

**MEZCLA DE SEIS ONDAS EN UN CRISTAL DE  $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$ ,  
ESTUDIO EXPERIMENTAL DE LA POLARIZACIÓN EN  
CONFIGURACIÓN TRANSVERSAL Y LONGITUDINAL**

**Lorena Villamizar Flórez**  
**Estudiante de Física**



**DEPARTAMENTO DE FÍSICA Y GEOLOGÍA**  
**FACULTAD DE CIENCIAS BÁSICAS**  
**UNIVERSIDAD DE PAMPLONA**  
**Noviembre, 2017**

# **MEZCLA DE SEIS ONDAS EN UN CRISTAL DE $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$ , ESTUDIO EXPERIMENTAL DE LA POLARIZACIÓN EN CONFIGURACIÓN TRANSVERSAL Y LONGITUDINAL**

Trabajo de investigación presentado como requisito para optar al título de Físico

**Lorena Villamizar Florez**  
Estudiante de Física

**Jorge Enrique Rueda Parada**  
Doctor en Ciencias Naturales – Física  
Director del Trabajo



**Grupo de Investigación**



**DEPARTAMENTO DE FÍSICA Y GEOLOGÍA  
FACULTAD DE CIENCIAS BÁSICAS  
UNIVERSIDAD DE PAMPLONA  
Noviembre, 2017**

L. Villamizar, "Mezcla de seis ondas en un cristal de  $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$ , estudio experimental de la polarización en configuración transversal y longitudinal" Trabajo de investigación para optar al título de Físico, Universidad de Pamplona, Director: J. E. Rueda, (2017)

## NOTA DE ACEPTACIÓN

---

---

---

---

---

---

---

**Firma Presidente del Jurado**

---

**Firma del Jurado**

---

**Firma del Jurado**

L. Villamizar, "Mezcla de seis ondas en un cristal de  $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$ , estudio experimental de la polarización en configuración transversal y longitudinal" Trabajo de investigación para optar al título de Físico, Universidad de Pamplona, Director: J. E. Rueda, (2017)

## **DEDICATORIA**

*A mis padres;*

*Julio Villamizar Villamizar  
Delia Flórez Delgado*

*A un gran profesor y amigo, Luis Alberto Gualdrón (Q.E.P.D)*

## AGRADECIMIENTOS

*Primero que todo, quiero agradecer a mi director de tesis el Dr. Jorge Enrique Rueda, por todas las enseñanzas que aportaron tanto a mi formación académica como personal, ya que además de ser un excelente profesor, es un gran amigo. Agradezco a mis padres, padrinos, hermanos, profesores y amigos por el apoyo durante el transcurso de mi carrera profesional.*

**Departamento de Física y Geología  
Facultad de Ciencias Básicas  
Universidad de Pamplona**

**MEZCLA DE SEIS ONDAS EN UN CRISTAL DE  $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$ ,  
ESTUDIO EXPERIMENTAL DE LA POLARIZACIÓN EN  
CONFIGURACIÓN TRANSVERSAL Y LONGITUDINAL**

**Lorena Villamizar Florez**  
Estudiante de Física

**Jorge Enrique Rueda Parada**  
Doctor en Ciencias Naturales – Física  
Director del Trabajo

## **RESUMEN**

Cuando se hacen incidir dos o más ondas dentro de un cristal fotorrefractivo e interfieren en el interior, se produce transferencia de energía entre las ondas incidentes como consecuencia del acoplamiento que se produce entre ellas; esto ocurre debido a las características no lineales del material fotorrefractivo, dando origen a múltiples aplicaciones; entre ellas, almacenamiento de información, holografía, tratamiento de imágenes, entre otras. En 1981 fue reportado el primer estudio del comportamiento de la polarización entre los haces difractado+transmitido en la mezcla de 2-Ondas, en función de las configuraciones denominadas longitudinal y transversal, en un cristal fotorrefractivo de BSO, con corte Huignard. En la presente investigación realizada, se construyó un arreglo holográfico de mezclado de ondas, con geometría de red de transmisión en un cristal fotorrefractivo de BSO con corte Huignard de 6mm de espesor. El arreglo es tal que se puede hacer mezcla de 2-Ondas, de 4-Ondas y de 6-Ondas, en modos configuración holográfica transversal o longitudinal. Para estos modos de operación, determinamos los estados de polarización de los haces difractados y transmitidos, y su relación entre la orientación angular de sus planos de polarización, así se establecieron los niveles de acople entre estos haces difractado+transmitido. Se muestran resultados novedosos del comportamiento de la polarización y acople de estos haces.

**PALABRAS CLAVE:** Holografía, Fotorrefractivo, BSO, Mezclado de ondas, Polarización.

## CONTENIDO

RESUMEN .....	8
Capítulo 1 .....	13
INTRODUCCIÓN Y OBJETIVOS .....	13
1.1. INTRODUCCIÓN.....	13
1.2. OBJETIVOS.....	14
1.3. ORGANIZACIÓN DEL INFORME .....	15
Capítulo 2 .....	17
REVISIÓN BIBLIOGRÁFICA .....	17
2.1. EFECTO FOTORREFRACTIVO.....	17
2.2. DISCUSIÓN DEL MODELO DE BANDAS FOTORREFRACTIVO DE KUKTAREV-VINETSKIIS .....	19
2.3. MATERIALES FOTORREFRACTIVOS.....	24
2.4. CARACTERÍSTICAS DEL CRISTAL BSO .....	24
Capítulo 3 .....	26
FUNDAMENTOS TEÓRICOS .....	26
3.1. MEZCLADO DE ONDAS EN MATERIALES FOTORREFRACTIVOS.....	26
3.2. CONCEPTO DE MEZCLA DE DOS ONDAS .....	27
3.3. EFECTO ELECTRO-ÓPTICO .....	33
3.4. BIRREFRINGENCIA INDUCIDA POR EFECTO ELECTRO-ÓPTICO.....	35
3.5. CRISTAL CON CORTE HUIGNARD.....	38
3.6. ACOPLADO DE DOS ONDAS EN CRISTAL FOTORREFRACTIVO DE BSO .....	41
3.7. EFICIENCIA DE DIFRACCIÓN DE LA RED.....	43
3.8. POLARIZACIÓN DE LA LUZ DIFRACTADA .....	48
Capítulo 4 .....	55
MATERIALES Y MÉTODOS .....	55
4.1. ESTUDIO EXPERIMENTAL .....	55
Capítulo 5 .....	61
RESULTADOS Y DISCUSIÓN .....	61
5.1. MEZCLADO DE CUATRO ONDAS EN CONFIGURACIÓN TRANSVERSAL .....	62
5.2. MEZCLADO DE CUATRO ONDAS EN CONFIGURACIÓN LONGITUDINAL .....	64

5.3. MEZCLADO DE SEIS ONDAS EN CONFIGURACIÓN TRANSVERSAL .....	66
5.4. MEZCLADO DE SEIS ONDAS EN CONFIGURACIÓN LONGITUDINAL .....	70
Capítulo 6 .....	73
CONCLUSIONES .....	73
Referencias.....	75

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1. Modelo de bandas de energía del efecto fotorrefractivo	18
Figura 2. Representación pictórica del efecto fotorrefractivo	20
Figura 3. Comportamiento del campo de carga total dentro del cristal	23
Figura 4. Esquema de mezcla de dos ondas.	27
Figura 5. Mezclado de dos ondas en BSO, sin y con campo aplicado, sin y con absorción.	32
Figura 6. Elipsoide de índices, ejes propios y líneas neutras	34
Figura 7. Configuración holográfica transversal, el vector de red $\mathbf{K}_g$ está perpendicular a la dirección $[001]$ . $(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \mathbf{x}_3)$ son los ejes propios del cristal, $(\mathbf{x}_2', \mathbf{x}_3')$ son las líneas neutras del cristal, la línea neutra $\mathbf{x}_1'$ está paralela al eje $x_1$ .	40
Figura 8. Configuración holográfica longitudinal, el vector de red $\mathbf{K}_g$ está paralelo a la dirección $[001]$ . $(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \mathbf{x}_3)$ es el sistema de referencia, $(\mathbf{x}_1', \mathbf{x}_2', \mathbf{x}_3')$ son los ejes propios del cristal, la línea neutra $\mathbf{x}_1'$ está paralela al eje $x_1$ .	41
Figura 9. Mezcla de dos ondas en un cristal fotorrefractivo.	42
Figura 10. Dirección de polarización $\mathbf{Pr}, \mathbf{Ps}$ de los haces $\mathbf{R}$ y $\mathbf{S}$ , caso $\mathbf{K}_g \perp \mathbf{001}$ .	45
Figura 11. Discretización de la red de volumen	46
Figura 12. Dirección de polarización $\mathbf{Pr}, \mathbf{Ps}$ de los haces $\mathbf{R}$ y $\mathbf{S}$ , caso $\mathbf{K}_g \parallel \mathbf{001}$ .	48
Figura 13. Estados de polarización típicos de los haces transmitidos y difractados en un cristal de 5 mm de espesor de $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$ en orientación longitudinal ( $\mathbf{K}_g \parallel [001]$ ).	50
Figura 14. Estados de polarización típicos de los haces transmitidos y difractados en un cristal de 5 mm de espesor de $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$ en orientación transversal ( $\mathbf{K}_g \perp [001]$ ).	51
Figura 15. Evolución de los estados de polarización en función de la profundidad en el cristal para la orientación longitudinal $\mathbf{K}_g \parallel [001]$ (secuencia superior) y para la orientación transversal $\mathbf{K}_g \perp [001]$ (secuencia inferior).	52
Figura 16. Fotografía arreglo óptico, CD: cubo divisor, M1, M2, M3, M4: Espejos planos, D2: Lámina divisora, P: Polarizador lineal, A: analizador.	55
Figura 17. Esquema del arreglo experimental, fotografía mostrada en la Figura 16.	56
Figura 18. Esquema general de mezclado de 2-ondas, 4-Ondas y 6-Ondas.	58
Figura 19. Esquema mezclado de cuatro ondas	62
Figura 20. Resultados mezcla de cuatro ondas, configuración $\mathbf{K}_g \perp [001]$ . (a) haz difractado $I_1^*$ , (b). Haz transmitido $I_{4t}$ , (c). comparación planos de polarización del haz difractado y haz transmitido	63
Figura 21. Resultados mezcla de cuatro ondas, configuración $\mathbf{K}_g \parallel [001]$ . (a) haz difractado $I_1^*$ , (b). Haz transmitido $I_{4t}$ , (c). comparación planos de polarización del haz difractado y haz transmitido	65
Figura 22. Resultados mezcla de seis ondas, configuración $\mathbf{K}_g \perp [001]$ . (a) haz difractado $I_1^*$ , (b). Haz transmitido $I_{4t}$ , (c). comparación planos de polarización del haz difractado y haz transmitido	66
Figura 23. Resultados mezcla de seis ondas, configuración $\mathbf{K}_g \perp [001]$ . (a) Haz difractado $I_1^*$ , (b). Haz transmitido $I_{3t}$ , (c). comparación planos de polarización del haz difractado y haz transmitido	67
Figura 24. Resultados mezcla de seis ondas, configuración $\mathbf{K}_g \perp [001]$ . (a) Haz difractado $I_2^*$ , (b). Haz transmitido $I_{3t}$ , (c). comparación planos de polarización del haz difractado y haz transmitido	68
Figura 25. Resultados mezcla de seis ondas, configuración $\mathbf{K}_g \perp [001]$ . (a) Haz difractado $I_2^*$ , (b). Haz transmitido $I_{4t}$ , (c). comparación planos de polarización del haz difractado y haz transmitido	69
Figura 26. Resultados mezcla de seis ondas, configuración $\mathbf{K}_g \parallel [001]$ . (a) Haz $I_6$ , (b). Haz $I_5$ , (c). comparación planos de polarización del haz $I_6$ y el haz $I_5$ .	70

## LISTA DE TABLAS

<i>Tabla 1. Parámetros utilizados en la obtención de la Figura 3.....</i>	<i>23</i>
<i>Tabla 2. Propiedades físicas del BSO.....</i>	<i>24</i>
<i>Tabla 3. Expresiones generales que permiten el cálculo de la orientación de los ejes propios del cristal, los índices de refracción principales y la birrefringencia inducida para el caso 1,2 y 3.....</i>	<i>38</i>
<i>Tabla 4. Resultados para el corte HUIGNARD.....</i>	<i>39</i>
<i>Tabla 5. Resumen de resultados. ....</i>	<i>71</i>

# Capítulo 1

## INTRODUCCIÓN Y OBJETIVOS

### 1.1. INTRODUCCIÓN

En el año 1966 se descubrió lo que inicialmente denominaron “daño óptico” [2], en un cristal de Niobato de Litio, tomado inicialmente como un aspecto negativo para algunos experimentos en óptica no lineal, puesto que se modificaba el índice de refracción del material, produciendo distorsión en el frente de onda transmitido. Más adelante se descubrió que este efecto era totalmente reversible, y se encontró que se podía aprovechar para diferentes aplicaciones como procesamiento de imágenes, pseudocoloreado, operaciones lógicas, almacenamiento múltiple de información, registro de hologramas, operaciones de correlación, amplificación de imágenes y mezclado de ondas [3] [4] [5] [6]. El efecto de cambiar el índice de refracción de un cristal electro-óptico está ligado a la presencia de centros foto-excitables en el material. Cuando se ilumina el material con una intensidad no uniforme se producen en el cristal foto portadores que han sido generados a partir de la liberación de electrones de centros donores, los cuales se desplazan una distancia media antes de ser retenidos en un nivel aceptor. Esto produce una separación de cargas en el cristal lo que genera un campo de carga espacial. Este campo a la vez produce una variación local y lineal del índice de refracción, por efecto electro-óptico o efecto Pockels.

