) \right] = l \left(\sqrt{2}\right)^l v^{l-1} L(2v^2) + 4 \left(\sqrt{2}\right)^l v^{l+1} L'(2v^2), \quad (2.26)$$

además  $g''$ :

$$\begin{aligned} g''(v) &= \frac{d}{dv} \left[ l \left(\sqrt{2}\right)^l v^{l-1} L(2v^2) + 4 \left(\sqrt{2}\right)^l v^{l+1} L'(2v^2) \right], \\ g''(v) &= l \left(\sqrt{2}\right)^l (l-1) v^{l-2} L(2v^2) + 4l \left(\sqrt{2}\right)^l v^l L'(2v^2) + \\ &4 \left(\sqrt{2}\right)^l (l+1) v^l L'(2v^2) + 16 \left(\sqrt{2}\right)^l v^{l+2} L''(2v^2), \end{aligned} \quad (2.27)$$

reemplazando ahora las ecuaciones 2.26 y 2.27 en la ecuación 2.23, obtenemos:

$$\begin{aligned} & - \frac{2}{w(z)} \left\{ \frac{ikr}{z \left[ 1 + \left(\frac{z_R}{z}\right)^2 \right]} + \frac{2r}{w^2(z)} \right\} \left[ l \left(\sqrt{2}\right)^l v^{l-1} L(2v^2) + 4 \left(\sqrt{2}\right)^l v^{l+1} L'(2v^2) \right] + \\ & \frac{1}{w^2(z)} \left\{ l \left(\sqrt{2}\right)^l (l-1) v^{l-2} L(2v^2) + 4l \left(\sqrt{2}\right)^l v^l L'(2v^2) + 4 \left(\sqrt{2}\right)^l (l+1) v^l L'(2v^2) + \right. \\ & \left. 16 \left(\sqrt{2}\right)^l v^{l+2} L''(2v^2) \right\} + \frac{1}{rw(z)} \left\{ l \left(\sqrt{2}\right)^l v^{l-1} L(2v^2) + 4 \left(\sqrt{2}\right)^l v^{l+1} L'(2v^2) \right\} - \\ & \frac{l^2}{r^2} \left\{ \left(\sqrt{2}\right)^l v^l L(2v^2) \right\} + 2ik \left\{ i \left(\sqrt{2}\right)^l v^l L(2v^2) \frac{d\rho(z)}{dz} + \right. \\ & \left. \frac{4zr}{k^2 w_0^2 w^3(z)} \left[ l \left(\sqrt{2}\right)^l v^{l-1} L(2v^2) + 4 \left(\sqrt{2}\right)^l v^{l+1} L'(2v^2) \right] \right\} = 0. \end{aligned} \quad (2.28)$$

Con el fin de simplificar la ecuación 2.28 multiplicamos toda la expresión por  $\frac{1}{(\sqrt{2}v)^l}$  y obtenemos:

$$\begin{aligned} & - \frac{2}{w(z)} \left\{ \frac{ikr}{z \left[ 1 + \left(\frac{z_R}{z}\right)^2 \right]} + \frac{2r}{w^2(z)} \right\} \left[ \frac{l}{v} L(2v^2) + 4v L'(2v^2) \right] + \\ & \frac{1}{w^2(z)} \left\{ \frac{l(l-1)}{v^2} L(2v^2) + 4l L'(2v^2) + 4(l+1) L'(2v^2) + \right. \\ & \left. 16v^2 L''(2v^2) \right\} + \frac{1}{rw(z)} \left\{ \frac{l}{v} L(2v^2) + 4v L'(2v^2) \right\} - \frac{l^2}{r^2} \{ L(2v^2) \} \\ & + 2ik \left\{ i L(2v^2) \frac{d\rho(z)}{dz} + \frac{4zr}{k^2 w_0^2 w^3(z)} \left[ \frac{l}{v} L(2v^2) + 4v L'(2v^2) \right] \right\} = 0. \end{aligned} \quad (2.29)$$

Hacemos un nuevo cambio de variable  $\xi = 2v^2$  y por lo tanto debemos tener en cuenta que  $\sqrt{\xi} = \sqrt{2}v \Rightarrow v^2 = \frac{\xi}{2} \Rightarrow v = \frac{\sqrt{\xi}}{\sqrt{2}}$ , y que  $\xi = 2\frac{r^2}{w^2(z)} \Rightarrow r^2 = \frac{w^2(z)\xi}{2}$ , así podemos escribir la ecuación 2.29 como:

$$\begin{aligned}
& -\frac{2}{w(z)} \left\{ \frac{ikr}{z \left[ 1 + \left( \frac{zR}{z} \right)^2 \right]} + \frac{2r}{w^2(z)} \right\} \left[ \frac{l\sqrt{2}}{\sqrt{\xi}} L(\xi) + \frac{4\sqrt{\xi}}{\sqrt{2}} L'(\xi) \right] + \\
& \frac{1}{w^2(z)} \left\{ \frac{2l(l-1)}{\xi} L(\xi) + 4lL'(\xi) + 4(l+1)L'(\xi) + \right. \\
& \left. 8\xi L''(\xi) \right\} + \frac{1}{rw(z)} \left\{ \frac{l\sqrt{2}}{\sqrt{\xi}} L(\xi) + 4 \left( \frac{\sqrt{\xi}}{\sqrt{2}} \right) L'(\xi) \right\} - \frac{l^2}{r^2} L(\xi) \\
& + 2ik \left\{ iL(\xi) \frac{d\rho(z)}{dz} + \frac{4zr}{k^2 w_0^2 w^3(z)} \left[ \frac{l\sqrt{2}}{\sqrt{\xi}} L(\xi) + 4 \left( \frac{\sqrt{\xi}}{\sqrt{2}} \right) L'(\xi) \right] \right\} = 0. \quad (2.30)
\end{aligned}$$

Reescribimos la ecuación 2.30 con el fin de facilitar el cambio de variable en toda la expresión:

$$\begin{aligned}
& \left( -\frac{\sqrt{2}\sqrt{2}ikr}{w(z)z \left[ 1 + \left( \frac{zR}{z} \right)^2 \right]} \right) \left[ \frac{l\sqrt{2}}{\sqrt{\xi}} L(\xi) + \frac{4\sqrt{\xi}}{\sqrt{2}} L'(\xi) \right] - \\
& \left( \frac{2\sqrt{2}\sqrt{2}r}{w(z)w^2(z)} \right) \left[ \frac{l\sqrt{2}}{\sqrt{\xi}} L(\xi) + \frac{4\sqrt{\xi}}{\sqrt{2}} L'(\xi) \right] + \\
& \frac{2r^2}{2r^2 w^2(z)} \left\{ \frac{2l(l-1)}{\xi} L(\xi) + 4lL'(\xi) + 4(l+1)L'(\xi) + \right. \\
& \left. 8\xi L''(\xi) \right\} + \frac{\sqrt{2}r}{\sqrt{2}r^2 w(z)} \left\{ \frac{l\sqrt{2}}{\sqrt{\xi}} L(\xi) + 4 \left( \frac{\sqrt{\xi}}{\sqrt{2}} \right) L'(\xi) \right\} - \frac{l^2}{r^2} L(\xi) \\
& + 2ik \left\{ iL(\xi) \frac{d\rho(z)}{dz} + \frac{2\sqrt{2}\sqrt{2}zr}{k^2 w_0^2 w(z)w^2(z)} \left[ \frac{l\sqrt{2}}{\sqrt{\xi}} L(\xi) + \frac{4\sqrt{\xi}}{\sqrt{2}} L'(\xi) \right] \right\} = 0 \quad (2.31)
\end{aligned}$$

y que si tenemos en cuenta el cambio de variable podemos escribir como:

$$\begin{aligned}
& \left( -\frac{\sqrt{2}ik\sqrt{\xi}}{z \left[1 + \left(\frac{z_R}{z}\right)^2\right]} \right) \left[ \frac{l\sqrt{2}}{\sqrt{\xi}} L(\xi) + \frac{4\sqrt{\xi}}{\sqrt{2}} L'(\xi) \right] - \\
& \left( \frac{2\sqrt{2}\sqrt{\xi}}{w^2(z)} \right) \left[ \frac{l\sqrt{2}}{\sqrt{\xi}} L(\xi) + \frac{4\sqrt{\xi}}{\sqrt{2}} L'(\xi) \right] + \\
& \frac{\xi}{2r^2} \left\{ \frac{2l^2}{\xi} L(\xi) - \frac{2l}{\xi} L(\xi) + 4lL'(\xi) + 4(l+1)L'(\xi) + \right. \\
& \left. 8\xi L''(\xi) \right\} + \frac{\sqrt{\xi}}{\sqrt{2}r^2} \left\{ \frac{l\sqrt{2}}{\sqrt{\xi}} L(\xi) + 4 \left( \frac{\sqrt{\xi}}{\sqrt{2}} \right) L'(\xi) \right\} - \frac{l^2}{r^2} L(\xi) \\
& + 2ik \left\{ iL(\xi) \frac{d\rho(z)}{dz} + \frac{2\sqrt{2}z\sqrt{\xi}}{k^2w_0^2w^2(z)} \left[ \frac{l\sqrt{2}}{\sqrt{\xi}} L(\xi) + \frac{4\sqrt{\xi}}{\sqrt{2}} L'(\xi) \right] \right\} = 0, \quad (2.32)
\end{aligned}$$

resolviendo obtenemos:

$$\begin{aligned}
& -\frac{2ikl}{z \left[1 + \left(\frac{z_R}{z}\right)^2\right]} L(\xi) - \frac{4ik\xi}{z \left[1 + \left(\frac{z_R}{z}\right)^2\right]} L'(\xi) - \\
& \frac{4l}{w^2(z)} L(\xi) - \frac{8\xi}{w^2(z)} L'(\xi) + \frac{l^2}{r^2} L(\xi) - \frac{l}{r^2} L'(\xi) + \frac{2l\xi}{r^2} L'(\xi) + \frac{2(l+1)\xi}{r^2} L'(\xi) + \\
& \frac{4\xi^2}{r^2} L''(\xi) + \frac{l}{r^2} L'(\xi) + \frac{2\xi}{r^2} L'(\xi) - \frac{l^2}{r^2} L'(\xi) - 2kL(\xi) \frac{d\rho(z)}{dz} + \frac{8izl}{kw_0^2w^2(z)} L(\xi) + \\
& \frac{16iz\xi}{kw_0^2w^2(z)} L'(\xi), \quad (2.33)
\end{aligned}$$

Simplificando y separando la parte real y la imaginaria de la ecuación 2.33 obtenemos:

$$\begin{aligned}
& \left\{ -\frac{4l}{w^2(z)} L(\xi) - \frac{8\xi}{w^2(z)} L'(\xi) + \frac{2l\xi}{r^2} L'(\xi) + \frac{2(l+1)\xi}{r^2} L'(\xi) + \frac{4\xi^2}{r^2} L''(\xi) + \right. \\
& \left. \frac{2\xi}{r^2} L'(\xi) - 2kL(\xi) \frac{d\rho(z)}{dz} \right\} - \left\{ \frac{2kl}{z \left[1 + \left(\frac{z_R}{z}\right)^2\right]} L(\xi) + \frac{4k\xi}{z \left[1 + \left(\frac{z_R}{z}\right)^2\right]} L'(\xi) - \right. \\
& \left. \frac{8zl}{kw_0^2w^2(z)} L(\xi) - \frac{16z\xi}{kw_0^2w^2(z)} L'(\xi) \right\} i = 0. \quad (2.34)
\end{aligned}$$

Trabajaremos la parte imaginaria de la ecuación 2.34 con el fin de simplificar la expresión, así:

$$\left\{ \frac{2kl}{z \left[1 + \left(\frac{z_R}{z}\right)^2\right]} L(\xi) + \frac{4k\xi}{z \left[1 + \left(\frac{z_R}{z}\right)^2\right]} L'(\xi) - \frac{8zl}{kw_0^2w^2(z)} L(\xi) - \frac{16z\xi}{kw_0^2w^2(z)} L'(\xi) \right\} i. \quad (2.35)$$

recordando que  $k = \frac{2z_R}{w_0^2}$ , la ecuación 2.35 puede ser escrita como:

$$\left\{ \begin{aligned} & \frac{4z_R l}{z w_0^2 \left[ 1 + \left( \frac{z_R}{z} \right)^2 \right]} L(\xi) + \frac{8z_R \xi}{z w_0^2 \left[ 1 + \left( \frac{z_R}{z} \right)^2 \right]} L'(\xi) - \frac{4z l}{z_R w_0^2 \left[ 1 + \left( \frac{z}{z_R} \right)^2 \right]} L(\xi) \\ & - \frac{8z \xi}{z_R w_0^2 \left[ 1 + \left( \frac{z}{z_R} \right)^2 \right]} L'(\xi) \right\} i = \left\{ \frac{4z_R z l}{w_0^2 [z^2 + z_R^2]} L(\xi) + \frac{8z_R z \xi}{w_0^2 [z^2 + z_R^2]} L'(\xi) - \right. \\ & \left. \frac{4z_R z l}{w_0^2 [z^2 + z_R^2]} L(\xi) - \frac{8z_R z \xi}{w_0^2 [z^2 + z_R^2]} L'(\xi) \right\} i = 0. \end{aligned} \right. \quad (2.36)$$

Por lo tanto podemos escribir la ecuación 2.34 como:

$$\begin{aligned} & -\frac{4l}{w^2(z)} L(\xi) - \frac{8\xi}{w^2(z)} L'(\xi) + \frac{2l\xi}{r^2} L'(\xi) + \frac{2(l+1)\xi}{r^2} L'(\xi) + \frac{4\xi^2}{r^2} L''(\xi) + \\ & \frac{2\xi}{r^2} L'(\xi) - 2kL(\xi) \frac{d\rho(z)}{dz} = 0 \end{aligned} \quad (2.37)$$

Dividiendo la expresión anterior entre  $4L(\xi)$  obtenemos:

$$\begin{aligned} & -\frac{l}{w^2(z)} - \frac{2\xi}{w^2(z)} \frac{L'(\xi)}{L(\xi)} + \frac{l\xi}{2r^2} \frac{L'(\xi)}{L(\xi)} + \frac{(l+1)\xi}{2r^2} \frac{L'(\xi)}{L(\xi)} + \frac{\xi^2}{r^2} \frac{L''(\xi)}{L(\xi)} + \\ & \frac{\xi}{2r^2} \frac{L'(\xi)}{L(\xi)} - \frac{k}{2} \frac{d\rho(z)}{dz} = 0, \end{aligned} \quad (2.38)$$

además, podemos agrupar los términos como:

$$\begin{aligned} & \left\{ \frac{\xi^2}{r^2} \frac{L''(\xi)}{L(\xi)} - \frac{2\xi}{w^2(z)} \frac{L'(\xi)}{L(\xi)} + \frac{l\xi}{2r^2} \frac{L'(\xi)}{L(\xi)} + \frac{(l+1)\xi}{2r^2} \frac{L'(\xi)}{L(\xi)} + \frac{\xi}{2r^2} \frac{L'(\xi)}{L(\xi)} \right\} \\ & - \left\{ \frac{l}{w^2(z)} + \frac{k}{2} \frac{d\rho(z)}{dz} \right\} = 0 \end{aligned} \quad (2.39)$$

Esta ecuación puede ser dividida en dos ecuaciones, una que depende de  $L'(\xi)$  y una no dependiente, así:

$$\left\{ \frac{\xi^2}{r^2} \frac{L''(\xi)}{L(\xi)} - \frac{2\xi}{w^2(z)} \frac{L'(\xi)}{L(\xi)} + \frac{l\xi}{2r^2} \frac{L'(\xi)}{L(\xi)} + \frac{(l+1)\xi}{2r^2} \frac{L'(\xi)}{L(\xi)} + \frac{\xi}{2r^2} \frac{L'(\xi)}{L(\xi)} \right\} = -C \quad (2.40)$$

$$- \left\{ \frac{l}{w^2(z)} + \frac{k}{2} \frac{d\rho(z)}{dz} \right\} = C. \quad (2.41)$$

Si multiplicamos a la ecuación 2.40 por  $\frac{w^2}{2}$ , además de simplificar, obtenemos:

$$\begin{aligned} & \frac{\xi^2 w^2(z)}{2r^2} L''(\xi) - \xi L'(\xi) + \frac{l\xi w^2(z)}{4r^2} L'(\xi) + \frac{l\xi w^2(z)}{4r^2} L'(\xi) + \frac{\xi w^2(z)}{4r^2} L'(\xi) \\ & + \frac{w^2 \xi}{4r^2} L'(\xi) + \frac{C w^2(z)}{2} L(\xi) = 0, \end{aligned} \quad (2.42)$$

que recordando el ultimo cambio de variable nos permite escribir la ecuación como:

$$\begin{aligned} \xi L''(\xi) - \xi L'(\xi) + \frac{l}{2}L'(\xi) + \frac{l}{2}L'(\xi) + \frac{1}{2}L'(\xi) + \frac{1}{2}L'(\xi) + \frac{Cw^2(z)}{2}L(\xi) &= 0, \\ \xi L''(\xi) + (l+1-\xi)L'(\xi) + \frac{Cw^2(z)}{2}L(\xi) &= 0, \end{aligned} \quad (2.43)$$

que tiene la misma forma que la ecuación *diferencial asociada de Laguerre*:

$$x \frac{d^2 L_p^l}{dx^2} + (l+1-x) \frac{dL_p^l}{dx} + pL_p^l = 0, \quad (2.44)$$

por lo tanto  $C = \frac{2p}{w^2(z)}$  y podemos concluir que:

$$g\left(\frac{r}{w(z)}\right) = \left[\frac{\sqrt{2}r}{w(z)}\right]^l L_p^l\left(\frac{2r^2}{w^2(z)}\right), \quad (2.45)$$

donde  $L_p^l$  son los polinomios asociados de Laguerre. Tomando ahora la segunda ecuación 2.41, es posible obtener:

$$\begin{aligned} -\left\{\frac{l}{w^2(z)} + \frac{k}{2} \frac{d\rho(z)}{dz}\right\} &= C, \\ \frac{k}{2} \frac{d\rho(z)}{dz} &= -\frac{l}{w^2(z)} - \frac{2p}{w^2(z)}, \\ \frac{d\rho(z)}{dz} &= -\frac{2l}{kw^2(z)} - \frac{4p}{kw^2(z)}, \end{aligned} \quad (2.46)$$

y recordando nuevamente que  $z_R = \frac{kw^2(z)}{2}$  y que  $w(z) = w_0 \sqrt{1 + \left(\frac{z}{z_R}\right)^2}$  es posible escribir:

$$\begin{aligned} \frac{d\rho(z)}{dz} &= -\frac{l}{z_R \left[1 + \left(\frac{z}{z_R}\right)^2\right]} - \frac{2p}{z_R \left[1 + \left(\frac{z}{z_R}\right)^2\right]}, \\ \frac{d\rho(z)}{dz} &= -\frac{z_R}{[z_R^2 + z^2]} (l+2p), \\ \rho(z) &= -(l+2p) \int_0^z \frac{z_R dz}{[z_R^2 + z^2]}, \end{aligned} \quad (2.47)$$

para resolver la integral sacamos factor común de  $z_R^2$  en el denominador simplificamos y hacemos la sustitución  $u = \frac{z}{z_R}$  con  $du = \frac{dz}{z_R}$ , con lo cual obtenemos una integral de la forma  $\int_0^{\frac{z}{z_R}} \frac{du}{1+u^2} = \arctan\left(\frac{z}{z_R}\right)$ , por lo tanto la ecuación 2.47, finalmente es:

$$\rho(z) = -(l+2p) \arctan\left(\frac{z}{z_R}\right), \quad (2.48)$$

Recordando la ecuación 2.3:

$$A_{LG}(r, \phi, z) = g\left(\frac{r}{w(z)}\right) \exp[-il\phi] \exp[-i\rho(z)] \exp\left\{-i\left[P(z) + \frac{kr^2}{2q(z)}\right]\right\},$$

reemplazando la forma de  $q(z)$  (ecuación 2.11), la forma de  $P(z)$  (ecuación 2.12), la forma de  $g\left(\frac{r}{w(z)}\right)$  (ecuación 2.45) y la forma de  $\rho(z)$  (ecuación 2.48) podemos escribir la ecuación anterior como:

$$A_{LG}(r, \phi, z) = \left[ \left[ \frac{\sqrt{2}r}{w(z)} \right]^l L_p^l\left(\frac{2r^2}{w^2(z)}\right) \right] \exp[-il\phi] \exp\left[ i(l+2p) \arctan\left(\frac{z}{z_R}\right) \right] \left[ \frac{w_0}{w(z)} \exp[i\Phi(z)] \right] \exp\left[ -\frac{ikr^2}{2} \left( \frac{1}{R(z)} - \frac{i\lambda}{\pi w^2(z)} \right) \right], \quad (2.49)$$

recordando que  $\Phi(z) = \arctan\left(\frac{z}{z_R}\right)$  en la ecuación 2.12, es posible obtener finalmente la amplitud compleja del haz *Laguerre Gaussiano* que puede ser escrita como:

$$A_{pl}^{LG}(r, \phi, z) = \frac{w_0}{w(z)} \left( \frac{\sqrt{2}r}{w(z)} \right)^l L_p^l\left(\frac{2r^2}{w^2(z)}\right) \exp\left(-\frac{r^2}{w^2(z)}\right) \exp\left(-\frac{ikr^2}{R(z)}\right) \exp(-il\phi) \exp[i(2p+l+1)\Phi(z)], \quad (2.50)$$

Las funciones de *Laguerre Gaussianos*  $A_{pl}^{LG}(r, \phi, z)$  de la ecuación 2.50 proporciona un conjunto básico y completo de funciones y que deben cumplir la condición de ortonormalidad (en  $z=0$ ):

$$\int_0^{2\pi} \int_0^\infty [A_{lp}^{LG}(r, \phi, 0) A_{lk}^{LG}(r, \phi, 0)] r dr d\phi = \delta_{pk}, \quad (2.51)$$

donde  $k$  es un índice que corren en la misma sumatoria que  $p$ , de esta forma tenemos que:

$$A_{lp}^{LG}(r, \phi, 0) A_{lk}^{LG}(r, \phi, 0) = \left(\frac{w_0}{w_0}\right)^2 \left[ \frac{\sqrt{2}r}{w_0} \right]^{2l} L_p^l\left(\frac{2r^2}{w_0^2}\right) L_k^l\left(\frac{2r^2}{w_0^2}\right) \exp\left[-\frac{2r^2}{w_0^2}\right],$$

$$A_{lp}^{LG}(r, \phi, 0) A_{lk}^{LG}(r, \phi, 0) = \left[ \frac{2r^2}{w_0^2} \right]^l L_p^l\left(\frac{2r^2}{w_0^2}\right) L_k^l\left(\frac{2r^2}{w_0^2}\right) \exp\left[-\frac{2r^2}{w_0^2}\right] \quad (2.52)$$

y reemplazando la ecuación 2.52 en la ecuación 2.51, es posible obtener:

$$2\pi \int_0^\infty \left[ \left[ \frac{2r^2}{w_0^2} \right]^l L_p^l\left(\frac{2r^2}{w_0^2}\right) L_k^l\left(\frac{2r^2}{w_0^2}\right) \exp\left[-\frac{2r^2}{w_0^2}\right] \right] r dr = \delta_{pk}, \quad (2.53)$$

donde, si hacemos el cambio de variable  $\chi = \frac{2r^2}{w_0^2}$  con  $d\chi = \frac{4rdr}{w_0^2}$  y  $rdr = \frac{w_0^2 d\chi}{4}$ , tenemos que

$$2\pi \left( \frac{w_0^2}{4} \right) \int_0^\infty \exp(-\chi) \chi^l L_p^l(\chi) L_k^l(\chi) d\chi = \delta_{pk}, \quad (2.54)$$

expresión que corresponde a la integral de normalización para los polinomios asociados de *Laguerre* [56], por lo tanto

$$2\pi \int_0^\infty \exp(-\chi) \chi^l L_p^l(\chi) L_k^l(\chi) d\chi = \frac{\pi w_0^2}{2} \left[ \frac{(p+l)!}{p!} \right] = \delta_{pk}, \quad (2.55)$$

por lo tanto, para que el conjunto de funciones  $U_{pl}(r, \phi, z)$ , cumpla la condición de ortonormalidad, es necesario que:

$$A^{LG}(r, \phi, z) = \sum_l \sum_p C_{lp} A_{pl}^{LG}(r, \phi, z), \quad (2.56)$$

donde,

$$C_{lp} = \sqrt{\frac{2p!}{\delta_{pk} \pi w_0^2 (p+l)!}} \quad (2.57)$$

y recordando que  $k$  es un índice mudo de  $p$  es posible escribir de forma normalizada a [57, 30]:

$$\begin{aligned} A_{p,l}^{LG}(r, \phi, z) = & \sqrt{\frac{2p!}{\pi w_0^2 (p+l)!}} \frac{w_0}{w(z)} \left( \frac{\sqrt{2}r}{w(z)} \right)^l L_p^l \left( \frac{2r^2}{w^2(z)} \right) \exp \left( -\frac{r^2}{w^2(z)} \right) \\ & \exp \left( -\frac{ikr^2}{R(z)} \right) \exp(-il\phi) \exp[i(2p+l+1)\Phi(z)] \end{aligned} \quad (2.58)$$

y finalmente es posible definir la función del campo eléctrico del haz *Laguerre Gaussiano* con amplitud  $E_0$  como:

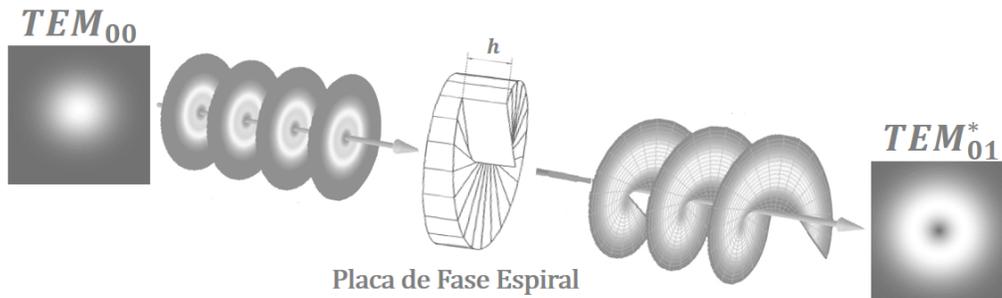
$$\begin{aligned} E_{p,l}^{LG}(r, \phi, z) = & \sqrt{\frac{2p!}{\pi (p+l)!}} \frac{E_0^{LG}}{w(z)} \left( \frac{\sqrt{2}r}{w(z)} \right)^l L_p^l \left( \frac{2r^2}{w^2(z)} \right) \exp \left( -\frac{r^2}{w^2(z)} \right) \\ & \exp \left( -\frac{ikr^2}{R(z)} \right) \exp(-il\phi) \exp[i(2p+l+1)\Phi(z)] \end{aligned} \quad (2.59)$$

donde, el índice radial  $p$  se relaciona con la distribución radial del frente de onda y el índice azimutal  $l$  se relaciona con su fase helicoidal o denominada *carga topológica*.

### 2.2.2. Generación de un haz *Laguerre Gaussiano*

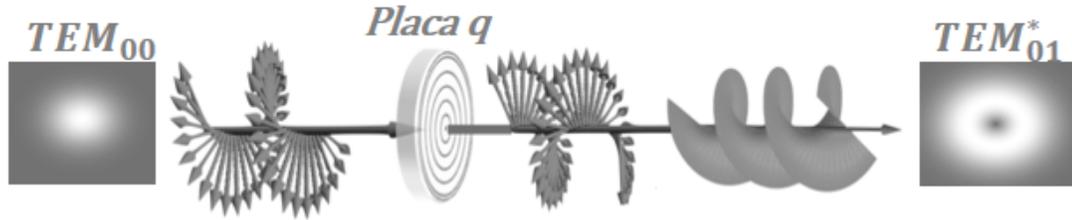
Entre las formas de generar experimentalmente los haces *Laguerre Gaussianos* se encuentran:

- \*— **Placa de Fase Espiral:** Estas placas usualmente de vidrio, son talladas con forma de espiral, cada placa se construye para que un haz de luz incidente sobre ella, con una longitud de onda específica pueda generar haces con vórtices cuya carga topológica es determinada por el tallado previo de la placa [58]. Para generar los modos *Laguerre Gaussianos* el retraso de fase máxima alrededor de la placa debe ser un múltiplo entero de  $2\pi$  (es decir  $2\pi l$ ) que se logra con la altura del escalón ( $h$ ) que viene dada por la carga topológica deseada, la longitud de onda del haz transmitido a través de la placa y la diferencia en los índices de refracción de la placa y del medio que la rodea [59]. En la figura 2.2 [60], se observa una representación esquemática de la generación de un haz *Laguerre Gaussiano* por una Placa de Fase Espiral.



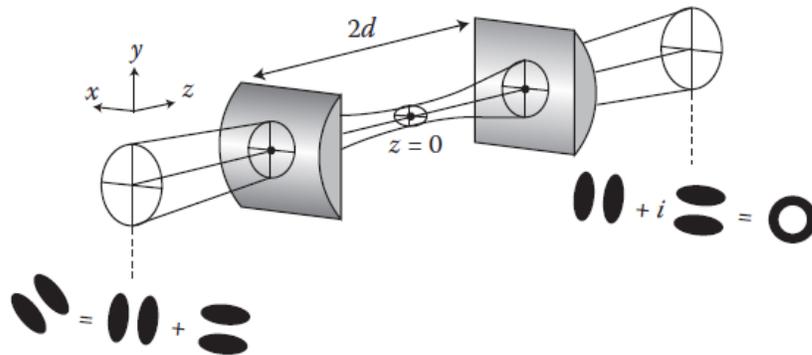
**Figura 2.2:** Esquema de la generación de un haz *Laguerre Gaussiano* con una Placa de Fase Espiral [60].

- \*— **Placa  $q$ :** Son placas de Cristal Líquido birrefringente con una distribución azimutal del eje óptico, estas placas tienen una carga topológica  $q$  en su defecto central, de tal forma que cuando el haz atraviesa la placa  $q$  este transfiere la carga topológica en la fase del haz, ganando una cantidad de *Momento Angular Orbital* con un signo determinado por la polarización del haz de entrada [61], como se observa en la representación esquemática de la figura 2.3 [62].



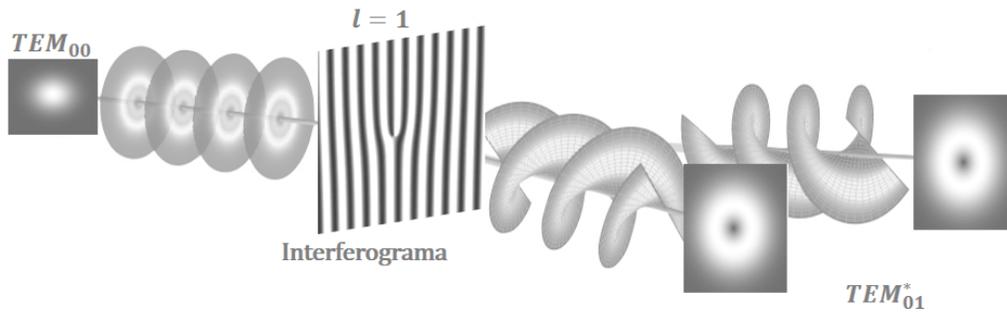
**Figura 2.3:** Esquema de la generación de un haz *Laguerre Gaussiano* con una Placa  $q$  [62].

- ✱ **Conversión de Modos:** Para esta forma se necesitan los modos *Hermite Gaussiano* y con un par de lentes astigmaticas se crea un haz *Laguerre Gaussiano* con índices azimutal ( $l$ ) y radial ( $p$ ) que depende de los modos *Hermite Gaussiano* de entrada [30]. En la figura 2.4 [55], es posible observar una representación esquemática de la generación de un haz *Laguerre Gaussiano* por el método de conversión de modos.



**Figura 2.4:** Esquema de la generación de un haz *Laguerre Gaussiano* por conversión de modos [55].

- ✱ **Hologramas Generados por Computador:** Este método se basa en el uso de *Interferogramas* generados a partir de la suma computacional de una onda plana y una onda con fase helicoidal, estos *Interferogramas* se caracterizan por ser similares a las rejillas de difracción de *Ronchi* pero con una dislocación en forma de *fork*, donde el número de dislocaciones se relaciona directamente con la carga topológica. El proceso para generar los haces *Laguerre Gaussianos* consiste en incidir un haz gaussiano  $TEM_{00}$  sobre el *Interferograma* generado, creando un patrón de difracción en el campo lejano, donde los vórtices se encuentran en los ordenes de difracción con carga topológica opuesta en cada lado del orden central [63, 64]. En la figura 2.5 [65], es posible observar una representación esquemática de la generación de un haz *Laguerre Gaussiano* por medio de la generación de un holograma generado por computador.



**Figura 2.5:** Esquema de la generación de un haz *Laguerre Gaussiano* por holograma generado computacionalmente [65].

- \*— **Moduladores Espaciales de Luz (SLM):** Son dispositivos que permiten modificar en un haz reflejado o transmitido la fase, amplitud o polarización. Estos dispositivos se clasifican según el fenómeno físico que permiten su funcionamiento, tales como: de Cristal Líquido, Magneto-ópticos, de Espejo deformable, de Múltiple-Pozo-Cuántico y Cristales Acusto-ópticos [66]. Los SLM que son más utilizados en Pinzas Ópticas son los de Cristal Líquido, estos generan hologramas que pueden ser dinámicos y permiten ser controlados electrónicamente por medio de computadores. En los *SLM* de Cristal Líquido la generación de haces *Laguerre Gaussiano* se realiza por medio de creación de hologramas tenedor, placa de fase en espiral o un patrón que contenga carga topológica [67].

## Capítulo 3

# Estudio físico-matemático y análisis de las fuerzas en el *Régimen de Rayleigh*

Para la comprensión del fenómeno de captura óptica, un primer método a utilizar y que hace parte de los métodos aproximados es el denominado *Régimen de Rayleigh* [35, 34, 68, 69]. Este método en principio, usa la electrodinámica clásica para explicar el comportamiento de las fuerzas de la radiación en el caso de una esfera dieléctrica capturada ópticamente, en otras palabras, permite describir la interacción entre la radiación electromagnética y una esfera dieléctrica, sin embargo, su validez se fundamenta en el cumplimiento de algunas aproximaciones, tales como:

- \*— La partícula capturada, debe ser una esfera dieléctrica, no absorbente tal que  $a \ll \lambda$ , con  $a$  como el radio de la esfera y  $\lambda$  la longitud de onda de la luz de captura o según algunos autores  $a < \lambda/20$  [68].
- \*— Los átomos dentro del dieléctrico, bajo una aproximación clásica se consideran dipolos eléctricos puntuales.
- \*— La esfera es tan pequeña que se considera isotrópica y el campo eléctrico sobre la esfera homogéneo.
- \*— La forma del campo Eléctrico que describe el haz, es solución de la ecuación de onda paraxial.

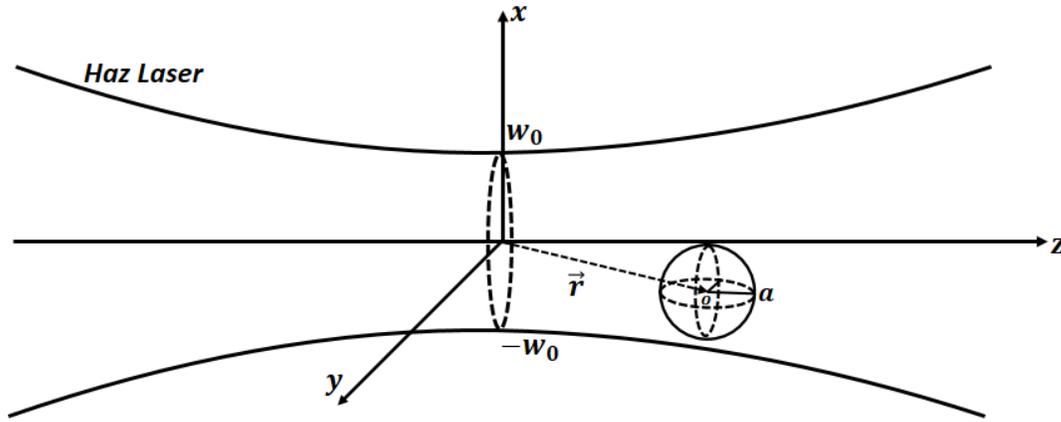
### 3.1. Cálculo de las ecuaciones de la Fuerza de Gradiente

El método de Rayleigh consiste en considerar a la luz como ondas electromagnéticas y analizar el comportamiento de la esfera dieléctrica cuando interactúa con la radiación

de captura. Debido al tamaño de la esfera, al interactuar con la radiación incidente la esfera dieléctrica se comporta como un dipolo eléctrico puntual, así, el campo eléctrico induce un momento dipolar eléctrico en la esfera que tiene la forma [35, 70, 48]:

$$\vec{p}(\vec{r}, t) = 4\pi\epsilon_0 \left( \frac{m^2 - 1}{m^2 + 2} \right) a^3 \vec{E}(\vec{r}, t), \quad (3.1)$$

donde  $\epsilon_0$  es la permitividad eléctrica del vacío,  $m = n_p/n_m$  y es el índice de refracción de la esfera ( $n_p$ ) relativo al medio que la rodea ( $n_m$ ) y  $\vec{E}(\vec{r}, t)$  es el campo eléctrico de la radiación incidente.



**Figura 3.1:** Esquema geométrico del haz de captura interactuando con la esfera dieléctrica.

La interacción entre los campos eléctrico y magnético del haz de luz incidente y la esfera dieléctrica puede ser considerada por medio de la *fuerza de Lorentz*, el proceso consiste en calcular la fuerza eléctrica y magnética sobre la esfera, tomando como punto de observación la cintura del haz como se muestra en la figura 3.1 e involucrando la forma del momento dipolar eléctrico de la ecuación 3.1 y aplicando identidades vectoriales, es posible encontrar una forma más adecuada para dicha interacción como [35, 48]

$$\vec{F}_G(\vec{r}) = \frac{2\pi n_m a^3}{c} \left[ \frac{m^2 - 1}{m^2 + 2} \right] \vec{\nabla} I(r), \quad (3.2)$$

donde  $c$  es la velocidad de la luz en el vacío y  $\vec{\nabla} I(r)$  es el Gradiente de la intensidad del haz de luz incidente; hecho por el cual la ecuación 3.2 recibe el nombre de *Fuerza de Gradiente*. Ahora bien, definimos el modo de iluminación como un haz *Laguerre Gaussiano* tipo  $TEM_{01}^*$  [68]. Iniciamos definiendo la forma del campo eléctrico del haz

polarizado linealmente en la dirección  $x^+$  con amplitud  $E_0$ , como [57, 30, 71]

$$\begin{aligned} \vec{E}_{p,l}^{LG}(r, \phi, z) = & \sqrt{\frac{2p!}{\pi(p+l)!}} \frac{E_0}{w(z)} \left(\frac{\sqrt{2}r}{w(z)}\right)^l L_p^l\left(\frac{2r^2}{w^2(z)}\right) \exp\left(-\frac{r^2}{w^2(z)}\right) \\ & \exp\left(-\frac{ikr^2}{R(z)}\right) \exp[-ikz] \exp(-il\phi) \exp[i(2p+l+1)\xi(z)] \hat{x}, \end{aligned} \quad (3.3)$$

El haz a considerar es uno de los modos *Doughnut-Shaped* en particular el tipo  $TEM_{01}^*$ . La forma del campo eléctrico para este haz se logra reemplazando en la ecuación 3.3, el índice radial como  $p = 0$ , y el índice azimutal como  $l = 1$ . Calculamos la intensidad de este haz, recordando que [35, 54]

$$I = \frac{cn_m \epsilon_0}{2} |E|^2, \quad (3.4)$$

con lo que es posible obtener la forma de la intensidad para el haz *Laguerre Gaussiano* tipo  $TEM_{01}^*$ , teniendo en cuenta que el polinomio asociado de *Laguerre*  $L_0^1\left(\frac{2r^2}{w^2(z)}\right) = 1$

$$I(r, z) = I_0 \left(\frac{2}{\pi w^2(z)}\right) \left(\frac{r\sqrt{2}}{w(z)}\right)^2 \exp\left(-\frac{2r^2}{w^2(z)}\right). \quad (3.5)$$

Con el fin de encontrar una expresión que relacione la intensidad en términos de parámetros propios de un haz láser, calculamos la potencia mediante [54]:

$$\begin{aligned} P &= \int_0^\infty I(r, z) 2\pi r dr, \\ P &= \int_0^\infty I_0 \left(\frac{2}{\pi w^2(z)}\right) \left(\frac{r\sqrt{2}}{w(z)}\right)^2 \exp\left(-\frac{2r^2}{w^2(z)}\right) 2\pi r dr, \\ P &= \left(\frac{4}{w^2(z)}\right) I_0 \int_0^\infty \left(\frac{2r^2}{w^2(z)}\right) \exp\left(-\frac{2r^2}{w^2(z)}\right) r dr, \end{aligned} \quad (3.6)$$

usando una sustitución simple para resolver la integral

$$u = \frac{2r^2}{w^2(z)} \Rightarrow du = \frac{4r dr}{w^2(z)} \Rightarrow r dr = \frac{w^2(z)}{4} du. \quad (3.7)$$

Y así, la ecuación 3.6 puede ser escrita como:

$$P = I_0 \int_0^\infty u \exp(-u) du = I_0. \quad (3.8)$$

Por lo tanto, podemos escribir la intensidad del haz *Laguerre Gaussiano*  $TEM_{01}^*$  como [72]

$$I(r, z) = \frac{2P}{\pi w^2(z)} \left(\frac{r\sqrt{2}}{w(z)}\right)^2 \exp\left(-\frac{2r^2}{w^2(z)}\right). \quad (3.9)$$

Con el fin de analizar el comportamiento de las fuerzas de captura en regiones cercanas a la cintura del haz, región donde ocurre la captura óptica, es necesario normalizar las coordenadas a estas zonas. Hacemos el cambio de coordenadas *cilíndricas* a *rectangulares* y así definir a la coordenada  $x$  como  $\tilde{x} = \frac{x}{w_0}$  cuando es igual a 1 o  $-1$  nos encontramos en la cintura del haz y de igual manera para  $\tilde{y} = \frac{y}{w_0}$ , por lo tanto, para lograr normalizar la ecuación 3.9, es necesario recordar la definición de *Radio del Haz* [54]

$$w^2(z) = w_0^2 \left[ 1 + \left( \frac{z}{z_R} \right)^2 \right]. \quad (3.10)$$

Para normalizar la coordenada  $z$  en la zona de mayor intensidad, es necesario recordar la definición de *Longitud de Rayleigh* ( $z_R$ ) y por lo tanto, es posible obtener que:

$$\frac{z}{z_R} = \frac{z}{\frac{\pi w_0^2}{\lambda}} = \frac{2z}{k w_0^2} = 2\tilde{z}, \quad (3.11)$$

donde se observa que cuando  $\tilde{z} = \frac{z}{2z_R}$  sea  $\pm \frac{1}{2}$  nos encontramos dentro de la *Longitud de Rayleigh*. Por lo tanto, hemos definido un sistema de coordenadas normalizado en las zonas donde ocurre la captura óptica con forma [35]  $(\tilde{x}, \tilde{y}, \tilde{z}) = \left( \frac{x}{w_0}, \frac{y}{w_0}, \frac{z}{k w_0^2} \right)$  y por lo tanto es posible definir la intensidad del haz de captura *Laguerre Gaussiano* tipo  $TEM_{01}^*$  en dicho sistema como [68]

$$I(\tilde{x}, \tilde{y}, \tilde{z}) = \frac{2P}{\pi w_0^2 [1 + (2\tilde{z})^2]} \left[ \frac{2(\tilde{x}^2 + \tilde{y}^2)}{[1 + (2\tilde{z})^2]} \right] \exp \left[ -\frac{2(\tilde{x}^2 + \tilde{y}^2)}{[1 + (2\tilde{z})^2]} \right]. \quad (3.12)$$

Si recordamos la forma de la *Fuerza de Gradiente* en la ecuación 3.2, es posible encontrar una forma analítica para dicha fuerza sobre las componentes  $x$ ,  $y$  y  $z$ . Empezando con la componente  $x$ , es posible obtener que:

$$\vec{F}_{G_x} = \frac{2\pi n_m a^3}{c} \left[ \frac{m^2 - 1}{m^2 + 2} \right] \frac{\partial}{\partial x} \left\{ \frac{2P}{\pi w_0^2 [1 + (2\tilde{z})^2]} \left[ \frac{2(\tilde{x}^2 + \tilde{y}^2)}{[1 + (2\tilde{z})^2]} \right] \exp \left[ -\frac{2(\tilde{x}^2 + \tilde{y}^2)}{[1 + (2\tilde{z})^2]} \right] \right\} \hat{x}, \quad (3.13)$$

y derivando

$$\vec{F}_{G_x} = \frac{2\pi n_m a^3}{c} \left[ \frac{m^2 - 1}{m^2 + 2} \right] \left( \frac{2P}{\pi w_0^2} \right) \left( \frac{1}{[1 + (2\tilde{z})^2]^2} \right) \left\{ \frac{4\tilde{x}}{w_0} \exp \left[ -\frac{2(\tilde{x}^2 + \tilde{y}^2)}{[1 + (2\tilde{z})^2]} \right] + 2(\tilde{x}^2 + \tilde{y}^2) \exp \left[ -\frac{2(\tilde{x}^2 + \tilde{y}^2)}{[1 + (2\tilde{z})^2]} \right] \left( -\frac{4\tilde{x}}{w_0 [1 + (2\tilde{z})^2]} \right) \right\} \hat{x}, \quad (3.14)$$

obteniendo así, una forma para la *Fuerza de Gradiente* en la coordenada  $x$  como

$$\vec{F}_{G_x} = \underbrace{\frac{8\pi n_m a^3 \tilde{x}}{c w_0} \left[ \frac{m^2 - 1}{m^2 + 2} \right]}_{*1} \left( \frac{2P}{\pi w_0^2} \right) \left( \frac{1}{[1 + (2\tilde{z})^2]^2} \right) \underbrace{\exp \left[ -\frac{2(\tilde{x}^2 + \tilde{y}^2)}{[1 + (2\tilde{z})^2]} \right]}_{*2} \left[ 1 - \frac{2(\tilde{x}^2 + \tilde{y}^2)}{[1 + (2\tilde{z})^2]} \right] \hat{x}, \quad (3.15)$$

donde se observa en la ecuación 3.15 que el factor \*1, proporciona a la forma de la *Fuerza de Gradiente* que experimenta la esfera en su componente  $x$ , una dependencia cúbica del radio de esta ( $a$ ) y de su posición normalizada  $\tilde{x}$ , el factor \*2 por su parte, provee la forma Gaussiana típica y los factores restantes otorgan una dependencia en las coordenadas normalizadas del espacio, propias de la forma del haz *Laquerre Gaussiano* tipo  $TEM_{01}^*$ . Con un proceso similar, al descrito para encontrar la componente  $x$ , obtenemos la forma de la *Fuerza de Gradiente* en la coordenada  $y$  como

$$\vec{F}_{G_y} = \frac{8\pi n_m a^3 \tilde{y}}{c w_0} \left[ \frac{m^2 - 1}{m^2 + 2} \right] \left( \frac{2P}{\pi w_0^2} \right) \left( \frac{1}{[1 + (2\tilde{z})^2]^2} \right) \exp \left[ -\frac{2(\tilde{x}^2 + \tilde{y}^2)}{[1 + (2\tilde{z})^2]} \right] \left[ 1 - \frac{2(\tilde{x}^2 + \tilde{y}^2)}{[1 + (2\tilde{z})^2]} \right] \hat{y}. \quad (3.16)$$

Y para la componente  $z$ , tenemos que

$$\vec{F}_{G_z} = \frac{2\pi n_m a^3}{c} \left[ \frac{m^2 - 1}{m^2 + 2} \right] \frac{\partial}{\partial z} \left\{ \frac{2P}{\pi w_0^2 [1 + (2\tilde{z})^2]} \left[ \frac{2(\tilde{x}^2 + \tilde{y}^2)}{[1 + (2\tilde{z})^2]} \right] \exp \left[ -\frac{2(\tilde{x}^2 + \tilde{y}^2)}{[1 + (2\tilde{z})^2]} \right] \right\} \hat{z}, \quad (3.17)$$

y derivando

$$\vec{F}_{G_z} = \frac{2\pi n_m a^3}{c} \left[ \frac{m^2 - 1}{m^2 + 2} \right] \left( \frac{2P}{\pi w_0^2} \right) 2(\tilde{x}^2 + \tilde{y}^2) \left\{ -\frac{16\tilde{z}/k w_0^2}{[1 + (2\tilde{z})^2]^3} \exp \left[ -\frac{2(\tilde{x}^2 + \tilde{y}^2)}{[1 + (2\tilde{z})^2]} \right] + \left[ \frac{1}{[1 + (2\tilde{z})^2]^2} \right] \exp \left[ -\frac{2(\tilde{x}^2 + \tilde{y}^2)}{[1 + (2\tilde{z})^2]} \right] \left( \frac{16\tilde{z}/k w_0^2 (\tilde{x}^2 + \tilde{y}^2)}{[1 + (2\tilde{z})^2]^2} \right) \right\} \hat{z} \quad (3.18)$$

finalmente, ordenando los términos de la ecuación 3.18, se logra una expresión para la

*Fuerza de Gradiente* en la coordenada  $z$

$$\vec{F}_{Gz} = - \underbrace{\frac{2\pi n_m a^3}{c} \left[ \frac{m^2 - 1}{m^2 + 2} \right] \left( \frac{2P}{\pi w_0^2} \right)}_{*1} \frac{32\tilde{z}/kw_0^2 (\tilde{x}^2 + \tilde{y}^2)}{[1 + (2\tilde{z})^2]^3} \times \underbrace{\exp \left[ -\frac{2(\tilde{x}^2 + \tilde{y}^2)}{[1 + (2\tilde{z})^2]} \right]}_{*2} \left[ 1 - \frac{(\tilde{x}^2 + \tilde{y}^2)}{[1 + (2\tilde{z})^2]} \right] \hat{z} \quad (3.19)$$

donde se observa en la ecuación 3.19 que el factor \*1, proporciona a la forma de la *Fuerza de Gradiente* que experimenta la esfera en su componente  $z$ , una dependencia cúbica del radio de esta ( $a$ ), el factor \*2 por su parte, provee la forma Gaussiana típica y los factores restantes otorgan una dependencia en las coordenadas normalizadas del espacio, propias de la forma del haz *Laguerre Gaussiano* tipo  $TEM_{01}^*$ .