Más adelante en 1968 [7], se hizo un estudio con un cristal fotorrefractivo de Niobato de Litio como medio de almacenamiento holográfico, debido a que el material cambia los índices de refracción al exponerse a una luz adecuadamente intensa permitiéndole actuar como un medio

holográfico de volumen puro [8], el cual no requiere procesamiento adicional. En 1978 se desarrolla la teoría no lineal de la auto-difracción [9] y en 1979 [10] se propone un modelo teórico para la migración de cargas ligadas a la luz, denominado modelo de transporte de banda, donde se considera que las impurezas presentes en el cristal actúan como donores de electrones al ser foto ionizadas; donde las cargas viajan en el cristal y se recombinan con centros aceptores, estableciéndose un campo de carga espacial el cual genera una red de índices en el interior del material.

Los cristales fotorrefractivos tienen aplicación en el procesamiento de imágenes, como ejemplo podemos citar; correlación óptica, restauración de frentes de onda, selección de contorno e inversión de contraste de una imagen, interferometría holográfica, interferometría speckel, e interferometría con objetos, entre otras [11]. En muchas de estas aplicaciones se utiliza la holografía dinámica, que se fundamenta en el mezclado de dos y cuatro ondas. Los hologramas de tipo dinámico no necesitan de procedimientos especiales como revelado y fijado de las películas fotográficas de haluro de plata, sino que la difracción del holograma es observada en tiempo real durante el mismo proceso de grabación [12]. La descripción matemática para la mezcla de ondas se da mediante ecuaciones diferenciales no lineales acopladas.

En 1981 se desarrolló una técnica para aumentar la magnitud del campo de carga espacial [13] utilizando la técnica de desintonización de frecuencias, luego en 1986 se reporta otra técnica que consistía en aplicar un voltaje externo al material y en 1994 se hace un estudio donde se considera la influencia del ángulo de polarización de los haces incidentes y del ángulo entre estos en la ganancia del cristal [14]. Como pudimos observar en los antecedentes anteriores, la óptica no lineal fotorrefractiva constituye un campo atractivo de investigación teórica y aplicada [15], por lo tanto la exploración de la física en medios fotorrefractivos permitirá idear nuevas aplicaciones.

## **1.2. OBJETIVOS**

La principal razón para realizar este trabajo fue estudiar el comportamiento de la polarización de las ondas difracta+transmitida, en el mezclado de seis ondas dentro de un cristal fotorrefractivo de BSO, para las configuraciones longitudinal y transversal del cristal, con un mezclado

degenerado, es decir, que el registro y lectura del holograma se hace con la misma longitud de onda. Haciendo un estudio experimental para el mezclado de cuatro y seis ondas, para así comprobar que el estado de polarización de las ondas difractada+transmitida a la salida del material, después de intercambiar energía entre las cuatro o seis ondas, no depende de la configuración holográfica, a diferencia del mezclado de dos ondas donde el estado de polarización de las ondas transmitida+difractada por la red, depende de la configuración del cristal respecto del vector de red, es decir, si hay una configuración holográfica transversal los estados de polarización de las ondas son perpendiculares entre sí, en donde se presenta un acoplamiento débil y si la configuración holográfica es longitudinal entonces los estados de polarización de las ondas transmitida+difractada son paralelos entre sí, por lo tanto es un acoplamiento fuerte.

### **1.3. ORGANIZACIÓN DEL INFORME**

Este informe se ha estructurado en seis capítulos. En el **capítulo 1**, presentamos una breve introducción del efecto fotorrefractivo, materiales fotorrefractivos y algunas aplicaciones, junto con los objetivos del trabajo.

El **capítulo 2** contiene una revisión bibliográfica del efecto fotorrefractivo basado en el modelo de banda descrito por KUKHTAREV-VINESTSKIIS, se realiza una descripción de los materiales fotorrefractivos, enfocando la revisión en el cristal fotorrefractivo de BSO, debido a que fue el material utilizado en este trabajo.

El **capítulo 3** refiere una revisión teórica del mezclado de ondas en materiales fotorrefractivos, particularmente el mezclado degenerado, en geometría de transmisión. Se hace un estudio de la eficiencia de difracción, del acoplamiento de las ondas en el interior del material y de la polarización de las mismas.

En el **capítulo 4** se hace una descripción detallada de los materiales y el método utilizado para realizar el estudio experimental, mostrando también los esquemas del arreglo óptico implementado y la respectiva discusión respecto a su modo de funcionamiento.

En el **capítulo 5** se muestran los resultados experimentales con su respectiva discusión, tanto para el mezclado de 4-Ondas, como de 6-Ondas, para las configuraciones holográficas transversal y longitudinal del cristal fotorrefractivo de BSO.

El **capítulo 6** presenta las conclusiones sobre los diferentes aportes del trabajo y las perspectivas del mismo.

## Capítulo 2

# REVISIÓN BIBLIOGRÁFICA

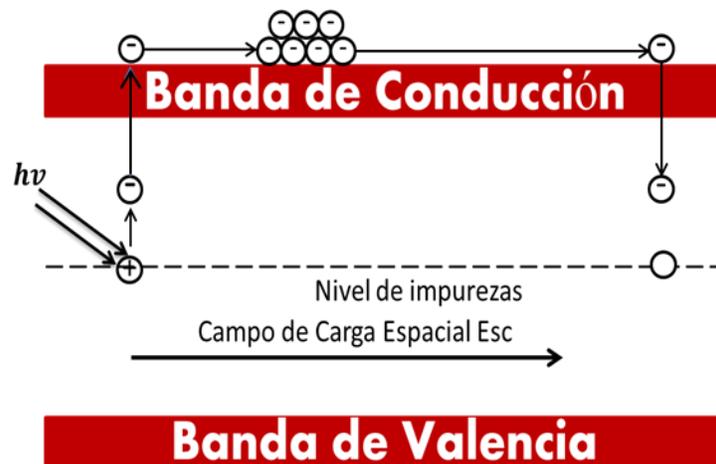
### 2.1. EFECTO FOTORREFRACTIVO

El efecto fotorrefractivo es un fenómeno óptico no lineal, el cual se manifiesta como un cambio local del índice de refracción (birrefringencia inducida), cuando el material se ilumina con una intensidad de distribución espacial no uniforme. Este efecto se presenta en materiales fotoconductores y electro-ópticos. Un material fotoconductor es aquel que se comporta como aislante o semi-aislante en la oscuridad y se torna conductor bajo el efecto de una energía luminosa [16] y un material electro-óptico es aquel que varía su índice de refracción al aplicarse un campo eléctrico externo o interno como sucede bajo el efecto fotorrefractivo; existen tanto materiales de segundo orden y de tercer orden, es decir que en el primer caso la susceptibilidad alcanza variaciones de segundo orden (Efecto Pockels) y en el segundo caso cuando lo hace hasta el tercer orden (Efecto Kerr). El efecto fotorrefractivo fue descubierto en el año 1966 cuando al enfocar un haz laser ( $\lambda=514\text{nm}$ ) en un cristal de Niobato de Litio se provocaba una distorsión en el índice de refracción del mismo. Esta inhomogeneidad perturbaba la colimación del haz y producía distorsión en el frente de onda transmitido, entorpeciendo experiencias de óptica no-lineal en ese rango espectral. Para hacer énfasis en estos aspectos negativos se denominó “daño óptico” [17] [18] [19].

Para que el efecto fotorrefractivo se presente, el material debe poseer las siguientes propiedades; debe ser un material electro-óptico, fotoconductor y debe poseer centros aceptores y donores de cargas (impurezas o huecos) situados en niveles de energía intermedios dentro del GAP, así cuando se ilumina el material los centros donores se foto-ionizan y aportan electrones a

la banda de conducción. Esta migración electrónica es debida a algún mecanismo de transporte, el cual puede ser por difusión, drift o arrastre. La **DIFUSIÓN** se refiere a que la distribución de intensidad excita los sitios donores creando una densidad no uniforme de fotoelectrones, así se crea una distribución espacial de cargas que está modulada por la distribución de intensidad. Esta distribución espacial de cargas crea el campo de carga espacial. El **DRIFT O ARRASTRE**, hace referencia al desplazamiento de electrones, ya sea mediante la aplicación de un campo eléctrico o mediante el mismo campo de carga espacial. En este caso los electrones foto-excitados en la región iluminada son arrastrados por el campo eléctrico hasta que son atrapados por sitios vacíos en la región oscura.

Existen diferentes modelos que explican el efecto fotorrefractivo; nosotros tomamos como referente teórico el modelo de bandas propuesto por Kukhtarev, que también es conocido como ecuaciones del material. En la **Figura 1** se muestra un esquema del modelo de bandas.



**Figura 1.** Modelo de bandas de energía del efecto fotorrefractivo

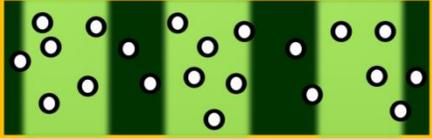
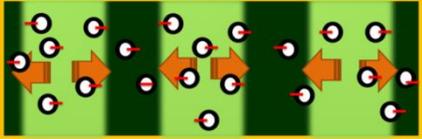
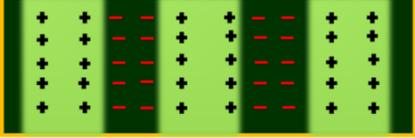
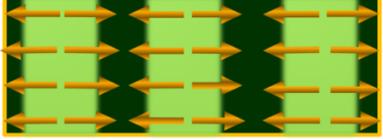
Este modelo connota la existencia de impurezas que permiten su fotoionización. Inicialmente existe un estado estable, considerando la ausencia de la luz sobre el material, se asume entonces una condición de equilibrio de un cierto número de iones donores, de iones aceptores y de átomos donores no ionizados; posteriormente hablamos de un estado perturbado del material por la presencia de fotones en el medio, responsables de la fotoionización de donores por liberación de electrones en el interior del material; cada portador liberado migra hacia la banda de conducción mediante los mecanismos de difusión y drift. Finalmente, después de cierto tiempo de movilidad de los portadores, estos se recombinan con las impurezas o centros aceptores, y así

hasta que el medio alcance el estado de saturación, en el cual se tendrá una densidad promedio de carga espacial cuyo resultado es un campo eléctrico de carga espacial, campo eléctrico que modulará el índice de refracción del material mediante efecto electro-óptico lineal o efecto Pockels.

## 2.2. DISCUSIÓN DEL MODELO DE BANDAS FOTORREFRACTIVO DE KUKTAREV-VINETSKIIS

Este modelo fotorrefractivo está basado en la interacción radiación-materia, constituido de cuatro ecuaciones no lineales que definen completamente el efecto de la radiación sobre el material fotorrefractivo. La solución del modelo conduce a la obtención del campo de carga espacial y él a su vez, permite definir la birrefringencia causada por efecto electro-óptico [20].

En la **Figura2. (a)** suponemos una distribución de luz no homogénea de forma cosenoidal  $I(x, y, z)$  con frecuencia espacial  $K$ , proyectada sobre un material fotorrefractivo en un instante  $t = 0s$ . Se asume un material con un solo tipo de impurezas. Para un instante  $t > 0s$  el material fotorrefractivo está en proceso de foto-ionización como se puede observar. En la **Figura2.(b)** también se puede apreciar que los portadores de carga se mueven por el mecanismo de transporte difusión o drift a las zonas de menor intensidad de luz. En la **Figura2. (c)** se puede ver que todos los portadores de carga son re-atrapados, llegando así al estado de saturación del efecto fotorrefractivo, generándose pequeños campos eléctricos en el interior del material. Debido a estos pequeños campos se genera un campo de cargas espaciales que se pueden observar en la **Figura2.(d)** Este campo de carga espacial es el responsable de provocar la birrefringencia local por efecto electro-óptico. Una vez que se deje de iluminar el material vemos que el índice de refracción ya está modulado con un desfase que depende del mecanismo de transporte de los portadores de carga, y por ende quedará definido en términos del campo de carga espacial **Figura2.(e)**. En cada una de las ilustraciones de la **Figura2** están las respectivas ecuaciones que representan los diferentes procesos involucrados en el fenómeno, tomadas de la referencia [21].

 <p>(a)</p>	$I_{(x,z)} = I_0 \exp \left[ \frac{-\alpha_\omega z}{\cos \theta_\omega} \right] (1 - m \cos(Kx))$ <p>Illuminación no uniforme en el interior del material fotorrefractivo en t=0.</p>
 <p>(b)</p>	<p>Foto generación de portadores de carga; movilidad de regiones de mayor intensidad hacia las de menor iluminación.</p> $\frac{\partial}{\partial t} N(\vec{r}, t) = \frac{\partial}{\partial t} N_D^+(\vec{r}, t) - \frac{1}{e} \vec{\nabla} \cdot \vec{J}(\vec{r}, t)$
 <p>(c)</p>	<p>Recombinación de portadores de carga</p> $\frac{\partial}{\partial t} N_D^+(\vec{r}, t) = (sI(\vec{r}, t) + \beta)(N_D - N_D^+(\vec{r}, t)) - \gamma_R N(\vec{r}, t) N_D^+(\vec{r}, t)$
 <p>(d)</p>	<p>Generación del campo de carga espacial</p> $\vec{\nabla} \cdot (\epsilon \vec{E}(\vec{r}, t)) = e(N_D^+(\vec{r}, t) - N_A^-(\vec{r}, t))$
 <p>(e)</p>	<p>Birrefringencia generada por efecto-electro-óptico.</p> $\delta n$

**Figura 2.** Representación pictórica del efecto fotorrefractivo

Las cuatro ecuaciones del modelo son: La ecuación de continuidad (**Ecuación 1**), la ecuación de generación-recombinación de portadores (**Ecuación 2**) la ecuación de densidad de corrientes de conducción (**Ecuación 3**), y la ecuación de Poisson's (**Ecuación 4**), que define la generación de

densidad de carga eléctrica. La transición de portadores hacia la banda de conducción se produce con una probabilidad  $(sI + \beta)(N_D - N_D^+)$ , y el proceso de recombinación con una probabilidad  $\gamma_R N N_D^+$ , donde,  $s$  es la sección transversal de fotoionización,  $I$  es la intensidad incidente,  $\beta$  es la rata de generación térmica,  $\gamma_R$  es la constante de recombinación,  $N$  es la concentración de portadores y  $N_D^+$  es la concentración de donores ionizados [22].

La movilidad de portadores de carga de regiones de mayor intensidad hacia las zonas de menor intensidad está dada por,

$$\frac{\partial}{\partial t} N(\vec{r}, t) = \frac{\partial}{\partial t} N_D^+(\vec{r}, t) - \frac{1}{e} \vec{\nabla} \cdot \vec{J}(\vec{r}, t) \quad (1)$$

Donde  $e$  es la carga del electrón,  $r$  es el vector posición,  $t$  es el tiempo y  $\vec{J}(r, t)$  es la densidad de corriente eléctrica. La concentración de donores ionizados aumenta por ionización térmica y por foto-ionización de un donador neutro, mientras que disminuye por la recombinación de un electrón con un donador ionizado.

$$\frac{\partial}{\partial t} N_D^+(\vec{r}, t) = (sI(\vec{r}, t) + \beta)(N_D - N_D^+(\vec{r}, t)) - \gamma_R N(\vec{r}, t) N_D^+(\vec{r}, t) \quad (2)$$

El primer término de la ecuación anterior es la generación de portadores de carga por acción de la luz y por efecto térmico. El segundo término representa la recombinación de portadores con las trampas. La densidad de corriente viene dada por:

$$\vec{J}(\vec{r}, t) = e\mu N \vec{E}(\vec{r}, t) + \mu K_B T \vec{\nabla} N(\vec{r}, t) + pI(\vec{r}, t)(N_D - N_D^+(\vec{r}, t)) \hat{c} \quad (3)$$

Donde  $\mu$  es la movilidad de la población electrónica,  $K_B$  es la constante de Boltzman,  $I$  es la corriente fotovoltaica,  $p$  es la constante fotovoltaica,  $E$  es el campo de carga espacial total,  $\hat{c}$  es un vector unitario en la dirección del eje electro-óptico del cristal. El primer término de la ecuación anterior, es la corriente de conducción o drift, causada por el campo de carga espacial, el segundo término, es la corriente por difusión, debida al efecto térmico, y el tercer término, es la corriente por efecto fotovoltaico de volumen presente solo en cristales ferro-eléctricos, para este trabajo se utilizó un cristal BSO, el cual es un material para-eléctrico, y por ende no presenta corriente fotovoltaica. El campo eléctrico de carga espacial total está dado por la densidad de carga total mediante la ecuación de Poisson's:

$$\vec{\nabla} \cdot (\epsilon \vec{E}(\vec{r}, t)) = e(N_D^+(\vec{r}, t) - N_A^-(\vec{r}, t)) \quad (4)$$

Donde  $\epsilon$  es la permitividad dieléctrica y  $N_A^-$  es la concentración de aceptores. Como se ve del sistema de ecuaciones, la solución del modelo permite encontrar el campo de carga espacial. Una

de las aplicaciones del efecto fotorrefractivo es la mezcla de ondas, que se enmarca en el campo de la holografía de volumen fotorrefractiva. Bajo este esquema una solución lineal del modelo, en el estado estacionario, suponiendo un registro holográfico de un patrón de intensidad cosenoidal, y considerando una aproximación lineal de las ecuaciones del material ( $m < 0.5$ ), se obtiene la siguiente forma para el campo de carga espacial total  $E$ , que en adelante llamaremos  $E_{sc}$  para unificar la notación con lo reportado por Marrakchi en 1986 [1] [20]:

$$E_{sc} = mE_s \left[ \frac{E_0^2 + E_D^2}{E_0^2 + (E_s + E_D)^2} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (5)$$

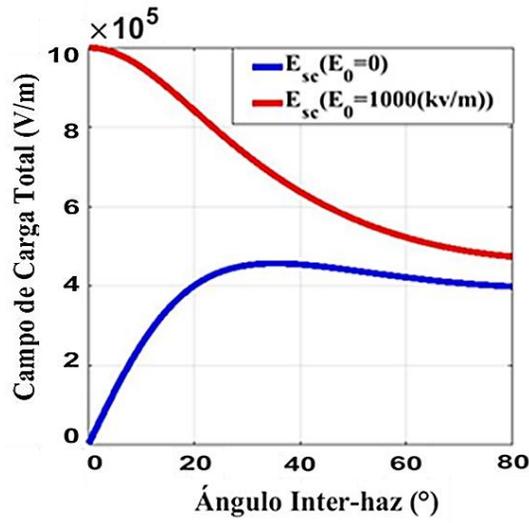
Donde la modulación de franjas está dada por:  $m = 2\sqrt{I_1}\sqrt{I_2}/(I_1 + I_2)$  es la modulación del patrón de luz,  $I_1$  e  $I_2$  son las intensidades de dos ondas que se superponen para producir  $I(x, z)$ ,  $E_s$  es el campo de saturación,  $E_D$  es el campo de difusión, y  $E_0$  es el campo aplicado. Kukhtarev en 1979 [10] define el campo de saturación y de difusión así:

$$E_D = \frac{K_g T K_B}{e}, \quad E_S = \frac{e N_A^-}{\epsilon K_g} (1 - a), \quad a = \frac{N_A^-}{N_{D'}} \quad (6)$$

Las **Ecuaciones (5) y (6)** muestran que el campo de carga espacial depende de la frecuencia del patrón de luz  $K_g$ ; teniendo en cuenta que el campo aplicado y el campo de saturación determinan el mecanismo de transporte por Drift y  $E_D$  el de difusión.

Por efecto electro-óptico se genera una densidad de carga espacial no uniforme y por ende un campo de carga espacial  $E_{sc}$ , en este proceso se involucran los mecanismos de difusión y drift, pero dependiendo de las propiedades eléctricas del material y de las condiciones experimentales, uno de los procesos mencionados puede predominar.

La **Figura 3** muestra el comportamiento del campo total en el interior del cristal en función del ángulo entre los haces que interfieren dentro del cristal (ángulo inter-haz), para formar la red holográfica. Como es sabido este mismo ángulo permite manipular entonces la frecuencia de la red. Se puede leer en la gráfica que domina el mecanismo de transporte por difusión. La **Tabla 1** contiene los valores de los parámetros físicos utilizados en la generación numérica de la curva de la **Figura 3**.



**Figura 3.** Comportamiento del campo de carga total dentro del cristal

**Tabla 1.** Parámetros utilizados en la obtención de la **Figura 3**

$n_o = 2.59$ para $\lambda = 544.5 \text{ nm}$	Índice de refracción
$\alpha = 85 \text{ m}^{-1}$	Constante de absorción del cristal
$\gamma_{41} = 3.4 \times 10^{-12} \text{ m/v}$	Coefficiente electro-óptico
$\epsilon = 8.85 \times 10^{-12} \text{ C}^2 / \text{Nm}^2$	Permitividad
$\epsilon_s = 56$	Constante dieléctrica estática
$e = -1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$	Carga del electrón
$K_B = 1,3805 \times 10^{-23} \text{ J/K}$	Constante de Boltzman
$T = 300 \text{ K}$	Temperatura ambiente
$\lambda = 544 \text{ nm}$	Longitud de onda
$E_0 = 1000 \text{ Kv/m}$	Campo aplicado

## 2.3. MATERIALES FOTORREFRACTIVOS

Los materiales fotorrefractivos poseen ciertas peculiaridades que le proporcionan ventajas respecto a otros materiales ópticos no lineales, como por ejemplo, la intensidad de luz necesaria para sintonizar no linealidad con materiales fotorrefractivos es del orden de  $mw/cm^2$ , en el caso de otros materiales se requieren intensidades de luz del orden de  $MW/cm^2$ . El tiempo en que se puede mantener el registro de la información en estos materiales varía desde milisegundos para el  $Bi_{12}SiO_{20}$ , hasta años para el  $LiNbO_3$  (Niobato de Litio). La información registrada en el material también puede ser borrada con iluminación uniforme llamado borrado óptico, o elevando la temperatura del material llamado borrado térmico. Se conocen cinco tipos de familias de materiales fotorrefractivos [23] [24]:

Ferroelectricos:  $LiNbO_3$ ,  $LiTaO_3$ ,  $BaTiO_3$ ,  $KNbO_3$ , SBN.

Silenitas:  $Bi_{12}SiO_{20}$  (BSO),  $Bi_{12}GeO_{20}$  (BGO),  $Bi_{12}TiO_{20}$  (BTO)

Semiconductores: GaAs: Cr, InP: Fe, CdTe

Cerámicas piezoeléctricas: tipo PLZT

Orgánicos: poly(N-vinylcarbazole) o PVK, poly (silane).

Como se ha indicado en los objetivos, en este trabajo utilizamos un cristal de BSO

## 2.4. CARACTERÍSTICAS DEL CRISTAL BSO

**Tabla 2.** Propiedades físicas del BSO

$n_o=2.58$ para $\lambda=544nm$	Índice de refracción
$p=22(^{\circ}/mm)$ para $\lambda=633nm$	Poder rotatorio
$\gamma_{41}=3.4 \times 10^{-12}$ m/v	Coefficiente electro-óptico
$7.5 \times 10^{15} \Omega cm$	Resistividad en la oscuridad
T=900°C	Temperatura de fundido
$\rho=9 \frac{kg}{cm^3}$	Densidad
23	Simetría
56	Constante dieléctrica
Dextrógira-Levógira	Actividad óptica

El cristal BSO que utilizamos en esta investigación es amarillo ámbar oscuro con una fuerte reflectividad, este color corresponde a una absorción fuerte en la banda de frecuencias ópticas del amarillo al violeta y una mínima absorción hacia la banda del rojo. Su densidad es del orden de  $9\text{kg/cm}^3$ , y su punto de fusión de  $900^\circ\text{C}$ . Respecto a sus propiedades ópticas; los cristales se clasifican en: isotrópicos (cristales con simetría cubica), uniejes (cristales de los sistemas cuadrático, hexagonal y romboédrico) y biejes (cristales de los sistemas ortorrómbicos, monoclinico y triclinico). El cristal BSO presenta isotropía óptica en su estado normal, sin embargo, al aplicarle un campo eléctrico, campo magnético o esfuerzos (tensión o compresión), es ópticamente anisotrópico [24]. La banda de registro para este cristal corresponde a la gama de frecuencias del verde, a las cuales el cristal responde con un amortiguamiento parcial de la onda incidente, lo cual permite activar el efecto fotorrefractivo. La banda de lectura corresponde a la banda de frecuencias del rojo. Presenta alta fotoconductividad y fuerte actividad óptica [25]; es una propiedad que consiste en rotar el plano de polarización de la luz polarizada linealmente cuando esta atraviesa el medio, la medida de dicha actividad se da a través de un parámetro que mide el número de grados de rotación por milímetro de espesor de cristal atravesado por la luz, que también se denomina poder de rotación óptica, y puede ser dextrógiro-positivo o levógiro-negativo [26]. Fresnel introdujo en su teoría cinemática la noción de birrefringencia circular [27] [17], él demostró que el giro del plano de polarización se puede explicar suponiendo que toda vibración rectilínea que se propague en un medio ópticamente activo, se descompone en dos vibraciones circulares inversas, con velocidades de propagación diferentes correspondientes a índices de refracción ordinario  $n_o$  y extraordinario  $n_e$ , donde la diferencia de recorrido foto-inducido por la muestra está dada por la siguiente expresión,

$$\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} (n_o - n_e)e \quad (7)$$

Donde,  $\lambda$  es la longitud de onda de la luz en el vacío, y  $e$  es el espesor de la muestra. El plano de polarización lineal de la onda a la salida de la muestra habrá rotado un ángulo igual a la mitad de la diferencia de fase introducida por ella. Este ángulo de rotación del plano de polarización dividido entre el espesor de la muestra define el poder rotatorio ( $\rho$ ), o ley de Biot:

$$\rho = \frac{\beta}{e} = \frac{A}{\lambda^2} \quad (8)$$

Donde  $\beta$  es el ángulo que ha rotado el campo polarizado linealmente, una vez sale de la muestra de espesor  $e$ ; la dependencia  $\rho(\lambda)$  se conoce como dispersión rotatoria, siendo  $A$  una constante.

# Capítulo 3

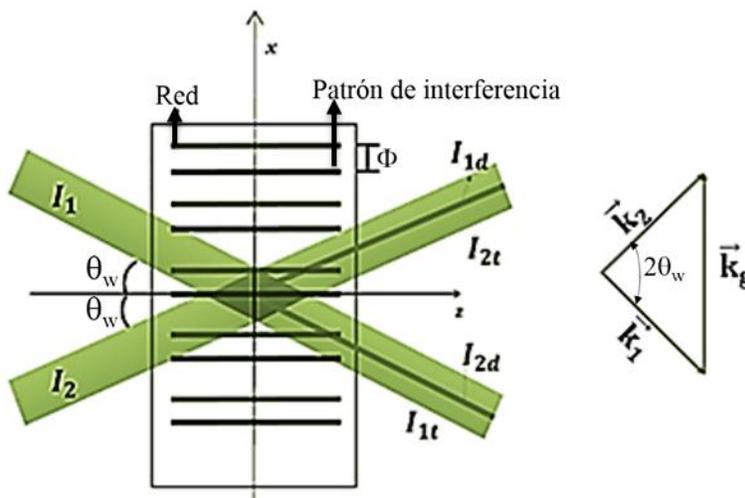
## FUNDAMENTOS TEÓRICOS

### 3.1. MEZCLADO DE ONDAS EN MATERIALES FOTORREFRACTIVOS

La mezcla de ondas en medios fotorrefractivos involucra tres aspectos, el primero es la generación de un patrón de interferencia, el segundo es la generación de una red holográfica de volumen y el tercero es la auto-difracción de las ondas mezcladas [1]. Cuando dos o más ondas de radiación electromagnética coherentes inciden en un material fotorrefractivo y se acoplan en fase y amplitud, se produce entonces un intercambio energético entre dichas ondas, a este intercambio de energía se le conoce como mezclado de ondas [3] [1] [28] [29] [30]. Existen dos configuraciones básicas de mezcla de ondas, mezclado co-direccional o geometría de transmisión y mezclado contra-direccional o geometría de reflexión [31] [32]. Como se ha destacado en la descripción del modelo fotorrefractivo, la intensidad de un patrón de interferencia genera y redistribuye portadores de carga, y así se produce un campo de carga espacial en el interior del cristal [33]. Esto a su vez produce un cambio local del índice de refracción por efecto electro-óptico, variación que corresponde al registro del patrón de interferencia, es decir, el registro de una red de índices, también llamada holograma de volumen [34] [35]. En general, debido a los mecanismos de transporte, la red de índices estará desfasada con respecto al patrón de interferencia, en donde se tienen en cuenta dos aspectos importantes: primero, el desfase entre el patrón de interferencia y la red que es el responsable del acoplamiento amplitud-fase entre las ondas en el medio fotorrefractivo y el segundo aspecto es la posibilidad de obtener dos tipos de red; de transmisión y de reflexión [36]. Diferentes autores han estudiado la mezcla de ondas en medios no lineales y a la vez se han propuesto diferentes modelos fisicomatemáticos para explicar este tipo de acoplamiento de ondas [37], [21]. En este trabajo aplicamos el caso degenerado, donde los haces incidentes en el cristal fotorrefractivo son de la misma frecuencia, produciendo un patrón de interferencia estacionario y realizando un mezclado co-direccional o geometría de transmisión, donde utilizamos tanto la configuración transversal como longitudinal.