## 3.2. Cálculo de la ecuación de la Fuerza de Scattering

Otra interacción que se debe tener en cuenta surge de la dispersión de la luz con la esfera. Debido a la naturaleza oscilante de la onda electromagnética, el dipolo (esfera) oscila y actúa como una fuente de emisión secundaria, que emite ondas electromagnéticas en todas las direcciones. Debido al tamaño significativamente pequeño de la esfera con respecto a la longitud de onda de la luz, el dipolo oscila en fase con la onda electromagnética incidente, y como el medio que rodea a la esfera se considera homogéneo y la esfera no absorbe radiación, la propagación de la radiación resultante coincide con la dirección de la onda incidente. Si tenemos en cuenta el intercambio de momento lineal del haz al dipolo, la sección transversal de dispersión y la intensidad del haz de captura, se obtiene una forma para esta interacción que se denomina *fuerza de Scattering* [35, 53].

$$\vec{F}_{Scatt}(r) = \frac{n_m I(r)}{c} \sigma_S \hat{z}, \quad (3.20)$$

donde,  $\sigma_S$  se denomina sección transversal de dispersión y es un plano perpendicular al vector de propagación de la onda dispersada y para una esfera dieléctrica que dispersa luz de forma isotrópica, tiene la forma [35, 53]:

$$\sigma_S = \frac{8}{3} \pi k^4 a^6 \left| \frac{m^2 - 1}{m^2 + 2} \right|^2. \quad (3.21)$$

Tomando la forma de la intensidad del haz de captura *Laguerre Gaussiano* tipo  $TEM_{01}^*$  encontrada en la ecuación 3.12 y la sección transversal de dispersión de la ecuación

3.21, es posible reemplazar en la ecuación 3.20 y obtener una forma para la *Fuerza de Scattering* de un haz *Laguerre Gaussiano* tipo  $TEM_{01}^*$  en términos de las coordenadas normalizadas como

$$\vec{F}_{Scatt} = \underbrace{\frac{8n_m\pi k^4 a^6}{3c} \left| \frac{m^2 - 1}{m^2 + 2} \right|^2}_{*1} \underbrace{\left( \frac{2P_{0,1}}{\pi w_0^2} \right) \left[ \frac{2(\tilde{x}^2 + \tilde{y}^2)}{[1 + (2\tilde{z})^2]^2} \right] \exp \left[ -\frac{2(\tilde{x}^2 + \tilde{y}^2)}{[1 + (2\tilde{z})^2]} \right]}_2 \hat{z}, \quad (3.22)$$

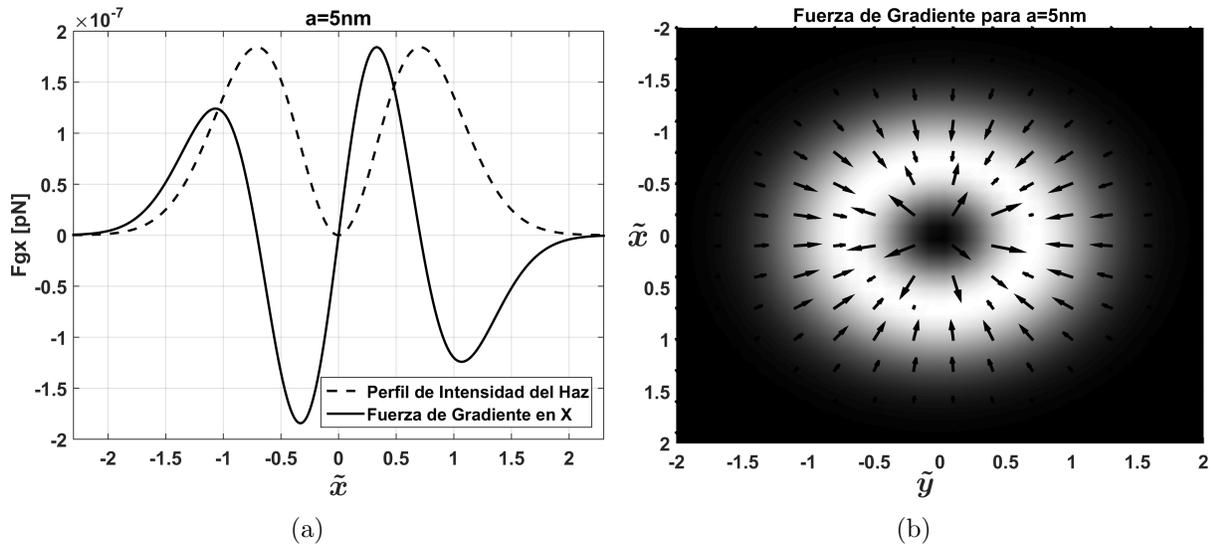
donde se observa en la ecuación 3.22 que el factor \*1, proporciona a la forma de la fuerza de *Scattering* que experimenta la esfera, una dependencia a la sexta potencia del radio de esta ( $a$ ), el factor \*2 por su parte, provee una dependencia directa de las coordenadas normalizadas del espacio, propias de la forma de la intensidad haz *Laguerre Gaussiano* tipo  $TEM_{01}^*$ .

### 3.3. Análisis de las fuerzas en el Régimen de Rayleigh

Las ecuaciones 3.15, 3.16, 3.19 y 3.22, describen la forma de las Fuerzas de *Gradiente* y *Scattering* que experimenta una esfera dieléctrica debido a un haz *Laguerre Gaussiano* tipo  $TEM_{01}^*$ . Con estas expresiones matemáticas, encontramos el comportamiento de estas fuerzas sobre una esfera dieléctrica de radio ( $a$ )  $5nm$ , con un índice de refracción ( $n_p$ ) de 1,592 que se encuentra inmersa en un medio de índice de refracción ( $n_m$ ) de 1,332, la potencia del haz ( $P$ ) es de  $100mW$ , longitud de onda ( $\lambda$ ) de  $514,5nm$ , que está polarizado linealmente sobre el eje  $x^+$  cuya cintura del haz ( $w_0$ ) de  $5\mu m$ .

El comportamiento obtenido para la componente  $x$  de la *Fuerza de Gradiente*, comparada con el perfil transversal ( $x$ ) de la intensidad del haz *Laguerre Gaussiano* tipo  $TEM_{01}^*$  y cuyos valores máximos han sido ajustados, se presenta en la figura 3.2a. Esta comparación permite observar que cuando la esfera está en las coordenadas normalizadas  $-1 < \tilde{x} < -0,7$  la *Fuerza de Gradiente* es positiva, en otras palabras, la esfera dieléctrica experimenta una fuerza que la envía a la zona del haz más cercana de mayor intensidad ( $\tilde{x} \approx -0,7$ ) y para valores  $-0,7 < \tilde{x} < 0$ , donde la esfera se encuentra cerca de la zona oscura central del haz, esta fuerza toma valores negativos, logrando enviar a la esfera dieléctrica a la zona del haz más cercana de mayor intensidad ( $\tilde{x}$ ), como se observa con más claridad en la figura 3.2b. Por otra parte, cuando la esfera está en  $\tilde{x} > 0$ , debido a la simetría, se observa el mismo comportamiento. En conclusión, la *Fuerza de Gradiente* en su componente  $x$  que experimenta la esfera dieléctrica, tiene un comportamiento restaurador hacia las zonas del haz más cercanas de mayor intensidad. Además, se puede observar que no se presenta *Fuerza de Gradiente* en la zona oscura

central del haz, este resultado se debe a que en el *Régimen de Rayleigh* la *Fuerza de Gradiente* depende directamente del gradiente de la intensidad del haz.

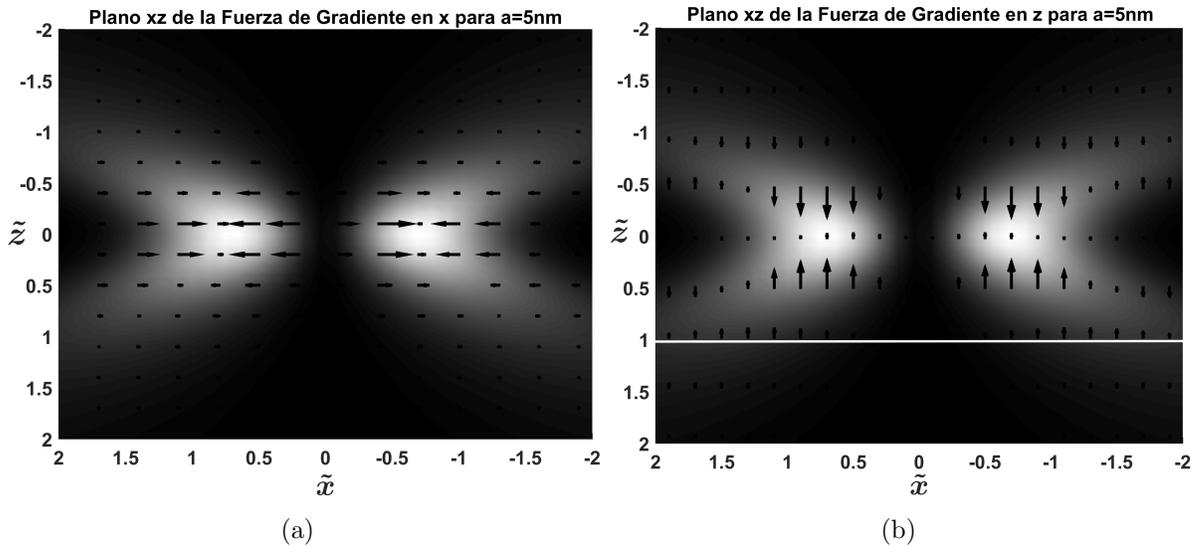


**Figura 3.2:** (a) Componente  $x$  de la *Fuerza de Gradiente* que experimenta una esfera dieléctrica de radio 5nm. (b) Plano  $xy$  de la *Fuerza de Gradiente* que experimenta una esfera dieléctrica de radio 5nm.

Como se dijo anteriormente, debido a la simetría del problema, la componente  $y$  de la *Fuerza Gradiente* tiene el mismo comportamiento que la componente  $x$ , lo que se puede evidenciar con claridad en la ecuación 3.15 y 3.16. Sin embargo, esta afirmación también puede ser corroborada en la figura 3.2b, que corresponde al plano transversal del perfil de intensidad del haz *Laguerre Gaussiano* tipo  $TEM_{01}^*$ . En esta figura cada origen de los vectores indica la posición de la esfera dieléctrica, la longitud del vector representa la magnitud de la *Fuerza de Gradiente* y la dirección del vector es la respectiva dirección que seguirá la esfera dieléctrica debido a la acción de la *Fuerza de Gradiente*. En esta figura es posible corroborar el comportamiento restaurador de las componentes  $x$  y  $y$  de la *Fuerza de Gradiente* de forma que la esfera dieléctrica es atrapada en las zonas de mayor intensidad del haz.

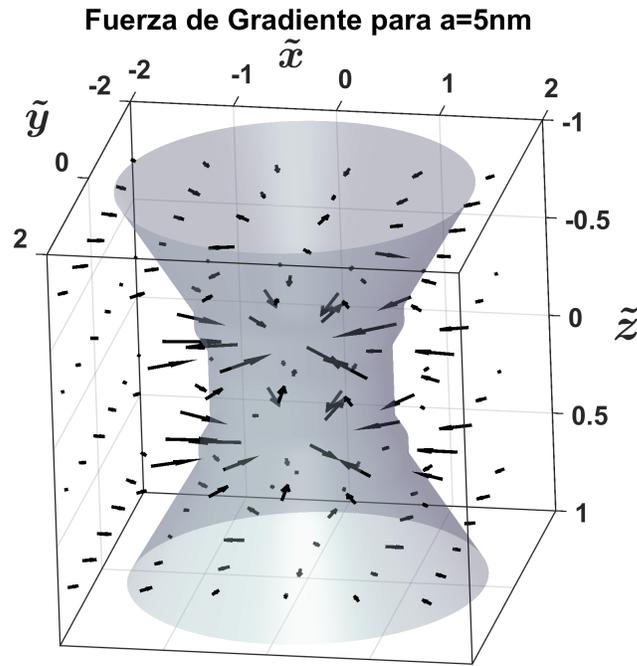
Estas componentes  $x$  o  $y$  preservan el comportamiento restaurador en posiciones de la esfera dieléctrica sobre los ejes transversales ( $x$  o  $y$ ) para posiciones a lo largo del eje de propagación del haz (eje  $z^+$ ) como se observa en la figura 3.3a. En esta figura los vectores representan el comportamiento en magnitud y dirección de la componente  $x$  de la *Fuerza de Gradiente* que experimenta la esfera dieléctrica sobre el plano longitudinal  $xz$  comparada con el correspondiente perfil de intensidad del haz *Laguerre Gaussiano*

tipo  $TEM_{01}^*$ , en esta figura se puede observar que la *Fuerza de Gradiente* es más intensa en la longitud de Rayleigh ( $\tilde{z} = \pm 0,5$ ), que corresponde a la distancia de propagación del haz durante la cual el haz no diverge significativamente, y es una longitud medida desde la cintura del haz.



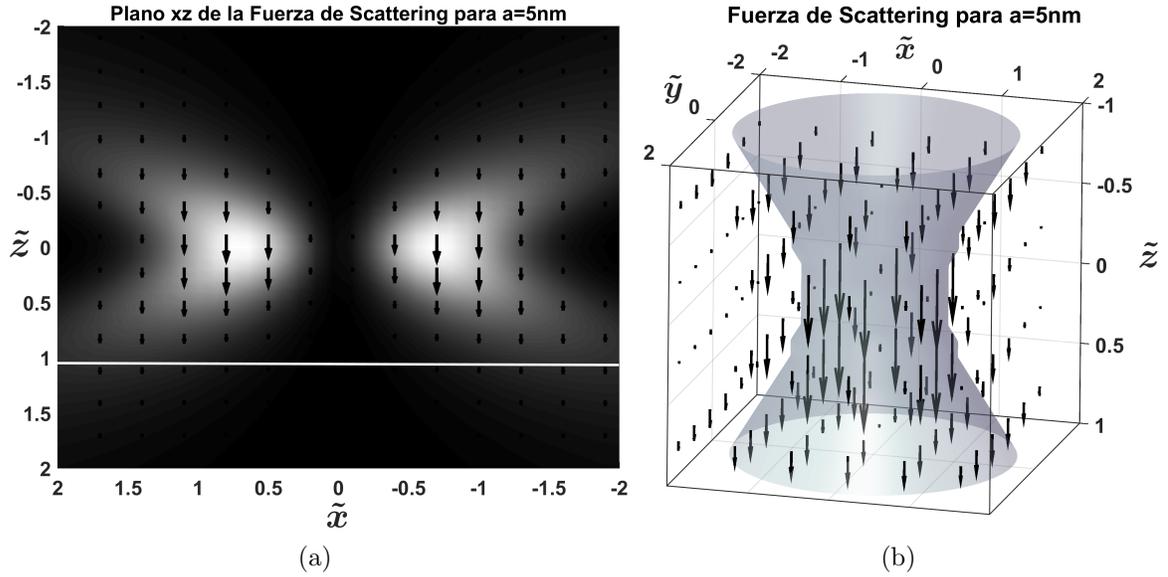
**Figura 3.3:** Perfil  $xz$  del haz Laguerre Gaussiano  $TEM_{01}^*$  con dirección de propagación en el eje  $z+$ . (a) Plano  $xz$  de la componente  $x$  de la Fuerza de Gradiente que experimenta una esfera dieléctrica de radio 5nm. (b) Plano  $xz$  de la componente  $z$  de la Fuerza de Gradiente que experimenta una esfera dieléctrica de radio 5nm.

Por otra parte, es posible observar en la figura 3.3b el comportamiento de la componente  $z$  de la *Fuerza de Gradiente* en puntos sobre el eje  $x$  que es representado por medio de vectores sobre el plano longitudinal  $xz$  del correspondiente perfil de intensidad del haz Laguerre Gaussiano tipo  $TEM_{01}^*$ . En esta figura se observa que esta componente de la *Fuerza de Gradiente* posiciona a la esfera dieléctrica en la zona del haz más cercana de mayor intensidad, ubicada en la cintura del haz, esta fuerza es más intensa en regiones cerca a la longitud de Rayleigh y disminuye en cuanto se aleja de ella. Finalmente, debido a la ausencia de radiación en la zona oscura central del haz, según el Régimen de Rayleigh no existe *Fuerza de Gradiente* en esta zona.



**Figura 3.4:** Zonas de mayor intensidad del haz Laguerre Gaussiano  $TEM_{01}^*$  con dirección de propagación en el eje  $z+$  y campo vectorial representando la *Fuerza de Gradiente* en 3D que experimenta una esfera dieléctrica de radio  $5nm$ .

En conclusión, el comportamiento de la *Fuerza de Gradiente* en las coordenadas  $x$ ,  $y$  y  $z$  puede ser observado cualitativamente por medio de un campo vectorial en la figura 3.4. En esta figura el hiperboloide hueco representa la zona más intensa del haz *Laguerre Gaussiano* tipo  $TEM_{01}^*$ , con esta representación queda evidenciada la naturaleza restauradora de la *Fuerza de Gradiente*, que provoca la captura de la esfera dieléctrica en las regiones de mayor intensidad del haz. En esta figura, las componentes  $x$  y  $y$  de los vectores que representan a la fuerza son del orden de  $10^{-7}$  (figura 3.2a), mientras la componente  $z$ , es del orden de  $10^{-10}$  (figura 3.6b) y por tanto la componente  $z$  es mil veces menor que la componente  $x$  o  $y$ . En otras palabras los vectores de la figura 3.4 que representan la *Fuerza de Gradiente* tienen una inclinación respecto al plano  $xy$  de  $\theta \approx 0,0405^\circ$ . En conclusión es posible predecir, que la esfera experimentará una captura en las regiones más intensas sobre el plano  $xy$  para el cual, el efecto será mucho mayor que el de la componente  $z$ . Sin embargo, el comportamiento predicho no puede ser usado como comportamiento general, ya que la descripción del haz paraxial que fundamenta el método trabajado, se aleja de un haz altamente enfocado o de gran NA, presente en la Pinza Óptica y donde en una captura estable, la *Fuerza de Gradiente* axial es comparable, en orden de magnitud, a la transversal y compensa a la *Fuerza de Scattering*, logrando así equilibrio de las fuerzas axialmente.

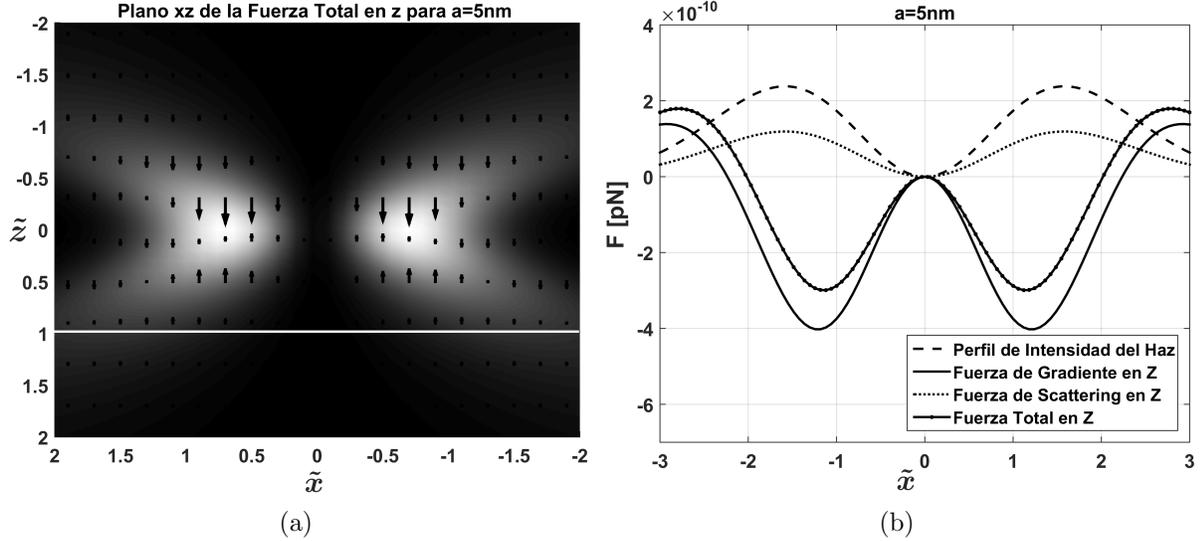


**Figura 3.5:** Perfil  $xz$  del haz Laguerre Gaussiano  $TEM_{01}^*$  con dirección de propagación en el eje  $z^+$ . (a) Plano  $xz$  de la Fuerza de Scattering que experimenta una esfera dieléctrica de radio 5nm. (b) Campo vectorial representando la Fuerza de Scattering en 3D que experimenta una esfera dieléctrica de radio 5nm.

Por otra parte, el comportamiento de la *Fuerza de Scattering* depende directamente de la intensidad del haz, lo que puede ser corroborado en la ecuación 3.20 y evidenciado en la figura 3.5a, donde observamos que para posiciones de la esfera sobre el eje  $x$  y cualquier posición a lo largo eje  $z$ , esta fuerza siempre tiene valores positivos, en otras palabras esta fuerza causa una aceleración de la esfera dieléctrica en la dirección de propagación del haz (eje  $z^+$ ) y es más fuerte en las zonas más intensas del haz. Finalmente, también es posible precisar que no se presenta *Fuerza de Scattering* en la zona oscura central del haz, hecho que se debe a la ausencia de radiación y puede ser observado en la figura 3.5a. El comportamiento analizado anteriormente para la *Fuerza de Scattering* se presenta en las tres dimensiones, como puede ser evidenciado en la figura 3.5b.

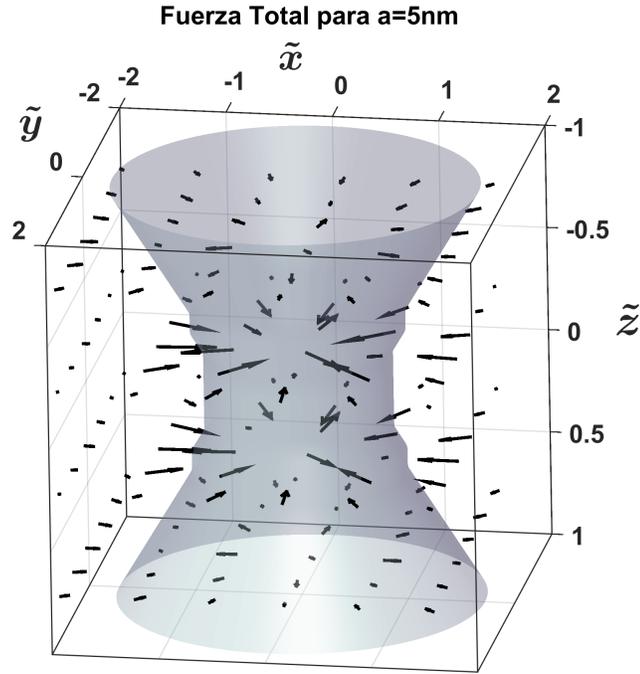
La *Fuerza Total*, por lo tanto, será la suma de las *Fuerzas de Gradiente* y *Scattering*. La componente  $x$  o  $y$  de la *Fuerza Total* será solo la contribución de la *Fuerza de Gradiente* y tendrá la forma de la figura 3.2b. Por otra parte, la componente  $z$  de la *Fuerza Total*, corresponderá a la suma de la *Fuerza de Scattering* y la componente  $z$  de la *Fuerza de Gradiente*. En la figura 3.6a, es posible evidenciar lo anterior para la componente  $z$  de la *Fuerza Total*, se observa que cuando  $\tilde{z} > 0$  la *Fuerza Total* tiene una magnitud que se debe a la oposición en las direcciones de la *Fuerza de Gradiente*

y la *Fuerza de Scattering*, magnitud menor que en  $\tilde{z} < 0$  donde ambas Fuerzas tienen la misma dirección. Esta *Fuerza Total* en 3D puede ser observada en la figura 3.7.



**Figura 3.6:** (a) Perfil  $xz$  del haz Laguerre Gaussiano  $TEM_{01}^*$  con dirección de propagación en el eje  $z^+$  y plano  $xz$  de la componente  $z$  de la Fuerza Total que experimenta una esfera dieléctrica de radio 5nm. (b) Componente  $z$  de la Fuerzas de Gradiente, Scattering y Total sobre el eje transversal  $x$  en  $\tilde{z} = 1$ , que experimenta una esfera dieléctrica de radio 5nm.

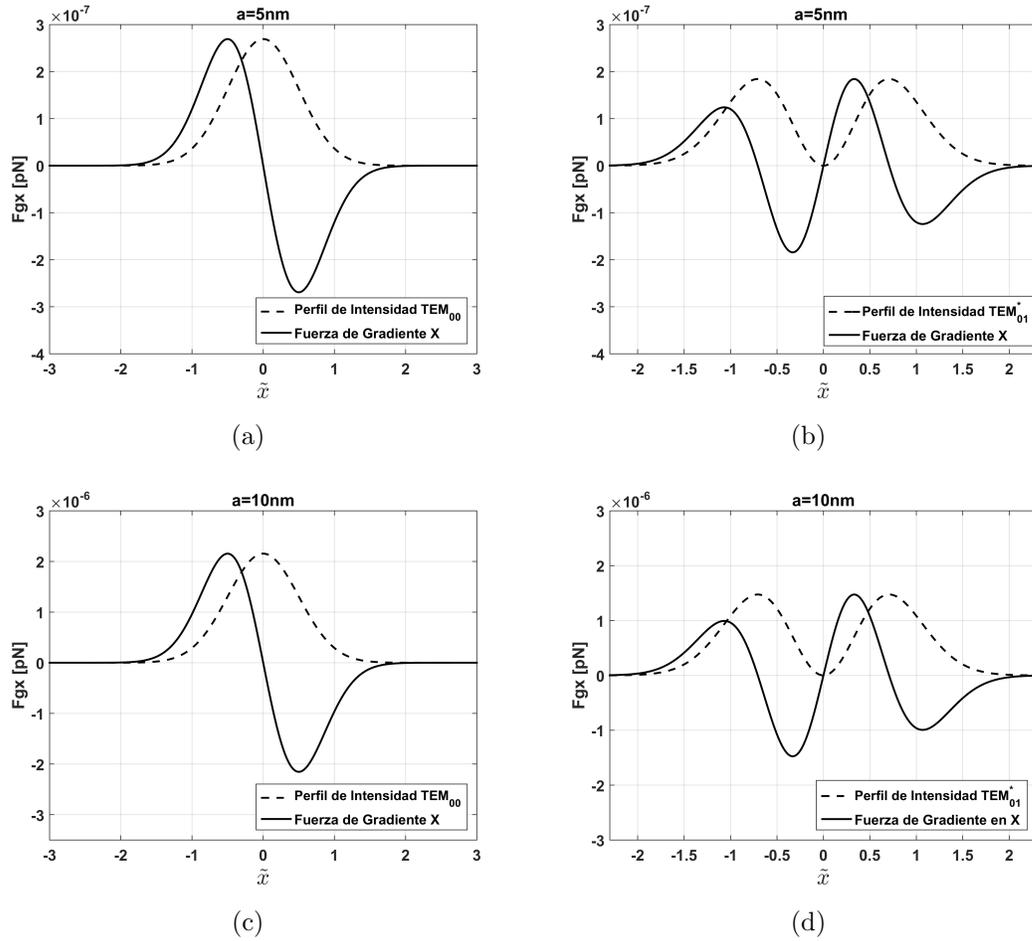
En las figuras 3.3b, 3.5a y 3.6a, se observa señalada con una línea blanca la posición  $\tilde{z} = 1$ . Con cierta atención es posible observar en la figura 3.3b que para ciertas posiciones en el eje  $x$  la *Fuerza de Gradiente* cambia de dirección, perdiendo su comportamiento restaurador. Con más detalle este fenómeno puede ser observado en la figura 3.6b, donde se puede evidenciar que la componente  $z$  de la *Fuerza Total* en  $\tilde{z} = 1$  para  $-2 < \tilde{x} < 0$ , toma valores negativos, en otras palabras la esfera es capturada en la cintura del haz y por simetría se presenta el mismo comportamiento para la zona  $0 < \tilde{x} < 2$ . Sin embargo, observamos que cuando  $\tilde{x} < -2$  y  $\tilde{x} > 2$  la *Fuerza Total* no captura a la esfera dieléctrica, contrario a esto, es acelerada en la dirección propagación del haz (eje  $z^+$ ). Este comportamiento se debe a la *Fuerza de Gradiente* que tiene una naturaleza restauradora hacia las zonas más cercanas de mayor intensidad del haz y ya que la esfera dieléctrica para estas posiciones se encuentra más cerca de una zona oscura (ausente de radiación), la zona intensa más cercana, se encuentra en la dirección de propagación del haz.



**Figura 3.7:** Zonas de mayor intensidad del haz Laguerre Gaussiano  $TEM_{01}^*$  con dirección de propagación en el eje  $z+$  y campo vectorial representando la *Fuerza Total* en  $3D$  que experimenta una esfera dieléctrica de radio  $5nm$

Finalmente, en la figura 3.7, también es posible evidenciar que bajo los parámetros tomados de índices de refracción, radio de la esfera, longitud de onda, cintura del haz y potencia del haz, la esfera dieléctrica es capturada transversalmente en el anillo del haz y longitudinalmente cuando la esfera dieléctrica está más cerca de las zonas más intensas, en otras palabras, cuando está cerca a la cintura del haz, que de las zonas periféricas a esta. En esta figura, los vectores que representan a la *Fuerza Total* solo se encuentran sobre el plano  $xy$  lo que se debe a la diferencia en el orden de magnitud de la componente  $z$  respecto a las componentes  $x$  y  $y$ .

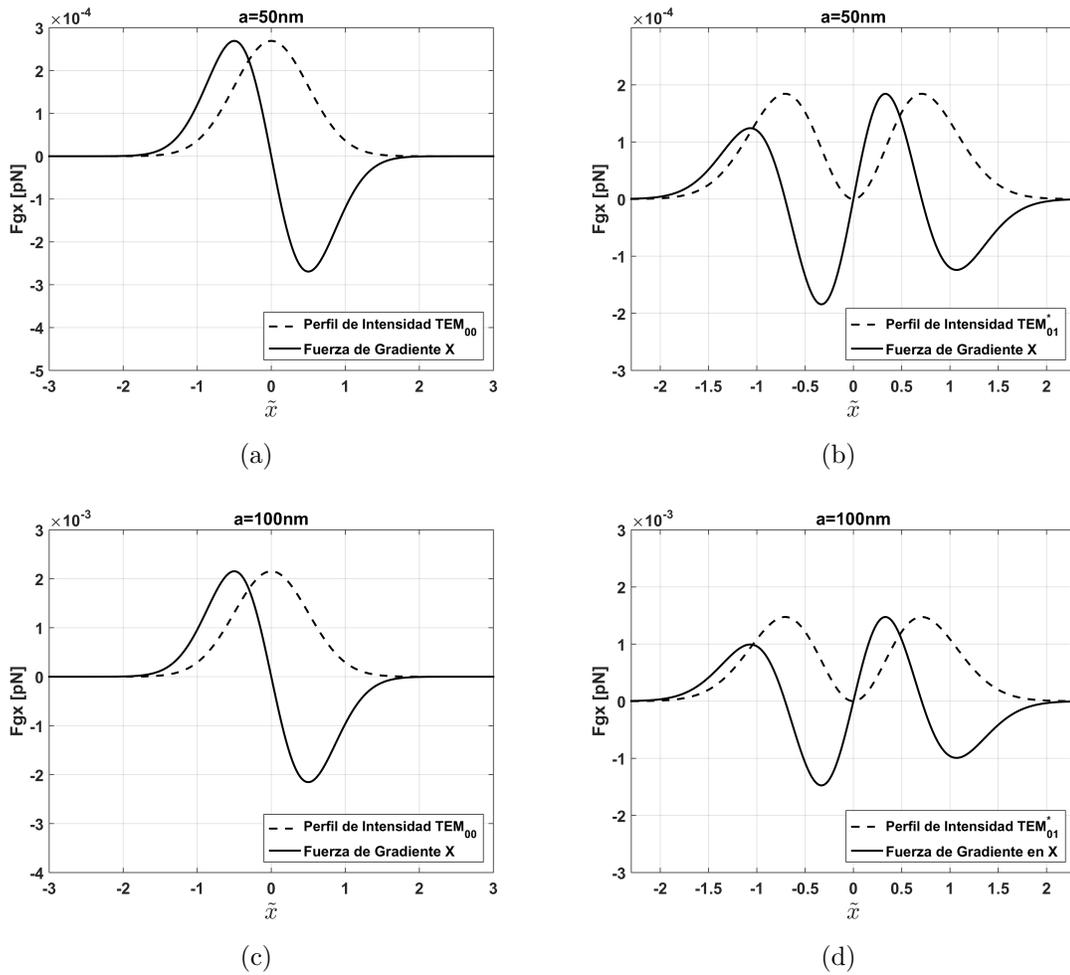
Un análisis adicional de la *Fuerza de Gradiente*  $x$  o  $y$  puede ser observado en las figuras 3.8a, 3.8c, 3.9a y 3.9c, notamos que al aumentar el tamaño de la partícula de  $5nm$  a  $10nm$ ,  $50nm$ ,  $100nm$  se mantiene el comportamiento restaurados hacia las zonas más intensas para el haz Gaussiano  $TEM_{00}$  y el mismo comportamiento es evidenciado para el haz *Laguerre Gaussiano* tipo  $TEM_{01}^*$  en las figuras 3.8b, 3.8d y 3.9b, 3.9d. Sin embargo, también es posible observar que este haz ejerce menor *Fuerza de Gradiente*  $x$  o  $y$ , que el tipo  $TEM_{00}$ . Este comportamiento se debe a que en la cintura del haz la intensidad esta menos diseminada en el tipo  $TEM_{00}$  que en el tipo  $TEM_{01}^*$ , lo que puede ser evidenciado en los perfiles de intensidad de las figuras 3.8 y 3.9.



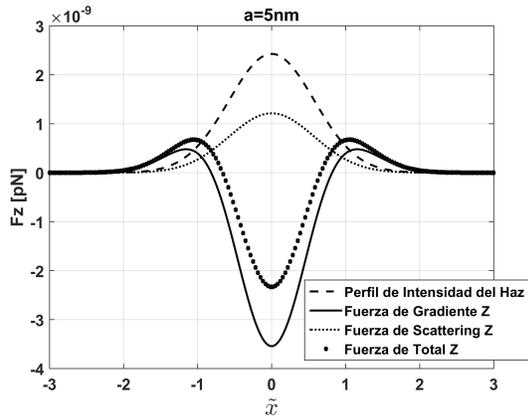
**Figura 3.8:** Fuerza de Gradiente en  $x$  que experimentan esferas de  $5\text{nm}$  y  $10\text{nm}$  de radio para un haz Gaussiano  $TEM_{00}$  y un haz Laguerre Gaussiano  $TEM_{01}^*$ .

Las Fuerzas de *Gradiente*, *Scattering* y *Total* en  $z$  fueron evaluadas sobre posiciones en el eje  $x$  para el plano  $\tilde{z} = 1/2\sqrt{3}$ , con el fin de comparar las fuerzas experimentadas por la esfera dieléctrica usando un haz Gaussiano tipo  $TEM_{00}$  y un haz Laguerre Gaussiano tipo  $TEM_{01}^*$  en el plano  $\tilde{z}$ , donde se registra el mayor valor de *Fuerza de Gradiente* para el haz Gaussiano tipo  $TEM_{00}$  [35]. Este comportamiento para esferas de radios  $5\text{nm}$ ,  $10\text{nm}$ ,  $50\text{nm}$ ,  $100\text{nm}$  para un haz Gaussiano tipo  $TEM_{00}$  puede ser observado en las figuras 3.10a, 3.10c, 3.11a y 3.11b y en ellas es posible evidenciar, que cuando el tamaño de la esfera aumenta, el haz pierde la capacidad de capturarla longitudinalmente y por lo tanto, predomina la *Fuerza de Scattering*. Sin embargo, experimentalmente es posible capturar de manera estable una esfera de  $100\text{nm}$ . Esta discrepancia se debe principalmente a que la aproximación paraxial implementada por el presente método, se aleja de la forma de haz altamente enfocado presente en la Pinza Óptica, hecho que se hace notable para esferas en el límite de validez del método. El

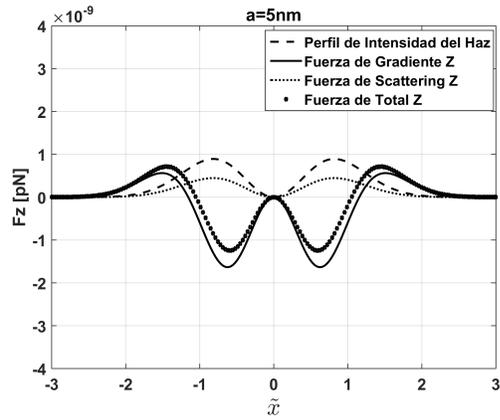
mismo comportamiento es evidenciado para el haz *Laguerre Gaussiano* tipo  $TEM_{01}^*$  y puede ser observado en las figuras 3.10b, 3.10d, 3.11b y 3.11d. Finalmente, se puede observar que para este haz, las fuerzas son menores respecto al haz Gaussiano tipo  $TEM_{00}$ , debido a la diferencia que presentan respecto a la forma de la distribución de la intensidad en la cintura del haz.



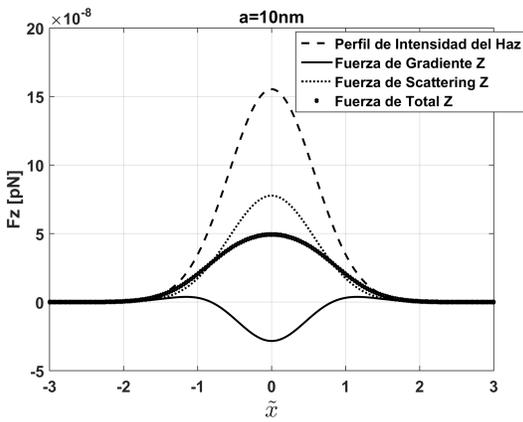
**Figura 3.9:** Fuerza de Gradiente en  $x$  que experimentan esferas de  $50\text{nm}$  y  $100\text{nm}$  de radio para un haz Gaussiano  $TEM_{00}$  y un haz Laguerre Gaussiano  $TEM_{01}^*$ .