## 3.2. CONCEPTO DE MEZCLA DE DOS ONDAS

La **Figura 4** muestra un esquema de mezclado de dos ondas en un medio fotorrefractivo,



**Figura 4.** Esquema de mezcla de dos ondas.

$I_1, I_2$ : Intensidades de los haces incidentes,  $\theta_w$ : ángulo de escritura,  $\Phi$ : desfase entre el patrón de luz y la red fotorrefractiva.  $I_{1d}$ : haz difractado del haz  $I_1$ ,  $I_{2t}$ : haz transmitido del haz dos,  $I_{2d}$ : haz difractado del haz dos,  $I_{1t}$ : haz transmitido del haz  $I_1$ .  $\vec{K}_g$ : Vector de red

Kukhtarev en 1986, presenta una modelación de la mezcla de dos ondas co-direccional en un cristal fotorrefractivo, donde define el medio en términos de la variación de la permitividad relativa:

$$\Delta\epsilon_r = -\epsilon'_{r0}\gamma_T E_{sc}\epsilon'_{r0} \quad (9)$$

Donde  $\gamma_T$  es el tensor electro-óptico,  $E_{sc}$  es el campo de carga espacial total, y  $\epsilon'_{r0}$  es la parte real del tensor de permitividad relativa, el cual tiene la forma,

$$\epsilon_{r0} = \epsilon'_{r0} - j\epsilon''_{r0} + \rho \quad (10)$$

Siendo  $\epsilon'_{r0}$  la parte compleja del tensor de permitividad relativa y  $\rho$  la actividad óptica; donde la variación del índice de refracción toma la forma:

$$\Delta n = -\frac{\Delta\epsilon_r}{2n_0} = -\frac{n_0^3}{2}\gamma_T E_{sc} \quad (11)$$

Teniendo en cuenta que el campo de carga espacial, en general tiene forma compleja, la variación del índice de refracción, según la Referencia [34], también se puede escribir como:

$$\Delta n = n - n_0 = \left[ \frac{n_1}{2} e^{i\Phi} \frac{\tilde{E}_1^* \tilde{E}_2}{I_0} e^{-i\vec{k}_g \cdot \vec{r}} + c. c. \right]^1 \quad (12)$$

Siendo  $\tilde{E}_1$  y  $\tilde{E}_2$  los campos eléctricos ópticos de los dos haces que producen la red. Donde  $I_0$  es la intensidad total dada por,

$$I_0 = I_1 + I_2 = |\tilde{E}_1|^2 + |\tilde{E}_2|^2 \quad (13)$$

$c. c.$  es el complejo conjugado de  $\frac{n_1}{2} e^{i\Phi} \frac{\tilde{E}_1^* \tilde{E}_2}{I_0} e^{-i\vec{k}_g \cdot \vec{r}}$ ,  $n_0$  es el índice de refracción en ausencia de luz,  $\Phi$  es el desfase entre el patrón de interferencia y la red fotorrefractiva,  $n_1$  es la profundidad de la red, un número real y positivo que depende del espaciamiento de la red y su dirección, del campo eléctrico aplicado y de propiedades del material como lo son los coeficientes electro-ópticos [20]. De otra parte, el desfase  $\Phi$  está dado en términos del campo de difusión y del campo aplicado (ver **Ecuación 6**), según la expresión,

$$\tan(\Phi) = \frac{E_D}{E_0}. \quad (14)$$

Si tomamos en cuenta que utilizamos un cristal fotorrefractivo de BSO, entonces la profundidad de la red tiene la forma:

$$n_1 = \frac{n_0^3}{2} \gamma_{41} E_{sc}, \quad (15)$$

De donde el campo de carga espacial  $E_{sc}$  es el definido por la **Ecuación 5**. Después de definidas las propiedades del medio fotorrefractivo, se pasa a la segunda etapa donde el interés es determinar la acción de este medio sobre la radiación que se propaga en él, efecto que se determina mediante la solución de la ecuación de onda, solución que concluye en mostrarnos el comportamiento de transferencia de energía entre los dos haces en cada punto de espesor del cristal atravesado.

$$\vec{\nabla} \times (\vec{\nabla} \times \tilde{E}) - \frac{\omega^2}{c^2} n^2 \tilde{E} = 0 \quad (16)$$

Su solución requiere de artificios de aproximación como el denominado de variación lenta de amplitud, dada la expresión,

$$\left| \frac{d^2 \tilde{E}_j}{dz^2} \right| \ll \left| k_{zj} \frac{d\tilde{E}_j}{dz} \right| \quad j = 1, 2 \quad (17)$$

---

<sup>1</sup>  $\tilde{E}_1^*$ : representa complejo conjugado del campo eléctrico óptico  $\tilde{E}_1$ .

Donde  $j$  indica que serán dos ondas las que se acoplarán en el medio fotorrefractivo,  $k_{zj}$  son las componentes sobre la dirección  $z$ , de los respectivos vectores de onda de las ondas  $\tilde{E}_1$  y  $\tilde{E}_2$ . Entonces la solución de la ecuación de onda se reduce a llevar, mediante método algebraico, la forma de la **Ecuación 16** al siguiente sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias acopladas, las cuales relacionan el comportamiento de intercambio energético de las ondas  $\tilde{E}_1$  y  $\tilde{E}_2$ .

$$2ik_{z1} \frac{d\tilde{E}_1}{dz} = \frac{\omega^2 n_0 n_1}{c^2 I_0} \exp(-i\Phi) \tilde{E}_2^* \tilde{E}_2 \tilde{E}_1 \quad (18)$$

$$2ik_{z2} \frac{d\tilde{E}_2}{dz} = \frac{\omega^2 n_0 n_1}{c^2 I_0} \exp(i\Phi) \tilde{E}_1^* \tilde{E}_1 \tilde{E}_2 \quad (19)$$

Siendo las componentes  $k_{z1}$  y  $k_{z2}$  de la forma:

$$k_{z1} = k_{z2} = k \cos \theta_w = \frac{2\pi}{\lambda} n_0 \cos(\theta_w) \quad (20)$$

Donde  $\theta_w$  es el ángulo de incidencia dentro del medio de cualquiera de los haces.

Sustituyendo la **Ecuación 20** en la **Ecuación 18** se obtiene

$$\frac{d\tilde{E}_1}{dz} = -i \frac{\pi n_1}{I_0 \lambda \cos \theta_w} \exp(-i\Phi) \tilde{E}_2^* \tilde{E}_2 \tilde{E}_1 \quad (21)$$

Los parámetros constantes determinan la constante de acoplamiento del sistema, es decir el factor de acople entre las ondas, así:

$$\Gamma = i \frac{\pi n_1}{\lambda \cos \theta_w} \exp(-i\Phi) \quad (22)$$

Y teniendo en cuenta que  $\left(\frac{\omega}{c}\right) = \frac{2\pi}{\lambda}$ , entonces podemos escribir

$$\frac{d\tilde{E}_1}{dz} = -\frac{\Gamma}{I_0} |\tilde{E}_2|^2 \tilde{E}_1 \quad (23)$$

De la misma manera, sustituyendo la **Ecuación 19** en la **Ecuación 18** se obtiene

$$\frac{d\tilde{E}_2}{dz} = \frac{\Gamma^*}{I_0} |\tilde{E}_1|^2 \tilde{E}_2 \quad (24)$$

Si se tiene en cuenta la absorción del cristal ( $\alpha$ ), entonces se debe sumar al lado derecho de las **Ecuaciones 23** y **24** un término de la forma  $-(\alpha/2)\tilde{E}_1$  y  $-(\alpha/2)\tilde{E}_2$ , respectivamente, donde  $\alpha$  es el coeficiente de absorción del cristal; este término representa la atenuación sufrida por los haces cuando atraviesan el cristal.

A partir de las **Ecuaciones 23** y **24**, las amplitudes complejas se pueden escribir en términos de las fases de las mismas como:

$$\tilde{E}_1 = \sqrt{I_1} \exp(-i\Psi_1) \quad (25)$$

$$\tilde{E}_2 = \sqrt{I_2} \exp(-i\Psi_2) \quad (26)$$

Donde  $\Psi_1$  y  $\Psi_2$  son las fases de las amplitudes complejas de  $\tilde{E}_1$  y  $\tilde{E}_2$  respectivamente.

Si reemplazamos la **Ecuación 25** en la **Ecuación 23**, y la **Ecuación 26** en la **24**, encontramos un sistema donde podemos separar la parte imaginaria de la parte real; entonces, igualando la parte imaginaria obtenemos las ecuaciones de fases [34]

$$\frac{d\Psi_1}{dz} = \frac{\pi n_1}{\lambda \cos \theta_w} \frac{I_2}{I_1 + I_2} \cos(\Phi) \quad (27)$$

$$\frac{d\Psi_2}{dz} = \frac{\pi n_1}{\lambda \cos \theta_w} \frac{I_1}{I_1 + I_2} \cos(\Phi) \quad (28)$$

e igualando la parte real obtenemos las ecuaciones para las intensidades,

$$\frac{dI_1}{dz} = -\frac{2\pi n_1}{\lambda \cos \theta_w} \frac{I_1 I_2}{I_1 + I_2} \sin(\Phi) \quad (29)$$

$$\frac{dI_2}{dz} = \frac{2\pi n_1}{\lambda \cos \theta_w} \frac{I_1 I_2}{I_1 + I_2} \sin(\Phi) \quad (30)$$

Observe que en las **Ecuaciones 27** a la **30**, cuando la red de índices y el patrón de intensidades se encuentran en fase, las intensidades se desacoplan y no hay transferencia de energía entre los haces pero, sin embargo, existe acoplamiento de las fases; además es máximo para  $\Phi = 0$ , cuando  $\Phi \neq 0$ , los haces son amplificados o atenuados en la medida que atraviesan el espesor del cristal; se puede definir también que la dirección de amplificación depende del signo de  $\Phi$ . Las cuatro ecuaciones acopladas se pueden simplificar de la forma:

$$\frac{d\Psi_1}{dz} = \gamma_2 \frac{I_2}{I_1 + I_2} \quad (31)$$

$$\frac{d\Psi_2}{dz} = \gamma_1 \frac{I_1}{I_1 + I_2} \quad (32)$$

$$\frac{dI_1}{dz} = -\gamma_1 \frac{I_1 I_2}{I_1 + I_2} - \alpha I_1 \quad (33)$$

$$\frac{dI_2}{dz} = \gamma_1 \frac{I_1 I_2}{I_1 + I_2} - \alpha I_2 \quad (34)$$

Teniendo en cuenta que:

$$\gamma_1 = \frac{2\pi n_1}{\lambda \cos \theta_w} \sin \Phi \quad (35)$$

$$\gamma_2 = \frac{\pi n_1}{\lambda \cos \theta_w} \cos \Phi \quad (36)$$

Este sistema de ecuaciones acopladas se puede resolver sumando la **Ecuación 33** con la **Ecuación 34** para obtener la ecuación auxiliar:

$$\frac{d}{dz}(I_1 + I_2) = -\alpha(I_1 + I_2) \quad (37)$$

Cuya solución se puede expresar en la forma:

$$I_1 + I_2 = (I_1(0) + I_2(0))e^{-\alpha z} \quad (38)$$

Resultado que se puede reemplazar en la **Ecuación 33**, entonces resulta:

$$\frac{dI_1}{dz} + (\alpha + \gamma_1)I_1 = \gamma_1 \frac{I_1^2}{I_1(0) + I_2(0)} e^{\alpha z} \quad (39)$$

Y que se puede escribir de la siguiente forma:

$$-\frac{dI_1^{-1}}{dz} + (\alpha + \gamma_1)I_1^{-1} = \gamma_1 \frac{1}{I_1(0) + I_2(0)} e^{\alpha z} \quad (40)$$

Cuya solución es de la forma:

$$I_1(z) = I_1(0) \frac{1+b^{-1}}{1+b^{-1}e^{\gamma_1 z}} e^{-\alpha z} \quad (41)$$

Con la solución anterior, combinada con la **Ecuación 38**, se obtiene la solución para  $I_2$ , aunque también puede reemplazarse  $I_1$  en la **Ecuación 34** para obtener:

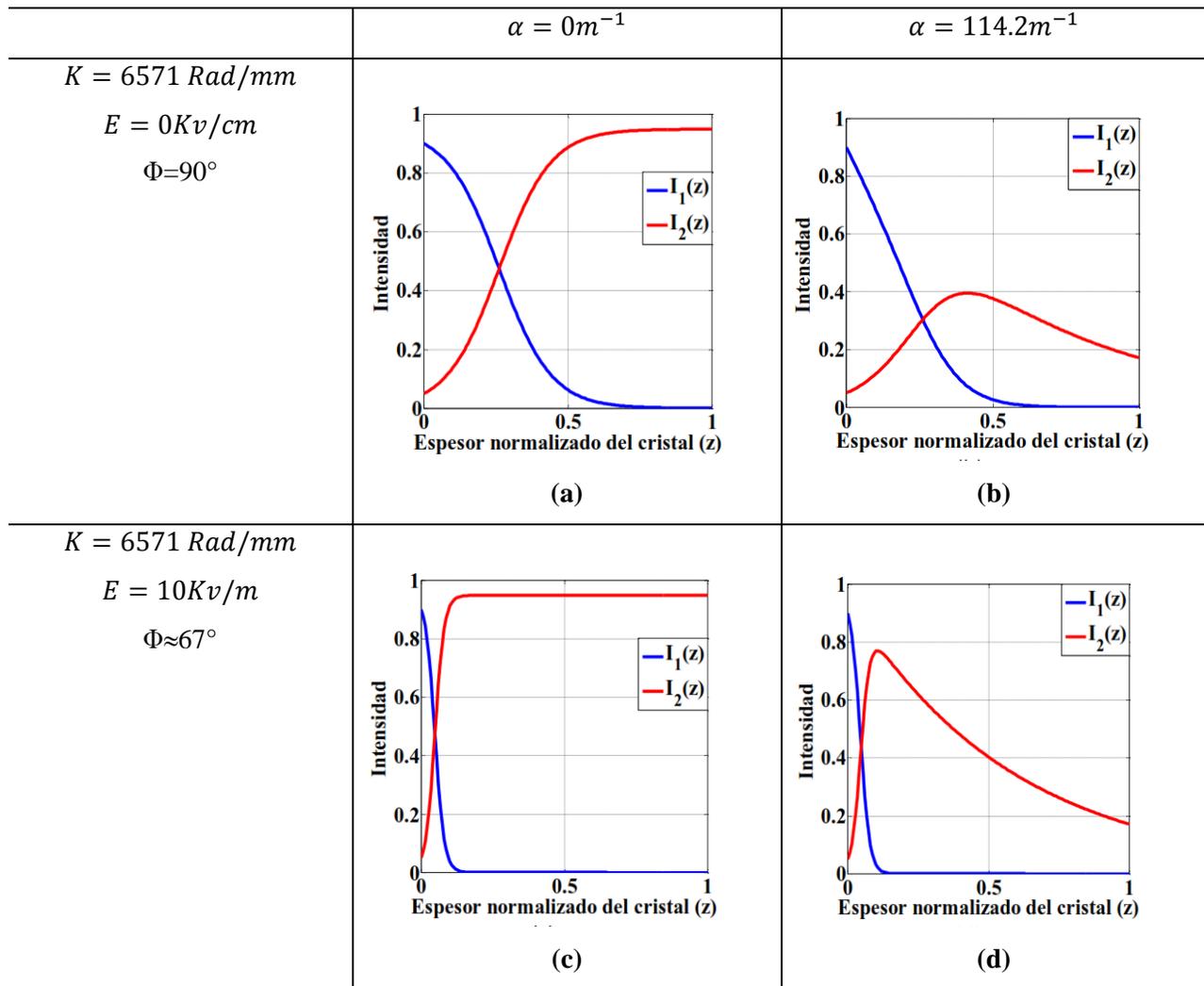
$$I_2(z) = I_2(0) \frac{1+b}{1+be^{-\gamma_1 z}} e^{-\alpha z} \quad (42)$$

Donde  $b$  es la razón de intensidades, denominada también razón de bombeo y  $\alpha$  es el coeficiente de absorción

$$b = \frac{I_1(0)}{I_2(0)} \quad (43)$$

El resultado final de este modelo ha despreciado el efecto de la actividad óptica y suponiendo que las polarizaciones de los dos haces son paralelas. En la **Figura 5** presentamos resultados del mezclado de dos ondas en un cristal fotorrefractivo de BSO, a partir de la solución de las **Ecuaciones 41** y **42**, tomados de la referencia [19]. Los parámetros físicos implementados fueron:  $\lambda=514\text{nm}$ , coeficiente electro-óptico  $\gamma_{41} = 4 \times 10^{-12} \text{m/v}$ , índice de refracción  $n_0 = 2.615$ , una modulación del patrón de luz generado por los dos haces  $m = 0.44$  y una razón de bombeo  $b = 18$ . Analizando los resultados de la **Figura 5**, se observa que la onda señal (onda de menor energía en  $z=0$ ) se amplifica a medida que la onda de bombeo (onda de mayor energía

en  $z=0$ ) pierde energía, lo cual ocurre con o sin absorción del material. En las **Figura5.(a)** y **Figura5.(b)** se trabajó sin aplicar campo externo, por lo tanto la máxima transferencia de energía es más lenta, a diferencia de las **Figura5. (c)** y **Figura5 .(d)**, donde se aplica un campo externo  $E=10Kv/m$ , en donde se ve que la máxima transferencia de energía se da con mayor rapidez. La absorción del material influye fuertemente en cuanto a la ganancia de la onda señal, sin embargo, en la salida del cristal la ganancia es la misma en los casos sin absorción (**Figura 5.(a)** y **Figura 5.(c)**) y la misma en los casos donde se considera la absorción (**Figura 5.(b)** y **Figura 5.(d)**). Este modelo no tiene en cuenta el poder rotatorio del cristal, el cual influye de manera importante en el acoplamiento de las dos ondas; en el literal 3.6 se incluye el análisis del modelo propuesto por Kogelnik, donde se aborda el problema de mezcla de dos ondas incluyendo el poder rotatorio. Las gráficas de la Figura 5 fueron tomadas de la referencia [19]



**Figura 5.** Mezclado de dos ondas en BSO, sin y con campo aplicado, sin y con absorción.

### 3.3. EFECTO ELECTRO-ÓPTICO

La propagación de la radiación en un cristal se puede describir completamente en términos del tensor de impermeabilidad  $\eta_{ij} = (n^{-2})_{ij}$ , siendo  $n$  valores de índices de refracción. Los modos de propagación que corresponden a los índices de refracción se pueden representar mediante la construcción geométrica de Fresnel, también conocido como elipsoide de índices, que se puede generalizar mediante la ecuación tensorial, dada en un sistema de coordenadas arbitrario [24].

$$\sum_{i,j=1}^3 (n^{-2})_{ij} x_i x_j \delta_{ij} + \sum_{i,j} \Delta B_{ij} x_i x_j = 1 \quad (44)$$

El primer término de la **Ecuación 44** representa el estado no-perturbado del cristal y el segundo término el estado adicional debido a la perturbación  $\Delta B_{ij}$ , que puede ser de tipo piezoeléctrico, electro-óptico o magneto-óptico; en este caso estudiamos la perturbación de tipo electro-óptico.  $x_{ij}$  son coordenadas espaciales arbitrarias. A cada dirección de propagación dentro del cristal le corresponden dos modos linealmente polarizados, con velocidades diferentes, excepto en cristales isotrópicos no-perturbados.

Definida la perturbación, este modelo permite obtener la birrefringencia del cristal, una vez el elipsoide ha sido transformado a un sistema de ejes principales. La perturbación de tipo electro-óptico tiene la siguiente forma general [24],

$$\Delta B_{ij} = \sum_{l,k=1}^3 (\gamma_{ijk} E_k + z_{ijkl} E_k E_l) \quad (45)$$

Donde  $i, j$  toman valores 1, 2,3;  $\gamma_{ijk}$  y  $z_{ijkl}$  son los tensores electro-ópticos lineal y cuadrático, respectivamente;  $E_{kl}$  son las componentes del campo eléctrico que actúa sobre las propiedades ópticas del material. El primer término de la **Ecuación 45** representa el efecto electro-óptico lineal o Pockels, y el segundo es el efecto electro-óptico cuadrático o Kerr. Los cristales de la familia silenitas, por ejemplo el BSO, presentan las siguientes características:

1. En estado no perturbado es ópticamente isotrópico, es decir que:

$$n_{11} = n_{22} = n_{33} = (n_0)^{-2}$$

Así la **Ecuación 44** toma la forma

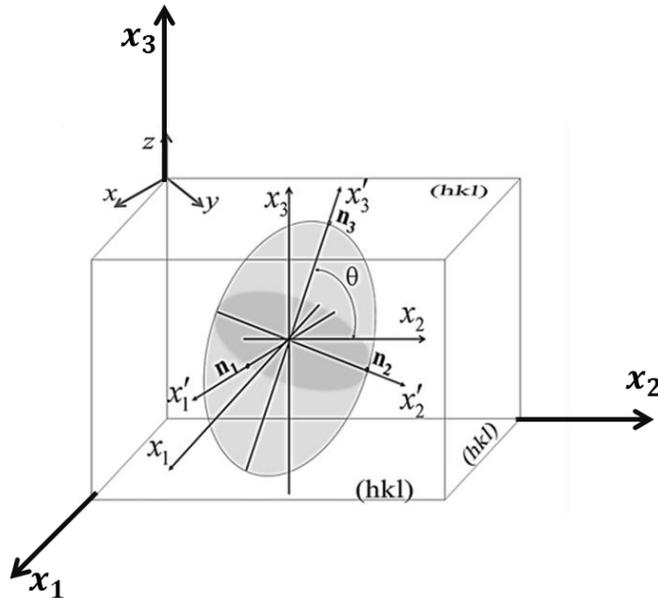
$$\sum_{i,j=1}^3 (n_0)^{-2} x_i x_j \delta_{ij} + \sum_{i,j}^3 \Delta B_{ij} x_i x_j = 1 \quad (46)$$

2. Solo presenta efecto Pockels, por lo tanto la **Ecuación 45** se reduce a la expresión,

$$\Delta B_{ij} = \sum_{l,k=1}^3 \gamma_{ijk} E_k \quad (47)$$

Para encontrar el corte o talla del cristal donde la birrefringencia se hace máxima, es conveniente considerar una representación del elipsoide de índices en un sistema de ejes propios del cristal  $(x_1, x_2, x_3)$ : ejes normales a las caras de talla del cristal (ver **Figura 6**).

Lo anterior implica, en general, que debemos hacer los tratamientos de transformación para cada talla del cristal; una primera transformación es para el tensor electro-óptico (TEO), debido a que partimos de un  $r_{lmn}$  definido en el sistema de ejes  $(x, y, z)$ . Teniendo en cuenta que el elipsoide se ha definido en el sistema de ejes propios, entonces el TEO debe ser definido también en este mismo sistema de ejes propios. Los coeficientes del tensor electro-óptico (TEO) expresado en el sistema  $(x, y, z)$ , de cristales isotrópicos, clase  $\bar{4}3m$  y  $23$ , son:  $r_{41}=r_{52}=r_{63}$  y los demás coeficientes son nulos [18].



**Figura 6.**Elipsoide de índices, ejes propios y líneas neutras

En la **Figura 6**, los ejes propios del cristal  $(x_1, x_2, x_3)$  son perpendiculares a los planos cristalográficos  $(hkl)$ , planos que corresponden al corte del cristal.  $(x'_1, x'_2, x'_3)$  son las líneas o

ejes neutros del cristal sobre las cuales están determinados los índices de refracción principales  $n_1, n_2, n_3$ . Los ejes  $(x, y, z)$  son paralelos a las direcciones cristalográficas  $[100]$ ,  $[010]$  y  $[001]$ , respectivamente, esto para cristales con simetría cúbica. El ángulo  $\theta$  es la inclinación de las líneas neutras del cristal con respecto a sus ejes propios. Finalmente, se aplica una transformación de coordenadas al elipsoide de índices, de tal forma que quede definido en el sistema de ejes principales  $(x'_1, x'_2, x'_3)$ , así podemos establecer, para el problema planteado, dos índices de refracción correspondientes a dos modos de propagación, para cada dirección de incidencia de la luz perpendicular a una de las caras del cristal.

### 3.4. BIRREFRINGENCIA INDUCIDA POR EFECTO ELECTRO-ÓPTICO

Para el problema particular planteado, retomando la **Ecuación 46** se calcula la birrefringencia, que por conveniencia representamos en el sistema de ejes propios del cristal, haciendo su expansión y posteriormente aplicando la contracción de índices [38]se obtiene:

$$\frac{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2}{n_0^2} + \Delta B_1 x_1^2 + \Delta B_2 x_2^2 + \Delta B_3 x_3^2 + 2\Delta B_4 x_2 x_3 + 2\Delta B_5 x_1 x_3 + \Delta B_6 x_1 x_2 x_3 = 1 \quad (48)$$

Ahora debemos elegir la dirección con que la luz incidirá perpendicularmente sobre una de las tres caras del cristal, es decir, un caso para cada dirección de incidencia de la luz paralela a los tres ejes propios del cristal. De esta manera se obtuvieron las expresiones generales de la birrefringencia, para los siguientes tres casos, que corresponden a las tres direcciones de incidencia de la luz posibles, paralelas a los ejes propios del cristal. Cuando los ejes propios del cristal coinciden con el sistema  $(x, y, z)$ , entonces el corte del cristal en términos de los ángulos de Euler es  $(\alpha=\beta=\gamma=0)$ .

**CASO1:** Iluminación paralela al eje  $x_1$ :

$$(n_0^{-2} + \Delta B_2)x_2^2 + (n_0^{-2} + \Delta B_3)x_3^2 + 2\Delta B_4 x_2 x_3 = 1 \quad (49)$$

**CASO 2:** iluminación paralela al eje  $x_2$ :

$$(n_0^{-2} + \Delta B_1)x_1^2 + (n_0^{-2} + \Delta B_3)x_3^2 + 2\Delta B_5 x_1 x_3 = 1 \quad (50)$$

**CASO 3:** iluminación paralela al eje  $x_3$

$$(n_0^{-2} + \Delta B_1)x_1^2 + (n_0^{-2} + \Delta B_2)x_2^2 + 2\Delta B_6x_1x_2 = 1 \quad (51)$$

Las **Ecuaciones 49** a **51** representan planos de índices de refracción paralelos a las caras  $(0, x_2, x_3)$ ,  $(x_1, 0, x_3)$  y  $(x_1, x_2, 0)$ , respectivamente. En cada caso, el plano de índice de refracción es la intersección entre plano frente de onda incidente y elipsoide de índices. Esta intersección permite determinar la orientación de las líneas neutras de la lámina y a su vez los dos índices de refracción (longitud de los semiejes de la elipse de índices de refracción). En general los tres casos son planos elípticos de índices de refracción, cuyos ejes principales (líneas neutras del cristal) están girados un cierto ángulo  $\theta$ , con respecto a los ejes propios  $(x_1, x_2, x_3)$  del cristal. Debido a que los semiejes de la elipse de índices de refracción definen los dos índices de refracción principales, entonces para facilitar su cálculo, se hace necesario transformar cada caso al sistema de ejes principales  $(x'_1, x'_2, x'_3)$ . La siguiente es la forma canónica a la que debemos transformar las tres elipses:

$$\frac{x_i'^2}{a^2} + \frac{x_j'^2}{b^2} = 1 \quad (52)$$

Donde la longitud de los semiejes  $a$  y  $b$  son los valores de los índices de refracción  $n_i$  y  $n_j$ , respectivamente, a lo largo de las líneas neutras del cristal  $(x'_i, x'_j)$ . Hallados los índices de refracción, podemos obtener la birrefringencia  $\delta n = |n_i - n_j|$ .