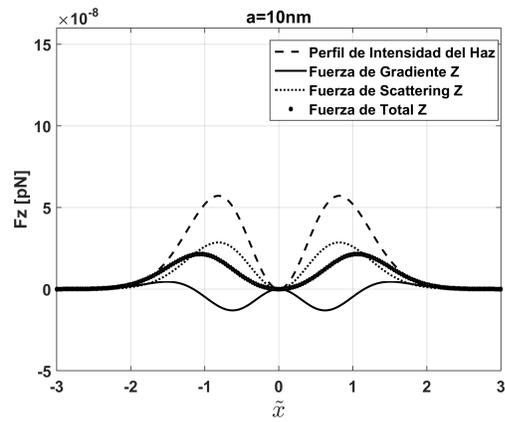
(a)



(b)

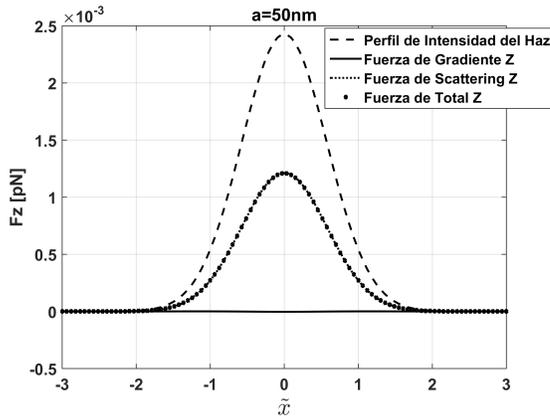


(c)

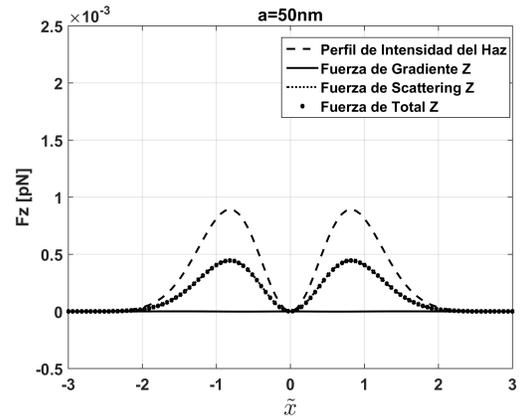


(d)

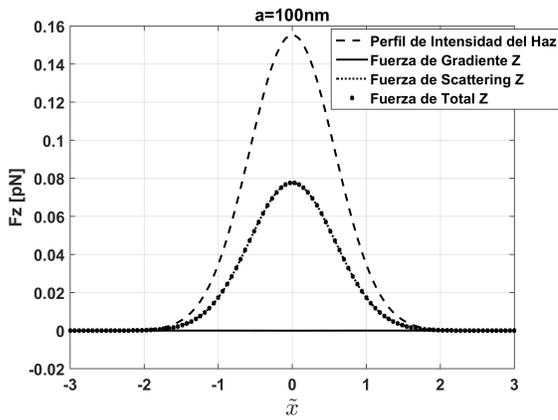
**Figura 3.10:** *Componente z de las Fuerzas de Gradiente, Scattering y Total que experimentan esferas de 5nm y 10nm de radio para un haz Gaussiano  $TEM_{00}$  y un haz Laguerre Gaussiano  $TEM_{01}^*$ .*



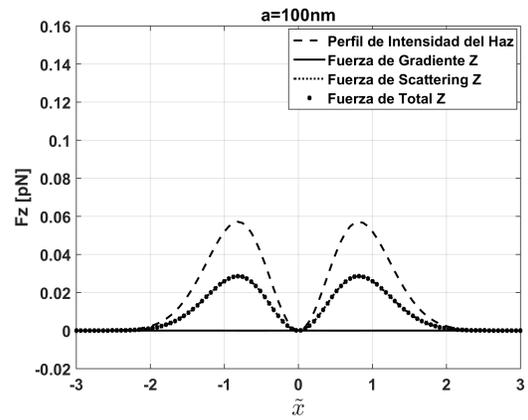
(a)



(b)



(c)



(d)

**Figura 3.11:** *Componente z de las Fuerzas de Gradiente, Scattering y Total que experimentan esferas de 50nm y 100nm de radio para un haz Gaussiano  $TEM_{00}$  y un haz Laguerre Gaussiano  $TEM_{01}^*$ .*

## Capítulo 4

# Estudio físico-matemático y análisis de las fuerzas en el *Régimen de Mie*

El segundo método implementado para el análisis de la captura óptica es el método del *Régimen de Mie* [36], que provee una descripción cualitativa del fenómeno óptico de captura por medio de ecuaciones sencillas que provienen de un tratamiento en la Óptica Geométrica. El método consiste en dividir el haz de captura en múltiples rayos individuales y analizar la interacción de estos con el objeto capturado al ser reflejados o refractados sobre su superficie. Sin embargo, este método tiene su validez bajo el cumplimiento de:

- \*— La partícula capturada sea una esfera dieléctrica, isotrópica, homogénea y transparente con  $R \gg \lambda$  ó al menos  $D \geq 10\lambda$  [73], donde  $R$  es el radio de la esfera,  $D$  el diámetro y  $\lambda$  la longitud de onda de la luz de captura.
- \*— La trayectoria de los rayos luminosos que conforman al haz son rectilíneos y solo cambian su dirección cuando se reflejan o se refracta al incidir sobre la superficie de la esfera dieléctrica, siguiendo las leyes de *Snell* y cambios en la polarización según las fórmulas de *Fresnel*.
- \*— La trayectoria de los rayos de luz a través de diferentes medios es reversible.

## 4.1. Calculo de las ecuaciones de las fuerzas de Gradiente y Scattering

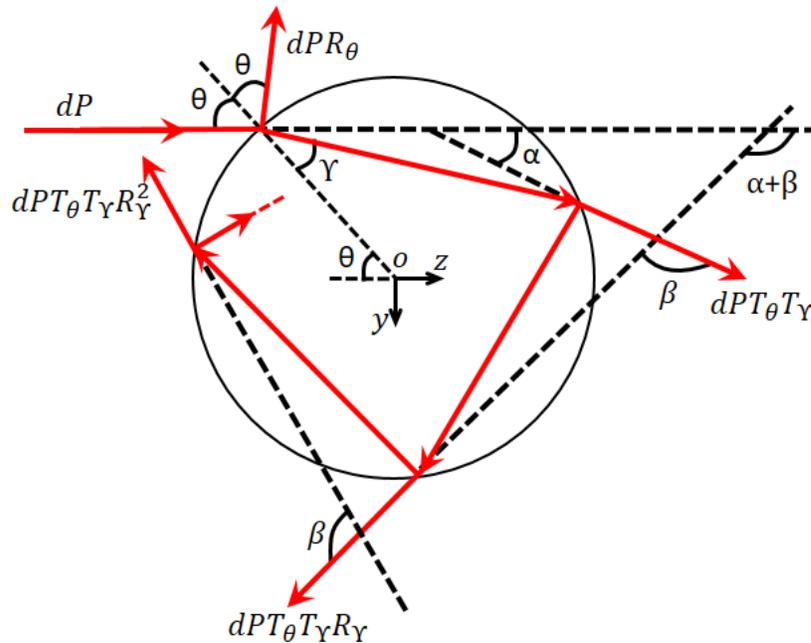
El método se fundamenta en el hecho conocido de que la luz lleva asociada una cantidad de momento lineal ( $\vec{p}$ ), que para un fotón está definida como

$$|\vec{p}| = \hbar |\vec{k}| = \frac{n_m E}{c}, \quad (4.1)$$

donde  $\hbar$  es la constante de Planck cuantizada,  $n_m$  es el índice de refracción del medio,  $E$  es la energía del fotón y  $c$  es la velocidad de la luz en el vacío. Como se dijo inicialmente un aspecto fundamental del método es dividir al haz de luz incidente en múltiples rayos de luz independientes y donde cada rayo puede ser considerado como  $N$  fotones con una magnitud de momento lineal definida. Si consideramos cada rayo de forma infinitesimal propagándose en un medio de índice de refracción  $n_m$  que lleva consigo una potencia  $dP$ , la magnitud diferencial de momento lineal ( $p$ ) del rayo será [74, 73, 36]

$$dp = \frac{n_m}{c} dP. \quad (4.2)$$

Si consideramos la situación en la que un rayo infinitesimal de potencia  $dP$  incide sobre la superficie de una esfera dieléctrica de radio  $R$  y de índice de refracción  $n_p$  que forma un ángulo  $\theta$  con respecto a la normal y que genera múltiples reflexiones y refracciones como se observa en la figura 4.1.



**Figura 4.1:** Representación de un rayo que incide sobre una esfera dieléctrica de radio  $R$

Para calcular el diferencial de fuerza que experimenta la esfera dieléctrica debido a este rayo de potencia  $dP$  se debe calcular la cantidad de momento lineal que el rayo de luz transfiere a la esfera y tener en cuenta la tercera ley de Newton. El momento lineal del rayo cambia cuando este se refleja o refracta al incidir sobre la superficie de la esfera. Con el fin de simplificar el problema, descomponemos la *Fuerza Total* que experimenta la esfera en una componente sobre el eje  $z$ , escogido como eje de propagación del rayo luminoso y otra sobre el eje  $y$ , eje transversal al eje de propagación:

$$dF_z = \frac{n_m}{c} \left[ dP_{P,z} - \left( dP_{R,z} + \sum_{n=0}^{\infty} dP_{T_n,z} \right) \right], \quad (4.3)$$

$$dF_y = \frac{n_m}{c} \left[ dP_{P,y} - \left( dP_{R,y} + \sum_{n=0}^{\infty} dP_{T_n,y} \right) \right], \quad (4.4)$$

por lo tanto, el diferencial de fuerza que experimenta la esfera dieléctrica depende de la diferencia entre el diferencial de potencia del rayo incidente ( $dP_P$ ) y la suma entre el diferencial de potencia del primer rayo que se refleja ( $dP_R$ ) y el diferencial de potencia de los rayos emergentes de la esfera ( $dP_{T_n}$ ) y donde este último tiene en cuenta las reflexiones y refracciones desde que el rayo entra a la esfera hasta que sale de esta. Observando la figura 4.1 es posible evidenciar que:

$$\begin{aligned} dP_{P,z} &= dP, \\ dP_{R,z} &= dP [R_\theta \cos(2\theta + \pi)], \\ \sum_{n=0}^{\infty} dP_{T_n,z} &= dP \left[ T_\theta T_\Upsilon \sum_{n=0}^{\infty} R_\Upsilon^n \cos(\alpha + n\beta) \right], \end{aligned} \quad (4.5)$$

y

$$\begin{aligned} dP_{P,y} &= 0, \\ dP_{R,y} &= dP [R_\theta \sin(2\theta + \pi)], \\ \sum_{n=0}^{\infty} dP_{T_n,y} &= dP \left[ T_\theta T_\Upsilon \sum_{n=0}^{\infty} R_\Upsilon^n \sin(\alpha + n\beta) \right], \end{aligned} \quad (4.6)$$

donde,  $R_\theta$  y  $T_\theta$  son los *Coefficientes de Fresnel*, para la reflectancia y transmitancia, para cuando el ángulo de incidencia es  $\theta$ , en otras palabras; para un rayo que incide del medio a la esfera. Por su parte,  $R_\Upsilon$  y  $T_\Upsilon$  se relacionan al rayo que incide desde el interior de la esfera. Reemplazando las equivalencias de las ecuaciones 4.5 y 4.6 en las ecuaciones 4.3 y 4.4, teniendo en cuenta algunas relaciones de los ángulos de la figura 4.1 y usando la convergencia de series geométricas, es posible obtener el diferencial de fuerza que experimenta la esfera como [74, 73, 36]:

$$d\vec{F}_{Scatt} = \frac{n_m dP}{c} \left\{ 1 + R_\theta \cos(2\theta) - T_\theta T_\Upsilon \left[ \frac{\cos(2\theta - 2\Upsilon) + R_\Upsilon \cos(2\theta)}{1 + R_\Upsilon^2 + 2R_\Upsilon \cos(2\Upsilon)} \right] \right\} \hat{z}, \quad (4.7)$$

$$d\vec{F}_G = \frac{n_m dP}{c} \left\{ R_\theta \sin(2\theta) - T_\theta T_\Upsilon \left[ \frac{\sin(2\theta - 2\Upsilon) + R_\Upsilon \sin(2\theta)}{1 + R_\Upsilon^2 + 2R_\Upsilon \cos(2\Upsilon)} \right] \right\} \hat{y}, \quad (4.8)$$



En este trabajo, se abordan los casos más comunes en la captura óptica, los cuales corresponden al análisis radial y transversal de la trampa óptica y cuyo análisis basta para ser descrita [75]. El primero corresponden a cuando la esfera dieléctrica es capturada por un haz previamente colimado, de tal forma que el tamaño del *Spot* del láser coincide perfectamente con el diámetro de entrada de la apertura del objetivo de microscopio, en otras palabras logrando *overfilling*, dicho dispositivo enfoca un haz de captura *Laguerre Gaussiano* tipo  $TEM_{01}^*$  a una distancia  $f$  que coincide con el eje  $z$  de la esfera, desplazado a una distancia  $S$  desde su centro [36], como se observa en la figura 4.2a.

Iniciamos analizando el rayo  $w'f$  contenido en el plano  $wz$  que se puede observar en la figura 4.2b. Para calcular la contribución total de la fuerza que experimenta la esfera debido a todos los rayos que conforman al haz de captura, se deben sumar la contribución de todos los rayos infinitesimales con potencia  $dP$  [74, 73].

$$\vec{F}_{Scatt} = \int \frac{n_m dP}{c} q_{Scatt}(\theta) \hat{y}, \quad (4.10)$$

$$\vec{F}_G = \int \frac{n_m dP}{c} q_G(\theta) \hat{z}. \quad (4.11)$$

Para obtener la forma de las ecuaciones 4.10 y 4.11 es necesario tener en cuenta que  $dP = I dS$  con  $dS = r dr d\beta$  debido a la forma de la entrada de la apertura de microscopio y donde definimos el haz de captura como un haz *Laguerre Gaussiano* tipo  $TEM_{01}^*$ , que bajo la Óptica de rayos se reportan algunas investigaciones [76, 77]. Definimos entonces,  $I$  como la intensidad de dicho haz previamente colimado de forma que (ecuación 3.5)

$$I(r, 0) = \frac{2P}{\pi w_0^2} \left( \frac{r\sqrt{2}}{w_0} \right)^2 \exp\left(-\frac{2r^2}{w_0^2}\right) \quad (4.12)$$

y teniendo en cuenta estos parámetros es posible escribir las ecuaciones 4.10 y 4.11 de la forma:

$$\vec{F}_{Scatt} = \frac{n_m P}{c} \left[ \frac{8}{\pi w_0^2} \int_0^{\pi/2} d\beta \int_0^{w_0} r \left( \frac{r\sqrt{2}}{w_0} \right)^2 \exp\left(-\frac{2r^2}{w_0^2}\right) q_{Scatt}(\theta) dr \right] \hat{z}, \quad (4.13)$$

$$\vec{F}_G = \frac{n_m P}{c} \left[ \frac{8}{\pi w_0^2} \int_0^{\pi/2} d\beta \int_0^{w_0} r \left( \frac{r\sqrt{2}}{w_0} \right)^2 \exp\left(-\frac{2r^2}{w_0^2}\right) q_G(\theta) dr \right] \hat{y}, \quad (4.14)$$

donde  $\beta$  es el ángulo azimutal medido desde el eje  $y^+$  y puede ser observado en la figura 4.2a. Ahora, es posible definir las eficiencias de Gradiente y Scattering que involucran

la forma del haz *Laguerre Gaussiano* tipo  $TEM_{01}^*$  como:

$$Q_{Scatt,LG} = \frac{8}{\pi w_0^2} \int_0^{\pi/2} d\beta \int_0^{w_0} r \left( \frac{r\sqrt{2}}{w_0} \right)^2 \exp\left(-\frac{2r^2}{w_0^2}\right) q_{Scatt}(\theta), \quad (4.15)$$

$$Q_{G,LG} = \frac{8}{\pi w_0^2} \int_0^{\pi/2} d\beta \int_0^{w_0} r \left( \frac{r\sqrt{2}}{w_0} \right)^2 \exp\left(-\frac{2r^2}{w_0^2}\right) q_G(\theta). \quad (4.16)$$

Sin embargo, nuestro objetivo es lograr una expresión para la Fuerza Óptica Total que experimenta la esfera, por lo tanto, el proceso consiste en calcular las componentes de las *Fuerzas de Gradiente* y la *Fuerza de Scattering* sobre cada eje y sumar sus respectivas contribuciones. Al analizar la contribución de un rayo en uno de los *IV* cuadrantes (figura 4.2a) y sus rayos espejo en los demás cuadrantes es posible concluir que por simetría las componentes *y* al igual que *x* se anulan, dando como resultado que la contribución neta de la *Fuerza Total*, que el haz ejerce sobre la esfera será axial, de la forma [36, 53]:

$$\vec{F}_T = [F_{Scatt} \cos(\phi) - F_G \sin(\phi)] \hat{z}, \quad (4.17)$$

donde  $\phi$  es el ángulo con el que los rayos salen del objetivo de microscopio medido respecto al eje de la lente que cumplen la relación:

$$NA = n_m \sin(\phi_{max}), \quad (4.18)$$

con  $NA$  como la apertura numérica del objetivo de microscopio y que depende de características propios del dispositivo como lo es el tipo de inmersión, agua o aceite y no serlo como los de aire. Para calcular la *fuerza Total*, debemos tener en cuenta la relación trigonométrica entre los siguientes parámetros y que puede ser corroborada en la figura 4.2b

$$\frac{\sin(\theta)}{S} = \frac{\sin(\phi)}{R}. \quad (4.19)$$

Bajo el cumplimiento de la ecuación 4.19 que se da cuando  $-1 \leq \frac{S}{R} \sin(\phi) \leq 1$ , es posible establecer si un rayo incide sobre la esfera y por lo tanto encontrar el ángulo  $\theta$  de incidencia.

Otro caso de interés ocurre cuando el haz que logra *Overfilling* con la entrada de la apertura de microscopio es enfocado sobre el eje transversal de la esfera (eje *y* o *x* por simetría) a una distancia  $S'$  de su centro [36], como se muestra en la figura 4.3a. Similarmente a lo realizado en el caso anterior, el proceso consiste en calcular las componentes a lo largo de los ejes coordenados de las *Fuerzas de Gradiente* y *Fuerza de Scattering* ejerce sobre la esfera. Al analizar las magnitudes de la fuerza de un rayo

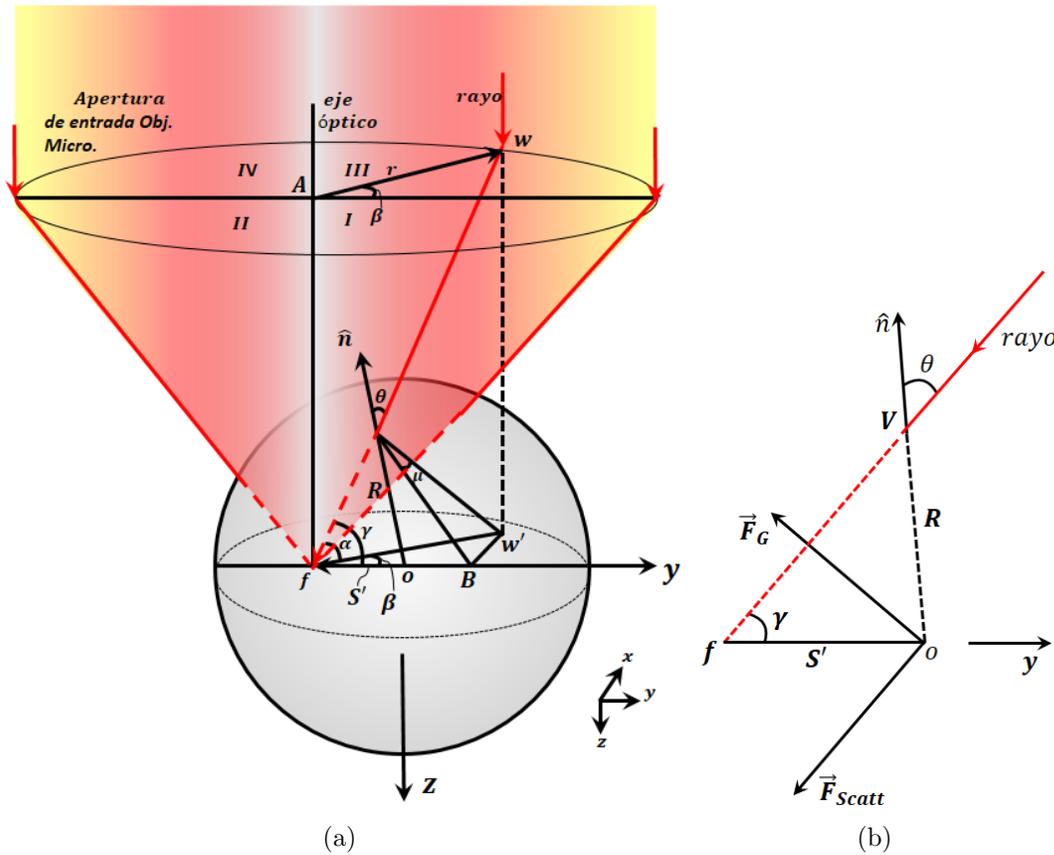
del primer cuadrante y sus rayos espejos en los demás cuadrantes, es posible concluir que la contribución de todo el haz incidente por simetría es [36, 53]

$$\vec{F}_T = F_{Scatt} \cos(\phi) \hat{z} - F_G \sin(\gamma) \hat{y}. \quad (4.20)$$

Para este caso en particular, la ecuación 4.20 permite obtener la forma de la *Fuerza Total* que experimenta la esfera. Para el ángulo  $\gamma$ , es fácil observar en la figura 4.3b que se cumple la relación trigonométrica

$$\frac{\sin(\theta)}{S'} = \frac{\sin(\gamma)}{R}, \quad (4.21)$$

que establece una relación con el ángulo de incidencia  $\theta$ , sin embargo, observando la figura 4.3a, es posible establecer una relación entre el rayo  $wf$  y su proyección  $fB$  sobre el eje  $y$  y por tanto, obtener que  $\cos(\gamma) = \cos(\alpha) \cos(\beta)$  [53].



**Figura 4.3:** (a) Representación de un haz enfocado sobre el eje  $y$  de la esfera (b) Plano de incidencia

Finalmente, para calcular *Fuerza Total*, para los casos visto anteriormente, es necesario calcular  $F_{Scatt}$  y  $F_G$ , que será posible conociendo el ángulo de incidencia  $\theta$

y la forma de la *Reflectancia* ( $R$ ) y *Transmitancia* ( $T$ ). Sin embargo, debemos tener en cuenta que [71]:

$$R_s = \left| \frac{n_m \cos(\theta) - n_p \cos(\Upsilon)}{n_m \cos(\theta) + n_p \cos(\Upsilon)} \right|^2 \quad R_p = \left| \frac{n_m \cos(\Upsilon) - n_p \cos(\theta)}{n_m \cos(\Upsilon) + n_p \cos(\theta)} \right|^2 \quad (4.22)$$

$$T_s = \frac{4n_m n_p \cos(\theta) \cos(\Upsilon)}{|n_m \cos(\theta) + n_p \cos(\Upsilon)|^2} \quad T_p = \frac{4n_m n_p \cos(\theta) \cos(\Upsilon)}{|n_m \cos(\Upsilon) + n_p \cos(\theta)|^2}, \quad (4.23)$$

donde  $s$  y  $p$  hacen referencia a la polarización. El subíndice  $s$  hace referencia a cuando el vector de campo eléctrico es normal al plano de incidencia y el subíndice  $p$  para cuando el vector de campo eléctrico es contenido en el plano de incidencia. Por lo tanto, es necesario tener en cuenta la elección de la polarización de entrada para calcular una fuerza  $f$  cualquiera. En otras palabras hay que tener en cuenta la contribución de los estados de polarización  $s$  y  $p$  en el cálculo de la fuerza. Ashkin [36], establece que para polarización lineal sobre el eje  $x$ :

$$f_p = [\cos(\beta) \sin(\mu) - \sin(\beta) \cos(\mu)]^2 \quad (4.24)$$

$$f_s = [\cos(\beta) \cos(\mu) + \sin(\beta) \sin(\mu)]^2. \quad (4.25)$$

Lo que implicaría calcular para cada rayo que compone al haz de captura, su contribución a la fuerza  $f_p$  y  $f_s$  para un estado de polarización determinado, teniendo en cuenta que  $f_p + f_s = 1$ . Sin embargo este proceso sería complejo computacionalmente, ya que adicionalmente para calcular  $F_{Scatt}$  y  $F_G$  de las ecuaciones 4.13 y 4.14 es necesario tener en cuenta que cada rayo que compone al haz debe cumplir las condiciones 4.19 o 4.21 y con ellos calcular una integral numérica, con el fin de incluir la contribución completa del haz. En conclusión, esto llevaría al complejo desarrollo de un programa que deberá reconocer la posición de cada rayo en el haz, la contribución  $s$  y  $p$  a la fuerza, además de reconocer y seleccionar los rayos que golpean a la esfera [37]. Sin embargo, si elegimos un estado de polarización circular, considerando que ambas componentes  $s$  y  $p$  contribuyen en igual medida a la fuerza, en otras palabras  $f_p = f_s = 1/2$  o de forma similar[36, 71]:

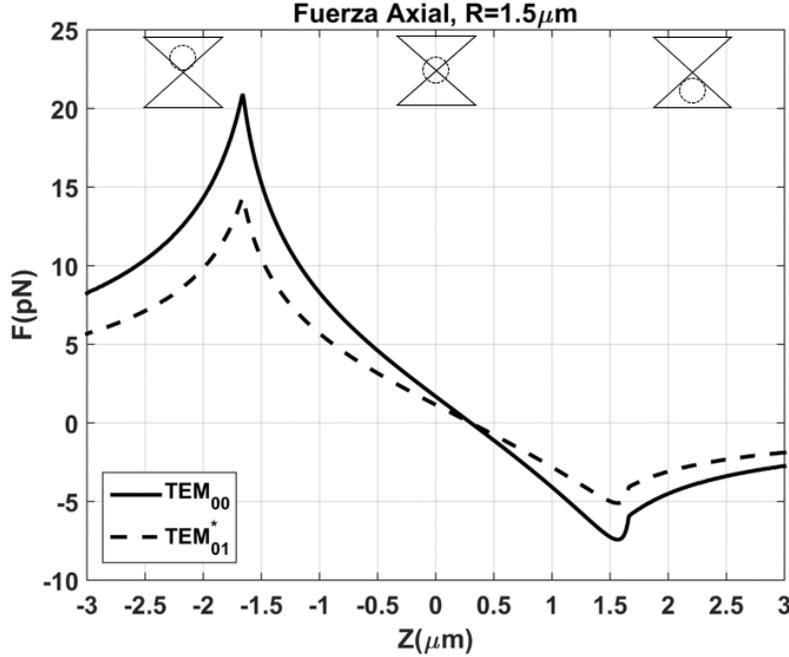
$$R = \frac{R_s + R_p}{2} \quad T = \frac{T_s + T_p}{2} \quad (4.26)$$

es posible calcular la *Fuerza Total* que experimenta la esfera en los casos estudiados.

## 4.2. Análisis de las fuerzas en el Régimen de Mie

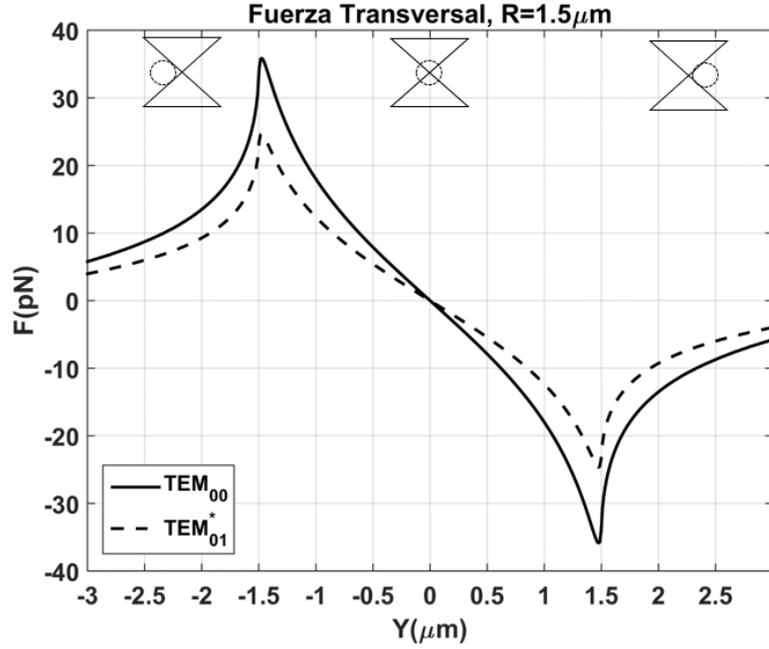
Con el fin de describir el comportamiento de las fuerzas de *Gradiente*, *Scattering* y *Total*, presentes en la captura de una esfera dieléctrica, se consideró una esfera de

1,5 $\mu\text{m}$  de radio, con índice de refracción ( $n_p$ ) de 1,5, que está inmersa en un medio de índice de refracción ( $n_m$ ) de 1,33, usando un haz de captura modo *Doughnut-Shaped* tipo  $TEM_{01}^*$  polarizado circularmente, con potencia ( $P$ ) de 30mW, una cintura del haz ( $w_0$ ) de 8mm y previamente colimado, de tal forma que logra overfilling, con la entrada de un objetivo de microscopio de apertura numérica  $NA = 1,2$ . Es posible realizar un análisis mediante las ecuaciones 4.13, 4.14 y 4.17 para el caso de captura axial y 4.13, 4.14 y 4.20 para el caso de captura transversal.



**Figura 4.4:** Fuerza óptica axial que experimenta una esfera dieléctrica de 1,5 $\mu\text{m}$  de radio.

Los resultados obtenidos para el comportamiento de la *Fuerza Óptica Total*, para el caso cuando el punto focal del haz coincide con el eje geométrico de la esfera se presentan en la 4.4. En esta figura es posible observar la *Fuerza Total* que experimenta la esfera y que es la suma de la contribución de la *Fuerza de Scattering*, y la *Fuerza de Gradiente*, sin embargo, por simetría, la contribución total del haz, lleva a que esta fuerza solo tenga componente axial. En esta figura observamos que cuando el centro de la esfera se encuentra sobre el punto focal, la *Fuerza Óptica Total* empuja a la esfera dieléctrica hacia el eje de propagación (eje  $z^+$ ) hacia un punto de equilibrio, ubicado  $\approx 0,25 \mu\text{m}$  a una distancia  $S$  del punto focal del haz. También es posible observar una comparación con el haz *Laguerre Gaussiano* tipo  $TEM_{01}^*$ , donde se evidencia que la *Fuerza Total* es menor que en el haz *Gaussiano*, en cuyo caso crítico se da cuando la esfera se encuentra bajo el punto focal, ya que la *Fuerza Total* es menor para empujar a la esfera hacia el punto de equilibrio que en el tipo  $TEM_{00}$ .

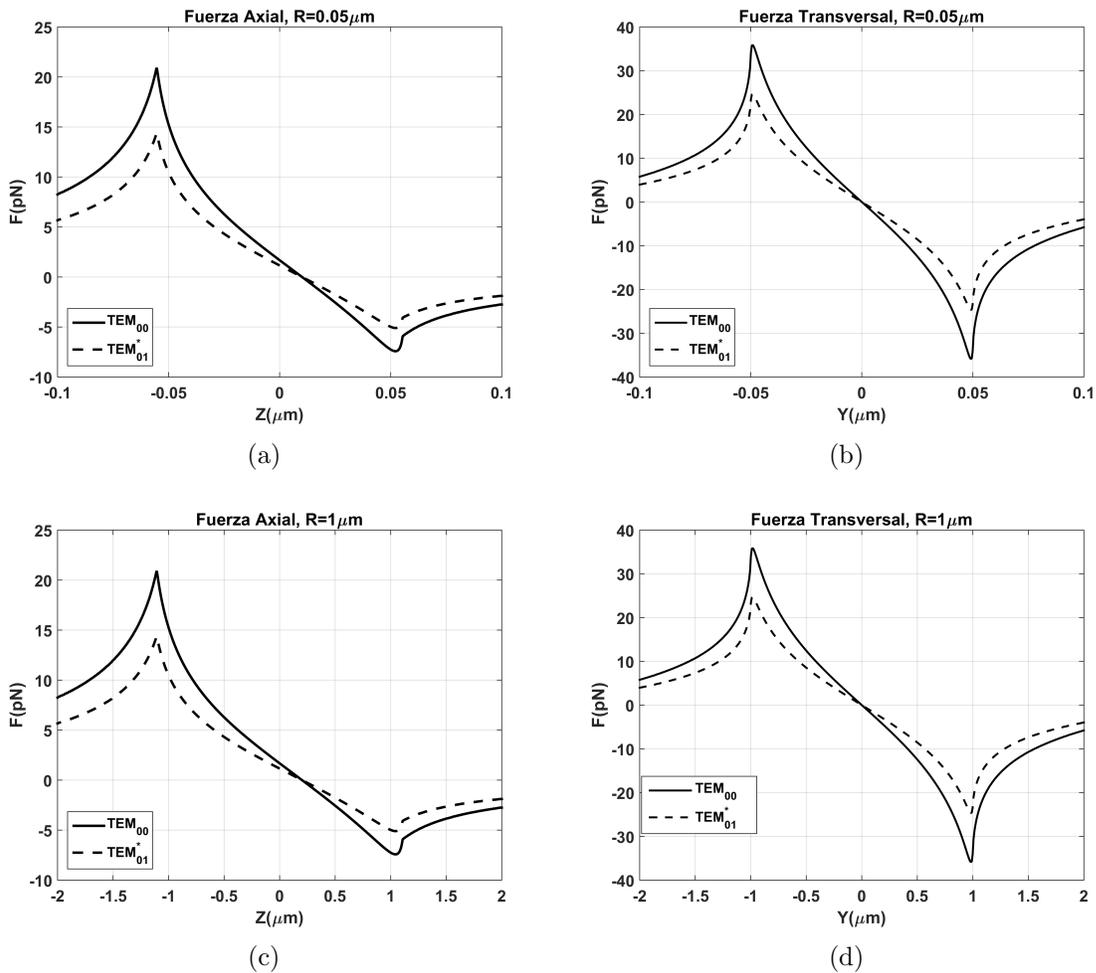


**Figura 4.5:** Fuerza óptica axial que experimenta una esfera dieléctrica de  $1,5\mu m$  de radio.

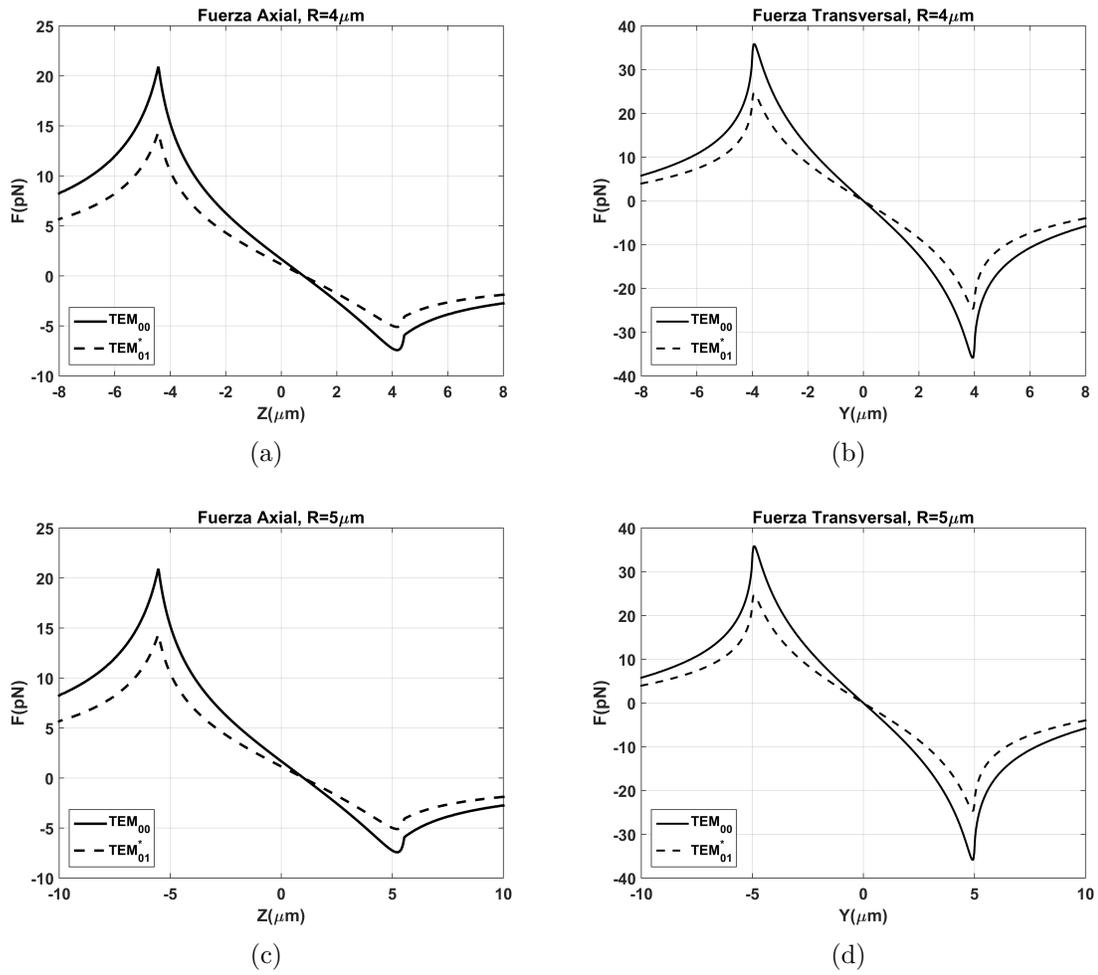
Para el caso cuando el punto focal del haz se encuentra sobre el eje transversal ( $y$  o  $x$ ) del centro de la esfera, la *Fuerza Óptica Total* que experimenta esta, es por simetría transversal. Esto ocurre cuando el centro de la esfera se encuentra en el punto de equilibrio de las *Fuerzas Axiales* sobre el eje  $z$ . Por lo tanto, la *Fuerza Total* para el caso transversal es resultado únicamente de la *Fuerza de Gradiente* y por lo tanto se puede observar un comportamiento restaurador y simétrico de la *Fuerza Óptica Total* hacia el punto focal del haz en la figura 4.5. En esta figura se observa también que la *Fuerza Óptica Total* en el caso transversal es menor para el haz *Laguerre Gaussiano* tipo  $TEM_{01}^*$  que para el haz Gaussiano tipo  $TEM_{00}$ . Habitualmente, en las capturas ópticas, la *Fuerza Óptica Total* para el caso Axial es menor que la *Fuerza Óptica Total* para el caso transversal [78, 79], dicho comportamiento puede ser evidenciado fácilmente en las figuras 4.4 y 4.5, para el haz *Laguerre Gaussiano* tipo  $TEM_{01}^*$  y haz Gaussiano tipo  $TEM_{00}$  respectivamente. En conclusión, la *Fuerza Óptica Total* en el caso transversal es menor en el tipo  $TEM_{01}^*$  que en el tipo  $TEM_{00}$ , esto se refleja en una menor capacidad de la trampa para manipular la micro esfera capturada o como comúnmente se llama en las Pinzas Ópticas una menor *Stiffness* o rigidez de la trampa, la razón se debe principalmente a la introducción de carga topológica, lo que lleva a que la intensidad del haz tipo  $TEM_{01}^*$  previamente colimado, se disemine sobre una mayor área, comparado con el tipo  $TEM_{00}$ . Sin embargo, es de aclarar que bajo los parámetros establecidos, con el haz *Laguerre Gaussiano* tipo  $TEM_{01}^*$ , es posible aún capturar la Esfera dieléctrica axial y transversalmente, hecho que es bien conocido

[31, 80].

El comportamiento de las fuerzas ópticas en la captura axial o transversal para esferas de  $0,5\mu\text{m}$ ,  $1\mu\text{m}$ ,  $4\mu\text{m}$  y  $5\mu\text{m}$  de radio, se observa en las figuras 4.6 y 4.7, con los mismos parámetros de índice de refracción del medio, de la esfera, apertura numérica del objetivo de microscopio y potencia del láser. En estas figuras, es posible observar que no hay cambios respecto a las figuras 4.4 y 4.5, debido a que la forma en que las fuerzas que experimenta la esfera dieléctrica en el *Régimen de Mie* no tienen dependencia del radio de la esfera, como se observa con claridad en las ecuaciones 4.13 y 4.14.



**Figura 4.6:** Fuerza Óptica Total para captura axial y transversal que experimentan esferas de  $0,5\mu\text{m}$  y  $1\mu\text{m}$  de radio, para un haz Gaussiano  $TEM_{00}$  y un haz Laguerre Gaussiano  $TEM_{01}^*$

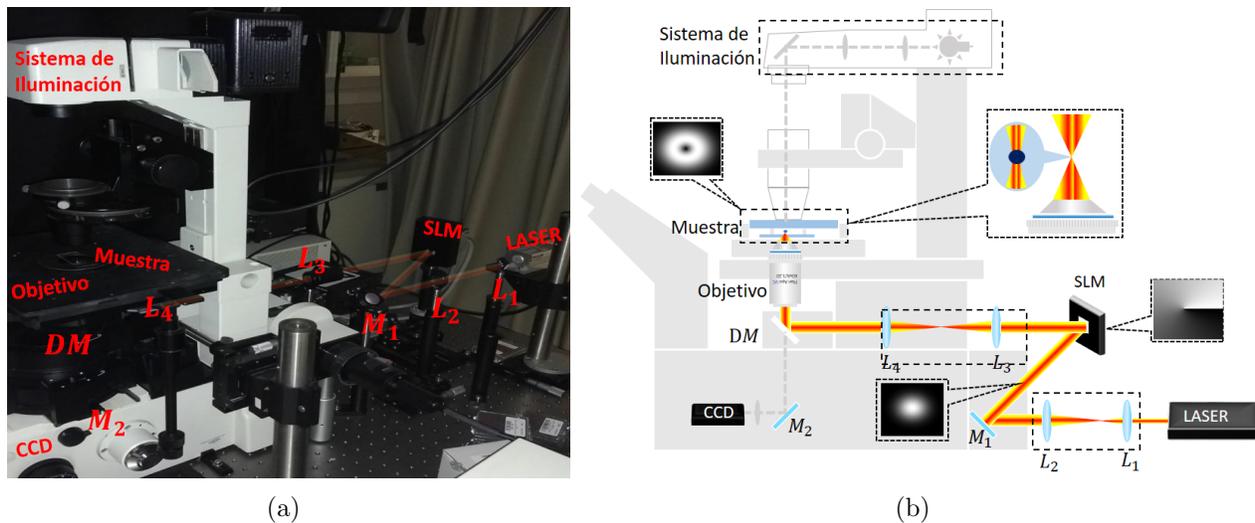


**Figura 4.7:** Fuerza Óptica Total para captura axial y transversal que experimentan esferas de  $4\mu\text{m}$  y  $5\mu\text{m}$  de radio, para un haz Gaussiano  $TEM_{00}$  y un haz Laguerre Gaussiano  $TEM_{01}^*$

## Capítulo 5

# Resultados Experimentales

Con el fin de realizar medidas experimentales de captura óptica, se utilizó un sistema de Pinza Óptica Holográfica del *Optical Trapping Lab-Grup de Biofotònica (BIOPT)*, del *Departament de Física Aplicada, de la Facultat de Física de la Universitat de Barcelona*, en Barcelona-España, que se observa en la figura 5.1a y cuya representación esquemática de su funcionamiento se encuentra en la figura 5.1b.



**Figura 5.1:** (a) Pinza Óptica Holográfica utilizada, que pertenece al BIOPT. (b) Esquema de la Pinza Óptica Holográfica.

El sistema óptico que se observa en la figura 5.1, implementa un láser que genera un haz de luz Gaussiano tipo  $TEM_{00}$ , con longitud de onda de  $\approx 1060nm$  (IR), con una potencia graduable hasta un máximo de 1 *Watt* y polarización lineal horizontal.

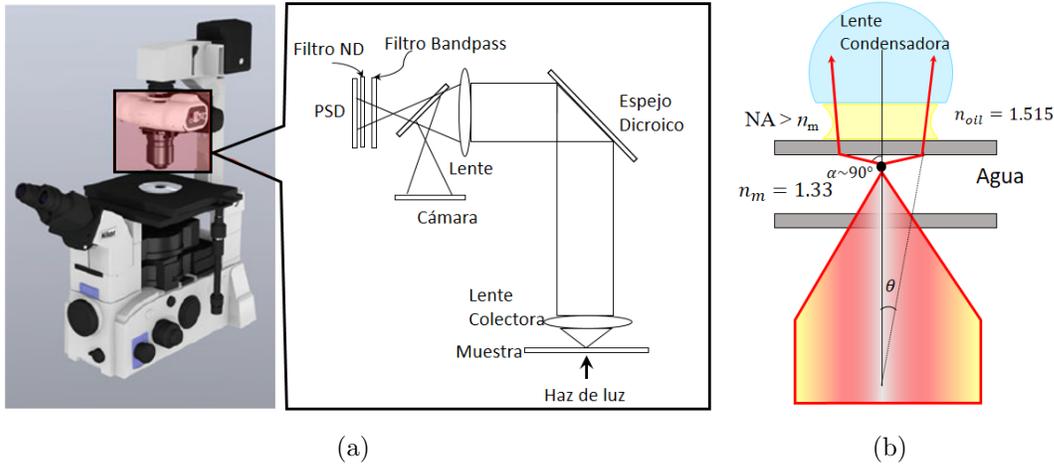
El arreglo óptico tiene inicialmente un telescopio formado por las lentes  $L_1$  y  $L_2$  que expande el *Spot* del láser mediante un aumento adecuado, determinado por la relación entre las distancias focales de las lentes. Esta expansión del *Spot* tiene como fin lograr utilizar por completo el área de trabajo del SLM. Este dispositivo es un modelo *X10468* de Cristal Líquido que funciona en fase (*LCOS*) de la marca *Hamamatsu*, controlado electrónicamente por un ordenador y que permite modular en fase el frente de onda del haz. Luego de la modulación del haz, este es reflejado a la entrada del objetivo de microscopio por medio del *Espejo Dicroico (DM)*, este dispositivo deja pasar las longitudes de onda provenientes del sistema de iluminación de la muestra, con el objeto de registrar la imagen en la *CCD*. A la entrada objetivo de microscopio, el tamaño del *Spot* del haz es reajustado por el telescopio formado de las lentes  $L_3$  y  $L_4$ , con el fin de lograr *Overfilling* con el diámetro de la entrada del objetivo de microscopio. El objetivo de microscopio de la marca *Nikon* de aumento  $60X$  y Apertura Numérica 1,2 de inmersión en agua, enfoca la luz sobre una muestra de micro esferas de *poliestireno*, diluidas en agua destilada dentro de una micro cámara formada por una cinta pegante doble cara entre un portaobjetos y un cubreobjetos. Con más detalle el listado de todos los elementos que conforman el sistema óptico de la figura 5.1 pueden ser encontrado en el apéndice B.1.

## 5.1. Medición de fuerzas y comparación con resultados teóricos

Para medir las fuerza de captura óptica se utilizó el sensor *Lunam<sup>TM</sup> T-40i*, diseñado y construido por la empresa *Impetux Optics* [81], dispositivo con el que cuenta el BIOPT. Este sensor permite medir fuerzas sobre un objeto capturado, bajo un método que consiste en medir el cambio de momento lineal relacionado con la luz dispersada por el objeto capturado, que permite medir fuerzas *in vivo*. Este método fue propuesto por Smith *et al.* en el 2003 [82] con haces contrapropagantes, mientras Farré en el 2010 [83, 84], logra capturar toda la luz dispersada hacia adelante por una micro partícula capturada en una Pinza Óptica de un solo haz, como se observa en la figura 5.2b mediante la condición  $NA > nm$ , este sensor con la mejor alineación reporta errores del 6% [85], en el cálculo de perfiles de fuerza que experimenta una micro esfera capturada respecto al método implementado de la *matriz T* del Software *T-Matrix* [40], que pertenece a los métodos computacionales exactos.

Los elementos principales del sistema óptico que componen al sensor se muestran en la figura 5.2a, su funcionamiento a rasgos generales, inicia en la lente colectora, que es la encargada de recolectar la luz que dispersa la muestra, esta lente debe cumplir

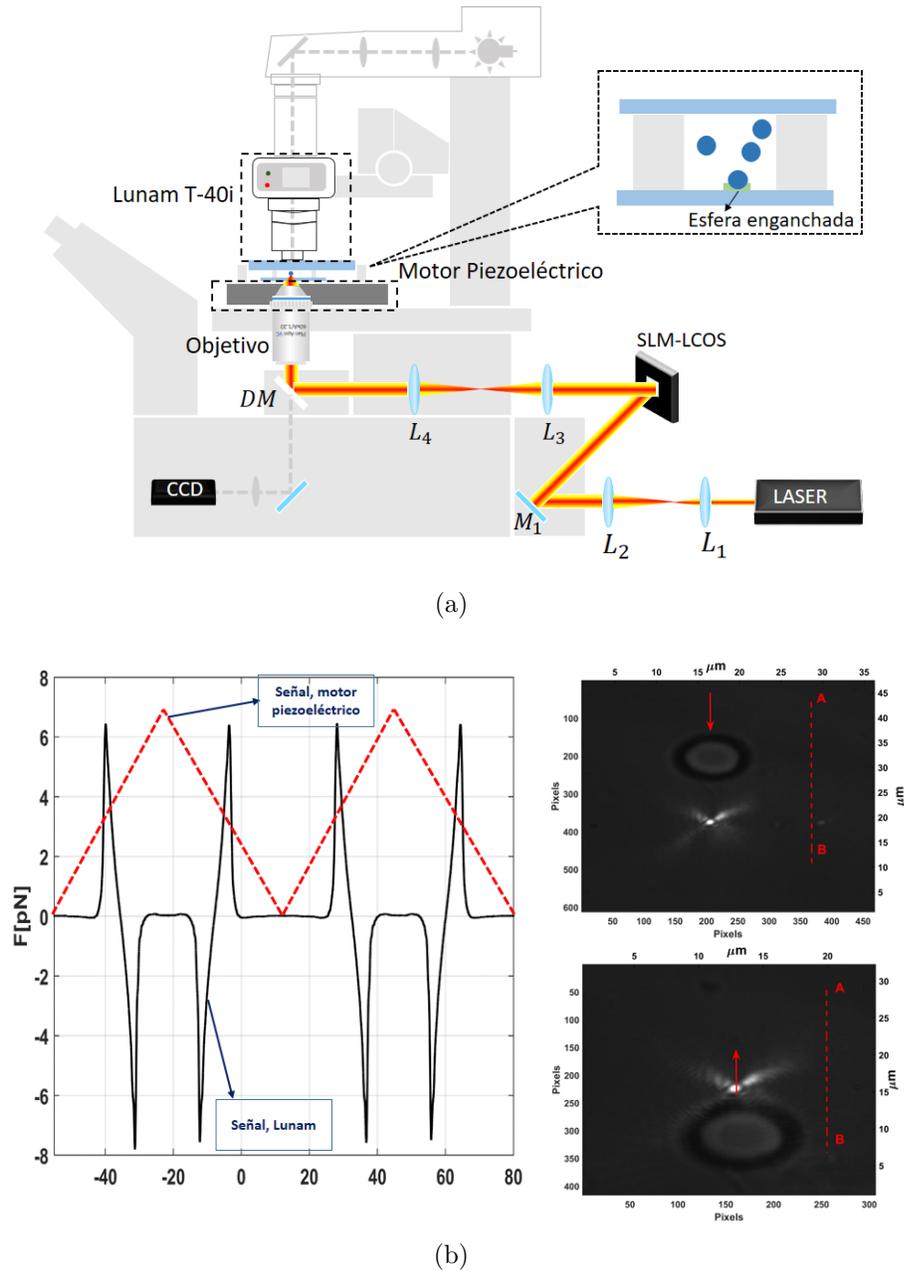
que  $NA \geq n_m$  ya que de este modo, captura todos los rayos de la luz dispersada por la muestra hacia adelante o luz que va en la dirección de propagación del haz incidente, además, esta lente debe cumplir con la *condición de Abbe* o llamada condición seno y de esta forma se puede decir que, la intensidad de la luz proyectada sobre un *Detector Sensible a Posiciones* (PSD) y las señales que registra este PSD,  $S_x$  y  $S_y$  en el eje  $x$  y  $y$  respectivamente, como:  $F_x = \alpha_x S_x$ ,  $F_y = \alpha_y S_y$  y  $S_{sum}$  con la potencia de la trampa, donde  $\alpha = R_D/\psi f'c$  es un parámetro de proporcionalidad entre *Voltio* y *picoNewton*, determinado por parámetros propios del sistema como  $R_D$  el tamaño del PSD,  $\psi$  su eficiencia,  $f'$  es la distancia focal de la lente colectora y  $c$  la velocidad de la luz en el vacío [83].



**Figura 5.2:** (a) *Sensor Lunam<sup>TM</sup> T – 40i* de la empresa *Impetux Optics*. (b) *Representación de la condición  $NA \geq n_m$ .*

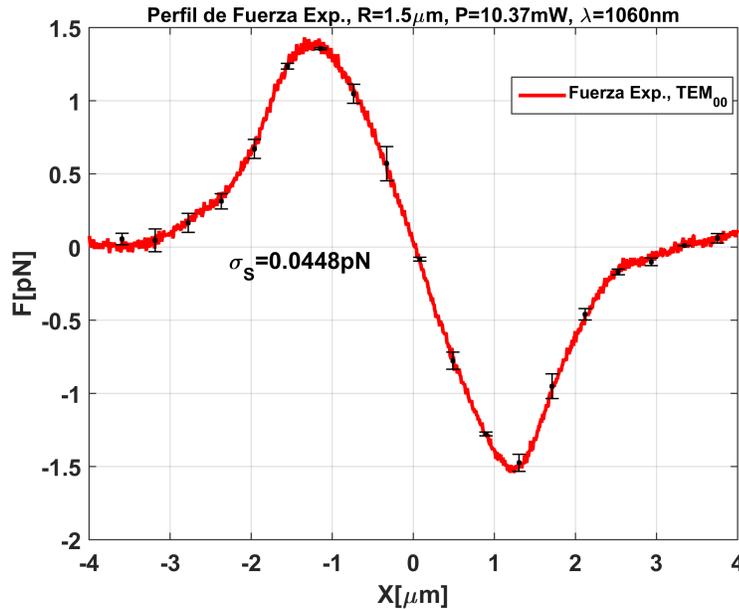
Con el sensor *Lunam<sup>TM</sup> T – 40i* de la empresa *Impetux Optics*, se obtuvieron medidas de los perfiles de la fuerza óptica que experimentan esferas de  $1,5\mu m$  y  $4\mu m$  de radio con un haz Gaussiano tipo  $TEM_{00}$  y *Laguerre Gaussiano* tipo  $TEM_{01}^*$ . Los experimentos se hicieron en el sistema de Pinza Óptica Holográfica (figura 5.1) ya que era necesario el uso del SLM-LCOS para generar el haz tipo  $TEM_{01}^*$ , dispositivo que permite modulación de fase, de manera que permite añadir una fase  $\phi(x, y)$  al frente de onda del haz y así, es posible introducir carga topológica de la forma  $\exp(il\phi)$ . El experimento consistió en construir la micro cámara de la muestra con esferas de *poliestireno*, diluidas en agua destilada. Pasados unos minutos, algunas de las esferas se enganchan naturalmente al cubre objetos, este proceso se debe a una reacción química entre el material que compone las esferas, el agua que conforma la muestra y el vidrio del cubreobjetos. una vez logrado esto, se enfoca el haz a un punto determinado de la muestra con ayuda del objetivo de microscopio de inmersión en agua y con ayuda de un motor piezoeléctrico, modelo *nv403cle* de la marca *PiezoSystemJena*, oscilando en

forma de onda triangular con amplitud de  $17\mu\text{m}$ , frecuencia de  $1\text{Hz}$  bajo la muestra con el fin de moverla y con el sensor colocado en la parte superior de la muestra, como se observa en la figura 5.3a, fue posible obtener datos experimentales con una frecuencia de muestreo de  $10\text{kHz}$ . Sin embargo el sensor solo permite medir los perfiles de fuerza transversal a la dirección de propagación del haz incidente en la muestra.



**Figura 5.3:** (a) Diagrama del montaje. (b) Imagen de la muestra movida por el motor piezoeléctrico por una señal triangular y medida de fuerza registrada por el sensor Lunam<sup>TM</sup> T – 40i.

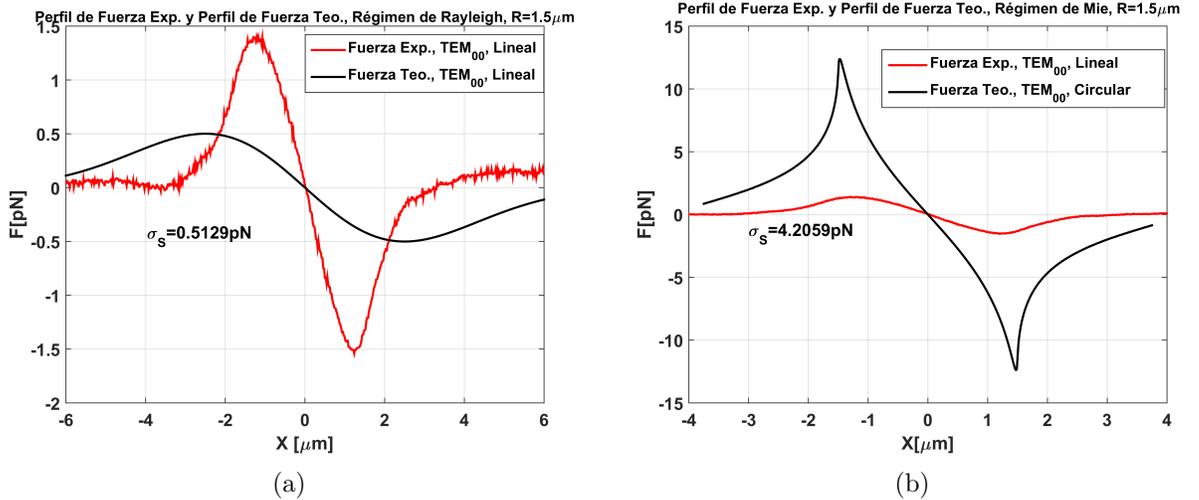
En el proceso de medida de fuerzas con el sensor, el punto donde el haz es enfocado sobre la esfera no coincide con su punto de equilibrio, conocido como punto donde las fuerzas axiales que experimenta la esfera son cero, condición necesaria para que la fuerza total sea solo transversal, caracterizada por tener forma simétrica, como se evidencia en la figura 4.5 de la sección 4.2. Con cierta dedicación fue posible obtener medidas del perfil de fuerza transversal que experimenta una esfera de *poliestireno* de  $\approx 1,5\mu m$  de radio, índice de refracción  $\approx 1,5$  e inmersa en agua destilada de índice de refracción  $\approx 1,33$ , al interactuar con un haz Gaussiano  $TEM_{00}$  con potencia sobre la muestra registrada por el sensor como  $10,37mW$ , polarización lineal horizontal del haz y longitud de onda de  $1060nm$ , como se observa en la figura 5.4. Esta curva representa la fuerza experimentada por la esfera, en posiciones respecto al punto focal del haz, estas medidas corresponde al tratamiento de datos correspondientes a 2 segundo registrado por el sensor, correspondiente a dos oscilación del motor piezoeléctrico con señal triangular, en otras palabras cuatro perfiles de fuerza que experimenta la esfera.



**Figura 5.4:** Perfil de fuerza transversal que experimenta una esfera de  $1,5\mu m$  por un haz Gaussiano  $TEM_{00}$ , registrada por el *Lunam<sup>TM</sup> T-40i*.

Una comparación entre la fuerza transversal que experimenta una esfera de  $1,5\mu m$  medida por el *Lunam<sup>TM</sup> T-40i* y calculada teóricamente bajo las aproximaciones del Régimen de Rayleigh, puede ser observada en la figura 5.5a. La fuerza teórica en el Régimen de Rayleigh ha sido calculada a partir de los parámetros reales del índice de refracción de la esfera, del medio, radio de la esfera, potencia sobre la muestra reportada por el sensor, longitud de onda y forma del haz. Bajo estos parámetros se obtiene que el comportamiento de la curva teórica difiere de la curva experimental en

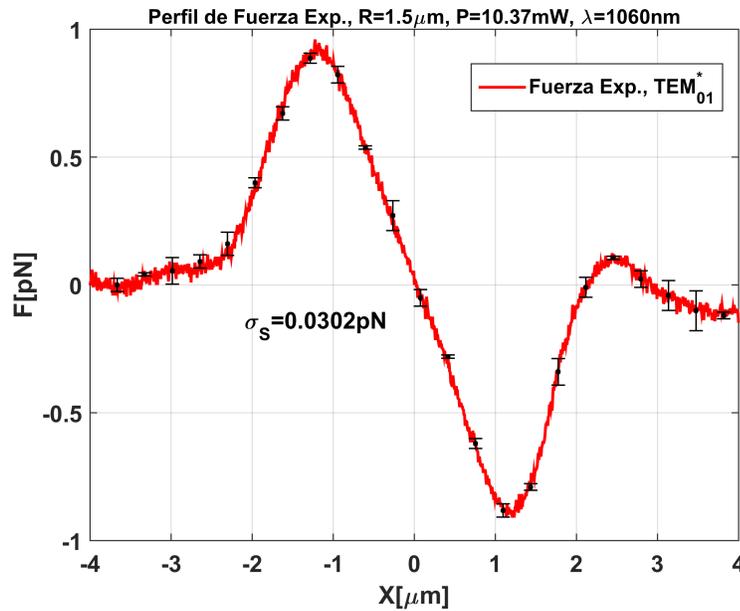
una desviación estándar  $\sigma_s = 0,5129pN$  equivalente al 34,2% de la fuerza máxima que ejerce la trampa sobre la esfera y para el caso es de  $\approx 1,5pN$ . La razón principal de la diferencia reportada en las curvas se debe a que bajo los parámetros establecidos en el experimento, no se cumple la condición necesaria para la validez del método que se da cuando  $a < \lambda/20$ . Otra comparación de la fuerza experimental y la fuerza calculada es posible bajo el Régimen de Mie que se presenta en la figura 5.5b, la fuerza fue calculada teóricamente teniendo en cuenta, adicionalmente, la apertura numérica del objetivo de microscopio 1,25. En esta figura, se observa que la curva teórica es diferente respecto a la experimental en  $\sigma_s = 4,2059pN$  equivalente al 280% de la fuerza máxima, lo que se debe principalmente a que el método se plantea para cuando el diámetro de la esfera  $\approx 10\lambda$ , además de que el método se planteó para polarización circular y en el experimento el haz tiene polarización lineal. Sin embargo, en estas comparaciones es necesario tener en cuenta que los métodos implementados y que fueron estudiados, son métodos aproximados, no tiene en cuenta la viscosidad del medio, movimiento browniano y en general cualquier efecto térmico y anisotropía que ocurre en el entorno real del experimento, además de haber considerado como valores exactos los parámetros de radio de la esfera, índices de refracción, etc. y que son reportados por el fabricante, pero que son magnitudes medidas que necesariamente involucran aproximaciones.



**Figura 5.5:** Comparación de fuerza experimental registrada por el Lunam<sup>TM</sup> T-40i y fuerza teórica. (a) En el Régimen de Rayleigh. (b) En el Régimen de Mie.

Mediante el uso del SLM-LCOS y mediante la generación de una máscara de fase de forma helicoidal con carga topológica  $l = 1$  fue posible modular el frente de onda del haz Gaussiano  $TEM_{00}$  y obtener un haz Laguerre Gaussiano tipo  $TEM_{01}^*$ . Una vez generada la forma del haz se obtuvo el perfil de fuerza transversal que experimenta la esfera de poliestireno de  $1,5\mu\text{m}$  de radio, con los mismos parámetros que en el experimento

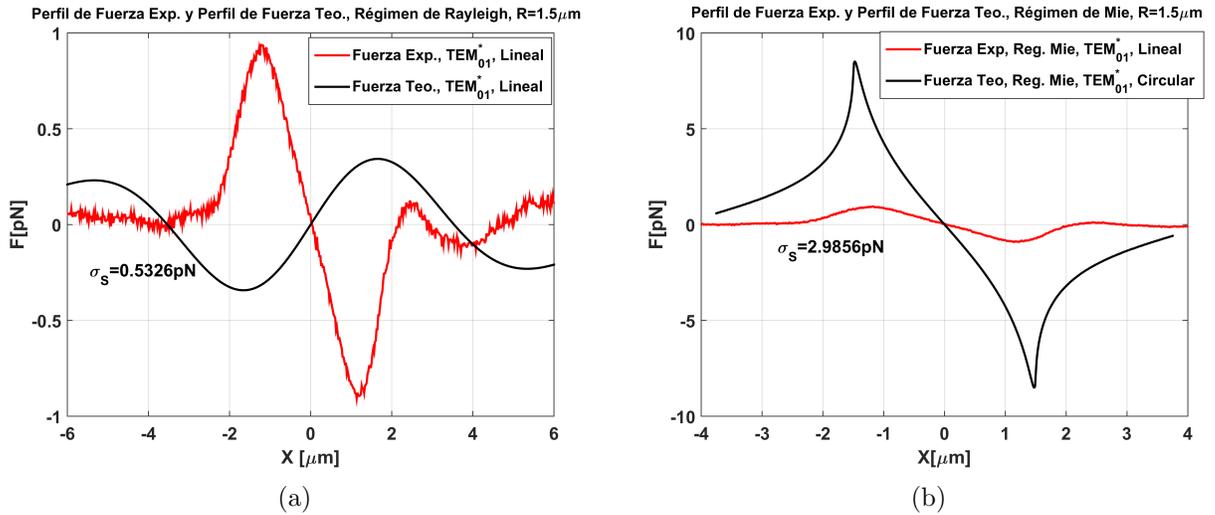
anterior, la curva experimental de fuerza se observa en la figura 5.6. Una comparación entre esta medida experimental registrada por el sensor y la fuerza teórica bajo el Régimen de Rayleigh se observa en la figura 5.7a, la diferencia en el comportamiento de la curva teórica respecto a la experimental es de  $\sigma_s = 0,5326pN$  que corresponde al 57,1% de la fuerza máxima, que tiene un valor de  $0,93pN$  para este caso, esta diferencia se debe principalmente a que, como se dijo anteriormente, no se cumple con la condición de tamaño, que garantiza la validez de la aproximación de dipolo eléctrico que fundamenta el método. Por otra parte, en la figura 5.7b se observa una comparación de los datos reportados por el sensor y la fuerza por el método del Régimen de Mie, esta última difiere de la experimental en  $\sigma_s = 2,9856pN$ , que corresponde al 320,1% de la fuerza máxima, que se debe primordialmente al no cumplimiento de la condición del tamaño de la esfera respecto a la longitud de onda, sumado a la diferencia en el tipo de polarización. Sin embargo, la curva tiene una similitud con la curva del Régimen de Mie, debido a la cercanía de su condición de validez comparado con la del Régimen de Rayleigh.



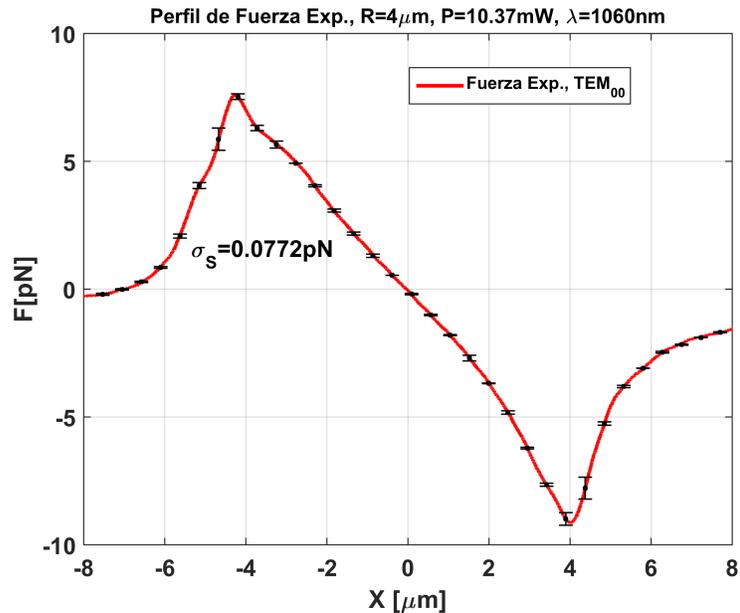
**Figura 5.6:** Perfil de fuerza transversal que experimenta una esfera de  $1,5\mu m$  por un haz *Laguerre Gaussiano* tipo  $TEM_{01}^*$ , registrada por el  $Lunam^{TM}$  T-40i.

Para esferas de  $4\mu m$  de radio y con el  $Lunam^{TM}$  T-40i, se logró medir el perfil de fuerza transversal que experimenta esta esfera debido a un haz Gaussiano  $TEM_{00}$ , con los mismos parámetros de índice de refracción de la esfera, del medio, potencia del láser sobre la muestra, polarización, longitud de onda y objetivo de microscopio del experimento de la esfera de  $1,5\mu m$  de radio. En la figura 5.8 se observan valores de fuerza en *picoNewton* ( $pN$ ), para posiciones de la esfera respecto al punto focal del haz.

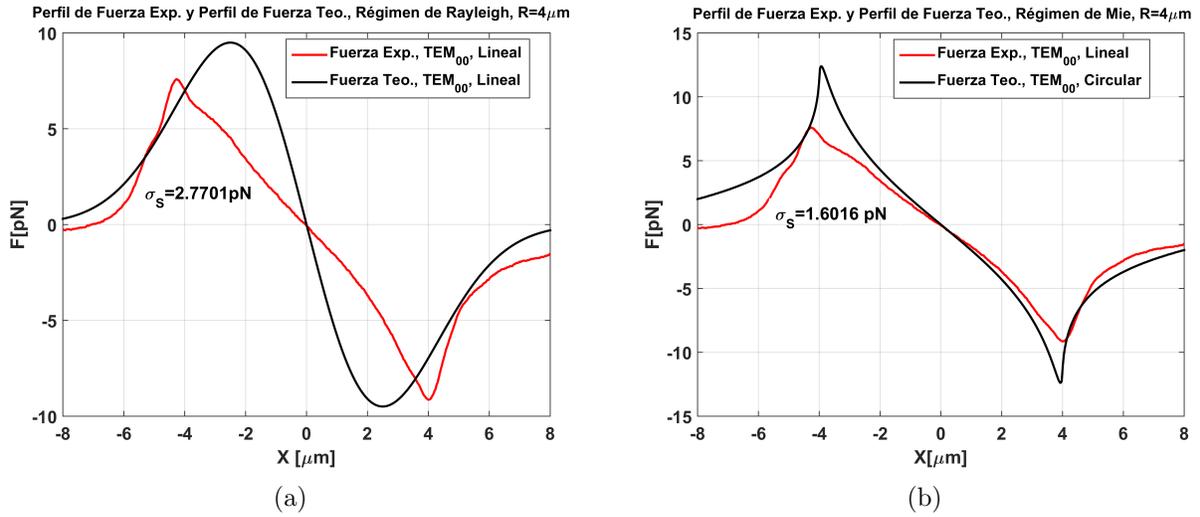
Esta curva corresponde al tratamiento de 2 segundos del sensor, a una frecuencia de muestreo de  $10\text{KHz}$  y una señal triangular con amplitud de  $17\mu\text{m}$  y frecuencia de  $1\text{Hz}$  del motor piezoeléctrico.



**Figura 5.7:** Comparación de fuerza experimental registrada por el Lunam<sup>TM</sup> T-40i y fuerza teórica. (a) En el Régimen de Rayleigh. (b) En el Régimen de Mie.



**Figura 5.8:** Perfil de fuerza transversal que experimenta una esfera de  $4\mu\text{m}$  por un haz Gaussiano tipo  $TEM_{00}$ , registrada por el Lunam<sup>TM</sup> T-40i.

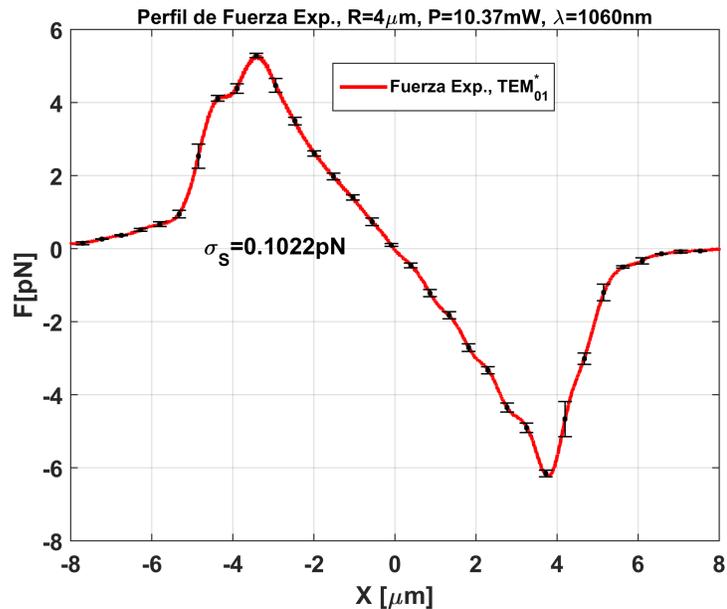


**Figura 5.9:** Comparación de fuerza experimental registrada por el Lunam<sup>TM</sup> T-40i y fuerza teórica. (a) En el Régimen de Rayleigh. (b) En el Régimen de Mie.

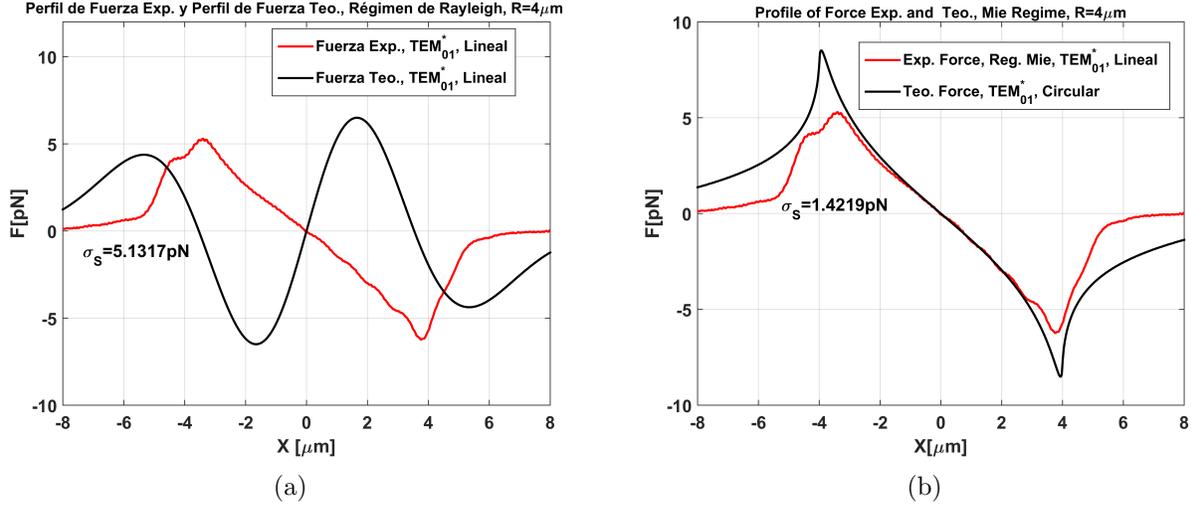
En la figura 5.9a se observa una comparación entre el perfil de fuerza experimental medido por el Lunam<sup>TM</sup> T-40i y la curva de fuerza por el método de Rayleigh, cuya diferencia respecto a la curva experimental es de  $\sigma_s = 2,7701 \text{ pN}$ , correspondiente al 36,5 % de la fuerza máxima, que para este caso es  $7,59 \text{ pN}$ , la diferencia en la predicción del comportamiento por el método de Rayleigh se debe a que no se cumple la condición principal de que  $a < \lambda/20$  y por lo tanto, las aproximaciones del método no tienen validez.

Por otra parte, en la figura 5.9b, es posible observar la comparación con el Régimen de Mie, donde el diámetro de la esfera está muy cerca del cumplimiento de que sea  $\geq 10\lambda$ , observamos que se predice un comportamiento cercano con una diferencia de  $\sigma_s = 1,6016$  respecto a la curva experimental registrada por el sensor, correspondiente al 21,1 % de la fuerza máxima, que puede ser atribuido a las aproximaciones que utiliza el método respecto a lo que ocurre en el entorno real del experimento y el no cumplimiento de la condición del diámetro de la esfera, sumado a que el método se plantea para polarización circular, mientras el haz tiene polarización lineal horizontal, aunque no se pueda comparar directamente debido a estas razones, es posible analizar que bajo este método se predicen en cierta medida comportamientos similares a los registrados por el sensor, además es posible observar que la mayor diferencia entre las curvas se presenta en  $y \approx R$ , lo que se debe a que el Régimen de Mie se fundamenta en el la Óptica Geométrica cuyo punto focal del haz es de tamaño infinitesimal, por tanto, no se describe bien la fuerza cerca de la superficie del objeto [86].

Con el SLM-LCOS fue posible generar nuevamente el haz *Laguerre Gaussiano* tipo  $TEM_{01}^*$  y por medio del *Lunam<sup>TM</sup>* T-40i, obtener el perfil de fuerza transversal que experimenta la esfera de *poliestireno* de  $\approx 4\mu\text{m}$  de radio, con los mismos parámetros que en el experimento anterior para el haz Gaussiano tipo  $TEM_{00}$ , la curva experimental de fuerza corresponde a un tratamiento de los datos generados por el sensor bajo las mismas condiciones anteriores y se observa en la figura 5.10. Una comparación del perfil de fuerza que el sensor reporta y la fuerza calculada por el método de Rayleigh se puede observar en la figura 5.11a, con una diferencia de  $\sigma_s = 5,1317pN$  respecto a la curva experimental, correspondiente al 98,3% de la fuerza máxima, que para este caso es  $5,22pN$ , la diferencia en la predicción de la forma de las fuerzas se debe principalmente al no cumplimiento de las condiciones de trabajo del método, en contraste, en la figura 5.11b, se puede observar que en el Régimen de Mie, se predice una forma muy cercana a la curva experimental, con una diferencia de  $\sigma_s = 1,4219pN$  respecto a la curva experimental registrada por el sensor, correspondiente al 27,2% de la fuerza de máxima y que puede atribuirse a la diferencia en la polarización y las aproximaciones del método respecto al entorno real del experimento y a que debido al tamaño infinitesimal del punto focal del haz, cerca de la superficie del objeto no se describe bien la fuerza como se comentó anteriormente.



**Figura 5.10:** Perfil de fuerza transversal que experimenta una esfera de  $4\mu\text{m}$  por un haz *Laguerre Gaussiano* tipo  $TEM_{01}^*$ , registrada por el *Lunam<sup>TM</sup>* T-40i.



**Figura 5.11:** Comparación de fuerza experimental registrada por el Lunam<sup>TM</sup> T-40i y fuerza teórica. (a) En el Régimen de Rayleigh. (b) En el Régimen de Mie.

## 5.2. Torque

Desde la teoría electromagnética de Maxwell es conocido que las ondas electromagnéticas poseen *Momento Angular* y años después se demostró que al interactuar con una partícula puede ser transferida cierta cantidad, generando torque mecánico sobre esta partícula [32]. Un ejemplo de haces de luz con *Momento Angular* son los *Laguerre Gaussians* y en especial los modos *Doughnut-Shaped* que son comúnmente usados en capturas ópticas. Por medio de la *Electrodinámica Clásica* y partiendo de la definición de la *densidad de momento angular* para una onda transversal electromagnética como [87, 88]

$$\vec{M} = \epsilon_0 \vec{r} \times (\vec{E} \times \vec{B}) \quad (5.1)$$

es posible calcular el *Momento Angular Total* como

$$\vec{J} = \epsilon_0 \int \vec{r} \times (\vec{E} \times \vec{B}) dr. \quad (5.2)$$

Donde el *Momento Angular* es la suma del *Momento Angular de Spin* ( $S$ ) y el *Momento Angular Orbital* ( $L$ ). Si tenemos en cuenta una forma para el haz *Laguerre Gaussiano* bajo la aproximación paraxial, propagándose sobre el eje  $z$ , es posible definir la densidad de momento angular para un haz con polarización arbitraria. Ya que el objetivo final es integrar este parámetro sobre el perfil del haz debemos tener en cuenta que las

componentes radial y azimutal son simétricas sobre el eje, por lo tanto, solo es necesario tener en cuenta la componente  $z$  de la densidad de momento angular [30, 88],

$$M_z = \frac{l}{w} |u|^2 + \frac{\sigma r}{2w} \frac{\partial |u|^2}{\partial r}. \quad (5.3)$$

donde  $l$  corresponde a la carga topológica,  $w$  es la velocidad angular de la onda,  $\sigma = \pm 1$  para polarización circular dextrógira o levógira y  $\sigma = 0$  para polarización lineal de la onda y  $|u|^2 \equiv |u(r, \phi, z)|^2$  y  $u(r, \phi, z) = u_0(r, z) \exp(il\phi)$  que es la función escalar compleja que describe la distribución de la amplitud y que satisface la ecuación paraxial de onda, que corresponde a una onda con fase helicoidal, equivalente a la forma del haz *Laguerre Gaussiano* de la ecuación 3.3. Teniendo en cuenta la ecuación 5.3 es posible encontrar una razón del flujo de Momento Angular por flujo de energía ( $W$ ) sobre el haz por medio de [89],

$$\frac{J_z}{W} = \frac{\iint (\vec{r} \times \langle \vec{E} \times \vec{B} \rangle)_z r dr d\phi}{c \iint \langle \vec{E} \times \vec{B} \rangle_z r dr d\phi} = \frac{(l + \sigma)}{w} \quad (5.4)$$

teniendo en cuenta que el torque  $\vec{\Gamma} = \frac{d\vec{J}}{dt}$ , es posible obtener que [30],

$$\Gamma_z = \frac{P}{w} (l + \sigma), \quad (5.5)$$

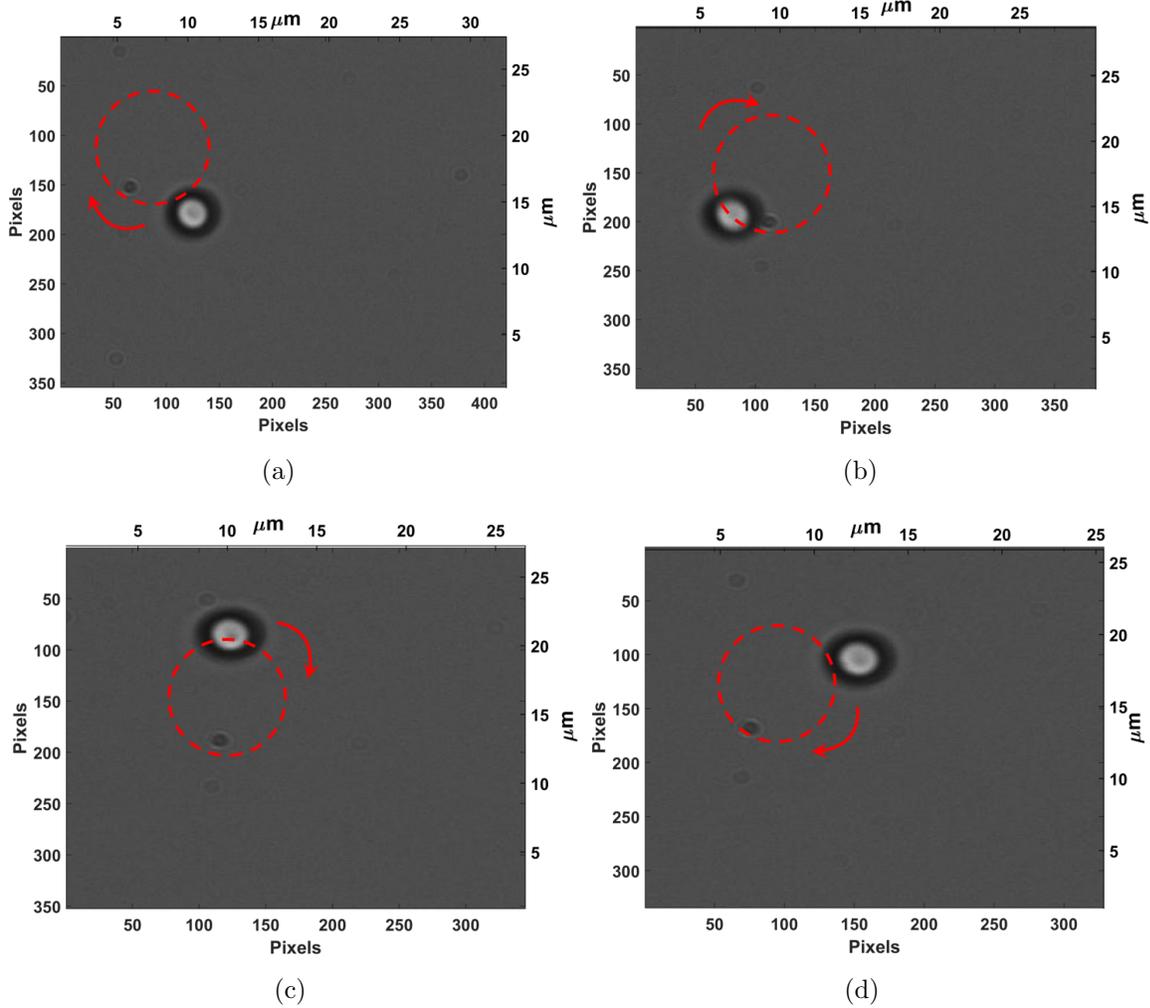
esta expresión permite calcular el torque que posee un haz con una potencia ( $P$ ), frecuencia angular ( $w$ ) y carga topológica conocida ( $l$ ). Para calcular el torque mecánico que experimenta una esfera dieléctrica al interactuar con el haz *Laguerre Gaussiano* tipo  $TEM_{01}^*$  sería posible mediante el cálculo de la potencia absorbida por una partícula con esta propiedad [32, 90]. Sin embargo, en la formulación de los métodos del *Régimen de Mie* y *Régimen de Rayleigh* se considera una partícula no absorbente en las restricciones de estos modelos. Por lo tanto, considerar una esfera con esta característica nos llevaría a utilizar otros métodos que se alejan de los planteados en este trabajo. Uno de estos métodos calcula el torque debido a la radiación incidente sobre la partícula tomando en cuenta el tensor de Maxwell ( $T_M$ ) y el torque se puede expresar como[71],

$$\vec{\Gamma}_{rad} = - \oint_S (\vec{T}_M \times \vec{r}) \cdot \hat{n} dS, \quad (5.6)$$

con  $dS$  como el diferencial de superficie. Sin embargo, para calcular el torque mecánico por medio de la ecuación 5.6 es necesario definir la forma de  $T_M$  bajo las condiciones del problema y al hacerlo se calcularían directamente la fuerza que la radiación ejerce sobre la partícula, en cuyo caso, se llevaría el análisis del fenómeno al campo de los métodos computacionales como la *Matriz T* y *FDTD Solutions* del Software LUMERICAL y por lo tanto, nos alejaríamos de los métodos aproximados. En conclusión, los métodos aproximados del Régimen de Rayleigh y Régimen de Mie no permiten el cálculo del

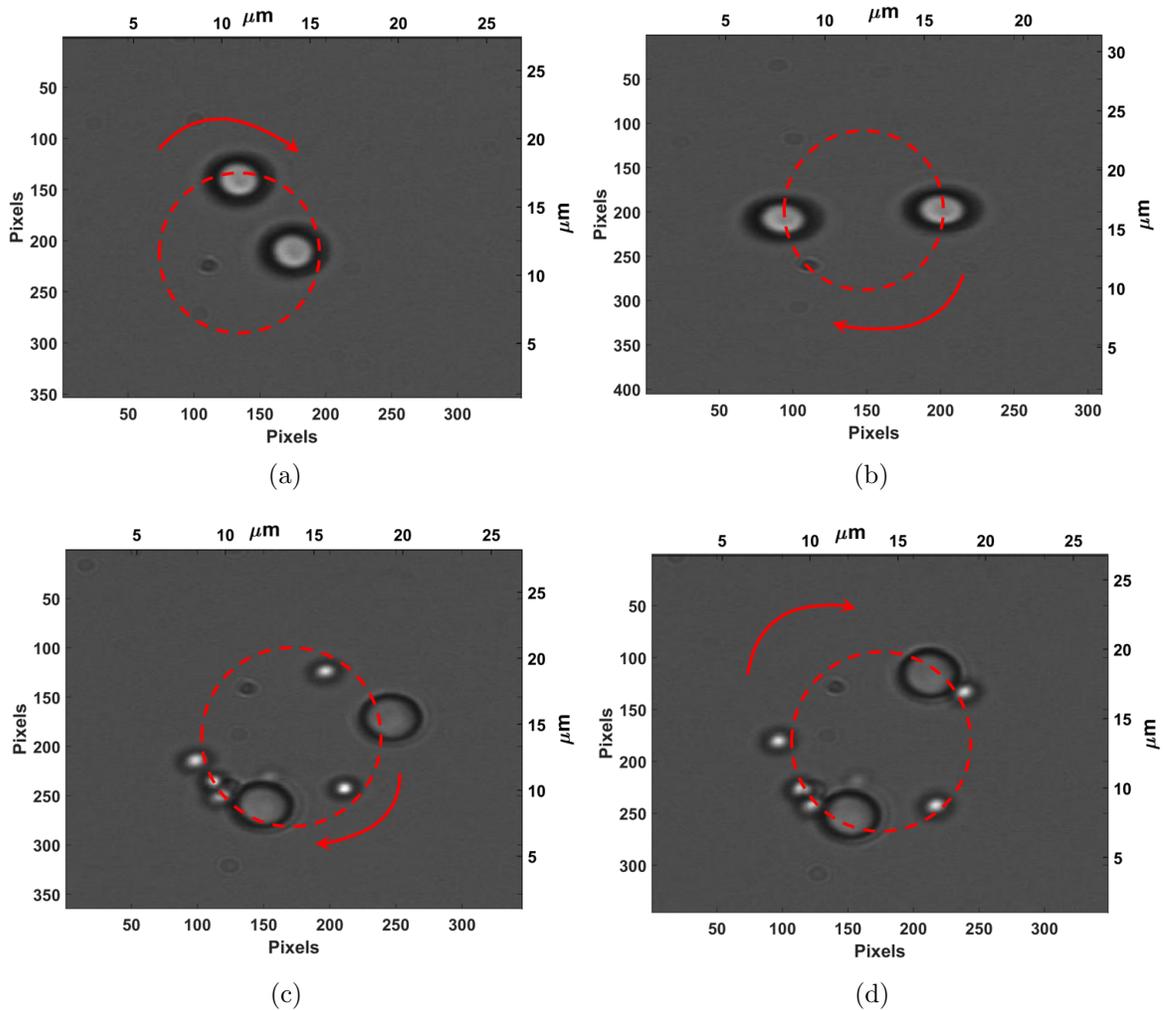
torque mecánico que el haz ejerce sobre la partícula, al no permitir estos modelos incluir parámetros que permitan obtener una relación de la potencia absorbida, o un análisis del problema desde el Tensor de Maxwell.