Los tres casos dados mediante las **Ecuaciones 49** a **51**, se llevan al sistema de ejes principales  $x'_{ij}$  mediante la transformación de coordenadas:

$$\begin{pmatrix} x_i \\ x_j \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\theta & -\text{sen}\theta \\ \text{sen}\theta & \cos\theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x'_i \\ x'_j \end{pmatrix} \quad (53)$$

Donde  $x_i, x_j$  son ejes propios del cristal, y  $x'_i, x'_j$  es el sistema de ejes paralelo a las líneas neutras del cristal. Las **Ecuaciones 49** y **51** pertenecen a la familia:

$$Ax_i^2 + Bx_ix_j + Cx_j^2 + Dx_i + Ex_j + F = 0 \quad (54)$$

Con  $i \neq j, B \neq 0, D = E = 0$  Y  $F = -1$  entonces podemos aplicar la transformación **53**. De donde, [39]

$$\tan(2\theta) = \frac{B}{A-C} \quad (55)$$

Usando la transformación de la **Ecuación 53**, entonces la **Ecuación 55** toma la forma canónica **(52)** así:

$$\left( A\cos^2\theta + C\sin^2\theta + \frac{B^2}{2\sqrt{B^2+(A-C)^2}} \right) X_i'^2 + \left( A\sin^2\theta + C\cos^2\theta - \frac{B^2}{2\sqrt{B^2+(A-C)^2}} \right) X_j'^2 = 1 \quad (56)$$

Por analogía con la **Ecuación 53**, se obtienen los índices principales  $n_i$  y  $n_j$ , los cuales quedan determinados por las siguientes expresiones,

$$n_i = \frac{1}{\sqrt{A\cos^2\theta + C\sin^2\theta + \frac{B^2}{2H}}} \quad (57)$$

$$n_j = \frac{1}{\sqrt{A\sin^2\theta + C\cos^2\theta - \frac{B^2}{2H}}}; \text{ Con } H = \sqrt{B^2 + (A - C)^2} \quad (58)$$

Donde  $n_i = n_2$  y  $n_j = n_3$  para el caso 1,  $n_i = n_1$  y  $n_j = n_3$  para el caso 2,  $n_i = n_1$  y  $n_j = n_2$  para el caso 3. Expandiendo en series de Taylor **las Ecuaciones 57 y 58**, llevando antes cada expresión a la forma  $(1 + X)^p \approx 1 + pX$ , entonces obtenemos, respectivamente, lo siguiente,

$$n_i = C^{-1/2} - \frac{C^{-3/2}}{4} [(A - C) + \sqrt{(A - C)^2 + 4B^2}] \quad (59)$$

$$n_j = C^{-1/2} - \frac{C^{-3/2}}{4} [(A - C) - \sqrt{(A - C)^2 + 4B^2}] \quad (60)$$

De **59 y 60** se obtiene la expresión general para la birrefringencia, esto es,

$$\delta n = |n_i - n_j| = \frac{C^{-3/2}}{2} \sqrt{(A - C)^2 + B^2} \quad (61)$$

La **Tabla 3** contiene las expresiones generales obtenidas a partir de las **Ecuaciones 55 a la 61**, a partir de las cuales podemos evaluar tres aspectos. **1).** Orientación de los ejes propios de la lámina (ángulo  $\theta$ ), **2).** Los índices de refracción principales, y **3).** La birrefringencia inducida, para cada uno de los tres casos. Los términos de la perturbación están determinados por la **Ecuación 47**, expresión que bajo la contracción de índices toma la forma,

$$\Delta B_j = \sum_{k=1}^3 \gamma_{jk} E_k \quad j=1, \dots, 6 \quad (62)$$

Donde los  $\gamma_{jk}$  se calculan a partir de la transformación del tensor electro-óptico (TEO) [38].

**Tabla 3.** Expresiones generales que permiten el cálculo de la orientación de los ejes propios del cristal, los índices de refracción principales y la birrefringencia inducida para el caso 1,2 y 3.

Incidencia	$\tan(2\theta)$	$\delta n_{1,2,3}$
$\vec{K}_{x1}$	$\frac{2\Delta B_4}{\Delta B_2 - \Delta B_3}$	$\frac{n_o^3}{2} \sqrt{(\Delta B_2 - \Delta B_3)^2 + 4\Delta B_4^2}$
$\vec{K}_{x2}$	$\frac{2\Delta B_5}{\Delta B_1 - \Delta B_3}$	$\frac{n_o^3}{2} \sqrt{(\Delta B_1 - \Delta B_3)^2 + 4\Delta B_5^2}$
$\vec{K}_{x3}$	$\frac{2\Delta B_6}{\Delta B_1 - \Delta B_2}$	$\frac{n_o^3}{2} \sqrt{(\Delta B_1 - \Delta B_2)^2 + 4\Delta B_6^2}$
INDICES DE REFRACCION		
$\vec{K}_{x1}$	$n_{2,3} = n_o - \frac{n_o^3}{4} \left[ (\Delta B_2 - \Delta B_3) \pm \sqrt{(\Delta B_2 - \Delta B_3)^2 + 4\Delta B_4^2} \right]$	
$\vec{K}_{x2}$	$n_{1,3} = n_o - \frac{n_o^3}{4} \left[ (\Delta B_1 - \Delta B_3) \pm \sqrt{(\Delta B_1 - \Delta B_3)^2 + 4\Delta B_5^2} \right]$	
$\vec{K}_{x3}$	$n_{1,2} = n_o - \frac{n_o^3}{4} \left[ (\Delta B_1 - \Delta B_2) \pm \sqrt{(\Delta B_1 - \Delta B_2)^2 + 4\Delta B_6^2} \right]$	

### 3.5. CRISTAL CON CORTE HUIGNARD

Las caras del cristal son paralelas a los planos cristalográficos (001), (110), y (1 $\bar{1}$ 0). La radiación se propaga en la dirección [110] ( $\vec{k}_{x1}$ ) y el campo aplicado es transversal. En este caso los ejes propios del cristal no coinciden con los planos cristalográficos. Este corte corresponde a los ángulos de Euler ( $\alpha=\pi/4$ ,  $\beta = \chi=0$ ), entonces la matriz de transformación  $R(\alpha, \beta, \chi)$  es [18] [40]:

$$R = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 \\ -\frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (63)$$

A partir de la transformación del tensor electro-óptico, se obtiene el TEO expresado en el sistema de ejes propios del cristal, entonces las componentes del tensor de perturbaciones son,

$$\begin{aligned} \Delta B_1 &= r_{41}E_3 \\ \Delta B_2 &= -r_{41}E_3 \\ \Delta B_3 &= \Delta B_6 = 0 \\ \Delta B_4 &= -r_{41}E_2 \\ \Delta B_5 &= r_{41}E_1 \end{aligned} \quad (64)$$

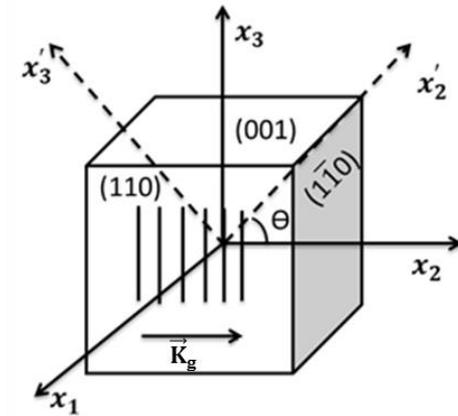
Usando los valores de la **Ecuación (64)** en las expresiones generales de la **Tabla 3**, obtenemos los resultados de la **Tabla 4**

**Tabla 4.** Resultados para el corte HUIGNARD

Incidencia	Tan(2 $\theta$ )	$\delta n_{1,2,3}$	Índices de refracción
$\vec{K}_{x1}$	$\frac{2E_2}{E_3}$	$\frac{1}{2}n_o^3r_{41}\sqrt{E_3^2 + 4E_2^2}$	$n_{2,3} = n_o + \frac{1}{4}n_o^3r_{41} \left[ E_3 \mp \sqrt{4E_2^2 + E_3^2} \right]$
$\vec{K}_{x2}$	$\frac{2E_1}{E_3}$	$\frac{1}{2}n_o^3r_{41}\sqrt{E_3^2 + 4E_1^2}$	$n_{1,3} = n_o - \frac{1}{4}n_o^3r_{41} \left[ E_3 \pm \sqrt{4E_1^2 + E_3^2} \right]$
$\vec{K}_{x3}$	0	$n_o^3r_{41}E_3$	$n_1 = n_o - n_o^3r_{41}E_3; \quad n_2 = n_o$

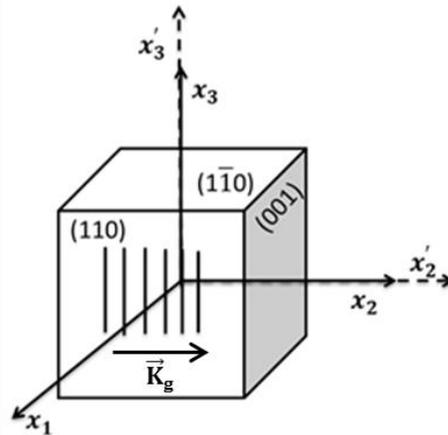
Estos resultados muestran dos situaciones interesantes, una de ellas es la dependencia de la orientación del elipsoide con el campo eléctrico aplicado (casos 1 y 2), esto implica que podemos manipular la orientación de las líneas neutras mediante la variación de la relación entre las amplitudes de dos componentes transversales de campo eléctrico. En el tercer caso, la orientación del elipsoide es invariante, tanto por la amplitud como por la dirección de acción de la perturbación longitudinal; esto implica que las líneas neutras del cristal coinciden con sus ejes propios, además se observa que la birrefringencia está condicionada solo a la variación del índice

$n_1$ ; el índice  $n_2$  se mantiene constante. De otra parte, los casos 1 y 2 sustentan las denominadas configuraciones holográficas transversal y longitudinal; por ejemplo, sea la situación del caso 1 donde iluminamos en dirección paralela al eje  $x_1$  mediante un patrón de franjas cuyo vector de onda es  $\vec{K}_2$ , tendremos entonces un  $E_2=E_{sc}$  paralelo a esta dirección, el cual es perpendicular a la dirección [001] (configuración transversal, ver **Figura 7**), así que  $E_3=0$ , luego el cristal será birrefringente con sus líneas neutras formando un ángulo de  $\theta=\pi/4$  con respecto al eje  $x_3$ .



**Figura 7.** Configuración holográfica transversal, el vector de red  $\vec{K}_g$  está perpendicular a la dirección [001].  $(x_1, x_2, x_3)$  son los ejes propios del cristal,  $(x'_2, x'_3)$  son las líneas neutras del cristal, la línea neutra  $x'_1$  está paralela al eje  $x_1$ .

Si hacemos que el vector de onda de las franjas sea  $\vec{K}_3$ , entonces  $E_2=0$  y  $E_3=E_{sc}$  que es paralelo a la dirección [001] (configuración longitudinal, ver **Figura 8**), entonces  $\theta=0^\circ$ , es decir que las líneas neutras son paralelas a los ejes  $x_2$  y  $x_3$ ; también podemos concluir que en este caso longitudinal  $n_2=n_o$  índice ordinario y  $n_3$  es el índice extraordinario, de donde  $n_2 < n_3$ . Otro caso interesante es que rotando el patrón de franjas podemos lograr tener un  $E_{sc}$  con componentes  $E_2$  y  $E_3$ , así podemos variar la orientación de las líneas neutras.



**Figura 8.** Configuración holográfica longitudinal, el vector de red  $\vec{K}_g$  está paralelo a la dirección  $[001]$ .  $(x_1, x_2, x_3)$  es el sistema de referencia,  $(x'_1, x'_2, x'_3)$  son los ejes propios del cristal, la línea neutra  $x'_1$  está paralela al eje  $x_1$ .

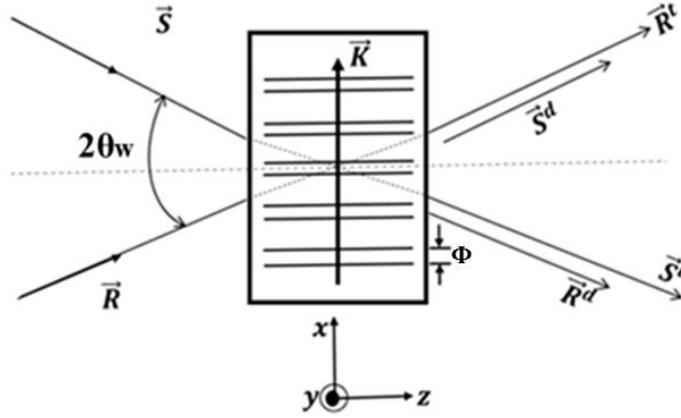
Las propiedades de polarización, en cristales fotorrefractivos como el BSO, se modifican debido a la actividad óptica del cristal y por efecto electro-óptico. En la **Figura 13** y **Figura 14** de la sección 3.8, se muestran algunos casos elegidos como representantes de los tipos de polarización característicos con actividad óptica y birrefringencia lineal inducida por campo eléctrico aplicado para las dos configuraciones holográficas del BSO, estos casos han sido elegidos suponiendo que la red y la fase permanecen perfectamente uniformes [1].

En el siguiente apartado se muestra el modelo de acoplamiento de dos ondas de Kogelnik, que permite analizar el comportamiento de la polarización de los haces de bombeo y difractado, con y sin poder rotatorio, y para las configuraciones transversal y longitudinal usando un cristal BSO con corte Huignard.

### 3.6. ACOUPLE DE DOS ONDAS EN CRISTAL FOTORREFRACTIVO DE BSO

El esquema de la **Figura 9**, muestra dos frentes de onda planos  $\vec{R}$  y  $\vec{S}$ , con vectores de propagación  $\vec{K}_R$  y  $\vec{K}_S$ , respectivamente ( $\vec{R}$  y  $\vec{S}$  son campos eléctricos de estas dos ondas) se superponen en el cristal, generando un patrón de luz que modula localmente el índice de

refracción del cristal, de tal forma que se produce una red de difracción de solo fase, cuyo vector de red  $\vec{K}$  es igual al del mismo patrón de luz. Si no se aplica campo eléctrico externo al cristal, entonces la red y el patrón de luz estarán desfasados en  $\frac{\pi}{2} rad$ .



**Figura 9.** Mezcla de dos ondas en un cristal fotorrefractivo.

Siendo  $\vec{R}^t$  y  $\vec{S}^t$ , los haces transmitidos de  $\vec{R}$  y  $\vec{S}$  respectivamente;  $\vec{R}^d$  y  $\vec{S}^d$  son los haces difractados de  $\vec{R}$  y  $\vec{S}$ , respectivamente.

En el modelo de ondas acopladas desarrollado por Kogelnik [41] [42], para redes de difracción de volumen, llama a  $\vec{R}$  haz de prueba y a  $\vec{S}$  el haz señal. En este modelo se asume que: **1.** El cristal no presenta absorción, **2.** Que la red se puede representar por una modulación del índice de refracción o de la constante dieléctrica del cristal:

$$\epsilon(x) = \epsilon_0 + \Delta\epsilon(x)\text{Cos}(\vec{k}, \vec{x}) \quad (65)$$

**3.** Que se cumpla la condición de Bragg

$$\vec{K}_S = \vec{K}_R - \vec{K} \quad (66)$$

Luego resolviendo la ecuación de Helmholtz para la propagación de ondas en el medio, se pueden obtener las denominadas ecuaciones acopladas [43]

$$\begin{aligned} \frac{d\vec{R}(z)}{dz} &= -i\Gamma\vec{S}(z) \\ \frac{d\vec{S}(z)}{dz} &= -i\Gamma\vec{R}(z) \end{aligned} \quad (67)$$

Siendo  $\Gamma$  la constante de acoplamiento

$$\Gamma = \frac{1}{4} \frac{\Delta\epsilon}{\sqrt{\epsilon_0}} \frac{2\pi}{\lambda \cos\theta_w} \quad (68)$$

Las ecuaciones (67) representan el acoplamiento o intercambio de energía entre el haz incidente  $\vec{R}$  y el difractado de  $\vec{S}$ ; siendo las condiciones iniciales para el tipo de red de la **Figura9** (red de transmisión) [44].

$$\vec{R}(0) = \vec{R}_0 ; \vec{S}(0) = \vec{S}_0 e^{i\Phi} \quad (69)$$

Que aplicadas a las ecuaciones (67) se obtienen las siguientes soluciones:

$$\begin{aligned} \vec{R}(z) &= \vec{R}_0 \text{Cos}(\Gamma z) - i\vec{S}_0 e^{i\Phi} \text{sen}(\Gamma z) \\ \vec{S}(z) &= \vec{S}_0 e^{i\Phi} \text{Cos}(\Gamma z) - i\vec{R}_0 \text{sen}(\Gamma z) \end{aligned} \quad (70)$$

Siendo  $\Phi$  la fase entre las dos ondas  $\vec{R}$  y  $\vec{S}$ ; esta fase es clave en el proceso de transferencia de energía, la cual representa la posible asimetría entre la red y el patrón de luz. Siendo máxima la transferencia de energía cuando  $\Phi = \frac{\pi}{2}$ .

### 3.7. EFICIENCIA DE DIFRACCIÓN DE LA RED

En la sección 3.3 se analizó que por efecto electro-óptico el índice de refracción del material se modifica, lo que se refiere a que la constante dieléctrica se modifica por la acción de un campo eléctrico, así se puede considerar la relación,

$$\varepsilon(\mathbf{x}) = n^2(\mathbf{x}); \Delta\varepsilon(\mathbf{x}) = 2n(\mathbf{x})\Delta n(\mathbf{x}) \quad (71)$$

Siendo  $n$  el índice de refracción del material.

Para los dos casos: configuración  $\vec{K}_g \perp [001]$  y  $\vec{K}_g \parallel [001]$ , el cambio del índice de refracción  $\Delta n$  es:

a) Caso  $\vec{E} \perp [001]$

$$\Delta n = \frac{r_{41}n_0^3\vec{E}}{2} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (72)$$

b) Caso  $\vec{E} \parallel [001]$

$$\Delta n = \frac{r_{41}n_0^3\vec{E}}{2} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (73)$$

Siendo  $\vec{E}$  el campo de carga espacial, el cual tiene la misma forma de variación que la red, esto quiere decir que  $\Delta n$  también se ajusta a la misma variación.

Retomando la **Ecuación (71)** y combinando con las **Ecuaciones (72)** y **(73)**, entonces podemos reescribirla así:

a)  $\vec{K}_g \perp [001]$

$$\Delta \mathcal{E} = n^4 r_{41} E \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (74)$$

En relación a los ejes  $x_1', x_2', x_3'$ .

b)  $\vec{K}_g \parallel [001]$

$$\Delta \mathcal{E} = n^4 r_{41} E \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (75)$$

En relación a los ejes  $x_1, x_2, x_3$ .

Ahora podemos reescribir la constante de acoplamiento  $\Gamma$  para cada caso:

A) Caso  $\vec{K}_g \perp [001]$ , teniendo en cuenta la **Ecuación (68)** y la **Ecuación (74)** se obtiene

$$\Gamma = \frac{\pi n_0^3 r_{41} \vec{E}}{2\lambda \cos \theta_w} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (76)$$

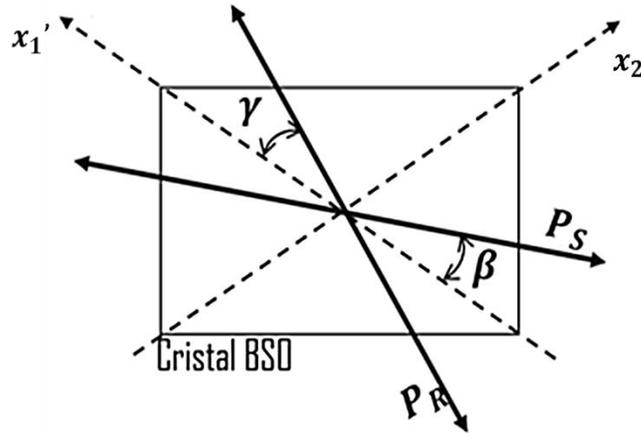
$$\Gamma_0 = \frac{\pi n_0^3 r_{41} \vec{E}}{2\lambda \cos \theta_w} \quad (77)$$

Haciendo  $\vec{R} = R\hat{r}$  y  $\vec{S} = S\hat{s}$  en la **Ecuación (67)** obtenemos:

$$\frac{d\vec{R}(z)}{dz} = -i(\hat{r} \cdot \Gamma \hat{s}) \vec{S}(z) \quad (78)$$

$$\frac{d\vec{S}(z)}{dz} = -i(\hat{s} \cdot \Gamma \hat{r})\vec{R}(z) \quad (79)$$

Asumiendo que  $\gamma$  y  $\beta$ , respectivamente son los ángulos de polarización de los haces  $\vec{R}$  y  $\vec{S}$ , en relación al eje  $x_1'$ , la **Figura 10** muestra la dirección de incidencia de los haces.



**Figura 10.** Dirección de polarización  $Pr, Ps$  de los haces  $\vec{R}$  y  $\vec{S}$ , caso  $\vec{K}_g \perp [001]$ .

Entonces:

$$\hat{r} = (\cos \gamma, \sin \gamma, 0) \text{ y } \hat{s} = (\cos \beta, \sin \beta, 0) \quad (80)$$

Así podemos obtener:

$$\hat{r} \cdot \Gamma \hat{s} = \Gamma_o (\cos \gamma, \sin \gamma, 0) \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \beta \\ \sin \beta \\ 0 \end{bmatrix}$$

Luego el resultado será:

$$\hat{r} \cdot \Gamma \hat{s} = \Gamma_o (\cos \gamma \cos \beta - \sin \gamma \sin \beta) = \Gamma_o \cos(\gamma + \beta) \quad (81)$$

Una vez establecido experimentalmente  $\gamma$ , la idea es determinar el valor del ángulo del haz difractado  $\beta$ . Es conocido que cuando no hay campo eléctrico aplicado, el haz difractado está linealmente polarizado, es decir, que  $\beta$  tiene un valor bien definido.

De **(81)** vemos que este valor corresponde a la condición de máximo acoplamiento entre los haces  $\vec{R}$  y  $\vec{S}$ , que ocurre cuando  $\cos(\gamma + \beta) = 1$ , así  $\beta = -\gamma$ , entonces:

$$\hat{r} \cdot \Gamma \hat{s} |_{\max} = \Gamma_o \quad (82)$$

Esto quiere decir, que cuando un haz incide en la red con una cierta dirección de polarización, se origina un haz difractado con dirección de polarización simétrica a  $\vec{R}$ , con respecto a  $x_1'$  o a  $x_2'$ .

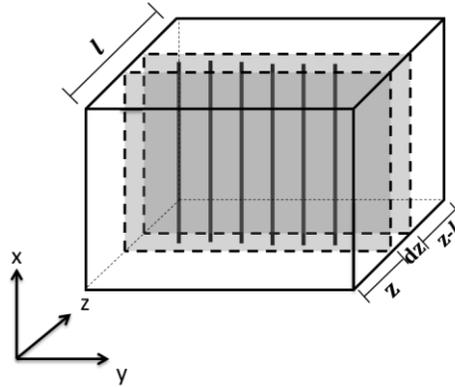
Entonces de las **Ecuaciones (70)**, podemos escribir las respectivas componentes, transmitidas y difractadas de cada haz:

$$\begin{aligned}
 \vec{R}^t(z) &= \vec{R}_o \cos(\Gamma_o z) \\
 \vec{R}^d(z) &= -i\vec{S}_o e^{i\Phi} \text{sen}(\Gamma_o z) \\
 \vec{S}^t(z) &= \vec{S}_o e^{i\Phi} \cos(\Gamma_o z) \\
 \vec{S}^d(z) &= -i\vec{R}_o \text{sen}(\Gamma_o z)
 \end{aligned}
 \tag{83}$$

La eficiencia de difracción de una red se define como la razón:

$$\eta = \frac{|S^d(z=l)|^2}{R_o^2}
 \tag{84}$$

Siendo el numerador de la **Ecuación (84)** la intensidad total de la luz difractada y el denominador la intensidad total de la luz incidente.



**Figura 11.** Discretización de la red de volumen

Considerando que se trata de una red de volumen (ver **Figura 11**), y que como en el caso del BSO presenta poder rotatorio, entonces en la profundidad del cristal la luz experimenta cambios en su polarización. Así mismo la luz difractada también deberá tener una dirección de polarización diferente. En la referencia [45] consideran la actividad óptica y encuentran una solución, discretizando la red a lo largo de  $z$  y mediante la integración en  $z$  de 0 a  $l$ , obtienen las componentes  $x_1', x_2'$  del haz difractado:

$$\begin{aligned}
 S^d(z=l)_{x_1'} &= -i\Gamma_o R_o \left[ \frac{\text{sen}(\gamma_o + \rho l) - \text{sen}(\gamma_o - \rho l)}{2\rho} \right] \\
 S^d(z=l)_{x_2'} &= -i\Gamma_o R_o \left[ \frac{\cos(\gamma_o + \rho l) - \cos(\gamma_o - \rho l)}{2\rho} \right]
 \end{aligned}
 \tag{85}$$

Siendo  $\gamma_0$  el ángulo de polarización a la cara de entrada al cristal. Luego como la luz va girando en la medida que atraviesa el cristal entonces  $\gamma = \gamma_0 + \rho z$ .

Así la eficiencia de difracción es:

$$\eta = \frac{|S^d(l)_{x'}|^2 + |S^d(l)_{y'}|^2}{R_0^2} \quad (86)$$

Luego sustituyendo en la **Ecuación (86)** las relaciones de la **Ecuación (85)**, se obtiene:

$$\eta = \frac{\Gamma_0^2}{2\rho^2} \left[ 1 - \frac{1}{2} [\text{sen}(\gamma_0 + \rho l)\text{sen}(\gamma_0 - \rho l) + \text{cos}(\gamma_0 + \rho l)\text{cos}(\gamma_0 - \rho l)] \right]$$

Reordenando los términos:

$$\eta = \Gamma_0^2 l^2 \text{sinc}^2(\rho l) \quad (87)$$

Se observa en la **Ecuación (87)** que la eficiencia de difracción no depende de la polarización del haz de lectura, que  $\eta$  disminuye a medida que aumenta la actividad óptica  $\rho l$ , y de otra parte crece de modo cuadrático en la medida que aumenta la modulación del campo eléctrico ( $\Gamma_0 \propto E_{sc}$ ).