Utilizando un SLM-LCOS modelo *X10468* de la marca Hamamatsu, dispositivo perteneciente al BIOPT, fue posible la generación de máscaras de fase con forma helicoidal de carga topológica determinada y así, modular el frente de onda del haz Gaussiano tipo  $TEM_{00}$  polarizado linealmente horizontal, proveniente del láser, permitiendo la generación de haces *Laguerre Gaussianos* modo *Doughnut-Shaped* con una carga topológica igual al de la máscara de fase [31].



**Figura 5.12:** Rotación de una esfera de  $1,5\mu$  de radio con haz Laguerre Gaussiano modo *Doughnut-Shaped* con carga topológica  $l = 6$ .

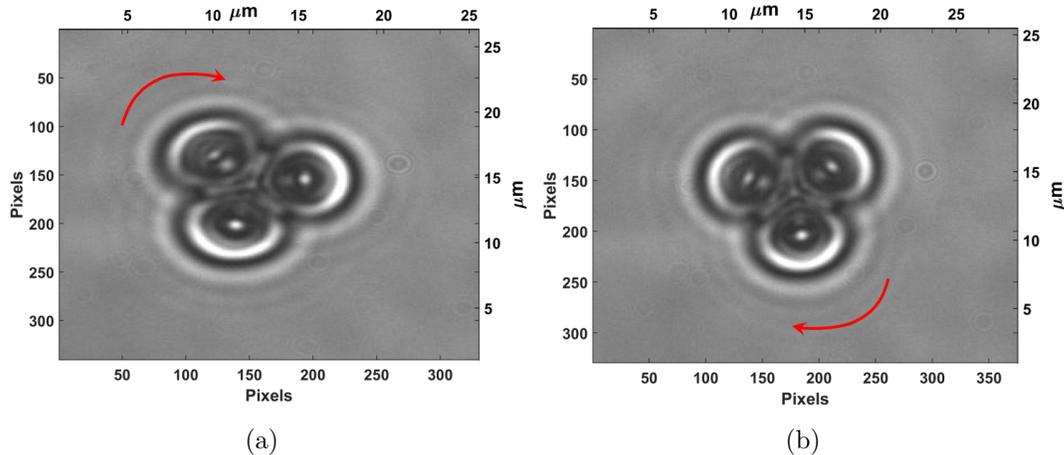
Con la generación de estos haces fue posible evidenciar la rotación de una micro esfera de  $1,5\mu\text{m}$  de radio mediante el torque generado sobre ella por un haz *Laguerre Gaussiano* modo *Doughnut-Shaped* con carga topológica  $l = 6$  como se observa en la figura 5.12, sin embargo, estos haces no capturan axialmente, ya que son más divergentes respecto al  $TEM_{01}^*$  y  $TEM_{00}$ , en otras palabras no poseen suficiente gradiente de intensidad en la cintura del haz. Por lo tanto, es necesario empujar la esfera hasta el portaobjetos donde si puede ser evidenciado el torque inducido sobre la esfera por este haz, y que es generado a partir de la transferencia de Momento Angular Orbital que posee gracias a la forma helicoidal de su fase.



**Figura 5.13:** (a) y (b) Dos esferas de  $1,5\mu\text{m}$  de radio, con un haz modo *Doughnut-Shaped*  $l = 8$ . (c) y (d) Esferas de  $0,5\mu\text{m}$  y  $2,5\mu\text{m}$  de radio, con un haz modo *Doughnut-Shaped*  $l = 10$ .

Con un haz *Laguerre Gaussiano* modo *Doughnut-Shaped* de carga topológica  $l = 8$ , fue posible ejercer torque a dos partículas de  $1,5\mu\text{m}$  de radio y observar la rotación al rededor del anillo de luz del haz como se observa en la figura 5.13a y 5.13b, también fue posible generar una máscara adecuada para la generación de un haz *Laguerre Gaussiano* modo *Doughnut-Shaped* con carga topológica  $l = 10$  y observar esferas de  $0,5\mu$  de radio y  $2,5\mu$  de radio rotando en el anillo luminoso del haz, como se observa en la figura 5.13c y 5.13d. En los dos experimentos anterior, fue posible observar que la rotación de las esferas aumentaba en ciertas zonas de la muestra acuosa, que podría ser debido a que el haz generado no es un *Laguerre Gaussiano* modo *Doughnut-Shaped* perfecto y por lo tanto se forma un anillo luminoso que tiene un campo eléctrico que no es simétrico. Fue posible notar además que a mayor carga topológica, el anillo luminoso generado en la trampa es mayor, y por tanto la trayectoria circular de las partículas es más grande, hecho que concuerda con la teoría (ecuación 2.59).

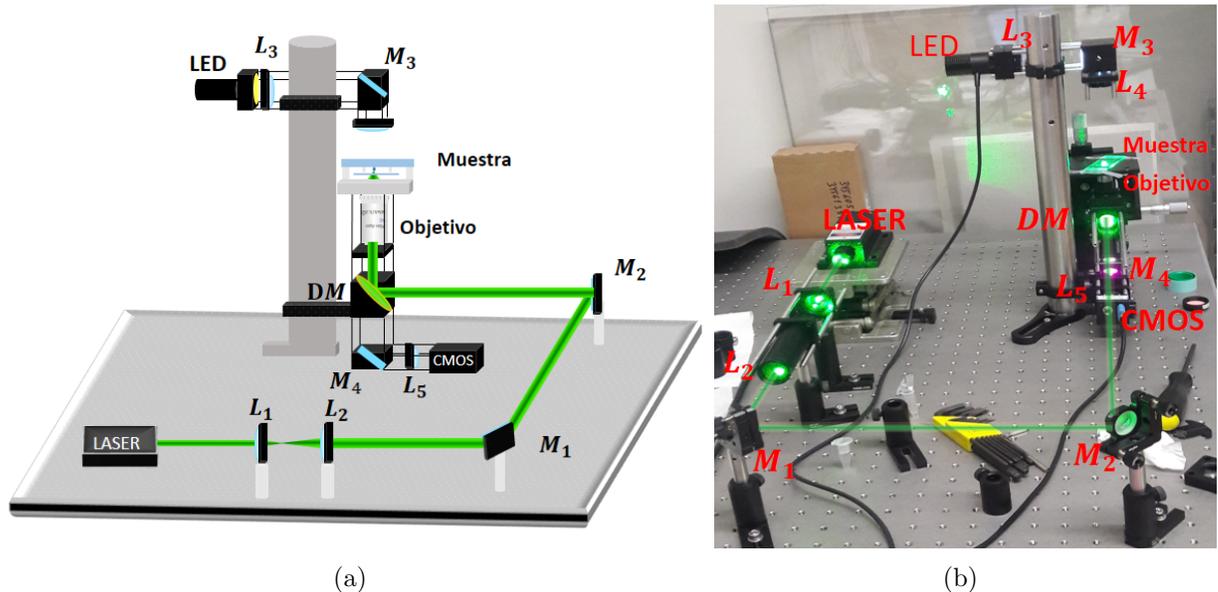
Mediante la generación haz *Laguerre Gaussiano*  $TEM_{01}^*$ , no fue posible introducir torque a una esfera de  $1,5 - 2,5\mu\text{m}$ , debido a que el tamaño del *Spot* en el punto focal del haz es mucho menor que el tamaño de la esfera y por simetría la esfera no rotará[75]. Una solución se presenta cuando el tamaño del *Spot* del anillo luminoso es mucho mayor que el tamaño de la esfera, como en los casos de las figuras anteriores[75]. Otra solución se da con partículas sin simetría o con propiedades birrefringentes [28, 29]. De forma natural en la muestra acuosa se forman acumulaciones de micro esferas, fue posible capturar una de estas con un haz *Laguerre Gaussiano* tipo  $TEM_{01}^*$  y debido a que carecen de marcada simetría se evidenciaron rotaciones sobre él como se observa en la figura 5.14a y 5.14b.



**Figura 5.14:** En (a) y (b) se representa la rotación de micro objeto formado por esferas de poliestireno de  $1,5\mu\text{m}$  de radio, con un haz *Laguerre Gaussiano* tipo  $TEM_{01}^*$ .

### 5.3. Construcción de una Pinza Óptica simple

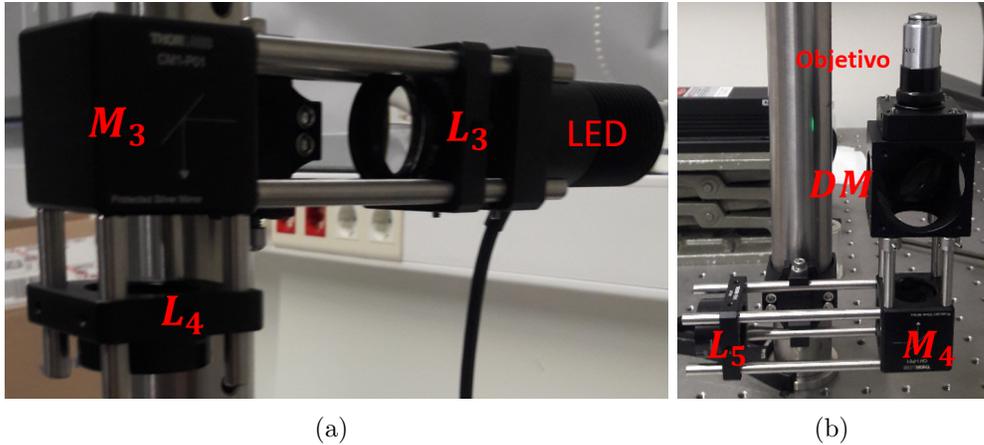
Fue posible realizar la construcción de una Pinza Óptica simple, con el uso de elementos opto-mecánicos en el laboratorio del BIOPT, el esquema funcional de la Pinza Óptica construida se observa en la figura 5.15a y una fotografía final del sistema óptico implementado se muestra en la figura 5.15b. El primer paso de su construcción es ensamblar el sistema de iluminación de la muestra, que se observa en la figura 5.16a. Este sistema consiste de una lente ( $L_3$ ) que enfoca la luz de una lampara LED a una distancia focal de  $35,4mm$ , para luego con una lente  $L_4$  de  $200mm$  de distancia focal, es posible lograr una iluminación uniforme sobre la muestra, cuya intensidad y campo de iluminación depende de la distancia entre las lentes citadas anteriormente. Las piezas de este sistema pueden ser observadas con más detalle en el apéndice B.2.



**Figura 5.15:** (a) Esquema de una Pinza Óptica simple. (b) Descripción final de los elementos ópticos.

La construcción del sistema de captura, se puede observar en la figura 5.16b, consiste de la luz proveniente de un láser de  $550nm$  con potencia graduable hasta un máximo de  $200mW$ , que es reflejada por un espejo dicróico ( $DM$ ), dispositivo que se comporta como un espejo para esta longitud de onda y que deja pasar las demás provenientes de la iluminación de la muestra. Con  $DM$ , el haz es reflejado de tal forma que entra en el objetivo de microscopio de inmersión en aceite y que enfoca la luz sobre la muestra. El sistema de captura es acoplado de forma que la lente ( $L_5$ ) recibe la luz proveniente de la muestra para enfocar la imagen a una distancia de  $75mm$  y luego observarla en la

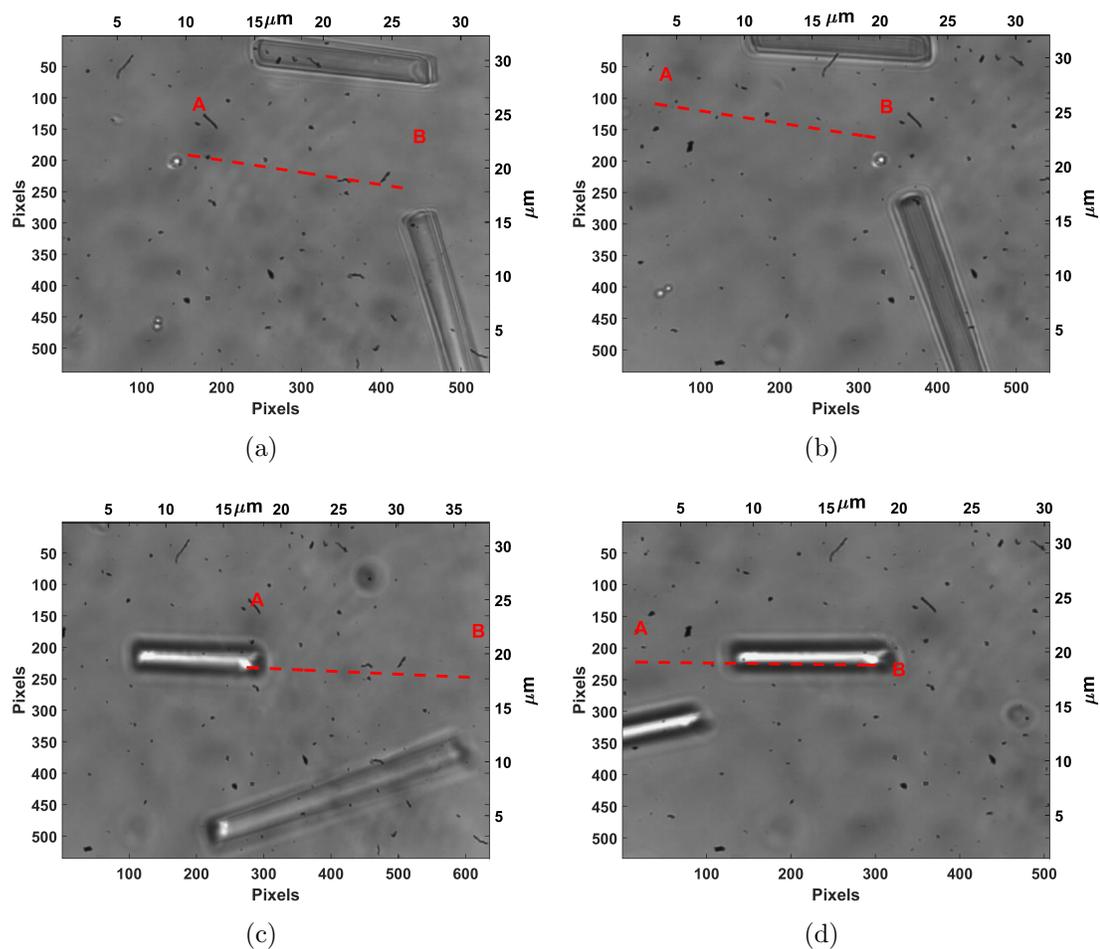
CMOS. Las piezas de este sistema pueden ser observadas con más detalle en el apéndice B.2.



**Figura 5.16:** (a) Sistema de iluminación. (b) Sistema de captura.

La CMOS, conectada a un ordenador personal, permite observar las micro esferas de la muestra. Una vez el láser es alineado con el eje óptico de las lentes y de la entrada del objetivo de microscopio, es posible observar como las esferas eran empujadas por el haz altamente enfocado. En conclusión la Pinza Óptica no podía capturar las micro esferas, este fenómeno se debe a que el *Spot* del láser no llena por completo la entrada del objetivo de microscopio. Por medio de una cámara y previo tratamiento de la imagen, fue posible determinar que el tamaño del *Spot* del láser era de  $\approx 1mm$ , por lo tanto, se diseñó un telescopio formado de las lentes  $L_1$  y  $L_2$ , de tal forma, que formen un sistema expensor y así, con un aumento de 8 veces el tamaño del *Spot* del láser fuese posible lograr overfilling, ya que el diámetro de la entrada del objetivo de microscopio era de  $8mm$ . El sistema expensor del haz se construyó con dos lentes de tal forma, que el aumento fuese  $M = f_2/f_1 = 200mm/25,4mm \approx 7,9$ . Con previa alineación del láser y con una potencia adecuada, se logró exitosamente, el funcionamiento de una Pinza Óptica simple tipo Gradiente, capaz de capturar y manipular objetos micrométricos en muestras formadas de esferas de  $0,5\mu m$  y  $1,5\mu m$  de radio y cilindros de  $2,5\mu m$  de radio, en soluciones acuosas de agua destilada preparadas en micro cámaras formadas por cubreobjetos y portaobjetos. Estas capturas fueron posibles moviendo la muestra con el sistema de micro desplazamiento y así, llevar la micro partícula a cercanías del punto focal del haz de captura y en las cercanías del cubreobjetos, debido a que el objetivo de microscopio de inmersión en aceite introduce *aberración esférica*, fenómeno que causa una disminución en la fuerza de gradiente, dicha disminución es directamente proporcional a la distancia con la que el haz enfocado penetra en la muestra de agua destilada y se debe a la diferencia en el índice de refracción del medio de inmersión del objetivo de aceite y el medio de agua destilada de la muestra. Una vez los micro objetos

fueron capturados, con el uso del sistema de micro desplazamiento es posible observa como la esfera o el cilindro mantiene su posición, mientras toda la muestra se mueve, lo que se traduce en mover la micro partícula por la muestra, como se observa en la figura 5.17.



**Figura 5.17:** (a) y (b) Movimiento de una esfera de  $0,5\mu\text{m}$  de radio de un punto A a un punto B. (c) y (d) Movimiento de un cilindro de  $\approx 2,5\mu\text{m}$  de radio de un punto A a un punto B.

## Capítulo 6

# Conclusiones

- \*— Se encontraron expresiones matemáticas para las Fuerzas de Gradiente y Scattering que experimenta una esfera dieléctrica por un haz *Laguerre Gaussiano* tipo  $TEM_{01}^*$  en el Régimen de Rayleigh, que es válido cuando el radio de la esfera es mucho menor que la longitud de onda del haz de captura.
- \*— Al comparar las fuerzas ópticas en el Régimen de Rayleigh para el haz tipo  $TEM_{01}^*$  y el tipo  $TEM_{00}$ , se encontró que son menores en el  $TEM_{01}^*$ , debido a que las zonas de mayor intensidad están más diseminadas espacialmente que en el tipo  $TEM_{00}$ .
- \*— Se encontraron expresiones matemáticas para la fuerza óptica axial y transversal que experimenta una esfera dieléctrica por un haz de captura *Laguerre Gaussiano* tipo  $TEM_{01}^*$  en el Régimen de Mie, válido cuando el radio de la esfera es mucho mayor que la longitud de onda del haz de captura.
- \*— Al comparar las fuerzas ópticas en el Régimen de Mie para el haz tipo  $TEM_{01}^*$  y el tipo  $TEM_{00}$ , se encontró que son menores en el  $TEM_{01}^*$ , debido a que reducen el comportamiento restaurador hacia el punto de equilibrio de las fuerzas, tanto transversal como axialmente.
- \*— Se construyó una interfaz gráfica de usuario en MATLAB que permite el cálculo de las fuerzas ópticas de captura en el Régimen de Rayleigh y el Régimen de Mie, para un haz *Laguerre Gaussiano* tipo  $TEM_{01}^*$  en 2D y 3D. La interfaz facilita la visualización del fenómeno y ayuda al análisis del comportamiento de las fuerzas ópticas de captura.
- \*— Se midieron perfiles de fuerza óptica sobre esferas de poliestireno de  $1,5\mu m$  y  $4\mu m$  de radio para un haz tipo  $TEM_{01}^*$ , utilizando el sensor *Lunam<sup>TM</sup> T-40i* de la empresa *Impetux Optics*, que se encuentra en el laboratorio del BIOPT. Al

comparar la medida del sensor para el caso de la esfera de  $4\mu m$  con la curva obtenida teóricamente en el *Régimen de Mie*, se obtuvo una desviación estándar de  $1,4pN$ , equivalente al  $27,2\%$  de la fuerza máxima registrada por el sensor.

- \*— También se midieron perfiles de fuerza óptica sobre esferas de poliestireno de  $1,5\mu m$  y  $4\mu m$  de radio para un haz tipo  $TEM_{00}$ , utilizando el sensor *Lunam<sup>TM</sup> T-40i* de la empresa *Impetux Optics*, que se encuentra en el laboratorio del BIOPT. Al comparar la medida del sensor para el caso de la esfera de  $4\mu m$  con la curva obtenida teóricamente en el *Régimen de Mie*, se obtuvo una desviación estándar de  $1,6pN$ , equivalente al  $21,1\%$  de la fuerza máxima registrada por el sensor.
- \*— La diferencia obtenida entre la medida experimental del sensor y la curva teórica del Régimen de Mie sobre la esfera de  $4\mu m$  para el  $TEM_{00}$  y el  $TEM_{01}^*$ , se debe a que no se cumple el rango de validez del método (diámetro de la esfera  $\geq 10\lambda$ ), además, a la imposibilidad del método de describir el entorno real del experimento y ya que este se fundamenta en la Óptica Geométrica, el punto focal del haz se define de tamaño infinitesimal y por lo tanto, no se describe bien la fuerza cerca de la superficie del objeto.
- \*— Se obtuvieron discrepancias entre las formas de las curvas calculadas por el Régimen de Rayleigh y las reportadas por el sensor *Lunam<sup>TM</sup> T-40i* de la empresa *Impetux Optics*, ya que en ninguno de los casos estudiados se cumplió con la condición de que el diámetro de la esfera  $< \lambda/20$ .
- \*— Se evidenció el torque Mecánico sobre micro partículas capturadas de  $0,5\mu m$ ,  $1,5\mu m$  y  $2,5\mu m$  de radio, generado a partir de la transferencia de *Momento Angular Orbital* de haces *Laguerre Gaussianos* modo *Doughnut-Shaped*. Estos haces fueron producidos mediante mascarar de fase con carga topológica  $l = 1$ ,  $l = 6$  y  $l = 8$  en un SLM-LCOS perteneciente al laboratorio del BIOPT.
- \*— Se construyó una Pinza Óptica simple con elementos opto-mecánicos, que permite la captura y manipulación de micro esferas y micro cilindros en el laboratorio del BIOPT.
- \*— Se encontró que para describir propiedades sobre una partícula como el torque ejercido por un haz con *Momento Angular* es necesario definir una forma general de la partícula, de la radiación incidente y por lo tanto un tratamiento numérico del problema y en ambos casos llevarían a otros métodos diferentes al Régimen de Rayleigh y el Régimen de Mie.

## Capítulo 7

# Perspectivas para Trabajos Futuros

- \*— Para trabajos futuros se propone realizar estudios de los *Métodos Computacionales Exactos* como la *Matriz T* y la *FDTD* y los Software que implementan estos métodos como *T-Matrix* y *LUMERICAL* respectivamente, ya que es conocido que estos métodos permiten describir el comportamiento de las fuerzas de captura y torques para partículas de diferentes formas, tamaños y diferentes tipos de iluminación, abriendo también la posibilidad de una confrontación con los datos obtenidos en esta investigación.
- \*— Modificar el método de *Régimen de Mié* y el *Régimen de Rayleigh* para que sea posible analizar el comportamiento de las fuerzas para distintos estados de polarización, lo que llevaría a una reformulación de los métodos hacia un tratamiento computacional.
- \*— Comparación de las curvas obtenidas por el *Régimen de Mie* con el *toolbox OTGO* [37], que utiliza una variante computacional del método propuesto por Ashkin [36].
- \*— Construcción de una Pinza Óptica que permita la captura de partículas dieléctricas micrométricas y estudiar las formas de calibrar el dispositivo, con el fin de utilizarla para medir experimental las fuerzas sobre el objeto capturado.

## Bibliografía

- [1] *A treatise on Electricity and Magnetism*. London, 1873.
- [2] E. F. Nichols and G. F. Hull, “A preliminary communication on the pressure of heat and light radiation,” *Phys. Rev. (Series I)*, vol. 13, pp. 307–320, Nov 1901.
- [3] A. Ashkin, “Acceleration and trapping of particles by radiation pressure,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 24, pp. 156–159, Jan 1970.
- [4] A. Ashkin and J. M. Dziedzic, “Optical levitation of liquid drops by radiation pressure,” vol. 187, pp. 1073–5, 04 1975.
- [5] A. Ashkin and J. Dziedzic, “Optical trapping and manipulation of viruses and bacteria,” *Science*, vol. 235, no. 4795, pp. 1517–1520, 1987.
- [6] A. Ashkin, J. M. Dziedzic, J. E. Bjorkholm, and S. Chu, “Observation of a single-beam gradient force optical trap for dielectric particles,” *Opt. Lett.*, vol. 11, pp. 288–290, May 1986.
- [7] A. Ashkin, “Atomic-beam deflection by resonance-radiation pressure,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 25, pp. 1321–1324, Nov 1970.
- [8] R. Agarwal, K. Ladavac, Y. Roichman, G. Yu, C. M. Lieber, and D. G. Grier, “Manipulation and assembly of nanowires with holographic optical traps,” *Opt. Express*, vol. 13, pp. 8906–8912, Oct 2005.
- [9] K. Dholakia and P. Zemanek, “Colloquium: Grippled by light: Optical binding,” *Rev. Mod. Phys.*, vol. 82, pp. 1767–1791, Jun 2010.
- [10] D. E. Chang, C. A. Regal, S. B. Papp, D. J. Wilson, J. Ye, O. Painter, H. J. Kimble, and P. Zoller, “Cavity opto-mechanics using an optically levitated nanosphere,” *Proceedings of the National Academy of Sciences*, vol. 107, no. 3, pp. 1005–1010, 2010.

- [11] C. G. Baumann, S. B. Smith, V. A. Bloomfield, and C. Bustamante, “Ionic effects on the elasticity of single dna molecules,” *Proceedings of the National Academy of Sciences*, vol. 94, no. 12, pp. 6185–6190, 1997.
- [12] Y. Hao, C. Canavan, S. S. Taylor, and R. A. Maillard, “Integrated method to attach dna handles and functionally select proteins to study folding and protein-ligand interactions with optical tweezers,” in *Scientific Reports*, 2017.
- [13] J. E. Molloy, J. Burns, J. Kendrick-Jones, R. T. Tregear, and D. C. S. White, “Movement and force produced by single myosin head,” vol. 378, pp. 209–12, 12 1995.
- [14] L. Gardini, S. M. Heissler, C. Arbore, Y. Yang, J. R. Sellers, F. S. Pavone, and M. Capitanio, “Dissecting myosin-5b mechanosensitivity and calcium regulation at the single molecule level,” *Nature Communications*, 2018.
- [15] M.-C. Zhong, X.-B. Wei, J.-H. Zhou, Z. qiang Wang, and Y.-M. Li, “Trapping red blood cells in living animals using optical tweezers,” *Nature communications*, vol. 4, p. 1768, 2013.
- [16] I. A. Favre-Bulle, A. B. Stilgoe, H. Rubinsztein-Dunlop, and E. K. Scott, “Optical trapping of otoliths drives vestibular behaviours in larval zebrafish,” vol. 8, Springer US, 2017.
- [17] J. Curtis, B. Koss, and D. Grier, “Dynamic holographic optical tweezers,” *Optics Communications*, vol. 207, pp. 169–175, 6 2002.
- [18] Grier and D. G., “A revolution in optical manipulation,” *Nature*, vol. 424, pp. 810–816, 08 2003.
- [19] G. Sergio and F. J. Kevin, *Noninvasive techniques in cell biology*.
- [20] S. Sato, M. Ishigure, and H. Inaba, “Application of higher-order-mode nd:yag laser beam for manipulation and rotation of biological cells,” in *Conference on Lasers and Electro-Optics*, p. CWF49, Optical Society of America, 1991.
- [21] D. W. Zhang and X.-C. Yuan, “Optical doughnut for optical tweezers,” *Opt. Lett.*, vol. 28, pp. 740–742, May 2003.
- [22] K. Sakai and S. Noda, “Optical trapping of metal particles in doughnut-shaped beam emitted by photonic-crystal laser,” *Electronics Letters*, vol. 43, pp. 107–108, January 2007.
- [23] R. Dasgupta, S. Ahlawat, R. Shanker, S. Shukla, and P. Gupta, “Optical trapping of spermatozoa using laguerre-gaussian laser modes,” vol. 15, p. 065010, 11 2010.
- [24] M. Padgett and R. Bowman, “Tweezers with a twist,” *Nature Photonics*, vol. 5, pp. 343–348, 08 2011.

- [25] C. Fury, C. Harfield, P. H. Jones, E. Stride, and G. Memoli, “Experimental characterisation of holographic optical traps for microbubbles,” 2014.
- [26] L. M. Zhou, K. W. Xiao, J. Chen, and N. Zhao, “Optical levitation of nanodiamonds by doughnut beams in vacuum,” *Laser and Photonics Reviews*, vol. 11, no. 2, pp. 1–8, 2017.
- [27] X. Zhou, Z. Chen, Z. Liu, and J. Pu, “Experimental investigation on optical vortex tweezers for microbubble trapping,” *Open Physics*, vol. 16, p. 52, July 2018.
- [28] “The wave motion of a revolving shaft, and a suggestion as to the angular momentum in a beam of circularly polarised light,” *Proceedings of the Royal Society of London A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, vol. 82, no. 557, pp. 560–567, 1909.
- [29] R. A. Beth, “Mechanical detection and measurement of the angular momentum of light,” *Phys. Rev.*, vol. 50, pp. 115–125, Jul 1936.
- [30] L. Allen, M. W. Beijersbergen, R. J. C. Spreeuw, and J. P. Woerdman, “Orbital angular momentum of light and the transformation of laguerre-gaussian laser modes,” *Phys. Rev. A*, vol. 45, pp. 8185–8189, Jun 1992.
- [31] H. He, N. R. Heckenberg, and H. Rubinsztein-Dunlop, “Optical Particle Trapping with Higher-order Doughnut Beams Produced Using High Efficiency Computer Generated Holograms,” *Journal of Modern Optics*, vol. 42, pp. 217–223, Jan. 1995.
- [32] H. He, M. E. J. Friese, N. R. Heckenberg, and H. Rubinsztein-Dunlop, “Direct observation of transfer of angular momentum to absorptive particles from a laser beam with a phase singularity,” *Phys. Rev. Lett.*, vol. 75, pp. 826–829, Jul 1995.
- [33] L. Charron, *Integrated Microfluidic Optical Manipulation Technique: Towards High Throughput Single Cell Analysis*. PhD thesis, University of Toronto, 2012.
- [34] K. Svoboda and S. M. Block, “Biological applications of optical forces,” *Annual Review of Biophysics and Biomolecular Structure*, vol. 23, no. 1, pp. 247–285, 1994. PMID: 7919782.
- [35] Y. Harada and T. Asakura, “Radiation forces on a dielectric sphere in the rayleigh scattering regime,” *Optics Communications*, vol. 124, no. 5, pp. 529 – 541, 1996.
- [36] A. Ashkin, “Forces of a single-beam gradient laser trap on a dielectric sphere in the ray optics regime,” *Biophysical Journal*, vol. 61, no. 2, pp. 569 – 582, 1992.
- [37] A. Callegari, M. Mijalkov, A. B. Gököz, and G. Volpe, “Computational toolbox for optical tweezers in geometrical optics,” *J. Opt. Soc. Am. B*, vol. 32, pp. B11–B19, May 2015.

- [38] M. Kerker, “Lorenz-mie scattering by spheres: Some newly recognized phenomena,” *Aerosol Science and Technology*, vol. 1, no. 3, pp. 275–291, 1982.
- [39] G. Gouesbet, “Generalized lorenz-mie theory and applications,” *Particle & Particle Systems Characterization*, vol. 11, no. 1, pp. 22–34, 1994.
- [40] T. Nieminen, V. Loke, G. Knoener, and A. Branczyk, “Toolbox for calculation of optical forces and torques,” vol. 3, 01 2007.
- [41] M. I. Mishchenko, L. D. Travis, and D. W. Mackowski, “T-x computations of light scattering by nonspherical particles: A review,” *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*, vol. 55, no. 5, pp. 535 – 575, 1996. Light Scattering by Non-Spherical Particles.
- [42] N. B. Viana, M. S. Rocha, O. N. Mesquita, A. Mazolli, P. A. M. Neto, and H. M. Nussenzveig, “Towards absolute calibration of optical tweezers.,” *Physical review. E, Statistical, nonlinear, and soft matter physics*, vol. 75 2 Pt 1, p. 021914, 2007.
- [43] A. A. de Thomaz, A. Fontes, C. V. Stahl, L. Y. Pozzo, D. C. Ayres, D. B. Almeida, P. M. A. Farias, B. S. Santos, J. Santos-Mallet, S. A. O. Gomes, S. Giorgio, D. Feder, and C. L. Cesar, “Optical tweezers for studying taxis in parasites,” *Journal of Optics*, vol. 13, no. 4, p. 044015, 2011.
- [44] R. S. Dutra, N. B. Viana, P. A. Maia Neto, and H. M. Nussenzveig, “Absolute calibration of forces in optical tweezers,” *Phys. Rev. A*, vol. 90, p. 013825, Jul 2014.
- [45] A. Lizana, H. Zhang, A. Turpin, A. Van Eeckhout, F. A. Torres-Ruiz, A. Vargas, C. Ramirez, F. Pi, and J. Campos, “Generation of reconfigurable optical traps for microparticles spatial manipulation through dynamic split lens inspired light structures,” *Scientific Reports*, vol. 8, no. 1, p. 11263, 2018.
- [46] N. A. C. Rojas, “Manipulacion de objetos micrometricos por medio de pinzas opticas,” Master’s thesis, Universidad Nacional de Colombia-Sede Medellin, 2012.
- [47] M. I. A. C., “Implementacion de pinzas opticas holograficas para manipulacion de microsistemas,” Master’s thesis, Universidad Nacional de Colombia-Sede Medellin, 2012.
- [48] M. L. M. P. Darby Páez Amaya, Néstor A. Arias Hernandez, “INTERFAZ GRAFICA PARA EL ANÁLISIS DE LAS FUERZAS DE CAPTURA EN UNA PINZA ÓPTICA USANDO LAS APROXIMACIONES DE RAYLEIGH Y MIE,” *Bistua:Revista de la Facultad de Ciencias Básicas*, vol. 14, no. 0120-4211, pp. 182–193, 2016.
- [49] E. Dufresne and D. Grier, “Optical tweezer arrays and optical substrates created with diffractive optics,” vol. 69, pp. 1974–1977, 05 1998.

- [50] M. Reicherter, T. Haist, E. U. Wagemann, and H. J. Tiziani, “Optical particle trapping with computer-generated holograms written on a liquid-crystal display,” *Opt. Lett.*, vol. 24, pp. 608–610, May 1999.
- [51] D. R. Burnham and D. McGloin, “Holographic optical trapping of aerosol droplets,” *Opt. Express*, vol. 14, pp. 4175–4181, May 2006.
- [52] H. Kogelnik and T. Li, “Laser beams and resonators,” *Appl. Opt.*, vol. 5, pp. 1550–1567, Oct 1966.
- [53] D. P. Amaya, “Análisis teórico de las pinzas ópticas bajo las aproximaciones de rayleigh y mie,” 2015.
- [54] B. Saleh and M. Teich, *Fundamentals of Photonics*. Wiley Series in Pure and Applied Optics, Wiley, 2007.
- [55] G. Gbur, *Singular Optics*. Brain, Behaviour and Cognition, CRC Press, 2016.
- [56] G. Arfken, H. Weber, and F. Harris, *Mathematical Methods for Physicists: A Comprehensive Guide*. Elsevier Science, 2013.
- [57] A. Siegman, *Lasers*. University Science Books, 1986.
- [58] M. Beijersbergen, R. Coerwinkel, M. Kristensen, and J. Woerdman, “Helical-wavefront laser beams produced with a spiral phaseplate,” *Optics Communications*, vol. 112, no. 5, pp. 321 – 327, 1994.
- [59] G. Turnbull, D. Robertson, G. Smith, L. Allen, and M. Padgett, “The generation of free-space laguerre-gaussian modes at millimetre-wave frequencies by use of a spiral phaseplate,” *Optics Communications*, vol. 127, no. 4, pp. 183 – 188, 1996.
- [60] J. Oton, E. Oton, X. Quintana, and M. Geday, “Liquid-crystal phase-only devices,” *Journal of Molecular Liquids*, vol. 267, 11 2017.
- [61] E. Karimi, B. Piccirillo, E. Nagali, L. Marrucci, and E. Santamato, “Efficient generation and sorting of orbital angular momentum eigenmodes of light by thermally tuned q-plates,” vol. 94, pp. 231124 – 231124, 07 2009.
- [62] M. L., K. Ebrahim, S. S., P. B., S. Enrico, N. Eleonora, and S. Fabio, “Spin-to-orbital optical angular momentum conversion in liquid crystal q-plates: Classical and quantum applications,” *Molecular Crystals and Liquid Crystals*, vol. 561, pp. 48–56, 06 2012.
- [63] N. R. Heckenberg, R. McDuff, C. P. Smith, and A. G. White, “Generation of optical phase singularities by computer-generated holograms,” *Opt. Lett.*, vol. 17, pp. 221–223, Feb 1992.

- [64] A. V. Carpentier, H. Michinel, J. Salgueiro, and D. Olivieri, “Making optical vortices with computer-generated holograms,” vol. 76, 10 2008.
- [65] B. A. Knyazev and V. G. Serbo, “Beams of photons with nonzero projections of orbital angular momenta: new results,” *Physics-Uspekhi*, vol. 61, no. 5, p. 449, 2018.
- [66] J. Goodman, *Introduction to Fourier optics*. McGraw-Hill physical and quantum electronics series, McGraw-Hill, 1988.
- [67] N. Matsumoto, T. Ando, T. Inoue, Y. Ohtake, N. Fukuchi, and T. Hara, “Generation of high-quality higher-order laguerre-gaussian beams using liquid-crystal-on-silicon spatial light modulators,” *J. Opt. Soc. Am. A*, vol. 25, pp. 1642–1651, Jul 2008.
- [68] V. Garbin, D. Cojoc, R. Kulkarni, R. Malureanu, E. Ferrari, M. Nadasan, and E. Di Fabrizio, “Numerical analysis of forces in optical tweezers in the rayleigh regime,” 08 2005.
- [69] Z. Liu and D. Zhao, “Optical trapping rayleigh dielectric spheres with focused anomalous hollow beams,” *Appl. Opt.*, vol. 52, pp. 1310–1316, Feb 2013.
- [70] J. Stratton, *Electromagnetic theory*. International series in pure and applied physics, McGraw-Hill book company, inc., 1941.
- [71] P. Jones, O. Marag, and G. Volpe, *Optical Tweezers: Principles and Applications*. Cambridge University Press, 2015.
- [72] L. Andrews and R. Phillips, *Laser beam propagation through random media*. Press Monographs, SPIE Press, 2005.
- [73] K.-B. Im, D.-Y. Lee, H.-I. Kim, C.-H. Oh, S.-H. Song, P.-S. Kim, and B.-C. Park, “Calculation of optical trapping forces on microspheres in the ray optics regime,” vol. 40, pp. 930–933, 05 2002.
- [74] E. Sidick, S. D. Collins, and A. Knoesen, “Trapping forces in a multiple-beam fiber-optic trap,” *Appl. Opt.*, vol. 36, pp. 6423–6433, Sep 1997.
- [75] A. N. R. Heckenberg, A. M. E. J. Friese, A. T. A. Nieminen, and A. H. Rubinsztein-Dunlop, *Mechanical effects of optical vortices*.
- [76] C.-L. Tsai, H.-P. Huang, L. Hsu, and K.-Y. Hsu, “An easier way to improve the trapping performance of optical tweezers by donut-shaped beam,” vol. 7762, pp. 776230–776236, 2010.
- [77] K. T. Gahagan and G. A. Swartzlander, “Trapping of low-index microparticles in an optical vortex,” *J. Opt. Soc. Am. B*, vol. 15, pp. 524–534, Feb 1998.

- [78] H. Felgner, O. Müller, and M. Schliwa, “Calibration of light forces in optical tweezers,” *Appl. Opt.*, vol. 34, pp. 977–982, Feb 1995.
- [79] N. B. Simpson, L. Allen, and M. Padgett, “Optical tweezers and optical spanners with laguerre-gaussian modes,” vol. 43, pp. 2485–2492, 08 1996.
- [80] N. R. Heckenberg, T. A. Nieminen, M. E. J. Friese, and H. Rubinsztein-Dunlop, “Trapping microscopic particles with singular beams,” 1998.
- [81] I. Optics, “*lunam<sup>TM</sup>* t-40i-force sensor module.” <https://www.impetux.com/lunam-t-40i-2/>, 2018.
- [82] S. B. Smith, Y. Cui, and C. Bustamante, “Optical-trap force transducer that operates by direct measurement of light momentum,” in *Biophotonics, Part B*, vol. 361 of *Methods in Enzymology*, pp. 134 – 162, Academic Press, 2003.
- [83] A. Farré and M. Montes-Usategui, “A force detection technique for single-beam optical traps based on direct measurement of light momentum changes,” *Opt. Express*, vol. 18, pp. 11955–11968, May 2010.
- [84] A. Farre Flaquer, F. Marsa, and M. Montes-Usategui, “Beyond the hookean spring model: Direct measurement of optical forces through light momentum changes,” vol. 1486, 11 2017.
- [85] A. Farré, F. Marsà, and M. Montes-Usategui, “Optimized back-focal-plane interferometry directly measures forces of optically trapped particles,” *Opt. Express*, vol. 20, pp. 12270–12291, May 2012.
- [86] I. C. D. Lenton, A. Stilgoe, H. Rubinsztein-Dunlop, and T. Nieminen, “Visual guide to optical tweezers,” *European Journal of Physics*, vol. 38, 2017.
- [87] J. Jackson and J. Jackson, *Wie Classical Electrodynamics, 3rd Edition, Intern Ational Edition*. John Wiley & Sons, Limited, 2005.
- [88] L. Allen, M. Padgett, and M. Babiker, “Iv the orbital angular momentum of light,” vol. 39 of *Progress in Optics*, pp. 291 – 372, Elsevier, 1999.
- [89] L. Allen and M. Padgett, “The orbital angular momentum of light: An introduction,” pp. 1–12, 03 2011.
- [90] M. E. J. Friese, J. Enger, H. Rubinsztein-Dunlop, and N. R. Heckenberg, “Optical angular-momentum transfer to trapped absorbing particles,” *Phys. Rev. A*, vol. 54, pp. 1593–1596, Aug 1996.

## Apéndice A

# Construcción de una interfaz gráfica de usuario

Con el fin de facilitar el análisis del comportamiento de las fuerzas ópticas de captura para diferentes parámetros como radio de la esfera, índices de refracción, cintura del haz, potencia de haz, etc., se desarrolló una interfaz gráfica de usuario en MATLAB. Esta interfaz implementa las ecuaciones desarrolladas anteriormente bajo en el Régimen de Rayleigh y el Régimen de Mie, método que como vimos permiten encontrar ecuaciones analíticas y proporcionar una idea teórica, fenomenológica y una noción a lo que da origen al funcionamiento de las Pinzas Ópticas. En la figura A.1 se observa un diagrama representativo del orden lógico de la interfaz.

En la interfaz el *Elemento 1* es una Pestaña marcada con el número 1 en la figura A.2, este elemento nos permite cambiar el método de aproximación que se va a utilizar para analizar el comportamiento de las fuerzas y puede ser cambiado entre el Régimen de Rayleigh y el Régimen de Mie. Si la opción del Régimen de Rayleigh es seleccionada, el *elemento 2* permite seleccionar entre la opción de realizar un análisis en 2D o un análisis en 3D. Utilizando la opción de *análisis en 2D*, tenemos los siguientes elementos que pueden ser observados en la figura A.2

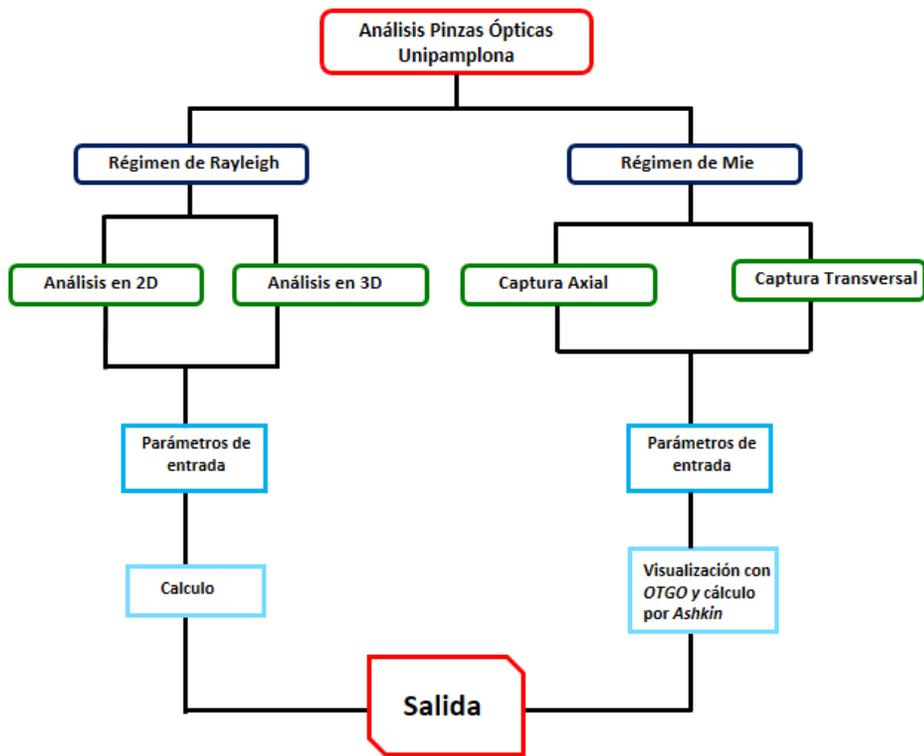


Figura A.1: Representación lógica de la interfaz.

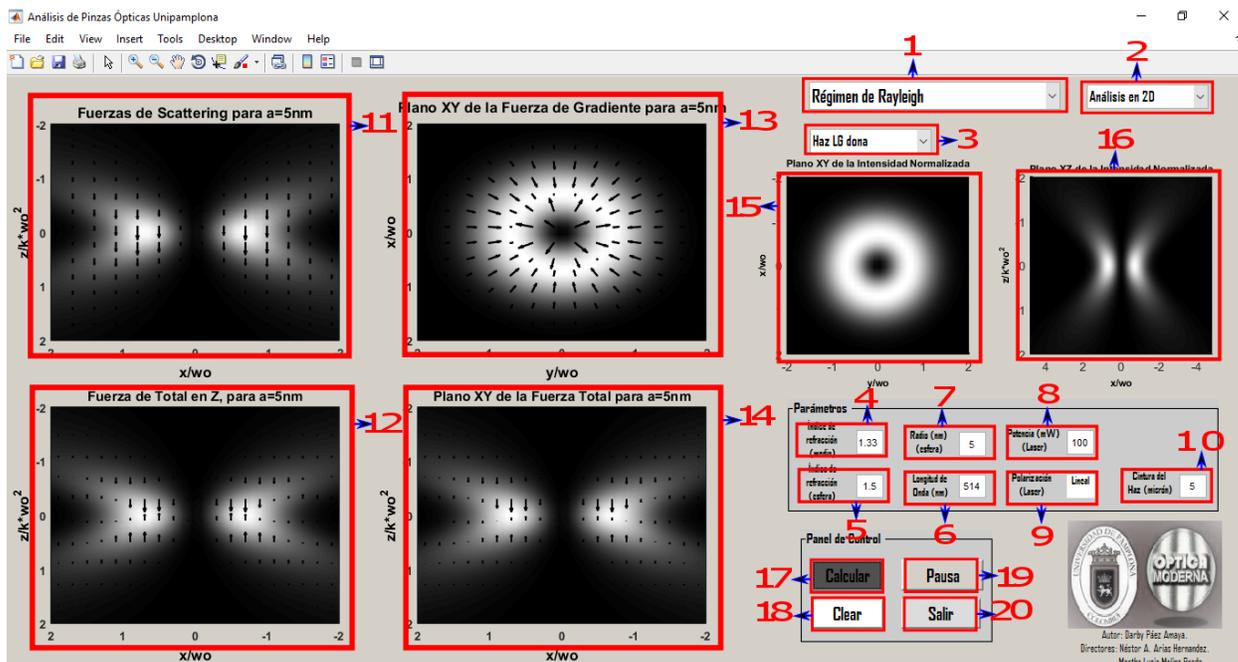


Figura A.2: Interfaz, Régimen de Rayleigh opción de análisis 2D.

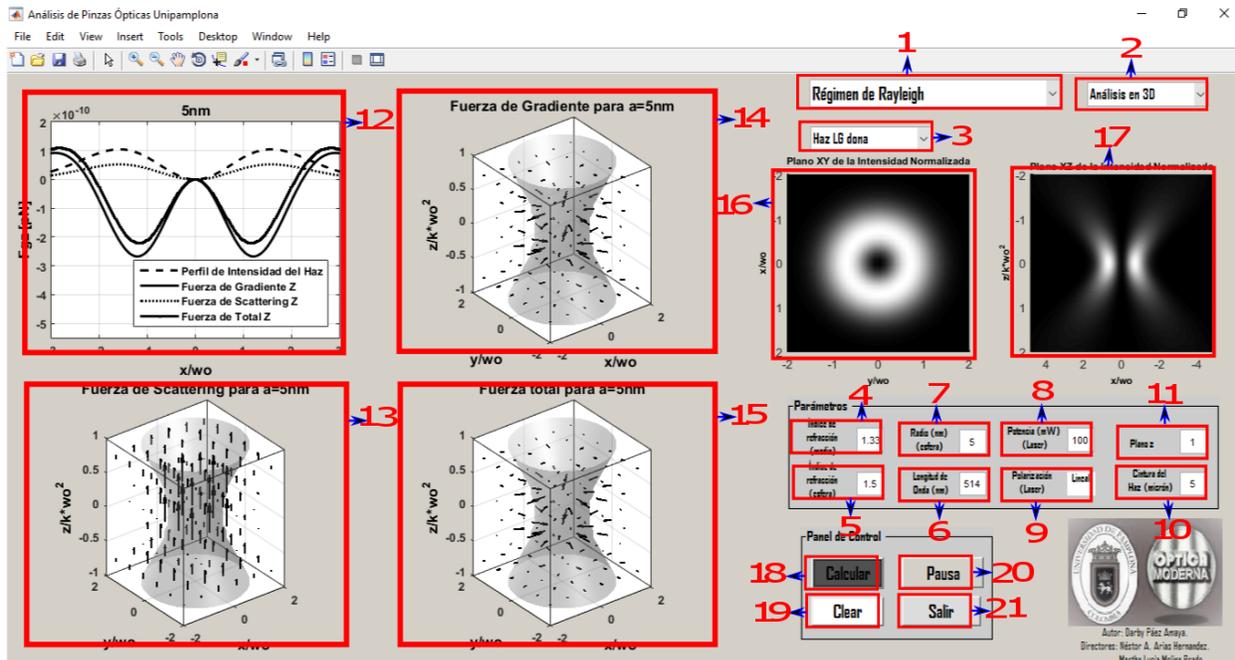
- \*— **Elemento 3:** Es una pestaña que indica el tipo de haz de captura y para este caso se selecciona un haz *Laguerre Gaussiano* tipo  $TEM_{01}^*$ . Sin embargo, también es posible seleccionar la opción de haz Gaussiano tipo  $TEM_{00}$ , que en una versión anterior fue analizado [53].
- \*— **Elemento 4:** Indica el índice de refracción ( $n_m$ ) en el que está sumergida la esfera y puede ser cambiado por el usuario.
- \*— **Elemento 5:** Indica el índice de refracción de la esfera ( $n_p$ ) que será capturada y puede ser cambiado por el usuario.
- \*— **Elemento 6:** Indica la longitud de onda ( $\lambda$ ) del haz, este parámetro debe ser introducido por el usuario en nanómetros ( $nm$ ) ya que típicamente se usan esa escala.
- \*— **Elemento 7:** Indica el radio de la esfera ( $a$ ) que en este caso se debe introducir en  $nm$ , ya que el radio de la esfera debe estar en el rango  $a < \lambda/20$  para el cumplimiento de las aproximaciones del método.
- \*— **Elemento 8:** Representa la potencia del láser que está en *miliWatts*, ya que comúnmente se logran capturar esferas en este rango de potencia.
- \*— **Elemento 9:** Indica la polarización del haz y ya que las expresiones matemáticas para calcular las fuerzas se realizaron con polarización lineal del campo eléctrico sobre el eje  $x^+$ , la polarización es un parámetro establecido de forma que el usuario no tiene posibilidad de modificarlo.
- \*— **Elemento 10:** Representa la cintura del haz ( $w_0$ ), que está en micrómetros ( $\mu m$ ), ya que pasa el Régimen de Rayleigh este parámetro típicamente pertenece a este rango.
- \*— **Elemento 11:** Es una gráfica que permite observar el comportamiento de la *Fuerza de Scattering* para puntos sobre el eje  $x$  en diferentes planos  $z$  y este comportamiento respecto al perfil correspondiente del haz *Laguerre Gaussiano* Tipo  $TEM_{01}^*$ .
- \*— **Elemento 12:** Es una gráfica que permite observar el comportamiento de la componente  $z$  de la *Fuerza de Gradiente* para puntos sobre el eje  $x$  en diferentes planos  $z$  y dicho comportamiento respecto al perfil correspondiente del haz *Laguerre Gaussiano* Tipo  $TEM_{01}^*$ .
- \*— **Elemento 13:** Es una gráfica que permite obtener un comportamiento de la *Fuerza de Gradiente* en el plano  $xy$  respecto al perfil transversal del haz de captura *Laguerre Gaussiano* Tipo  $TEM_{01}^*$ .

- \*— **Elemento 14:** Es una gráfica que permite obtener un comportamiento de la componente  $z$  de la *Fuerza Total* para cada punto sobre el eje  $x$ , en diferentes planos  $z$  y dicho comportamiento respecto al perfil correspondiente del haz *Laguerre Gaussiano* tipo  $TEM_{01}^*$ .
- \*— **Elemento 15:** Es una gráfica que representa el perfil transversal ( $xy$ ) del haz *Laguerre Gaussiano* tipo  $TEM_{01}^*$ .
- \*— **Elemento 16:** Es una Gráfica que representa el perfil frontal ( $xz$ ) del haz *Laguerre Gaussiano* tipo  $TEM_{01}^*$ .
- \*— **Elemento 17:** Es un botón que da inicio al cálculo de las fuerzas luego de que se han introducido los parámetros correctos por parte del usuario.
- \*— **Elemento 18:** Es un botón que permite borrar las gráficas y los parámetros después de que el cálculo terminó, con el fin de introducir nuevos parámetros.
- \*— **Elemento 19:** Es un botón que permite pausar procesos en el caso de que los cálculos tarden cierto tiempo y sea necesario detenerlos por un periodo de tiempo, hasta que el usuario reinicie el proceso.
- \*— **Elemento 20:** Es un botón que permite abandonar y cerrar el programa.

Si escogemos la opción 2 denominada *Análisis en 3D* del *elemento 2* como se observa en la figura A.3, tenemos algunos cambios en los elementos:

- \*— **Elemento 11:** Este elemento ahora recibe un valor de la coordenada  $\tilde{z}$ , donde se van a evaluar las componentes  $z$  de la Fuerzas de *Gradiente*, *Scattering* y *Total* en puntos sobre el eje  $x$ .
- \*— **Elemento 12:** Este elemento ahora muestra el comportamiento de la componente  $z$  de la *Fuerza de Gradiente*, *Scattering* y *Total*, para diferentes puntos de  $x$ , en un plano  $z$ , determinado por el parámetro introducido en el *elemento 11*.
- \*— **Elemento 13:** Este elemento ahora es una Gráfica que muestra la *Fuerza de Scattering* en 3D y el perfil en 3D de las zonas más intensas del haz *Laguerre Gaussiano* tipo  $TEM_{01}^*$ .
- \*— **Elemento 14:** Este elemento es una Gráfica que muestra la *Fuerza de Gradiente* en 3D y el perfil en 3D de las zonas más intensas del haz *Laguerre Gaussiano* tipo  $TEM_{01}^*$ .
- \*— **Elemento 15:** Este elemento es una Gráfica que muestra la *Fuerza de Total* en 3D y el perfil en 3D de las zonas más intensas del haz *Laguerre Gaussiano* tipo  $TEM_{01}^*$ .

- ✱ **Elementos 16-17:** Este elemento ahora es una gráfica que representa el perfil transversal ( $xy$ ) y frontal ( $xz$ ) del haz *Laguerre Gaussiano* tipo  $TEM_{01}^*$  respectivamente.
- ✱ **Elemento 18-21:** Estos botones cumplen las mismas funciones que los *elementos* 17, 18, 19 y 20 en la *opción en 2D*.



**Figura A.3:** Interfaz, *Régimen de Rayleigh* opción de análisis 3D.

Ahora bien, si en la Pestaña marcada con el número 1 seleccionamos la opción del *Régimen de Mie*, el *elemento* 2 permite seleccionar un tipo de haz de captura y para nuestro caso elegimos el haz *Laguerre Gaussiano* tipo  $TEM_{01}^*$ , ya que el Gaussiano  $TEM_{00}$  fue analizado en una versión anterior [53]. La interfaz cuenta con una gráfica donde se puede observar cualitativamente el fenómeno que está representada en la ventana gráfica de la izquierda en la figura A.4 y una gráfica donde se puede observar el comportamiento de las fuerzas o eficiencias de captura representada en la ventana gráfica de la derecha en la figura A.4; de igual manera esta opción principal cuenta con un panel de parámetros de captura que pueden ser modificador por el usuario y un panel de visualización de datos para facilitar el análisis, además de un panel de control para la interfaz. Para la visualización cualitativa del fenómeno que se observa en la ventana gráfica de la izquierda en la figura A.4 y figura A.5, se utiliza el *Toolbox* OTGO [37], sin embargo, cabe aclarar que no se calculan las fuerzas con OTGO, lo hacemos usando el método propuesto por Ashkin [36]. En la opción del *Régimen de rayos ópticos* que ha sido seleccionada, la interfaz cuenta con opciones que permite analizar las fuerzas

de captura cuando el haz está enfocado en el eje geométrico de la esfera, figura A.4 y transversal a esta A.5 y que fueron ya estudiadas.

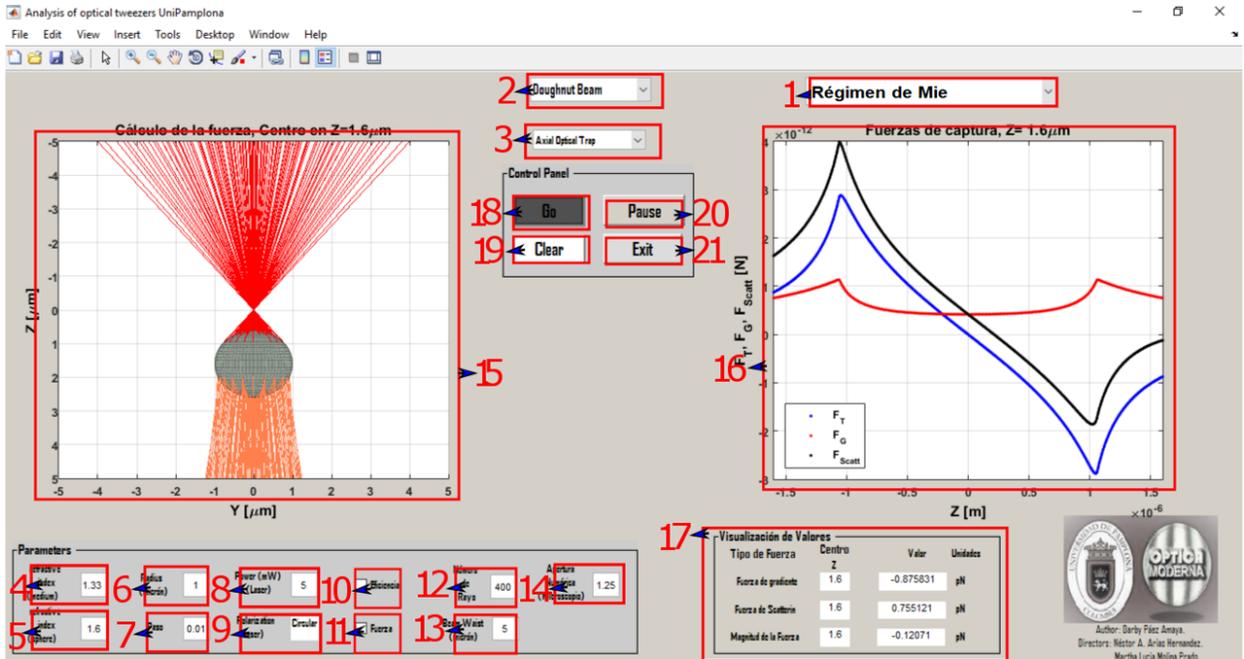


Figura A.4: Interfaz, Régimen de Mie opción de captura axial.

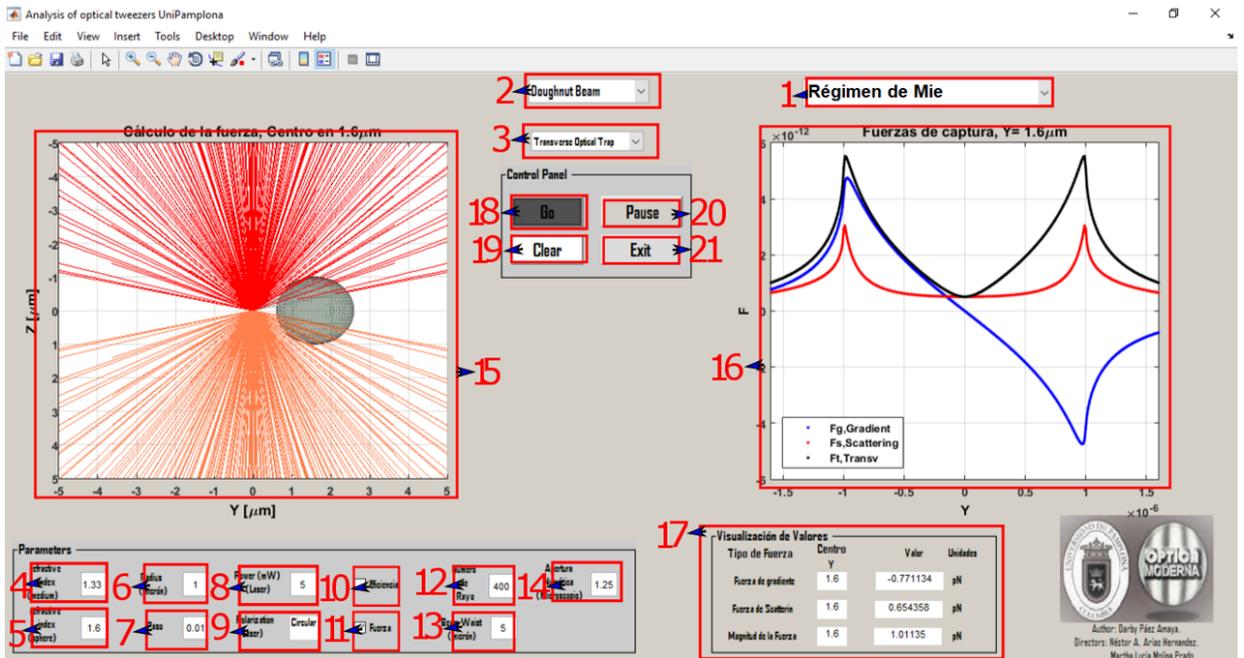


Figura A.5: Interfaz, Régimen de Mie opción de captura transversal.

En esta opción principal el *elemento* 3 tiene dos opciones, si escogemos la primera para una captura axial tenemos los siguientes elementos que puede ser observados en la figura A.4:

- \*— **Elemento 4:** Indica el índice de refracción del medio ( $n_m$ ) que rodea a la esfera.
- \*— **Elemento 5:** Indica el índice de refracción de la esfera ( $n_p$ ) que será capturada.
- \*— **El elemento 6:** Es el radio de la esfera ( $R$ ) que en este caso se debe introducir en micrómetros ( $\mu m$ ), esto debido a que en este Régimen se trabaja con esferas que cumplan la condición de que el diámetro sea  $\geq 10\lambda$ .
- \*— **Elemento 7:** Indica el paso de evaluación, que está relacionado directamente con la cantidad de rayos que tendrá nuestro haz de captura.
- \*— **Elemento 8:** Es la potencia del láser que está en miliWatts ( $mW$ ) está en estas unidades debido también a que es común capturar esferas con este orden de potencia del láser.
- \*— **Elemento 9:** Indica la polarización del haz. Sin embargo, ya que las expresiones matemáticas para calcular las fuerzas que experimenta la esfera se encontraron con polarización circular del haz, la polarización es un parámetro establecido de forma que no puede ser modificada por el usuario.
- \*— **Elemento 10:** Permite calcular la *Eficiencia de Captura*, para los parámetros de entrada.
- \*— **Elemento 11:** Por medio de este elemento es posible calcular las fuerzas de captura, para los parámetros de entrada.
- \*— **Elemento 12:** Este elemento permite establecer la cantidad de rayos. Sin embargo, estos rayos se refieren a la visualización y no controla la cantidad de rayos de la aproximación. Como si lo hace el *elemento* 7.
- \*— **Elemento 13:** Representa la cintura del haz ( $w_0$ ) que entra al objetivo de microscopio y ya que es previamente colimación se garantiza *overfilling* con la entrada del objetivo de microscopio que comúnmente está en milímetros ( $mm$ ).
- \*— **Elemento 14:** Este elemento permite establecer la apertura numérica del objetivo de microscopio, que se relaciona con el máximo ángulo respecto al eje del haz, con el que los rayos salen de la lente.
- \*— **Elemento 15:** Es una gráfica que representación pictóricamente la captura axial. Muestra en qué lugar incide el haz de captura respecto a la esfera y que corresponde a la posición de cálculo de las fuerzas.

- \*— **Elemento 16:** Es una gráfica donde se van dibujando punto a punto las curvas de fuerza. Esta Gráfica esta enlazada con el *elemento 15*, de tal forma que tanto el proceso de visualización como el de cálculo ocurre al mismo tiempo.
- \*— **Elemento 17:** En este panel se va observando el valor de fuerza en el punto de visualización y que será graficado en el *elemento 16*.
- \*— **Elemento 18-21:** Estos botones cumplen las mismas funciones que los *elementos* 17, 18, 19 y 20 en la opción del *método de Rayleigh*.

Finalmente, al seleccionar la opción 2 del *elemento 3* para captura transversal como se observa en la figura A.5:

- \*— **Elemento 4-14:** Son los mismos parámetros de entrada que en el método anterior.
- \*— **Elemento 15:** Es una gráfica que representa pictóricamente la captura transversal sobre el eje  $y$ . Muestra en qué lugar incide el haz de captura respecto a la esfera.
- \*— **Elemento 15-21** Cumplen la misma función que en caso de captura axial.

## Apéndice B

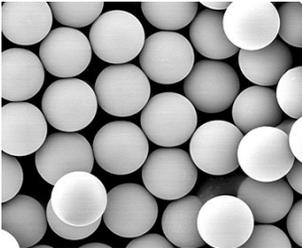
# Descripción Detallada de Piezas

### B.1. Pinza Holográfica

En la siguiente tabla se detallan las partes que componen la Pinza Óptica Holográfica del *Optical Trapping Lab-Grup de Biofotònica (BIOPT)*, del *Departament de Física Aplicada*, de la *Facultat de Física de la Universitat de Barcelona*.

<p style="text-align: center;"><b>Láser</b></p>  <p style="text-align: center;"><b>Figura B.1</b></p>	<ul style="list-style-type: none"><li>*— <b>Marca:</b> <i>Viasho</i></li><li>*— <b>Longitud de onda:</b> 1064, Infrarrojo</li><li>*— <b>Tipo:</b> Continúo</li><li>*— <b>Potencia:</b> 1W</li></ul>
<p style="text-align: center;"><b>Espejo Dicroico</b></p>  <p style="text-align: center;"><b>Figura B.2</b></p>	<ul style="list-style-type: none"><li>*— <b>Marca:</b> <i>Thorlabs</i></li><li>*— <b>Modelo:</b> <i>DMSP950T</i></li><li>*— <b>Refracción:</b> 420 – 900nm</li><li>*— <b>Reflexión:</b> 990 – 1600nm</li></ul>

<p style="text-align: center;"><b><u>Lentes</u></b></p>  <p style="text-align: center;"><b>Figura B.3</b></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>*— <b>Marca:</b> <i>Thorlabs</i></li> <li>*— <b>Modelo:</b> <i>AC254-200-C</i></li> <li>*— <b>Longitud de onda de trabajo:</b> <i>1016nm, 1330nm, y 1550nm</i></li> <li>*— <b>focal:</b> <i>200mm</i></li> </ul>
<p style="text-align: center;"><b><u>SLM</u></b></p>  <p style="text-align: center;"><b>Figura B.4</b></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>*— <b>Marca:</b> <i>Hamamatsu</i></li> <li>*— <b>Modelo:</b> <i>X10468</i></li> <li>*— <b>Tipo:</b> <i>LCOS-SLM, por reflexión</i></li> <li>*— <b>Número de píxeles:</b> <i>792x600</i></li> <li>*— <b>Eficiencia:</b> <i>79(633nm)</i></li> <li>*— <b>Área efectiva:</b> <i>15,8mmx12mm</i></li> </ul>
<p style="text-align: center;"><b><u>Objetivo de Microscopio</u></b></p>  <p style="text-align: center;"><b>Figura B.5</b></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>*— <b>Marca:</b> <i>Nikon</i></li> <li>*— <b>Apertura Numérica:</b> <i>1,2</i></li> <li>*— <b>Tipo:</b> <i>Inmersión en Agua</i></li> <li>*— <b>Aumento:</b> <i>200mm</i></li> </ul>

<p><b><u>Motor Piezoeléctrico</u></b></p>  <p><b>Figura B.6</b></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>*— <b>Marca:</b> <i>PiezoSystemJena</i></li> <li>*— <b>Modelo:</b> <i>nv403cle</i></li> </ul>
<p><b><u>Muestras</u></b></p>  <p><b>Figura B.7</b></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>*— <b>Marca:</b> <i>Polysciences</i></li> <li>*— <b>Material:</b> <i>poliestireno</i></li> <li>*— <b>Diámetro:</b> <math>1\mu m</math>, <math>3\mu m</math>, <math>5\mu m</math> y <math>8\mu m</math></li> </ul>
<p><b><u>Cámara</u></b></p>  <p><b>Figura B.8</b></p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>*— <b>Marca:</b> <i>QImaging</i></li> <li>*— <b>Modelo:</b> <i>Fast 1394 Digital Camera</i></li> <li>*— <b>Tipo:</b> <i>CCD Camera</i></li> <li>*— <b>Píxeles:</b> <math>1,4MP</math>, <math>1392 \times 1040</math> píxeles</li> </ul>

### Sensor



Figura B.9

- \*— **Marca:** *Impetux Optics*
- \*— **Modelo:** *Lunam<sup>TM</sup> T-40i*

### Microscopio



Figura B.10

- \*— **Marca:** *Nikon*
- \*— **Modelo:** *TE2000-E*
- \*— **Tipo:** Invertido

## B.2. Pinza Óptica Simple

En la siguiente tabla se detallan las partes que componen la Pinza Óptica Simple construida en el *Optical Trapping Lab-Grup de Biofotònica (BIOPT)*, del *Departament de Física Aplicada*, de la *Facultat de Física de la Universitat de Barcelona*.

<p style="text-align: center;"><b><u>Láser.</u></b></p>  <p style="text-align: center;"><b>Figura B.11</b></p>	<ul style="list-style-type: none"><li>*— <b>Marca:</b> DPSSL</li><li>*— <b>Longitud de onda:</b> 550nm, verde</li><li>*— <b>Tipo:</b> continuo</li><li>*— <b>Potencia:</b> 200mW</li></ul>
<p style="text-align: center;"><b><u>Espejos</u></b></p>  <p style="text-align: center;"><b>Figura B.12</b></p>	<ul style="list-style-type: none"><li>*— <b>Marca:</b> Thorlabs</li><li>*— <b>Modelo:</b> BB1-E02</li><li>*— <b>Reflexión:</b> 400 – 750nm</li></ul>
<p style="text-align: center;"><b><u>Lente 25,4mm</u></b></p>  <p style="text-align: center;"><b>Figura B.13</b></p>	<ul style="list-style-type: none"><li>*— <b>Marca:</b> Thorlabs</li><li>*— <b>Modelo:</b> LB1951</li><li>*— <b>Tipo:</b> 25,4mm</li></ul>

Lente de 200mm



Figura B.14

- \*— **Marca:** Thorlabs
- \*— **Modelo:** LB1945
- \*— **Focal** 200mm

Lampara Led



Figura B.15

- \*— **Marca:** Thorlabs
- \*— **Modelo:** M265L3

Lente 35mm



Figura B.16

- \*— **Marca:** Thorlabs
- \*— **Modelo:** LB1811
- \*— **Tipo:** 35mm

Lente de 75mm



Figura B.17

- \*— **Marca:** Thorlabs
- \*— **Modelo:** LB1901
- \*— **focal:** 75 mm

Filtro



Figura B.18

- \*— **Marca:** Thorlabs
- \*— **Modelo:** FD1G

Espejo Dicroico

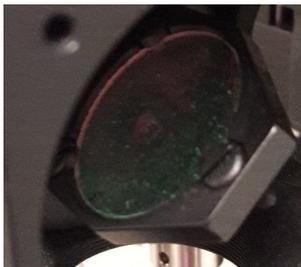


Figura B.19

- \*— **Marca:** Thorlabs
- \*— **Modelo:** DMLP567T
- \*— **Tipo:** 35mm

<p><u>Sist. de Micro Desp.</u></p>  <p>Figura B.20</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>*— <b>Marca:</b> <i>Thorlabs</i></li> <li>*— <b>Modelo:</b> <i>PT3</i></li> </ul>
<p><u>Objetivo de Microscopio</u></p>  <p>Figura B.21</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>*— <b>Marca:</b> <i>PZO</i></li> <li>*— <b>Apertura Numérica:</b> 1,3</li> <li>*— <b>Aumento:</b> 100x</li> <li>*— <b>Tipo:</b> Inmersión en aceite</li> <li>*— <b>Diámetro de la pupila:</b> 8mm</li> </ul>
<p><u>Cámara</u></p>  <p>Figura B.22</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>*— <b>Marca:</b> <i>IMAGINGSOURCE</i></li> <li>*— <b>Modelo:</b> <i>DMK 22BUC03</i></li> <li>*— <b>Tipo de sensor:</b> <i>CMOS</i></li> <li>*— <b>Píxeles:</b> 744 × 480(0,4MP), 76fps</li> </ul>

## Apéndice C

### Productos

- \* Parte de los resultados de este trabajo fueron presentados en el *XXVII CONGRESO NACIONAL DE FÍSICA* que se realizó en la ciudad de Santa Marta-Colombia del 3 al 6 de octubre del 2017 en modalidad póster. La participación en el evento fue apoyada por la Vicerrectoría de Investigaciones mediante la convocatoria “Movilidad Docentes 2017”.



**Figura C.1:** Certificado de asistencia al *XXVII CONGRESO NACIONAL DE FÍSICA*.



**Figura C.2:** Certificado de ponencia bajo la modalidad póster al *XXVII CONGRESO NACIONAL DE FÍSICA*.

- ✱— Como conclusión de un trabajo previo [53], y que sirvió como base para el presente trabajo se logró la una publicación en revista indexada relacionada con la construcción de una Interfaz Gráfica en Usuario en MATLAB que permite el análisis de las fuerzas bajo el *Régimen de Rayleigh* y el *Régimen de Mie* para un haz Gaussiano  $TEM_{00}$ [48].



Bistua:Revista de la Facultad de Ciencias Básicas.2016.14(2):182-193



## INTERFAZ GRAFICA PARA EL ANÁLISIS DE LAS FUERZAS DE CAPTURA EN UNA PINZA ÓPTICA USANDO LAS APROXIMACIONES DE RAYLEIGH Y MIE

**Darby Páez Amaya., Néstor A. Arias Hernandez., Martha Lucía Molina Prado**

Grupo de Óptica Moderna (GOM), Facultad de Ciencias Basicas.Departamento de Física y Geología Universidad de Pamplona, Pamplona, Colombia.

### Resumen

En este trabajo se desarrolla una Interfaz Gráfica de Usuario en el software MATLAB, que facilita el análisis de las fuerzas de la luz responsables de la captura de esferas dieléctricas con una pinza óptica tipo gradiente, y que implementa los "Métodos aproximados", en particular: el "Método Dipolar de Rayleigh" que usa ecuaciones de la electrodinámica para modelar el comportamiento de las fuerzas de captura y el "Método de Rayos Ópticos" que usa la óptica geométrica, permitiendo por medio de ecuaciones sencillas, obtener una aproximación al comportamiento de las fuerzas de captura.

**.Palabras Clave:** Pinza óptica, régimen de Rayleigh, régimen de Mie, fuerza de gradiente, fuerza de Scattering.

### Abstract

#### GRAPHIC INTERFACE FOR ANALYSIS OF THE CAPTURE FORCES IN OPTICAL TWEEZERS USING APPROXIMATION RAYLEIGH AND MIE

A graphical user interface in Matlab for the analysis of forces of light responsible of capture of dielectric sphere with an optical tweezers kind of gradient is realized. In this interface is utilized "approximate methods", in particular: "Dipole Method Rayleigh" that used equations of electrodynamics to model the behavior of forces capture and "Method of Optical Rays" that used geometrical optics, allowing obtained an approximation to the behavior of the capture forces.

**Keywords:** Optical tweezers, method Rayleigh, method of Mie, gradient forces, scattering forces.



183

\*Para citar este artículo: Páez Amaya D., Arias Hernandez N.A., Martha Lucía Molina Prado.M.L.Interfaz gráfica para el análisis de las fuerzas de captura en una pinza óptica usando las aproximaciones de Rayleigh y Mie.Revista Bistua. 2016.14(2):182-193

+ Autor para el envío de correspondencia y la solicitud de las separatas: Páez Amaya D. Grupo de Óptica Moderna (GOM). Facultad de Ciencias Básicas. Departamento de Física y Geología Universidad de Pamplona, Pamplona, Colombia. email: darbypaez@hotmail.com

Recibido: Octubre 15 2015

Aceptado: Mayo 20 2016

## Introducción

Una pinza óptica es un instrumento que permite capturar y manipular objetos micrométricos y sub-micrométricos usando un haz láser altamente enfocado. Desde la primera observación de captura con presión de radiación [1], se abrió una ventana de aplicaciones en múltiples áreas de la pinza óptica, tales como: la física atómica[2], la nanotecnología[3], la biotecnología[3], la genética[4] en donde se destacan campos como: la biología y la microbiología, debido a la facilidad de analizar de manera individual a los organismos, además de medir fuerzas mecánicas y propiedades elásticas[4,5] con las pinza ópticas. En estas áreas se trabaja con organismos vivos y con el uso de técnicas convencionales, se corre el riesgo de deteriorar la muestra y es debido a la capacidad de sostener y mover organismos sin hacer contacto directo y ejerciendo pequeñas fuerzas de alrededor de los  $pN$  que la pinza óptica se presenta como una herramienta de alto nivel para la investigación.

En este trabajo, se desarrolla una Interfaz Gráfica de Usuario en MATLAB para el análisis de las fuerzas que ejerce la luz sobre una esfera dieléctrica en una pinza óptica tipo gradiente y que permiten la captura de la esfera. En la interfaz se puede introducir datos propios del medio, de la esfera y del láser, al igual que el análisis del comportamiento de las fuerzas de captura para diferentes situaciones. Además, se implementan una variedad de métodos para describir las fuerzas de captura, denominados métodos aproximados, que requieren de ciertas



suposiciones que simplifican los cálculos. El primero de ellos denominado “Teoría Dipolar de Rayleigh” (RDT) o llamado también “Régimen de Rayleigh” aplicado cuando el diámetro de la esfera es mucho menor que la longitud de onda de la luz usada para la captura; este método aproxima el comportamiento de la esfera y la luz a la de un dipolo puntual en un campo electromagnético y que permite el uso de las ecuaciones de la electrodinámica [6]. El segundo de estos métodos es la denominada “Teoría de Rayos Ópticos” (ROT) o llamado también “Régimen de Mie” aplicado cuando las dimensiones de la esfera son mucho mayores que la longitud de onda de la luz; este método divide el haz de captura en múltiples rayos que llevan consigo una cantidad de momento y que transfieren cierta cantidad a la esfera cuando se refleja o refracta sobre su superficie [7].

### MARCO TEÓRICO

Los dos modelos implementados en la interfaz permiten por medio de ecuaciones sencillas obtener una aproximación al fenómeno de captura; estos métodos dividen las fuerzas ópticas en dos:

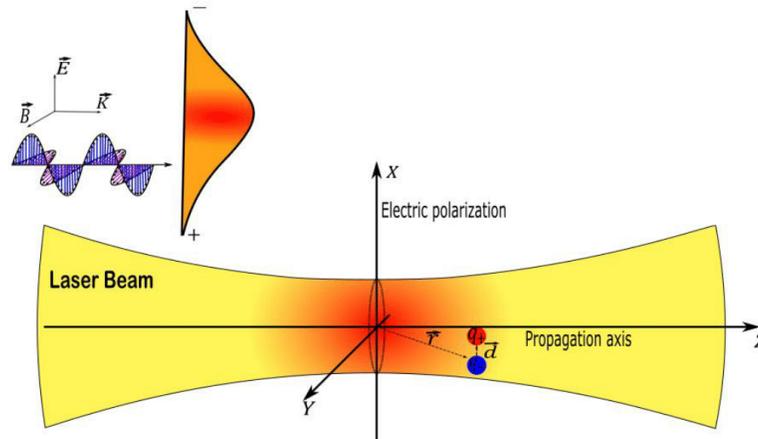
- Fuerza de Scattering: ligada a fenómenos de dispersión del haz de luz al incidir sobre la esfera y que es aplicada en dirección del haz incidente.
- Fuerza de gradiente: dependiente del gradiente espacial de la intensidad del haz de luz incidente y causante de la captura óptica.

### RÉGIMEN DE RAYLEIGH

Este método es aplicado cuando el diámetro de la esfera es significativamente menor a la longitud de onda de la luz. El método consiste en considerar la luz como onda electromagnética y analizar el comportamiento de la esfera dieléctrica cuando ésta interactúa con la radiación de captura. Debido a que la esfera dieléctrica está formada por  $N$  átomos neutros que bajo una aproximación clásica pueden ser considerados como dipolos eléctricos puntuales y que se reordenan y reorientan cuando el campo eléctrico inciden sobre ella; dicho campo es considerado homogéneo sobre la extensión de la esfera debido a lo significativamente pequeña de esta, igualmente, la esfera se comporta como un dipolo eléctrico puntual ubicado en el origen de esta [6], cuando es analizada desde un punto de observación  $\vec{r}(x, y, z)$  ubicado en el centro del haz, y como se observa en la figura 1. Una primera fuerza es consecuencia de la interacción de los campos eléctrico  $\vec{E}(\vec{r}, t)$  y magnético  $\vec{B}(\vec{r}, t)$  sobre la esfera y es representada por la “fuerza de Lorentz”. El procedimiento consiste en calcular la fuerza eléctrica y magnética desde el punto de observación  $\vec{r}$  sobre el dipolo eléctrico y realizando

una expansión de Taylor multidimensional sobre la función campo eléctrico y campo magnético para la carga positiva, debido a que la separación  $\vec{d}$  entre la carga negativa y positiva es muy pequeña podemos no tener en cuenta los términos de segundo orden y ordenes superiores. Teniendo presente la contribución de ambos campos sobre las cargas, la fuerza es:

$$\vec{F}_{Neta} = q \left\{ \vec{d} \nabla \vec{E}(\vec{r}, t) + \frac{d\vec{d}}{dt} \times \vec{B}(\vec{r}, t) \right\}. \quad (1)$$



**Figura 1:** Representación de la acción del campo eléctrico y magnético del haz Gaussiano sobre el dipolo eléctrico desde un punto de evaluación  $\vec{r}$  ubicado en el origen coordinado y representación de los signos del campo eléctrico en un instante de tiempo, distribución Gaussiana del campo eléctrico y direcciones de propagación de los campos eléctrico, magnético y propagación de la onda electromagnética.

Por acción del campo eléctrico se produce una reorientación (giro) en las cargas y se produce un “momento dipolar eléctrico” que tiene la forma [6] [8]:

$$\vec{p}(\vec{r}, t) = 4\pi n_m^2 \epsilon_0 a^3 \left( \frac{m^2 - 1}{m^2 + 2} \right) \vec{E}(\vec{r}, t), \quad (2)$$



186

donde,  $a$  es el radio de la esfera,  $m = n_p/n_m$  es el índice de refracción relativo de la esfera, con  $n_m$  y  $n_p$  los índices de refracción del medio y de la esfera respectivamente. Usando la definición de momento dipolar podemos reemplazando la ecuación 2 en la ecuación 1 y usando identidades vectoriales, además, debido a que el campo eléctrico varía rápidamente en el tiempo se hace necesario usar el promedio temporal y así obtener:

$$\vec{F}_G(\vec{r}) = \frac{2\pi n_m a^3}{c} \left[ \frac{m^2 - 1}{m^2 + 2} \right] \vec{\nabla} I(\vec{r}). \quad (3)$$

La expresión (3) es denominada fuerza de gradiente. Ahora, considerando la forma del campo eléctrico del haz Gaussiano [9]:

$$\vec{E}(\rho, z) = E_0 \frac{w_0}{w(z)} \exp\left[-\frac{\rho^2}{w^2(z)}\right] \exp\left[-\frac{ik\rho^2}{2R(z)}\right] \exp[-i(kz - \phi(z))] \hat{x}, \quad (4)$$

donde  $\hat{x}$  es el vector unitario en la dirección de polarización,  $R(z)$  es el radio de curvatura,  $W(z)$  denominado "radio del haz Gaussiano",  $\phi(z)$  es el cambio de fase de Gouy",  $k = 2\pi/\lambda$  es el número de onda en el medio ( $\lambda$  es la longitud de onda en el medio) y  $E_0$  es el campo eléctrico en el centro de la cintura del haz ( $x = y = z = 0$ ). Luego, calculamos la intensidad para el haz gaussiano a partir de la ecuación (4), reemplazando en la ecuación (3) y aplicando el operador nabla podemos obtener las ecuaciones para la fuerza de gradiente en las tres direcciones normalizadas  $(\tilde{x}, \tilde{y}, \tilde{z}) = \left(\frac{x}{w_0}, \frac{y}{w_0}, \frac{z}{kw_0^2}\right)$  [6]:

$$\vec{F}_{G,x}(r) = -\frac{2\pi n_m a^3}{c} \left( \frac{m^2 - 1}{m^2 + 2} \right) \frac{\frac{4\tilde{x}}{w_0}}{1 + (2\tilde{z})^2} \left( \frac{2P}{\pi w_0^2} \right) \left( \frac{1}{1 + (2\tilde{z})^2} \right) \exp\left[-\frac{2(\tilde{x}^2 + \tilde{y}^2)}{1 + (2\tilde{z})^2}\right] \hat{x}, \quad (5)$$

$$\vec{F}_{G,y}(r) = -\frac{2\pi n_m a^3}{c} \left( \frac{m^2 - 1}{m^2 + 2} \right) \frac{\frac{4\tilde{y}}{w_0}}{1 + (2\tilde{z})^2} \left( \frac{2P}{\pi w_0^2} \right) \left( \frac{1}{1 + (2\tilde{z})^2} \right) \exp\left[-\frac{2(\tilde{x}^2 + \tilde{y}^2)}{1 + (2\tilde{z})^2}\right] \hat{y}, \quad (6)$$

$$\vec{F}_{G,z}(r) = -\frac{2\pi n_m a^3}{c} \left( \frac{m^2 - 1}{m^2 + 2} \right) \frac{\frac{8\tilde{z}}{kw_0^2}}{1 + (2\tilde{z})^2} \left[ 1 - \frac{2(\tilde{x}^2 + \tilde{y}^2)}{1 + (2\tilde{z})^2} \right] \left( \frac{2P}{\pi w_0^2} \right) \left( \frac{1}{1 + (2\tilde{z})^2} \right) \exp\left[-\frac{2(\tilde{x}^2 + \tilde{y}^2)}{1 + (2\tilde{z})^2}\right] \hat{z}, \quad (7)$$

Siendo  $P$  la potencia del haz láser y  $c$  la velocidad de la luz en el vacío. La segunda fuerza que tendremos en cuenta es la que surge de la dispersión de la



luz cuando la onda electromagnética incide sobre el dipolo. Debido a la naturaleza oscilante de los campos eléctrico y magnético el dipolo oscila y actúa como una fuente de emisión secundaria que emite ondas electromagnéticas en todas las direcciones y también al tamaño significativamente pequeño de la esfera con respecto a la longitud de onda de la luz, el dipolo oscila sincrónicamente con el campo. Además, como el medio que rodea a la esfera se considera homogéneo y según el principio de Fresnel-Huygens, la propagación resultante es en dirección de la onda incidente, así, teniendo en cuenta el intercambio de momento lineal del haz al dipolo y escribiendo en términos de la sección transversal de dispersión y las consideraciones anteriores, podemos obtener la denominada fuerza de Scattering [6]:

$$\vec{F}_{Scatt}(r) = \frac{8n_m \pi k^4 a^6}{3c} \left| \frac{m^2 - 1}{m^2 + 2} \right|^2 \left( \frac{2P}{\pi w_0^2} \right) \frac{1}{[1 + (2\tilde{z})^2]} \exp \left[ -\frac{2(\tilde{x}^2 + \tilde{y}^2)}{1 + (2\tilde{z})^2} \right] \hat{z}. \quad (8)$$

### RÉGIMEN DE MIE

Cuando el diámetro de la esfera es mucho mayor que la longitud de onda de la luz de captura, la aproximación dipolar no es aplicable y es allí donde la óptica geométrica que usa el “rayo luminoso” para aproximar el comportamiento de la luz, ha logrado ser efectiva en describir la captura óptica. El rayo de luz lleva consigo asociada una cantidad de momento lineal y transfiere cierta cantidad a la esfera cuando interactúa con la superficie de ésta y puede ser escrita en términos de la eficiencia de captura  $Q$ ; parámetro que cuantifica la eficiencia en la transferencia de momento lineal [7]:

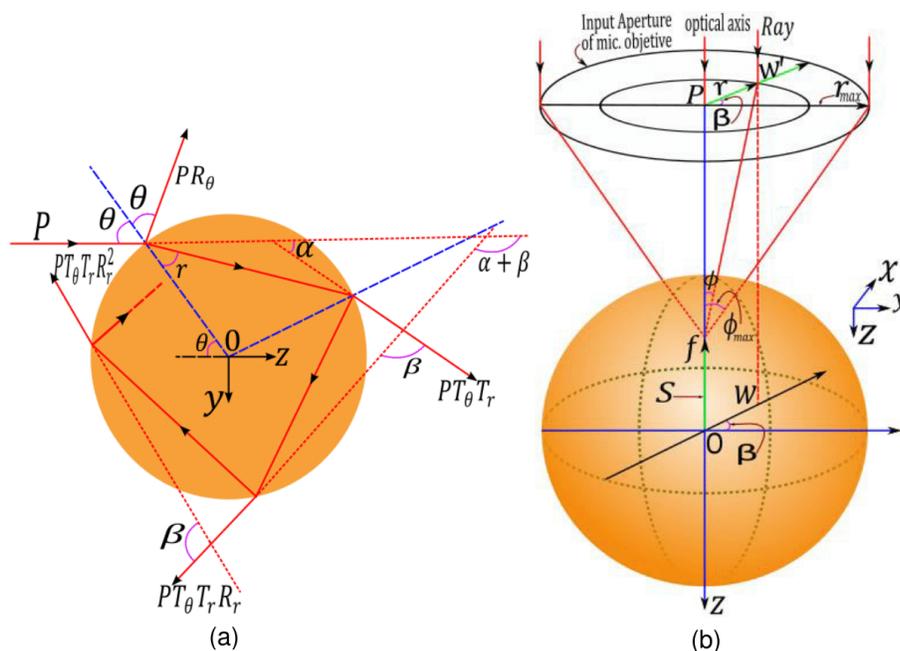
$$\vec{F} = \vec{Q} \left( \frac{c}{n_m P} \right). \quad (9)$$

Si un rayo de potencia  $P$  golpea la superficie de una esfera con cierto ángulo  $\theta$  y genera múltiples reflexiones y refracciones como se observa en la figura 2(a); donde  $R$  y  $T$  son los coeficientes de Fresnel para la intensidad. Podemos entonces calcular la fuerza de captura que puede ser dividida en la componente  $z$  longitudinal a la dirección de propagación y que denominamos “Fuerza de Scattering” y en una componente  $y$  transversal a la dirección de propagación que denominamos “Fuerza de gradiente”, donde se tienen en cuenta la contribución de todos los rayos y con el uso de relaciones geométricas propias de la figura 2(a), podemos obtener [7]:

$$\vec{F}_{Scatt}(\theta) = \vec{F}_z(\theta) = \frac{n_m P}{c} \left\{ 1 + R_\theta \cos(2\theta) - T_\theta T_r \left[ \frac{\cos(2\theta - 2r) + R_r \cos(2\theta)}{1 + R_r^2 + 2R_r \cos(2r)} \right] \right\} \hat{z}, \quad (10)$$

$$\vec{F}_c(\theta) = \vec{F}_y(\theta) = \frac{n_m P}{c} \left\{ R_\theta \sin(2\theta) - T_\theta T_r \left[ \frac{\sin(2\theta - 2r) + R_r \sin(2\theta)}{1 + R_r^2 + 2R_r \cos(2r)} \right] \right\} \hat{y}. \quad (11)$$

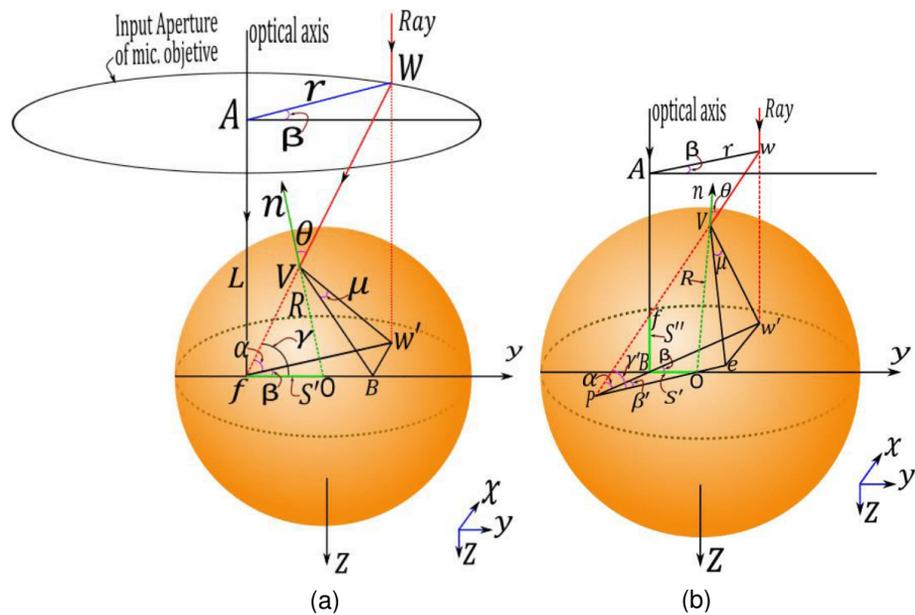
Sin embargo, el análisis del caso anterior no basta para describir el comportamiento de las fuerzas de captura [7] y es necesario analizar algunas situaciones importantes como por ejemplo, cuando el centro de la esfera se encuentra en el eje geométrico del objetivo de microscopio como se observa en la figura 2(b).



**Figura 2:** (a) Rayo con potencia  $P$  golpea una esfera formando un ángulo  $\theta$  con la normal. (b) Geometría usada para representar una trampa óptica cuando el centro de la esfera está en el eje del haz.

Otra situación de particular interés ocurre cuando el centro de la esfera se

encuentra sobre el eje  $y$  y el punto focal de la lente ( $f$ ) está sobre el eje transversal  $y$  a una distancia  $S'$  del origen de la esfera como se observa en la figura 3(a), otra situación que se debe analizar es cuando el haz de captura está enfocado arbitrariamente en el plano  $xy$  en un punto  $f$  localizado a una distancia  $S'$  en la dirección  $-\hat{y}$ , y a una distancia  $S''$  en la dirección  $-\hat{z}$  y cuya proyección  $P$  se encuentra sobre el plano  $xy$  como se observa en la figura 3(b).



**Figura 3:** (a) Geometría usada para representar una trampa óptica cuando el centro de la esfera se encuentra en el eje transversal  $y$ . (b) Geometría usada para representar el caso cuando la luz de captura está enfocada sobre un punto arbitrario en el plano  $xy$ .

El procedimiento para analizar estas situaciones consiste en encontrar la contribución de las fuerzas de Scattering y gradiente para los distintos casos, teniendo en cuenta que para la fuerza de Scattering se toman las contribuciones longitudinales a la dirección de propagación y para la fuerza de gradiente las contribuciones transversales a la dirección de propagación y usar las ecuaciones de la primera descripción (ecuaciones 10 y 11 y figura 1(a)) además de usar relaciones de ángulos para obtener expresiones conocidas y aplicar simplificaciones propias de la simetría del problema, para encontrar expresiones generales a la hora de analizar la contribución total del haz en todos los

cuadrantes del objetivo de microscopio.

## INTERFAZ

Se desarrolló una Interfaz Gráfica de Usuario en donde se implementa los dos métodos vistos anteriormente, la cual facilita el análisis de las fuerzas presentes en la captura óptica de una esfera dieléctrica por una pinza óptica tipo gradiente, además de dar una vista cualitativa al fenómeno de captura.

La interfaz tiene dos opciones principales, en la primera de ellas llamada “Régimen de Rayleigh” se implementa el método visto en la sección 2.1 además esta opción principal posee dos sub-opciones: “Análisis 2D” y “Análisis 3D” que permiten un análisis de las fuerzas en 2D y un análisis del campo de fuerzas en 3D; un panel de introducción de parámetros por parte del usuario y un panel de control para la interfaz, además de 4 gráficas que permiten la visualización del comportamiento de las fuerzas, como se observa en la figura 4.

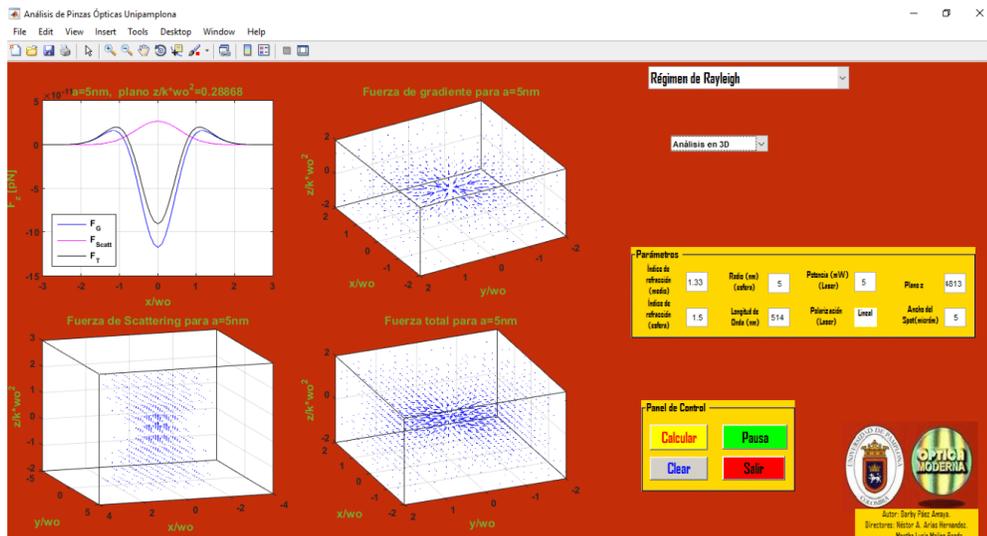


Figura 4: Interfaz, Régimen de Rayleigh.

implementa el Toolbox OTGO [11], el cual permite una visualización punto a punto, facilitando el análisis y la interpretación del comportamiento de las fuerzas



de captura, además de una visualización cualitativa del fenómeno.

En esta segunda opción principal se cuenta con 5 sub-opciones, la primera permite analizar la descripción más simple de una trampa óptica [7] (figura 2(a)) llamada "Primera descripción". La interfaz cuenta con una gráfica donde se puede observar cualitativamente el fenómeno (gráfica de la izquierda en la figura 5) según el paso que el usuario establezca y se puede observar el comportamiento de las fuerzas o eficiencias de captura con el paso establecido por el usuario (gráfica de la derecha en la figura 5); de igual manera esta opción principal cuenta con un panel de parámetros donde el usuario introduce los datos y un panel de visualización de datos para facilitar el análisis, además de un panel de control para la interfaz [10]. La segunda de estas sub-opciones se llama "Foco sobre  $z$ " y permite analizar las fuerzas de captura cuando el centro de la esfera coincide con el eje geométrico de la lente y de igual forma para esta sub-opción la gráfica de la izquierda muestra una visualización del proceso y la gráfica de la derecha muestra el comportamiento de las fuerzas o eficiencias de captura; ambas graficas moviéndose al mismo paso, esto facilita el análisis e interpretación del fenómeno de captura, así mismo las siguientes sub-opción se denominan "Foco sobre el eje  $y$ ", "Foco sobre el plano  $xy$ ", "Foco sobre el plano  $yz$ ", la cuales permiten analizar las situaciones de captura para cuando la esfera se desplaza sobre el eje  $y$ , plano  $xy$  y plano  $yz$  del foco del haz respectivamente.

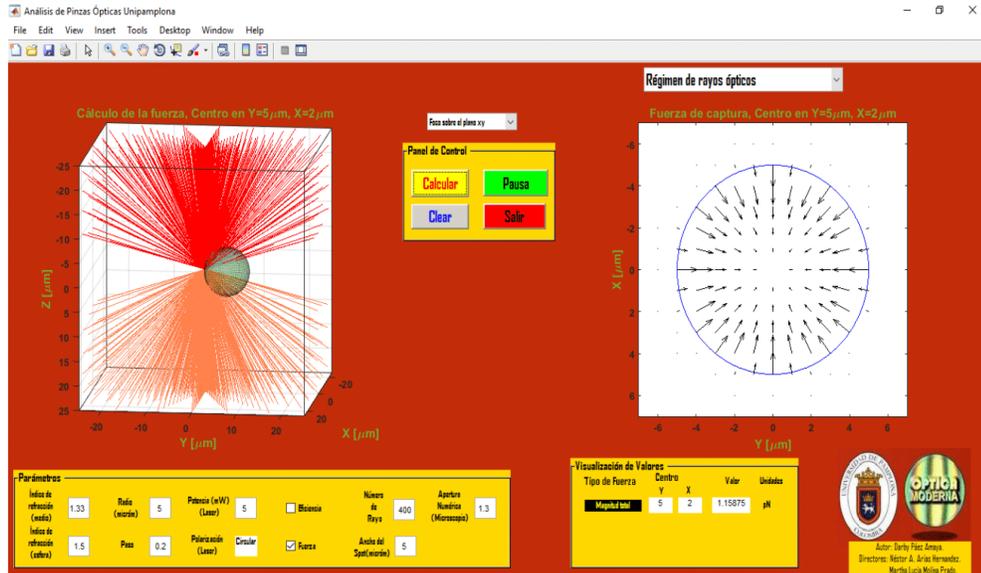


Figura 5: Interfaz, Régimen de rayos ópticos.

## CONCLUSIONES

En este trabajo se presenta una Interfaz Gráfica de Usuario desarrollada en Matlab que implementa una variedad de métodos denominados “Métodos aproximados” y que facilita enormemente los primeros pasos hacia el entendimiento del fenómeno de captura, debido a que además de facilitar la visualización del fenómeno, facilita el análisis del comportamiento de las fuerzas ejercidas por la luz en la captura de una esfera dieléctrica en una trampa óptica tipo gradiente.

## Agradecimientos

Este trabajo se desarrolló gracias al apoyo de la Vicerrectoría de Investigaciones de la Universidad de Pamplona, a los proyectos de Investigación PR130-00-013 (GA150-BP-II-2013-2.1.2.2.1) y PR130-00-012 (GA160-BP-II-2013-2.1.2.2.1).

## Referencias bibliográficas

1. Ashkin, A. (1970). Acceleration and trapping of particles by radiation pressure. Phys. Rev, 156-159.



2. Ashkin, A. (1970). Atomic-beam deflection by resonance-radiation pressure. *Phys. Rev. Lett.*, 1321.
3. Ritesh Agarwal, o. L. (2005). Manipulation and assembly of nanowires with holographic optical traps. *Opt Express*, 8906-12.
4. Christoph G. Baumann, S. B. (1997). Ionic effects on the elasticity of single DNA molecules. *Natl Acad Sci U S A.*, 6185-90.
5. Karel Svoboda, C. F. (1993). Direct observation of kinesing stepping by optical trapping interferometry. *Nature*, 721 - 727.
6. Yasuhiro Harada, T. A. (1996). Radiation forces on a dielectric sphere in the Rayleigh scattering regime. *Optics Communications*, 529-541.
7. Ashkin, A. (1992). Forces of a single-beam gradient laser trap on a dielectric sphere in the ray optics regime. *Biophys J.*, 569–582.
8. Jackson, J. D. (1999). Boundary-Value Problems with Dielectrics. En J. D. Jackson, *Classical Electrodynamics* (pág. 154). California: John Wiley & Sons, Inc.
9. Saleh, B. (1991). The gaussian beam. En Bahaa E. A. Saleh, “Fundamentals of photonics” (pág. 81-83). Madison, Wisconsin: John Wiley & Sons, INC.
10. Páez Amaya, Darby (2015). “Análisis Teórico de las Pinzas Ópticas Bajo las Aproximaciones de Rayleigh y Mie”. Trabajo de grado, programa de Física, Departamento de Física y Geología; Universidad de Pamplona.
11. Agnese Callegari, M. M. (2014). Computational toolbox for optical tweezers in geometrical optics. *Journal of the Optical Society of America B*, B11-B19.

- ✱— Con los resultados obtenidos en este trabajo, se logró un nuevo producto tipo artículo que fue aceptado en una revista indexada y que será próximo a publicarse, como consta en la carta (figura C.3). Este artículo se relaciona con resultados obtenidos en el cálculo del comportamiento de las fuerzas de captura por un haz Laguerre Gaussiano tipo  $TEM_{01}^*$  bajo el *Régimen de Mie* y puede ser observado a continuación:

**ESTUDIO DE LAS FUERZAS DE UNA PINZA ÓPTICA SOBRE UNA ESFERA  
DIELÉCTRICA EN EL REGIMEN DE LA ÓPTICA DE RAYOS PARA UN HAZ DE  
CAPTURA LAGUERRE GAUSSIANO MODO  $TEM_{01}^*$**

**STUDY OF THE FORCES OF AN OPTICAL TWEEZER ON A DIELECTRIC  
SPHERE IN THE RAY OPTICS REGIME FOR A BEAM OF CAPTURE  
LAGUERRE-GAUSS MODE TEM  $TEM_{01}^*$**

Darby Páez Amaya<sup>1</sup>, Néstor A. Arias Hernandez<sup>1</sup>, Martha Lucía Molina Prado<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Grupo de Óptica Moderna (GOM), Departamento de Física y Geología

Universidad de Pamplona, Pamplona, Colombia.

Correo autor: [darbypaez@hotmail.com](mailto:darbypaez@hotmail.com)

Nombre del autor responsable: DARBY PÁEZ AMAYA

Dirección completa: Departamento de Física y Geología

Universidad de Pamplona

Número telefónico: 314 217 7483

Dirección electrónica: [darbypaez@hotmail.com](mailto:darbypaez@hotmail.com)

## RESUMEN

La implementación de las pinzas ópticas en el estudio de procesos biológicos a micro escala, ha demostrado ser útil desde su invención. La predicción del comportamiento de las fuerzas responsables de la captura óptica, sumado al uso actual de haces con vórtices, que han demostrado múltiples ventajas respecto a las trampas convencionales de tipo Gradiente, plantean un problema actual y de continua evolución desde sus inicios. En este trabajo se realiza un estudio teórico de las fuerzas ópticas presentes en la captura de una esfera dieléctrica por un haz Laguerre Gaussiano modo doughnut-shaped de tipo  $TEM_{01}^*$ , polarizado circularmente, implementando las aproximaciones del Método de Rayos ópticos. Para facilitar el análisis del comportamiento de dichas fuerzas y con la particularidad de poder modificar los parámetros de captura y facilitar la visualización del fenómeno, se construye una Interfaz Gráfica de Usuario.

**Palabras Claves:** Pinza óptica, Régimen de Rayos Ópticos, modos doughnut-shaped.

## ABSTRACT

The implementation of optical tweezers in the study of biological processes at a micro scale, has proved useful since its invention. The prediction of the behavior of the forces responsible for the optical capture, added to the current use of beams with vortices, that have shown multiple advantages with respect to the conventional Gradiente type traps, pose a current problem and of continuous evolution from its beginnings. In this work, a theoretical study of the optical forces present in the capture of a dielectric sphere by a Gaussian Laguerre beam mode donut-shaped mode  $TEM_{01}^*$ , circularly polarized, is carried out, implementing the approximations of the Optical Ray Method. To facilitate the analysis of the behavior of these forces and with the particularity of being able to modify the capture parameters and facilitate the visualization of the phenomenon, a Graphical User Interface is constructed.

**Key words:** Optical tweezer, Ray Optics Regime, donut-shaped modes.

## 1. INTRODUCCIÓN

La historia de las pinzas ópticas tiene sus inicios en el fenómeno de presión de radiación, cuyas primeras evidencias se remontan al siglo XVII, con observaciones astronómicas de Johannes Kepler; pasando por los fundamentos teóricos de James Clerk Maxwell y experimentos de E.F. Nichols y G.F. Hull en 1901, que serían evidencias preliminares del fenómeno, pero sin gran impacto tecnológico. Años más tarde, mediante contribuciones desde la mecánica cuántica de Max Planck y Albert Einstein y la invención del láser en 1960, se lograría la primera evidencia experimental de captura óptica de micro esferas en 1970 por A. Ashkin en los laboratorios Bell [1]; grupo que es considerado pionero en el campo. Sin embargo, se habla de pinza ópticas desde 1986, donde se abre una ventana a la aplicación de dichos dispositivos a múltiples áreas como la Física Atómica, la Nanotecnología, la Biotecnología, la Genética y donde se destacan campos como la Biología y la Microbiología. Su gran impacto se debe a que la pinza óptica facilita analizar de manera individual a los micro organismos, ya que permite capturarlos sin contacto mecánico, ejerciendo fuerzas del orden de los  $pN$ , además, luego de ser calibrada, permite medir fuerzas mecánicas y propiedades elásticas [2-3]. En la actualidad la pinza óptica se presenta como la herramienta más versátil, en el campo de las muestras in vivo [4].

Actualmente, el uso de vórtices ópticos, como haces de captura, se ha incrementado, como una solución a algunos de los problemas actuales que presentan las pinzas ópticas convencionales de tipo gradiente, en donde una selección inadecuada de la longitud de onda y potencia del láser conlleva a daños

sobre la muestra, llamado comúnmente como *opticution* [5]. Los modos doughnut-shaped en especial el tipo  $TEM_{01}^*$ , presentan vórtices ópticos y propiedades exóticas, como el momento angular y se presentan como una de las soluciones a algunos de estos problemas; al no contar una zona central de alto gradiente de intensidad de radiación y por ello, estos haces han encontrado aplicaciones innovadoras en las pinzas ópticas [6-8].

En este trabajo, se desarrolla un estudio teórico, implementando el Método de Rayos ópticos [9-10], que pertenece a una variante de métodos utilizados para predecir el comportamiento de las fuerzas de radiación, denominados Métodos aproximados. Esta variante de métodos implementa varias aproximaciones y en particular el método de rayos ópticos, utiliza las de la óptica geométrica. Con el fin de facilitar el análisis de dichas fuerzas, cambiando los parámetros de captura, se programó una Interfaz Gráfica de Usuario en MATLAB. La interfaz desarrollada facilita la comprensión teórica de las pinzas ópticas que implementen un haz Laguerre Gaussiano, en especial el tipo  $TEM_{01}^*$ , ya que permite una fácil visualización cualitativa al fenómeno de captura por las fuerzas de radiación, implementando el método de los rayos ópticos, método que ha demostrado ser válido, bajo el cumplimiento de sus aproximaciones.

## 2. MARCO TEÓRICO

Los métodos aproximados han demostrado ser útiles, debido a que proporcionan una descripción cualitativa al fenómeno óptico de captura. El método que se implementa está dentro de estos, denominado Método de Rayos Ópticos, válido cuando las dimensiones del objeto capturado son al menos un orden mayor que la longitud de onda del haz de captura, en otras palabras, al que convencionalmente se le conoce como Régimen de Mie. El método consiste en dividir el haz de captura en múltiples rayos luminosos independientes; rayos que cumplen la óptica geométrica, lo que permite despreciar los efectos de difracción. Este método permite encontrar ecuaciones sencillas, para la descripción de las fuerzas de radiación, bajo las siguientes condiciones:

- La partícula capturada sea una esfera dieléctrica, isotrópica, homogénea y transparente, por lo tanto, no absorbente de radiación.
- La trayectoria de los rayos luminosos es rectilínea y solo cambia su dirección cuando se refleja o refracta al incidir sobre la superficie de la esfera dieléctrica, siguiendo las leyes de Snell y cambios en la polarización según las fórmulas de Fresnel.
- La trayectoria de los rayos de luz a través de diferentes medios es reversible.

Actualmente, es bien conocido, que la luz lleva asociada una cantidad de momento lineal, que para un fotón está definida como

$$|\vec{p}| = \hbar|\vec{k}| = \frac{n_m E}{c} \quad (1)$$

donde  $\hbar$  es la constante de Planck cuantizada,  $n_m$  es el índice de refracción del medio,  $E$  es la energía del fotón y  $c$  es la velocidad de la luz en el vacío.

Cada rayo de luz que conforma al haz incidente, puede ser considerado como  $N$  fotones con una magnitud de momento lineal definida. Cuando un rayo de luz incide sobre la superficie de la esfera, puede transferir cierta cantidad de momento lineal. Si consideramos cada rayo de forma infinitesimal, la magnitud del diferencial de fuerza que puede ejercer un solo rayo, que lleva consigo una potencia  $dP$  será [9]

$$dF = \frac{n_m}{c} dP, \quad (2)$$

de la ecuación anterior es posible observar que la fuerza que experimenta una esfera, depende de la potencia que logró transmitir el rayo de luz a la esfera dieléctrica. Consideremos un rayo de potencia  $dP$ , que incide con cierto ángulo  $\theta$  con respecto a una normal, sobre la superficie de una esfera de radio  $R$  y que genera múltiples reflexiones y refracciones, como se observa en la Fig. 1.

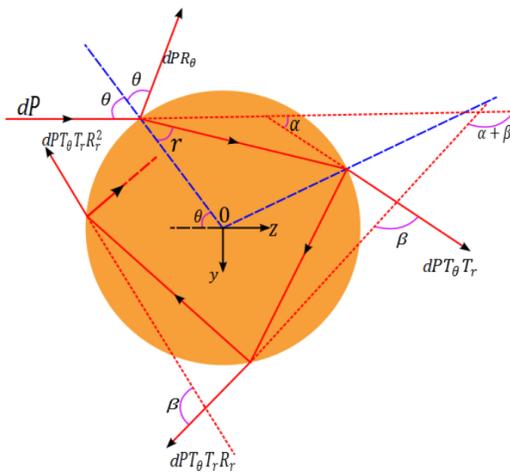


Figura 1. Rayo con potencia  $dP$  sobre una esfera.

Es posible observar en la Fig. 1, que para tener en cuenta el diferencial de fuerza total que un rayo con potencia  $dP$ , ejerce sobre la esfera, se debe calcular la cantidad de momento lineal que el rayo de luz transfiere a la esfera y tener en cuenta que dicho momento lineal del rayo cambia cuando este se refleja o refracta al incidir sobre la superficie de la esfera. Con el fin de simplificar el problema, descomponemos la fuerza total que experimenta la esfera, en una componente sobre el eje  $z$ , eje de propagación del rayo luminoso y otra sobre el eje  $y$ , eje *transversal* al eje de propagación [9-12]:

$$dF_z = \frac{n_m}{c} \left[ dP_{P,z} - \left( dP_{R,z} + \sum_{n=0}^{\infty} dP_{T_{n,z}} \right) \right], \quad (3)$$

$$dF_y = \frac{n_m}{c} \left[ dP_{P,y} - \left( dP_{R,y} + \sum_{n=0}^{\infty} dP_{T_{n,y}} \right) \right], \quad (4)$$

donde  $dP_p$  es la potencia del rayo incidente,  $dP_R$  es la potencia del primer rayo que se refleja y  $dP_{T_n}$  la potencia de los rayos emergentes de la esfera y donde se toman en cuenta las reflexiones y refracciones desde que el rayo entra a la esfera hasta que sale de esta, como se puede observar en la Fig. 1. Por lo tanto, para este análisis, hay que tener en cuenta los coeficientes de Fresnel, que permiten expresar la razón del flujo de energía de un rayo que atraviesa o es reflejado por una determinada superficie con respecto a la energía del rayo incidente. Teniendo en cuenta algunas relaciones de los ángulos de la Fig. 1 y la convergencia de series geométricas, es posible obtener el diferencial de fuerza de *scattering*  $dF_{scatt}$  y de gradiente  $dF_G$  sobre la esfera

$$dF_{Scatt} = \frac{n_m dP}{c} \left\{ 1 + R_\theta \cos(2\theta) - T_\theta T_r \left[ \frac{\cos(2\theta - 2r) + R_r \cos(2\theta)}{1 + R_r^2 + 2R_r \cos(2r)} \right] \right\}, \quad (5)$$

$$dF_G = \frac{n_m dP}{c} \left\{ R_\theta \sin(2\theta) - T_\theta T_r \left[ \frac{\sin(2\theta - 2r) + R_r \sin(2\theta)}{1 + R_r^2 + 2R_r \cos(2r)} \right] \right\}, \quad (6)$$

donde el ángulo  $r$  es el ángulo de refracción que se encuentra por medio de la ley de Snell,  $R_\theta$  y  $T_\theta$  son los coeficientes de Fresnel para la reflectancia y transmitancia para cuando el rayo incide del exterior al interior de la esfera,  $R_r$  y  $T_r$  utilizados cuando el ángulo de incidencia es  $r$ , para cuando el rayo incide en la superficie interna de la esfera. De la ecuación (6) es posible definir un parámetro adimensional  $q(\theta)$  denominado *eficiencia de captura*, que cuantifica la eficiencia en la transferencia de momento lineal desde el haz de captura a la esfera y se relaciona con la fuerza como [9]

$$dF = \frac{n_m dP}{c} q(\theta). \quad (7)$$

De esta forma se puede definir a  $q_{Scatt}$  que se denomina *eficiencia de Scattering* y corresponde a la componente  $z$  y  $q_G$  se denomina *eficiencia de Gradiente* y corresponde a la componente  $y$ . De la ecuación (7), es posible observar que la fuerza sobre la esfera depende directamente de la potencia del rayo de luz y del ángulo con el que incida sobre la superficie de esta.

En este trabajo, se aborda los casos mas comunes en la captura óptica, primero el caso de una esfera dielectrica que es capturada por una haz laguerre Guassiano tipo doughnut en especial el tipo  $TEM_{01}^*$ , colimado, que entra a un objetivo de microscopio, de tal forma que logra *overfilling* y donde el foco  $f$  del objetivo de

microscopio incide a una distancia  $S$  sobre el eje de la esfera, como se observa en la Fig. 2a.

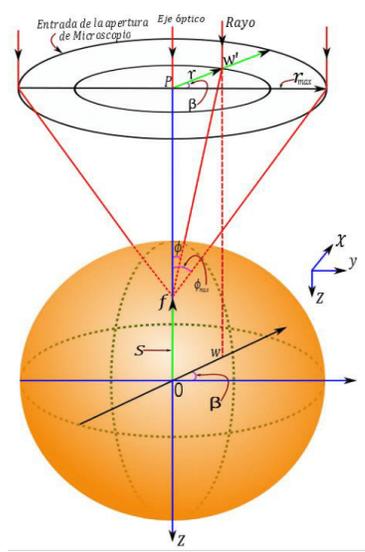


Figura 2a. Foco sobre el eje axial.

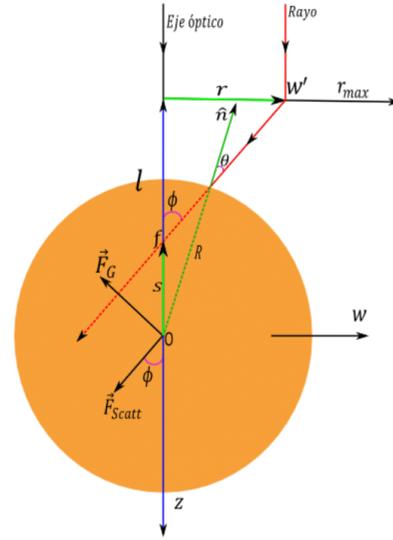


Figura 2b. Rayo  $W'f$  en el plano  $WZ$ .

El rayo que vamos a analizar está contenido en el plano  $WZ$  que se muestra en la Fig. 2b. Para calcular la contribución total de la fuerza que experimenta la esfera debido a los  $N$  rayos que conforman al haz de captura se deben sumar la contribución de todos los rayos con potencia  $dP$ .

$$\vec{F}_{Scatt} = \int \frac{n_m dP}{c} q_{scatt}(\theta) \hat{S} \quad (8)$$

$$\vec{F}_G = \int \frac{n_m dP}{c} q_G(\theta) \hat{G} \quad (9)$$

El diferencial de potencia  $dP$  es la potencia del rayo que entra al objetivo de microscopio. Donde  $dP = Ids$  y ya que la cintura del haz entra completamente en

el objetivo de microscopio, lograda con previa colimación y que la intensidad para el haz Laguerre Gaussiano  $TEM_{01}^*$  es [13-14]

$$I(r, 0) = \frac{2P}{\pi w_0^2} \left( \frac{r\sqrt{2}}{w_0} \right)^2 \exp\left(-\frac{2r^2}{w_0^2}\right), \quad (10)$$

es posible escribir las ecuaciones (8) y (9) como

$$\vec{F}_{Scatt} = \frac{n_m P}{c} \left[ \frac{8}{\pi w_0^2} \int_0^{\pi/2} d\beta \int_0^{w_0} r \left( \frac{r\sqrt{2}}{w_0} \right)^2 \exp\left(-\frac{2r^2}{w_0^2}\right) q_{Scatt}(\theta) dr \right] \hat{S}, \quad (11)$$

$$\vec{F}_G = \frac{n_m P}{c} \left[ \frac{8}{\pi w_0^2} \int_0^{\pi/2} d\beta \int_0^{w_0} r \left( \frac{r\sqrt{2}}{w_0} \right)^2 \exp\left(-\frac{2r^2}{w_0^2}\right) q_G(\theta) dr \right] \hat{G}. \quad (12)$$

Donde, la eficiencia de captura de *Scattering* y *Gradiente*, para el haz Laguerre Gaussiano tipo  $TEM_{01}^*$ , puede ser definida como:

$$Q_{Scatt,LG} = \frac{8}{\pi w_0^2} \int_0^{\pi/2} d\beta \int_0^{w_0} r \left( \frac{r\sqrt{2}}{w_0} \right)^2 \exp\left(-\frac{2r^2}{w_0^2}\right) q_{Scatt}(\theta), \quad (13)$$

$$Q_{G,LG} = \frac{8}{\pi w_0^2} \int_0^{\pi/2} d\beta \int_0^{w_0} r \left( \frac{r\sqrt{2}}{w_0} \right)^2 \exp\left(-\frac{2r^2}{w_0^2}\right) q_G(\theta). \quad (14)$$

Si analizando la fuerza total que experimenta la esfera, debido a las fuerzas de *gradiente* y *Scattering*, observamos que, por simetría, la contribución neta a la fuerza total, que el haz ejerce sobre la esfera será *axial*, de la forma [9,11]:

$$\vec{F}_T = [F_{Scatt} \cos(\phi) - F_G \sin(\phi)] \hat{z}, \quad (15)$$

para calcular la fuerza total, debemos tener en cuenta la relación trigonométrica de la Fig. 2b

$$R \sin(\theta) = S \sin(\phi), \quad (16)$$

donde  $R$  es el radio de la esfera y  $\phi$  es el ángulo con el que los rayos de luz salen del objetivo de microscopio respecto al eje de la lente y que cumple la relación



Al conocer el ángulo de incidencia  $\theta$  es posible calcular las fuerzas de captura, sin embargo, es necesario tener en cuenta la contribución total del haz. El proceso consiste en calcular las *fuerzas de Scattering* y *gradiente* para el rayo de la Fig. 3b a lo largo de los ejes coordenados, tomando en cuenta la contribución de dicho rayo y sus rayos espejo en los demás cuadrantes, vemos que por simetría [9,11]

$$\vec{F}_T = F_{Scatt} \cos(\phi) \hat{z} - F_G \sin(\gamma) \hat{y}. \quad (20)$$

### 3. RESULTADOS

Usando las ecuaciones (13) y (14) es posible obtener el comportamiento de las *fuerzas de Gradiente y Scattering*, presentes en la captura de una esfera de  $3\mu\text{m}$  de diámetro, dieléctrica, con índice de refracción  $n_p = 1,5$ , que está inmersa en un medio de índice de refracción  $n_m = 1,33$ , usando un haz de captura modo doughnut-shaped tipo  $TEM_{01}^*$  polarizado circularmente, con una potencia  $P = 30\text{mW}$ , una cintura del haz de  $w_0 = 8\text{mm}$ , de tal forma que logra *overfilling*, con un objetivo de microscopio de apertura numérica  $NA = 1,2$ .

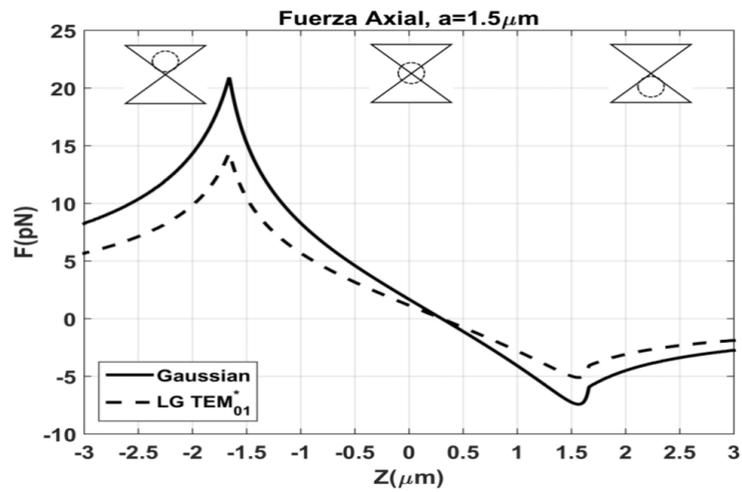
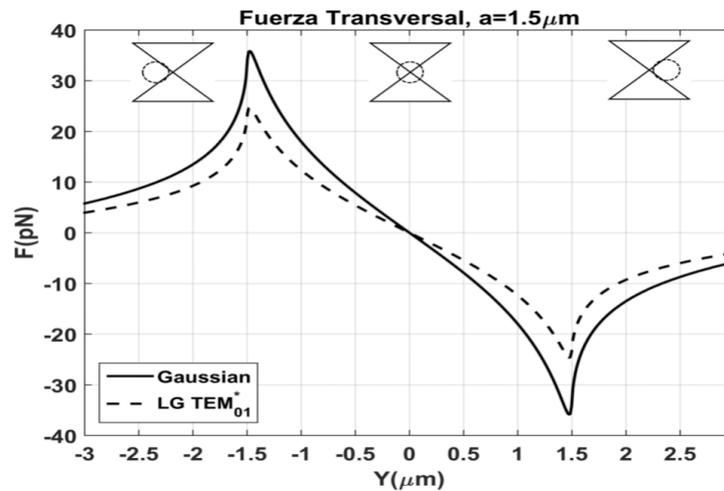


Figura 4. Fuerza axial para una esfera de  $3\mu\text{m}$  de diámetro.

Los resultados obtenidos para el comportamiento de las fuerzas cuando la esfera se ubica sobre el eje del haz se presentan en la Fig.4, en esta figura, es posible observar la *fuerza axial*, que es la suma de la contribución de la *fuerza de Scattering*, fuerza aceleradora en la dirección de propagación del haz y la *fuerza de gradiente*, de comportamiento restaurador bien conocido. En la Fig.4, vemos que cuando el centro de la esfera se encuentra sobre el punto focal, la fuerza óptica empuja a la esfera hacia abajo (eje  $z^+$ ) hacia un punto de equilibrio de las fuerzas ópticas, ubicado  $\approx 0.25\mu m$  bajo el centro de la esfera.

También es posible observar una comparación con el haz Laguerre Gaussiano tipo  $TEM_{01}^*$ ; la *fuerza óptica axial* es menor que en el haz Gaussiano, en cuyo caso crítico se da cuando la esfera se encuentra bajo el punto focal, ya que la fuerza óptica de captura es menor para empujar a la esfera hacia el punto de equilibrio, zona de captura habitual.



*Figura 5. Fuerza transversal para una esfera de 3 $\mu$ m de diametro.*

En la Fig.5 es posible observar un comportamiento restaurador de las fuerzas ópticas, ya que *transversalmente* (eje  $y$ ) son solo la contribución de la *fuerza de Gradiente*, vemos también, que dicha *fuerza transversal* es menor utilizando un haz Laguerre Gaussiano tipo  $TEM_{01}^*$ .

Habitualmente, en las capturas ópticas, la *fuerza axial* es menor que la *fuerza transversal*, dicho comportamiento puede ser evidenciado fácilmente en las Fig.4 y Fig.5. Para el haz Laguerre Gaussiano tipo  $TEM_{01}^*$ , la condición se sigue cumpliendo, sin embargo, las fuerzas ópticas necesarias para la captura son menores *transversalmente* y, lo que se reflejaría en una menos *stiffness* o rigidez de la trampa, la razón se debe a la introducción de carga topológica, además de que dichos haces son más divergente, lo que contribuye a reducir la *fuerza de gradiente*. Sin embargo, es de aclarar que, con los parámetros establecidos, con el haz Laguerre Gaussiano tipo  $TEM_{01}^*$ , es posible aun capturar la esfera *axial* y *transversalmente*, hecho que es bien conocido.

#### 4. INTERFAZ

Se desarrolló una interfaz Gráfica de Usuario que implementa el Método de Rayos Ópticos, que facilita el análisis de las fuerzas ya que permite dar una vista cualitativa al fenómeno de captura óptica de una esfera dieléctrica en una pinza óptica que utilice un haz Laguerre Gaussiano  $TEM_{01}^*$ . La interfaz permite observar de forma gráfica y analizar cualitativamente el fenómeno (ventana gráfica de la izquierda en la Fig. 6) y una gráfica donde se puede observar el comportamiento de las fuerzas o eficiencias de captura (ventana gráfica de la derecha en la Fig. 6); de igual manera esta opción principal cuenta con un panel de parámetros de captura que pueden ser modificados por el usuario y un panel de visualización de datos para facilitar el análisis, además de un panel de control para la interfaz.

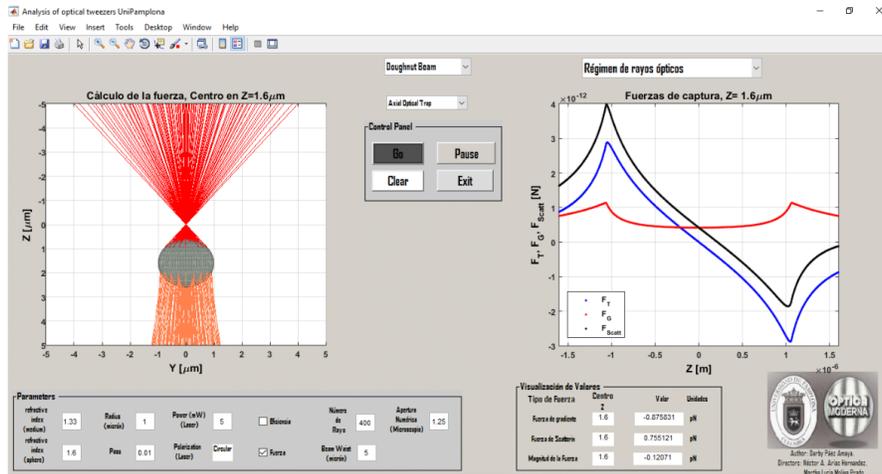


Figura 6. Interfaz, opción de análisis para captura axial.

Para la visualización cualitativa del fenómeno que se observa en la ventana

gráfica de la izquierda en la Fig. 6 y Fig. 7, se utiliza el Toolbox OTGO [15], sin embargo, cabe aclarar que no se calculan las fuerzas con OTGO, lo hacemos usando el método propuesto por Ashkin [9]. La interfaz cuenta con opciones que permite analizar las fuerzas de captura cuando el centro de la esfera coincide con el eje geométrico de la lente (Fig.6) y *transversal* a esta (Fig. 7) y que fueron estudiadas anteriormente.

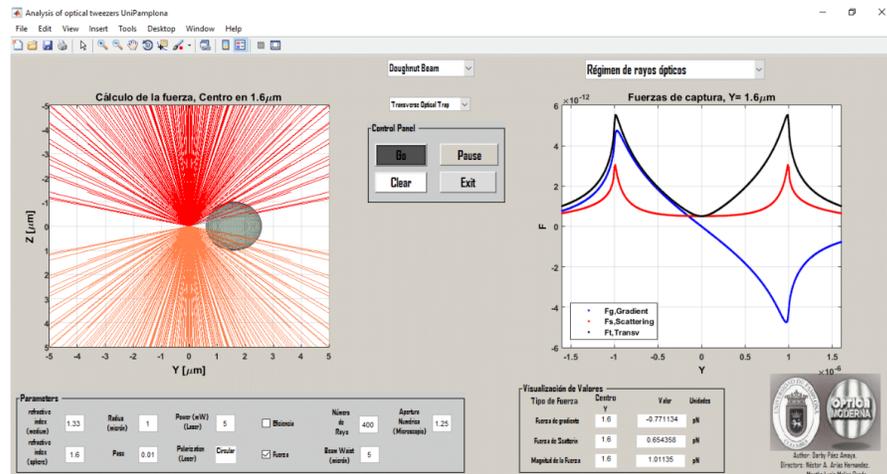


Figura 7. Interfaz, opción de análisis para captura transversal.

## 5. CONCLUSIONES

En conclusión, se calcularon y analizaron las fuerzas *axial* y *transversal* de un haz de captura Laguerre Gaussiano  $TEM_{01}^*$ , sobre una esfera dieléctrica, evidenciando que son menores respecto al haz Gaussiano, debido a que reducen el comportamiento restaurador hacia el punto focal del haz, sin embargo, logran capturar a la esfera dieléctrica, bajo los parámetros establecidos. Además, se presenta una Interfaz Gráfica de Usuario desarrollada en MATLAB que implementa el Método de Rayos Ópticos. La interfaz puede ser usada académicamente ya que facilita enormemente los primeros pasos hacia el entendimiento del fenómeno de captura, debido a que además de facilitar la visualización del fenómeno, ayuda al análisis del comportamiento de las fuerzas ópticas en la captura de una esfera dieléctrica en una trampa óptica que implemente vórtices ópticos, en especial un haz Laguerre Gaussiano tipo  $TEM_{01}^*$ .

## AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen la colaboración y la financiación de la Universidad de Pamplona. Estos resultados hacen parte del proyecto de Investigación *Diseño y construcción de una Trampa Óptica Simple*, así como de la Estancia de Investigación al BIOPT(Óptical Trapping Lab - Grup de Biofotònica, Universidad de Barcelona) registrados en la vicerrectoría de investigación.

## REFERENCIAS

1. A. Ashkin. Acceleration and trapping of particles by radiation pressure. *Phys. Rev. Lett.*, 24(4), pp. 156-159, 1970.  
<https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.24.156>
2. Baumann, Christoph G. Smith, Steven B., Bloomfield, Victor A., Bustamante, Carlos. Ionic effects on the elasticity of single DNA molecules. *Proc Natl Acad Sci USA*, 94(12), pp. 6185-6190, 1997.  
<https://doi.org/10.1073/pnas.94.12.6185>
3. Karel Svoboda, C. F. (1993). Direct observation of kinesin stepping by optical trapping interferometry. *NATURE*, 365, pp. 721-727.  
<http://dx.doi.org/10.1038/365721a0>
4. Philip H. Jones, Onofrio M. Maragò, Giovanni Volpe. *Optical Tweezers: Principles and Applications*, Cambridge University Press, 2015, chapter 13 and chapter 14.
5. Block, S. M. *Non-invasive Techniques in Cell Biology*, Vol. 9, edited by J. K. Foskett and S. Grinstein (New York: Wiley-Liss), 1990, chapter 15, p. 375.

6. K. T. Gahagan and G. A. Swartzlander, Jr. Trapping of low-index microparticles in an optical vortex. *J. Opt. Soc. Am. B.* 15(2), pp. 524-534, 1998. <https://doi.org/10.1364/JOSAB.15.000524>
7. Raktim Dasgupta, Sunita Ahlawat, Ravi Shanker Verma, Sunita Shukla, Pradeep Kumar Gupta. Optical trapping of spermatozoa using Laguerre-Gaussian laser mode. *Journal of Biomedical Optics*, vol. 15(6), pp 065010-1 a 065010-5, 2010. <http://dx.doi.org/10.1117/1.3526362>
8. Zhou, X., Chen, Z., Liu, Z., Experimental investigation on optical vortex tweezers for microbubble trapping. *Open Physics*, 16(1), pp. 383-386, 2018. <http://10.1515/phys-2018-0052>
9. Ashkin, A. Forces of a single-beam gradient laser trap on a dielectric sphere in the ray optics regime. *Biophys J.*, 569–582, 1992
10. Kang-Bin Im, Dan-Youl Lee, Hyun-Ik Kim, Cha-Hwan Oh, Seok-Ho Song and Pill-Soo Kim. Calculation of Optical Trapping Forces on Microspheres in the Ray Optics Regime. *Journal of the Korean Physical Society*. 40(5), pp. 930-933, 2002.
11. Darby Paez Amaya. Análisis Teórico de las Pinzas Ópticas Bajo las Aproximaciones de Rayleigh y Mie, *tesis de Pregrado*, Departamento de Física y Geología, Universidad de Pamplona, Pamplona, Colombia, 2015.
12. Páez Amaya D., Arias Hernández N.A., Molina Prado M.L. Interfaz gráfica para el análisis de las fuerzas de captura en una pinza óptica usando las aproximaciones de Rayleigh y Mie. *Revista Bistua*. 2016. 14(2):182-193. <https://doi.org/10.24054/01204211.v2.n2.2016.2192>.

13. Larry C. Andrews and Ronald L. Phillips. Free-Space Propagation of Gaussian-Beam Waves, in Laser Beam Propagation through Random Media. SPIE, Washington, 2005, pp. 106.
14. A. E. Siegman. Wave Optics and Gaussian Beams, in Lasers. University Science Books, California, 1986, pp. 647.
15. Agnese Callegari, Mite Mijalkov, A. Burak Gököz, and Giovanni Volpe. (2014). Computational toolbox for optical tweezers in geometrical optics. Journal of the Optical Society of America B, vol. 32(5), pp. B11-B19, 2015. <https://doi.org/10.1364/JOSAB.32.000B11>



CONSTANCIA

El suscrito director de Bistua hace constar que ha recibido el artículo denominado:  
**STUDY OF THE FORCES OF AN OPTICAL TWEEZER ON A IELECTRIC SPHERE  
IN THE RAY OPTICS REGIME FOR A BEAM OF CAPTURE LAGUERRE-GAUSS  
MODE TEM01** , cuyos autores son, *Darby Paez Amaya; Martha Lucía Molina Prado  
y Nestor Alonso Arias Hernandez.*

El artículo en mención ha sido aceptado para su publicación y en este momento se encuentra en proceso de corrección y diagramacion y será publicado en el número 16(2) de la revista Bistua, que sera editado en Octubre de 2018.

En constancia de lo anterior se firma en Pamplona a los 25 Dias del mes de Julio de 2018

ALFONSO QUIJANO PARRA, Ph.D

Editor revista Bistua

**Figura C.3:** Carta de constancia para publicación en próximo volumen de la revista.

\*— Otro producto tipo artículo para publicación en revista indexada, que ha sido

sometido en los últimos meses para su respectiva evaluación, como se observa en la constancia de entrega (figura C.4). Este artículo está relacionado con resultados del cálculo del comportamiento de las fuerzas de captura por un haz Laguerre Gaussiano tipo  $TEM_{01}^*$  bajo el régimen de Rayleigh y puede ser observado a continuación:



DYNA

<http://dyna.medellin.unal.edu.co/>

## RADIATION FORCES STUDY OF A LAGUERRE GAUSSIAN BEAM TYPE $TEM_{01}^*$ ON A DIELECTRIC SPHERE IN THE RAYLEIGH SCATTERING REGIME

### ESTUDIO DE LAS FUERZAS DE RADIACIÓN DE UN HAZ LAGUERRE GAUSSIANO MODO $TEM_{01}^*$ SOBRE UNA ESFERA DIELÉCTRICA EN EL REGIMEN DE DISPERSIÓN DE RAYLEIGH

Darby Paez Amaya <sup>a</sup>, Martha Lucía Molina Prado <sup>a</sup>, Néstor A. Arias Hernández <sup>a</sup>

<sup>a</sup> Grupo de Óptica Moderna (GOM), Universidad de Pamplona, Pamplona, Colombia. [darbypaez@hotmail.com](mailto:darbypaez@hotmail.com)

Received:

Received in revised form:

Accepted:

#### Abstract

From the invention of the optical tweezer in 1986, these devices have been considered as high-level tools for research in the areas such as biology and microbiology. A theoretical study obtaining equations for gradient and scattering forces that exert an optical tweezer when the illumination beam is a doughnut-shaped mode  $TEM_{01}^*$  linearly polarized is realized. This work focuses on the behavior of radiation forces on a dielectric sphere in the Rayleigh regime. In order to facilitate the phenomenological analysis of the behavior of the radiation forces a graphical user interface is created.

**Keywords:** optical tweezer; beam doughnut-shaped; Rayleigh's regime

#### Resumen

A partir de la invención de la pinza óptica en 1986, estos dispositivos se han considerado como herramientas de alto nivel para la investigación, destacándose en áreas como la biología y la microbiología. En este trabajo se realiza un estudio teórico, obteniendo expresiones para las fuerzas de *Gradiente* y *Scattering* que ejerce una pinza óptica, cuando el haz de iluminación es un modo doughnut-shaped tipo  $TEM_{01}^*$  polarizado linealmente. Este trabajo se enfoca en calcular el comportamiento de las fuerzas de la radiación sobre una esfera dieléctrica en el régimen de Rayleigh. Con el fin de facilitar el análisis fenomenológico del comportamiento de las fuerzas de captura, se construye una Interfaz Gráfica de Usuario.

**Palabras clave:** Pinza óptica; haz doughnut-shaped; Régimen de Rayleigh.

#### 1 Introduction

The operation of the Optical tweezers, part of the idea that light exerts pressure on material objects, phenomenon called radiation pressure. The first speculations on the existence of the phenomenon go back to the XVII century with the astronomical observations of Johannes Kepler, approximately in the year 1619, and later with theoretical contributions of James Clerk Maxwell in 1873; the first observations and preliminary documentation of the radiation pressure observed in 1901 by E.F. Nichols y G.F. Hull. However, with since of quantum mechanics, with Max Planck

and Albert Einstein and with the invention of the laser, that is in 1970 it was possible to obtain the experimental proof where the laser light has the capacity of moving and physically holding microscopic objects, which was observed and published by Arthur Ashkin [1]. With the invention of optical tweezers, a window been opened for the application it in multiple areas such as Atomic Physics, Nanotechnology, Genetics, Biology and Microbiology, because of with the optical tweezer it is possible to individually analyze the microorganisms, allowing to measure mechanical forces and elastic properties [2-3]; in addition to its ability to hold and move microscopic objects without direct

contact and exerting small forces around the  $pN$ . However, conventional optical tweezer with Gaussian capture beam and many other limitations: The particles are trapped in the zone of high intensity of the beam and therefore, susceptible to optical damage of the sample, due to absorption heating, plus of attracting multiple particles in the same trap, requiring the use of diluted samples and lasers with specific wavelengths. Actually, the use of Gaussian Laguerre beams as Donut with doughnut-shaped especially type  $TEM_{01}^*$  it is a possible solution to these problems [4-5].

In this paper, we intend to obtain expressions for the radiation forces in the Rayleigh's regime, in order to predict the behavior of a dielectric sphere, due to the action of the radiation forces that produces a linearly polarized type beam  $TEM_{01}^*$  at fall on the sphere.

## 2 Theoretical Analysis

To explain the behavior of the radiation forces, present in an Optical Tweezer when capturing a micrometer object, there are some methods; in particular, the so-called Approximate Methods, these methods have proven to be useful in the field of optical tweezers due to the theoretical and phenomenological analysis they provide. One of these approximate methods is Rayleigh's Dipolar Theory [6], which may be lower in the sense of some approximations, which is smaller than the wavelength of the capture beam. This method consists in consider light as electromagnetic waves and analyzer the behavior of the radiation sphere when it interacts with the capture radiation. As the size of the sphere is considered small, the electromagnetic field incident on the sphere is considered homogeneous, allowing that the dielectric sphere it is behavior as a puntual dielectric dipole.

By electric field action an electric dipole moment is induced in the sphere that has the form [6-8]:

$$\mathbf{p}(r, t) = 4\pi n_m^2 \epsilon_0 a^3 \left( \frac{m^2 - 1}{m^2 + 2} \right) \mathbf{E}(r, t), \quad (1)$$

Where  $n_m$  is the refractive index of the medium,  $\epsilon_0$  is the electric permittivity of vacuum,  $a$  is the radius of sphere,  $m = n_p/n_m$  is the refractive index of the sphere ( $n_p$ ) relative to environment ( $n_m$ ) and  $\mathbf{E}(r, t)$  is the electric field of the incident radiation. The first force considering is consequence of the interaction of the electric and magnetic fields of the light beam on the sphere and is exactly the Lorentz's force.

In order to find the mathematical form of the force, it is necessary to calculate the electric and magnetic force on the sphere, taking as an observation point the beam waist and thus obtaining an expression for the force because of the interaction of both fields on the regions positively and negatively charged in the dielectric sphere, adding up both contributions and expressing in terms of electric dipole momento  $\mathbf{p}$ , it is possible to say that:

$$\mathbf{F}_{Neta}(r, t) = (\mathbf{p} \cdot \nabla) \mathbf{E}(r, t) + \frac{d\mathbf{p}}{dt} \times \mathbf{B}(r, t). \quad (2)$$

Substituting the equation (1) in (2), applying vector identities and because of the electric and magnetic field changes rapidly in time, the temporary time of them is calculated, obtaining:

$$\langle \mathbf{F}_{Neta}(r, t) \rangle_T = \mathbf{F}_G(r) = \frac{2\pi n_m a^3}{c} \left[ \frac{m^2 - 1}{m^2 + 2} \right] \nabla I(r). \quad (3)$$

Where  $c$  is the light velocity of vacuum and  $\nabla I(r)$  is the Gradient of the intensity light beam; thus, the equation (3) is called *Gradient Force*.

If is have in account the description of the Laguerre beams [10-11], and considering the parameters beam, is possible writing the linearly polarized electric field in direction  $\hat{x}$  as;

$$\begin{aligned} \mathbf{E}^{LG}(r, \phi, z) = & \sqrt{\frac{2p!}{\pi(p+l)! w(z)}} \frac{E_0}{w(z)} \left( \frac{r\sqrt{2}}{w(z)} \right)^l L_p^l \left( \frac{2r^2}{w^2(z)} \right) \\ & \times \exp \left[ -\frac{r^2}{w^2(z)} \right] \exp \left[ -\frac{ikr^2}{2R(z)} \right] \exp[-il\phi] \\ & \times \exp[i(2p+l+1)\xi(z)] \hat{x}. \end{aligned} \quad (4)$$

where  $r, \phi, z$  are cylindrical coordinates,  $E_0$  is the amplitude of electric field and the parameters of the beam:  $w(z)$  is radius of the beam,  $R(z)$  is the radius of curvature and therefore, it is the description of how the wavefront envelopes the propagation along the axis,  $k$  is the wave number in the medium and  $\xi(z)$  is the Gouy's phase change which is the delay of the phase of beam relative to a wave plane [12].

The capture beam that considered is the doughnut-shaped mode type  $TEM_{01}^*$ . Substituting in the equation (4) the radial index as  $p = 0$ , this is obtained the electric field for this beam, which is related with its radial distribution and azimuth index  $l = 1$ , that is relationated with his helicoidal phase. Later we calculate the intensity of the light beam [13], and replacing in equation (3) we find the shape of the *Gradient force* in the three normal coordinates, defined in this way  $(\tilde{x}, \tilde{y}, \tilde{z}) = \left( \frac{x}{w_0}, \frac{y}{w_0}, \frac{z}{kw_0^2} \right)$ :

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_{G,x}(r) = & \frac{8\pi n_m a^3 \tilde{x}}{cw_0} \left( \frac{m^2 - 1}{m^2 + 2} \right) \left( \frac{2P}{\pi w_0^2} \right) \left( \frac{1}{[1 + (2\tilde{z})^2]^2} \right) \\ & \times \exp \left[ -\frac{2(\tilde{x}^2 + \tilde{y}^2)}{[1 + (2\tilde{z})^2]} \right] \left[ 1 - \frac{2(\tilde{x}^2 + \tilde{y}^2)}{[1 + (2\tilde{z})^2]} \right] \hat{x}, \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_{G,y}(r) = & \frac{8\pi n_m a^3 \tilde{y}}{cw_0} \left( \frac{m^2 - 1}{m^2 + 2} \right) \left( \frac{2P}{\pi w_0^2} \right) \left( \frac{1}{[1 + (2\tilde{z})^2]^2} \right) \\ & \times \exp \left[ -\frac{2(\tilde{x}^2 + \tilde{y}^2)}{[1 + (2\tilde{z})^2]} \right] \left[ 1 - \frac{2(\tilde{x}^2 + \tilde{y}^2)}{[1 + (2\tilde{z})^2]} \right] \hat{y}, \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_{G,z}(r) = & -\frac{2\pi n_m a^3}{c} \left( \frac{m^2 - 1}{m^2 + 2} \right) \left( \frac{2P}{\pi w_0^2} \right) \\ & \times \frac{32\tilde{z}/kw_0^2 (\tilde{x}^2 + \tilde{y}^2)}{[1 + (2\tilde{z})^2]^3} \exp \left[ -\frac{2(\tilde{x}^2 + \tilde{y}^2)}{[1 + (2\tilde{z})^2]} \right] \\ & \times \left[ 1 - \frac{(\tilde{x}^2 + \tilde{y}^2)}{[1 + (2\tilde{z})^2]} \right] \hat{z}, \end{aligned} \quad (7)$$

where,  $P$  is the power of the laser beam and  $w_0$  is the radius of the beam waist.

The second force that is takes in account arises from the scattering of the light when the electromagnetic wave incise

on the sphere. The dipole oscillates and acts as a source of secondary emission, that emit electromagnetics waves in all directions, due to the oscillating nature of the electric and magnetic fields, and due at size significantly small of the sphere with respect at the wavelength of the light the dipole oscillates synchronically with the field. As the medium that around of the sphere is considered homogeneous, the resulting propagations is in the direction of the incident wave.

If takes in account the interchanged of the lineal momentum of the beam at the dipole, the transverse section of scattering and the intensity of capture beam, the shaped of the *Scattering Force* is obtained [6-8]:

$$\mathbf{F}_{scatt}(r) = \frac{n_m I(r)}{c} \sigma_s \hat{z}, \quad (8)$$

where  $\sigma_s$  is denominated cross section of scattering, being this a perpendicular plane to the propagation vector of the scattered wave and for a dielectric sphere that scatters light of isotropic form, has the form [14]:

$$\sigma_s = \frac{8}{3} \pi k^4 a^6 \left| \frac{m^2 - 1}{m^2 + 2} \right|^2. \quad (9)$$

Taking the form of intensity of the capture beam  $TEM_{01}^*$  and cross section of the scattering, equation (9); is possible writing of the *Scattering force* in function of normalized coordinates as:

$$\mathbf{F}_{scatt}(r) = \frac{8n_m \pi k^4 a^6}{3c} \left| \frac{m^2 - 1}{m^2 + 2} \right|^2 \left( \frac{2P}{\pi w_0^2} \right) \times \left[ \frac{2(\tilde{x}^2 + \tilde{y}^2)}{[1 + (2\tilde{z})^2]^2} \right] \exp \left[ -\frac{2(\tilde{x}^2 + \tilde{y}^2)}{[1 + (2\tilde{z})^2]} \right] \hat{z}. \quad (10)$$

### 3 Results

Through the equations (5), (6), (7) and (10) it is possible to analyze the behavior of the *Gradient force* and the *Scattering force* in the capture of a sphere of radius  $a = 5nm$ , with refractive index  $n_p = 1,592$ , which is immersed in a medium of refractive index  $n_m = 1,332$ , using a Gaussian Laguerre capture beam polarized linearly doughnut-shaped mode type  $TEM_{01}^*$  on the axe  $x$  with a power  $P = 100mW$  and a wavelength  $\lambda = 514,5nm$  and a beam waist  $w_0 = 5\mu m$ .

The results obtained for the component in  $x$  of the *Gradient force* as is observed in the Fig. 1. In addition to the transverse profile in  $x$  of the intensity of the beam  $TEM_{01}^*$  (dotted line). Intensity profile has been given an adequate maximum value, in order to give clarity to the behavior of said force in the beam intensity zones.

In the Fig. 1, is possible to observe that for values  $-1 < \tilde{x} < -0,7$ , the *Gradient force* take positive values, which indicating that it is exerts a force that sends the sphere towards the zone of greater intensity  $\tilde{x} \approx -0,7$  and for values  $-0,7 < \tilde{x} < 0$  when the sphere is outside of the greater intensity zone but close dark central area of the beam, the *Gradient force* take negative values, indicating that it exerts

a force that sends the sphere towards the zone of greater intensity  $\tilde{x} \approx -0,7$ . The same behavior is evidenced for zones where  $\tilde{x} > 0$ . Finally, it is possible to conclude that there is a restorative behavior of the transverse nature  $x$  of the *Gradient force*, that is present in the location of the dielectric sphere in the zones of greater intensity of the beam  $TEM_{01}^*$ . Furthermore, it should be noted that as shown in Figure 1, the *Gradient Force* is not present in the dark zone of the beam, because the force depends on the intensity of the beam.

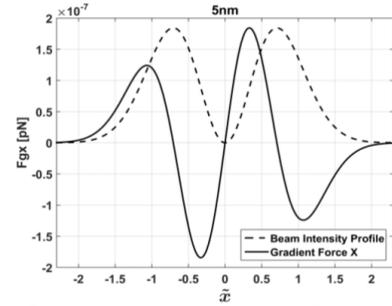


Figure 1. Transverse Component  $x$  of the Gradient Force for a dielectric sphere of radius  $5nm$ .

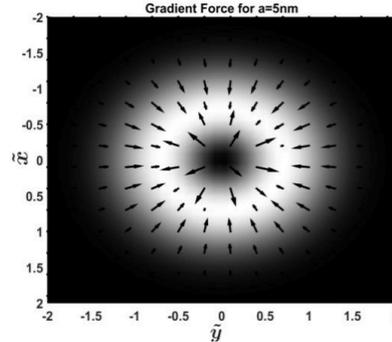


Figure 2. Transverse Plane  $xy$  of the Gradient Force for a dielectric sphere of radius  $5nm$ .

The behavior of the transverse component and of the *Gradient Force* will be the same that in the component  $x$ , as is possible to observe in the equations (5) and (6), because of symmetry. In Fig. 2 it is possible to obtain a view in the transverse plane  $xy$ , where the origin of each arrow indicates the position of the sphere, the length of the arrow represents the magnitude of the *Gradient force* and the direction of the arrow represents the direction of the force respectively. In order to facilitate the analysis, the intensity of the beam has been recorded in the same figure and where it is possible to corroborate the previous restorative behavior in figure 1 of the transverse components of the *Gradient force*. In other words, a potential well is generated in the region of greater intensity of the beam.

In the Fig. 3, is possible to observe the behavior of the transverse component of the *Gradient Force* on the front plane  $xz$  and a cut of the intensity beam in its same plane. In the Fig. 3 is evident its restorative behavior at the zones in  $x$  where is to get the greater intensity beam. Nevertheless, is possible to observe that is force is more intensity in the Rayleigh's length ( $\tilde{z} = 0,5$ ), which is the distance of propagation of beam in where the beam not diverge significantly and is taken since of beam waist.

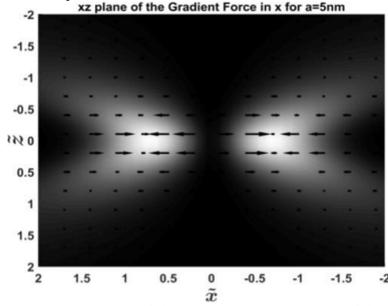


Figure 3. Front plane  $xz$  of the transverse component  $x$  of the Gradient Force for dielectric sphere of radius  $5nm$ .

In Fig. 4, is possible to observe the behavior of the longitudinal component  $z$  of the *Gradient Force*, in a front plane  $xz$ . This force positioned at sphere in the greater intensity beam that it is location in the region of beam waist ( $\tilde{z} = 0$ ). This force is more intensity in the Rayleigh's length ( $\tilde{z} = 0,5$ ) and is minor in a distance more far of this region. Thus, is possible to observe that on the axes of beam there not is contribution of the longitudinal component of the *Gradient Force*, because of absence of radiation in the dark zone of the beam.

In Fig. 5, is observe the behavior of *Scattering Force* on a sphere that is posicionated in  $\tilde{z} = 1$  (Fig. 7) and in some positions on the transverse axes  $\tilde{x}$ . We observe that the values in the *Scattering Force* are always positive, permitting that sphere is accelerated in the direction of propagation beam. Is possible too to observe in Fig. 5 that the longitudinal component of the *Gradient Force* for  $-2,2 < \tilde{x} < 0$ , take negative values; which permitted to transport sphere in opposite direction of propagation, for the zone of greater intensity, which localization is ( $\tilde{z} = 0$ ).

This same behavior occur for  $0 < \tilde{x} < 2,2$ . Nevertheless, is possible to observe that for  $\tilde{x} < -2,2$  and for  $\tilde{x} > 2,2$ , the *Gradient force* push to the sphere in the direction of propagation beam. This behavior is because of that the *Gradient force* has restorative nature at to the zones more near of greater intensity of the beam, and as the sphere is encountered very close of dark zone (without radiation), the intensity zone more close is encountered in the direction propagation of beam. This phenomenon can be observed with more clarity Fig. 4 in  $\tilde{z} = 0,5$  for  $\tilde{x} < -1,5$  and for  $\tilde{x} > 1,5$ .

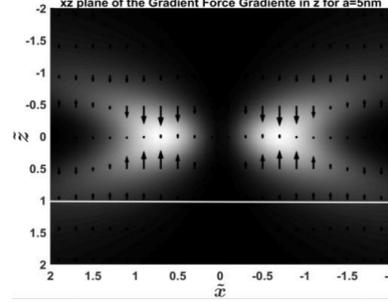


Figure 4. Front plane  $xz$  of the longitudinal component  $z$  of Gradient force for a dielectric sphere of radius  $5nm$ .

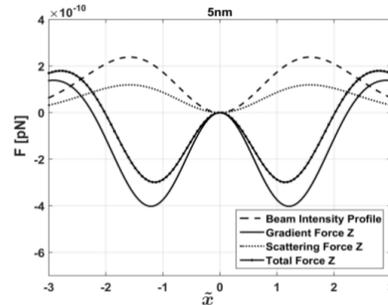


Figure 5. Longitudinal Component  $z$  of Gradient force, Scattering and Total in the transverse axis  $x$  for  $\tilde{z} = 1$  for dielectric sphere of radius  $5nm$ .

In the same Fig. 5, it can be evidenced the longitudinal component  $z$  of the *Total force*, that is the addition of longitudinal of the *Gradient force* and of the *Scattering force*. For  $\tilde{z} = 1$ , the longitudinal component of the *Total force* in  $-2 < \tilde{x} < 0$ , have negative values that indicate for this regions that the dielectric sphere is trapped and directed at the beam waist. This behavior is equal for  $0 < \tilde{x} < 2$ . Nevertheless, for  $\tilde{x} < -2$  and for  $\tilde{x} > 2$  the sphere is accelerated in the direction propagation of beam, phenomenon that is because of the *Gradient force*, explained a priori.

A qualitative analysis of the behavior of the *Gradient force* in the 3D space, can obtained in Fig. 6. In this figure, the hollow hyperboloid represent the zones of greater intensity of the mode  $TEM_{01}^*$ . Is possible evident the restorative nature of the *Gradient force*, at to regions of greater intensity. Nevertheless, is possible to observe that arrows that represent at the *Gradient force* only have components in the plane  $xy$ . This is because of that transverse components in  $x$  and  $y$  (Fig.1), are of order  $10^{-7}$  while the longitudinal component  $z$ , is of order  $10^{-10}$  (Fig. 5), and therefore, thousand times smaller than the transverse component.

This means that the vectors have an inclination with respect to the plane  $xy$  of  $\theta \approx 0,0405$  that can not be appreciated in Fig. 6. As it is possible to predict, the sphere will experience a force that will position it in the regions

more intense in the transverse plane  $xy$  and that will be much greater than the longitudinal effect.

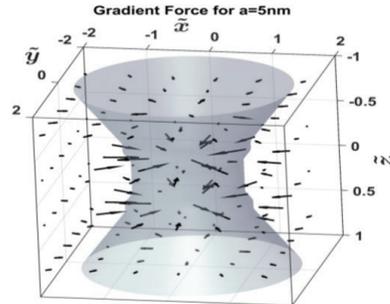


Figure 6. Vectorial field of the *Gradient force* for a dielectric sphere of radius  $5nm$ .

In more detail, in Fig. 7 which corresponds to a frontal plane  $xz$ , it is possible to observe the accelerating behavior in the direction of propagation, which has the *Scattering force* on the sphere, and its direct proportionality with the intensity of beam. In addition, it should be specified that there is no *Scattering force* in the dark zone of the beam, which is due to the absence of radiation.

The Fig. 8 correspond to the *3D Scattering force* and permitted to observe that for each position of the space where is encountered the sphere this force is responsible of to accelerate to the sphere in the direction of propagation of beam. The maximum magnitude of this force is encountered in the greater intensity zones of beam.

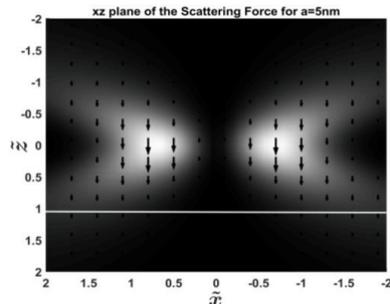


Figure 7. Front Plane  $xz$  of the *Scattering force* for a dielectric sphere of radius  $5nm$ .

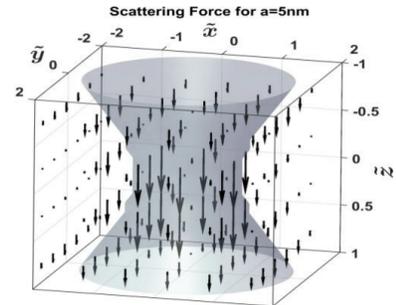


Figure 8. Vectorial field of the *Scattering force* for a dielectric sphere of radius  $5nm$ .

In Fig. 9 it is possible to observe the longitudinal component of the *Total force*, corresponding to addition of the *Scattering force* and the longitudinal component of the *Gradient force*. For when  $\tilde{z} > 0$  the *Total force* change of direction, and have a magnitude that must face at to the *Gradient force* and *Scattering force*, that is minor that in  $\tilde{z} < 0$  which both components have the same direction.

The *Total force* in space, will be the *Gradient force* in transverse plane  $xy$  and addition of its longitudinal component with the *Scattering force* which is possible to see in Fig. 10. In this figure is evident that under the parameters: refraction index, radius of the sphere, wavelength, beam waist and power of beam, is possible to observe a capture of the sphere in the ring of beam that is encountered in beam waist, establishing a potential well in this zone where the greater intensity is found, it should be noted that no *Total force* is present in the dark zone of the beam, as previously demonstrated. Finally, we could also observe that the arrows that represent the *Total force* are only on the  $xy$  plane, a phenomenon that is due to the difference in the order of the longitudinal component with respect to the transverse component.

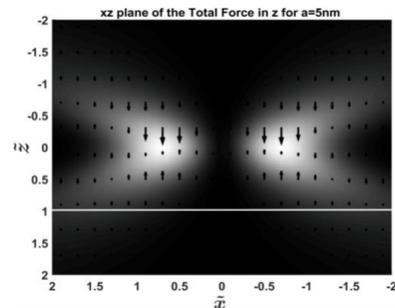


Figure 9. Front plane  $xz$  of the longitudinal component  $z$  of the *Total force* for dielectric sphere of radius  $5nm$ .

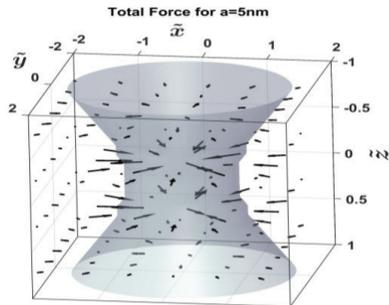


Figure 10. Vectorial field of the Total force for a dielectric sphere for radius 5nm.

#### 4 Interface

To facilitate the analysis in the radiation forces, establishing different parameters, a graphical user interface was developed in MATLAB. This interface implements the equations developed previously with the approximations of Rayleigh Scattering Regime. This method uses equations of electrodynamics to have a theoretical, phenomenological idea and a notion closer what gives rise to the operation of the Optical Tweezers.

The developed interface has two options: 2D Analysis (Fig. 11) and 3D Analysis (Fig. 12), which allow observing the behavior of *Gradient*, *Scattering* and *Total forces* on some transverse and frontal planes, and in the 3D space respectively.

The interface has a panel for inputting parameters by the user which are: refractive index of the medium surrounding the sphere, refractive index of the sphere, radius of the sphere (nm), wavelength of the beam capture (nm), capture beam power in (mW), beam waist( $\mu\text{m}$ ).

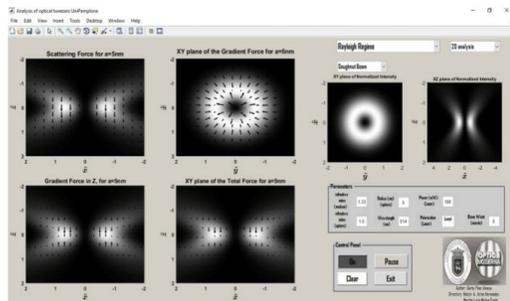


Figure 11. Graphical user interface, option for 2D visualization

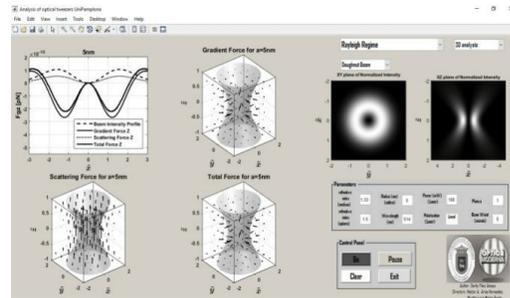


Figure 12. Graphical user interface, option for 3D visualization

#### Acknowledges

This research was done inside of Metrology Laboratory of group of modern optic (GOM) of University of Pamplona and under the grants: PR400-156.012-010(GA313-BE-2016). The authors acknowledge financial support of the Vicerrectoría de Investigaciones de la Universidad de Pamplona (Pamplona-Colombia).

#### References

- [1] A. Ashkin. Acceleration and trapping of particles by radiation pressure. *Phys. Rev. Lett.*, 24(4), pp. 156-159, 1970. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.24.156>
- [2] Baumann, Christoph G. and Smith, Steven B. and Bloomfield, Victor A. and Bustamante, Carlos. Proceedings of the National Academy of Sciences, 94(12), pp. 6185-6190, 1997. <https://doi.org/10.1073/pnas.94.12.6185>
- [3] Karel Svoboda, Christoph F. Schmidt, Bruce J. Schnapp & Steven M. Block. Direct observation of kinesin stepping by optical trapping interferometry. *Nature*, 365(6448), pp. 721-727, 1993. <http://dx.doi.org/10.1038/365721a0>
- [4] D. W. Zhang and X. C. Yuan. Optical doughnut for optical tweezers. *Opt. Lett.* 28(9), pp. 740-742, 2003. <https://doi.org/10.1364/OL.28.000740>
- [5] Raktim Dasgupta, Sunita Ahlawat, Ravi Shanker Verma, Sunita Shukla, Pradeep Kumar Gupta. Optical trapping of spermatozoa using Laguerre-Gaussian laser modes. *Journal of Biomedical Optics*, 15(6), pp. 065010, 2010. <https://doi.org/10.1117/1.3526362>
- [6] Yasuhiro Harada and Toshimitsu Asakura. Radiation forces on a dielectric sphere in the Rayleigh scattering regime. *Optics Communications*, 124(5), pp. 529-541, 1996. [https://doi.org/10.1016/0030-4018\(95\)00753-9](https://doi.org/10.1016/0030-4018(95)00753-9)
- [7] Darby Páez Amaya. Análisis Teórico de las Pinzas Ópticas Bajo las Aproximaciones de Rayleigh y Mie, tesis de Pregrado, Departamento de Física y Geología, Universidad de Pamplona, Pamplona, Colombia, 2015.
- [8] Darby Páez Amaya, Néstor A. Arias Hernandez, Martha Lucía Molina Prado. INTERFAZ GRAFICA PARA EL ANÁLISIS DE LAS FUERZAS DE CAPTURA EN UNA PINZA ÓPTICA USANDO LAS APROXIMACIONES DE RAYLEIGH Y MIE. *Bistua: Revista de la Facultad de Ciencias Básicas*, 14(2), pp. 182-193, 2016. <https://doi.org/10.24054/01204211.v2.n2.2016.2192>
- [9] Jackson, J. D. Boundary-Value Problems with Dielectrics, in J. D. Jackson, *Classical Electrodynamics*. John Wiley & Sons, Inc, California, third edition, 1999, pp. 158.
- [10] Allen, L. and Beijersbergen, M. W. and Spreeuw, R. J. C. and Woerdman, J. P. Orbital angular momentum of light and the transformation of Laguerre-Gaussian laser modes. *Phys. Rev. A*.

- 45(11), pp. 8185-8189, 1992.  
<https://doi.org/10.1103/PhysRevA.45.8185>
- [11] A. E. Siegman. Wave Optics and Gaussian Beams, in Lasers. University Science Books, California, 1986, pp. 647.
  - [12] Bahaa E. A. Saleh. The gaussian beam, in Fundamentals of photonics. John Wiley & Sons, Inc, California ,1991, pp. 87.
  - [13] Larry C. Andrews and Ronald L. Phillips. Free-Space Propagation of Gaussian-Beam Waves, in Laser Beam Propagation through Random Media. SPIE, Washington, 2005, pp. 106.
  - [14] Leung Tsang, Jin Au Kong, Kung-Hau Ding. Introduction to Electromagnetic Scattering by Single Particle, in Scattering of Electromagnetic Waves: Theories and Applications. John Wiley & Sons, Inc, California ,2000, pp. 10.

Sr Darby Paez Amaya:

Gracias por enviarnos su manuscrito, "ESTUDIO DE LAS FUERZAS DE RADIACIÓN DE UN HAZ LAGUERRE GAUSSIANO MODO TEM01\* SOBRE UNA ESFERA DIELECTRICA EN EL REGIMEN DE DISPERSIÓN DE RAYLEIGH" a DYNA. Gracias al sistema de gestión de revistas online que usamos podrá seguir su progreso a través del proceso editorial identificándose en el sitio web de la revista:

Si tiene cualquier pregunta no dude en contactar con nosotros/as. Gracias por tener en cuenta esta revista para difundir su trabajo.

URL del manuscrito:

<https://revistas.unal.edu.co/index.php/dyna/author/submission/74054>

Nombre de usuario/o: darby

Si tiene cualquier pregunta no dude en contactar con nosotros/as. Gracias por tener en cuenta esta revista para difundir su trabajo.

Coordinación Editorial

DYNA

Revista DYNA Universidad Nacional Medellín

dyna@unal.edu.co

Teléfono 425 50 68

<https://revistas.unal.edu.co/index.php/dyna>

**Figura C.4:** *Constancia de sometimiento a revista indexada.*

\*— Estancia de investigación en el *Optical Trapping Lab-Grup de Biofotónica* (BIOPT), del *Departament de Física Aplicada*, de la *Facultat de Física* de la *Universitat de Barcelona*, en Barcelona-España del 5 de junio al 27 de julio del 2018, apoyada por la Vicerrectoría de Investigaciones de la Universidad de Pamplona, por medio de la convocatoria "*Movilidad Estudiantes 2018*".



**Dr. Mario Montes Usategui**  
Optical Trapping Lab  
Departamento de Física Aplicada  
Facultad de Física  
Universidad de Barcelona  
Barcelona 08028, España



Barcelona, 27 de Julio de 2018

A quien pueda interesar,

Por la presente manifiesto mi satisfacción por el trabajo realizado en mi laboratorio de la Universidad de Barcelona, España, por el Sr. Darby Páez Amaya, en su estancia realizada entre el 5 de junio y el 27 de julio de 2018.

Durante la misma, Darby ha llevado a cabo todo el plan de trabajo previsto, asumiendo además la tarea de montar y alinear un sistema de pinzas ópticas mediante piezas optomecánicas y elementos ópticos, que ha resultado totalmente funcional.

En mi opinión, su estancia con nosotros ha sido muy beneficiosa para su formación y objetivos científicos futuros.

Cordialmente,

Mario Montes Usategui  
Profesor Titular de Universidad

**Figura C.5:** *Carta valorativa.*