**B).** Caso en que  $\vec{K}_g \parallel [001]$ ; en este caso

$$\Gamma = \Gamma_0 \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (88)$$

Teniendo en cuenta el acoplamiento de la **Ecuación (78)**, tenemos:

$$\hat{r} \cdot \Gamma \hat{s} = \Gamma_0 (\text{sen}\gamma, \text{cos}\gamma, 0) \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \text{sen}\beta \\ \text{cos}\beta \\ 0 \end{bmatrix} \quad (89)$$

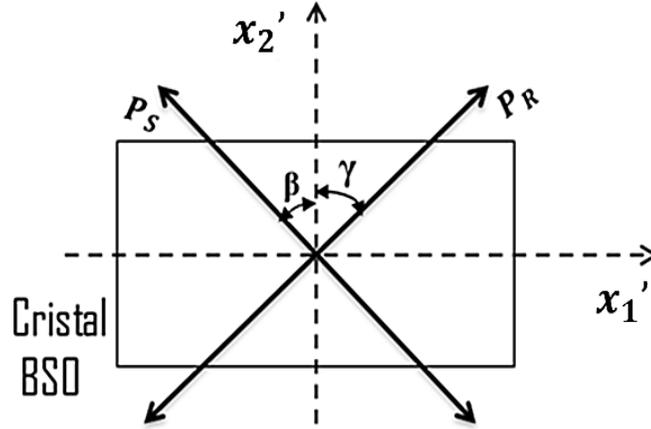
Entonces,

$$\hat{r} \cdot \Gamma \hat{s} = -\Gamma_0 \text{cos}\gamma \text{cos}\beta \quad (90)$$

Igual que en el caso A, existe una dirección de polarización de la onda difractada, para el cual el acople es máximo, de la **Ecuación (90)** se puede deducir que el acople es máximo cuando  $\beta = \pi$ , esto es:

$$\hat{r} \cdot \hat{s}|_{\text{max}} = \Gamma_0 \text{cos}\gamma \quad (91)$$

Por tanto, según esta configuración, donde las líneas neutras coinciden con  $x_1, x_2$  (ver **Figura 12**),



**Figura 12.** Dirección de polarización  $Pr, Ps$  de los haces  $\vec{R}$  y  $\vec{S}$ , caso  $\vec{K}_g \parallel [001]$ .

$P_R$  Será paralelo a  $y$  cuando  $\beta = \pi$ , así el acoplamiento es máximo.

Si se considera el poder rotatorio, adquiriendo un procedimiento similar al caso A, se obtiene que las componentes de la onda difractada son:

$$S^d(l)_{x_2} = -\frac{i\Gamma_0 \vec{R}_0 l}{2} [\text{sinc}(\rho l) \cos(\gamma_0) + \cos(\gamma_0 + \rho l)] \quad (92)$$

$$S^d(l)_{x_1} = -\frac{i\Gamma_0 \vec{R}_0 l}{2} [-\text{sinc}(\rho l) \text{sen}(\gamma_0) + \text{sen}(\gamma_0 + \rho l)] \quad (93)$$

### 3.8. POLARIZACIÓN DE LA LUZ DIFRACTADA

A) Caso  $\vec{K}_g \perp [001]$ , de la **Ecuación (85)** podemos obtener el ángulo de la dirección de polarización ( $\beta$ ) de la luz difractada por la red de volumen, así [44]:

$$\tan(\beta) = \frac{S^d(l)_{x_2'}}{S^d(l)_{x_1'}} = -\tan(\gamma_0) \quad (94)$$

El resultado de la **Ecuación (94)** implica que  $\beta = -\gamma_0$ . Este resultado muestra que para esta configuración, la actividad óptica no influye en la polarización del haz difractado, en otras palabras, el haz difractado conserva la misma orientación de polarización del haz de lectura.

Esta característica es apropiada para holografía interferométrica Si se escoge una polarización de entrada con  $\gamma_o = \frac{\pi}{4} - \frac{\rho l}{2}$ , en la salida del cristal se tendrá una polarización con su plano orientado en ángulo  $\gamma = \gamma_o + \rho l = \frac{\pi}{4} + \frac{\rho l}{2}$ , así  $\beta = -\gamma_o$ , entonces la luz transmitida y difractada tendrán una diferencia en sus orientaciones  $\gamma - \beta = \frac{\pi}{2}$ ; esto es, que las polarizaciones del haz transmitido y difractado son ortogonales, siendo posible separarlos usando un polarizador lineal.

**B)**  $\vec{K}_g \parallel [001]$ , de la **Ecuación (94)**, entonces:

$$\tan(\beta) = \frac{S^d(l)_{x_1}}{S^d(l)_{x_2}} = \frac{-\text{sinc}(\rho l)\text{sen}(\gamma_o) + \text{sen}(\gamma_o + \rho l)}{\text{sinc}(\rho l)\cos(\gamma_o) + \cos(\gamma_o + \rho l)} \quad (95)$$

De esta expresión se concluye que cuando  $\rho l \rightarrow 0$  entonces  $\tan(\beta) \rightarrow 0$ , es decir que  $\beta = \pi$ . Esto significa que en el límite de redes finas ( $\rho \approx 0$ ), la red funciona como un polarizador lineal, dado que el haz difractado presentará la misma polarización, sin importar la del haz incidente de lectura para valores de  $\rho l$  grandes,  $\beta$  depende de  $\gamma_o$ .

En la **Figura 13** se muestran resultados tomados de la Referencia [1], referidos al comportamiento de la polarización de la onda transmitida y de la onda difractada en función de la polarización de la onda de entrada, para un cristal de BSO (corte Huignard) de 5 mm de espesor en orientación longitudinal ( $K_g \parallel [001]$ ), con una frecuencia espacial de 300 líneas/mm, y con una longitud de onda  $\lambda=632.8\text{nm}$ , el campo eléctrico aplicado es de 6 kV/cm.

BSO $\vec{K}_g \parallel [001]$ $e=5\text{mm}$				
Onda de entrada	Sin actividad óptica Sin campo aplicado		Actividad óptica $21.4^\circ/\text{mm}$ $6\text{kv/cm}$ campo aplicado	
	Onda transmitida	Onda difractada	Onda transmitida	Onda difractada
			No Luz	
				
				
				

**Figura 13.** Estados de polarización típicos de los haces transmitidos y difractados en un cristal de 5 mm de espesor de  $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$  en orientación longitudinal ( $\vec{K}_g \parallel [001]$ ).

Para la comparación, se muestran los estados de polarización que existirían en ausencia de actividad óptica y birrefringencia lineal. La onda difractada emerge con un estado de polarización similar a la de la onda de entrada, la cual está linealmente polarizada. Además, la presencia de actividad óptica y birrefringencia lineal inducida provoca que se modifiquen los estados de polarización de la onda transmitida y de la onda difractada.

La **Figura 14** muestra los estados de polarización para un cristal de 5mm de espesor en orientación transversal ( $\vec{K}_g \perp [001]$ ), tomadas de la referencia [1] en condiciones que son comparables a las asumidas en la **Figura 13**.

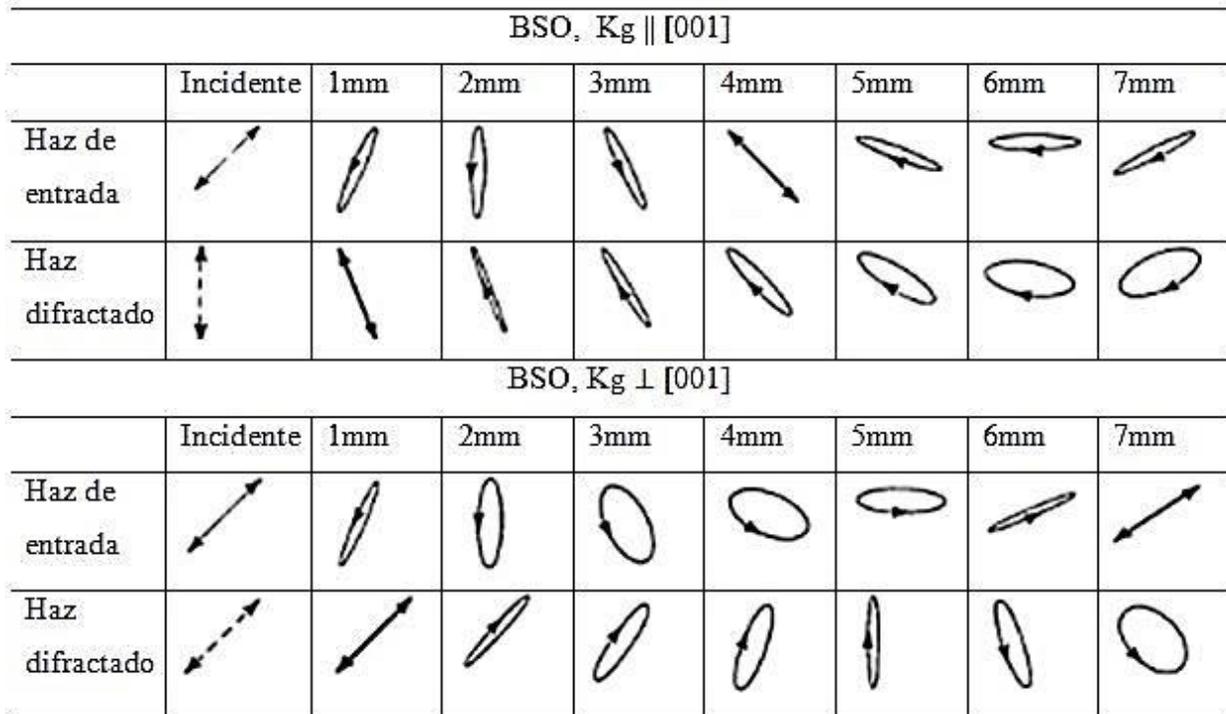
BSO $\vec{K}_g \perp [001]$ $e=5\text{mm}$				
Onda de entrada	Sin actividad óptica		Actividad óptica $21.4^\circ/\text{mm}$	
	Sin campo aplicado		6kv/cm campo aplicado	
	Onda transmitida	Onda difractada	Onda transmitida	Onda difractada
				
				
				
				

**Figura 14.** Estados de polarización típicos de los haces transmitidos y difractados en un cristal de 5 mm de espesor de  $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$  en orientación transversal ( $\vec{K}_g \perp [001]$ ).

La onda de entrada está linealmente polarizada a lo largo de una dirección particular, como se muestra en la columna de la izquierda, con una longitud de onda de  $632,8 \text{ nm}$  y se alinea a lo largo del ángulo de Bragg. Se comparan los estados de polarización de los haces transmitido+difractado, primero para el caso en donde no se aplica ningún campo diagonal y sin actividad óptica y para el caso de un campo diagonal de  $6 \text{ kV/cm}$  con el poder rotatorio óptico  $21,4 \text{ grados/mm}$ .

En la **Figura 15** se muestra la evolución de los estados de polarización de la onda de entrada y de la onda difractada en sucesivas profundidades para ambas orientaciones del cristal ( $\vec{K}_g \parallel [001]$ ,  $\vec{K}_g \perp [001]$ ), tomadas de la referencia [1]. También se representan los estados de polarización

que resultan de una polarización de entrada de  $45^\circ$  respecto al eje  $x_2$ . En el caso de la orientación longitudinal se muestra en la mitad superior de la **Figura 15**.



**Figura 15.** . Evolución de los estados de polarización en función de la profundidad en el cristal para la orientación longitudinal  $\vec{K}_g \parallel [001]$  (secuencia superior) y para la orientación transversal  $\vec{K}_g \perp [001]$  (secuencia inferior).

Como la onda se propaga a través del cristal, adquiere la elipticidad creciente hasta un máximo determinado por el campo eléctrico diagonal aplicado y por el poder rotatorio óptico natural. La onda difractada así mismo adquiere cada vez mayor elipticidad. Como puede verse en la **Figura 15**, el estado de polarización de la onda difractada no es idéntico a la de la onda de entrada, pero es muy similar para grosores de más de 3 mm (con poder rotatorio óptico de 21,4 grados/mm).

Para el caso de la orientación transversal  $\vec{K}_g \perp [001]$ , la cual se muestra en la mitad inferior de la **Figura 15**, otra vez hemos escogido la polarización de entrada a  $45^\circ$  respecto al eje  $x_2$ , que es por lo tanto; a lo largo de uno de los dos ejes electro-ópticos principales del cristal. Como tal, las polarizaciones de las ondas de entrada y la difractada son casi paralelas y evolucionan rápidamente hacia una separación longitudinal de  $90^\circ$  con el aumento de la profundidad. En estos espesores particulares, la señal óptima se logra cuando la onda difractada se separa de la onda de

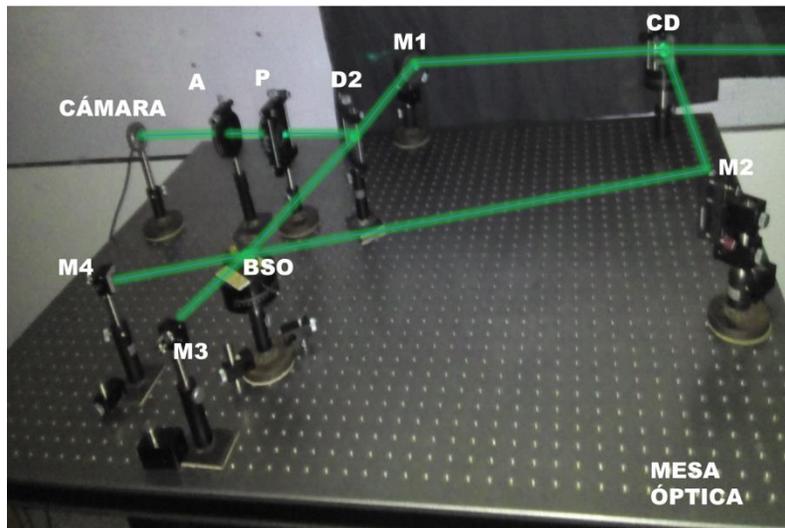
entrada con un analizador elíptico. Las elipticidades de las dos ondas también evolucionan dramáticamente, como se aprecia en la **Figura 15**. Para esta orientación, la elipticidad de la onda oscila entre cero y un máximo determinado otra vez por la magnitud de la birrefringencia inducida y el poder rotatorio óptico. Es muy interesante que la elipticidad de la onda de entrada y de la onda difractada evolucionan en fase uno con el otro para la orientación  $\vec{K}_g \parallel [001]$ , mientras que para la orientación  $\vec{K}_g \perp [001]$  son casi  $180^\circ$  fuera de fase. De estas cifras se puede apreciar el impacto significativo de la actividad óptica y birrefringencia lineal en los estados de polarización de la onda emergente.



## Capítulo 4

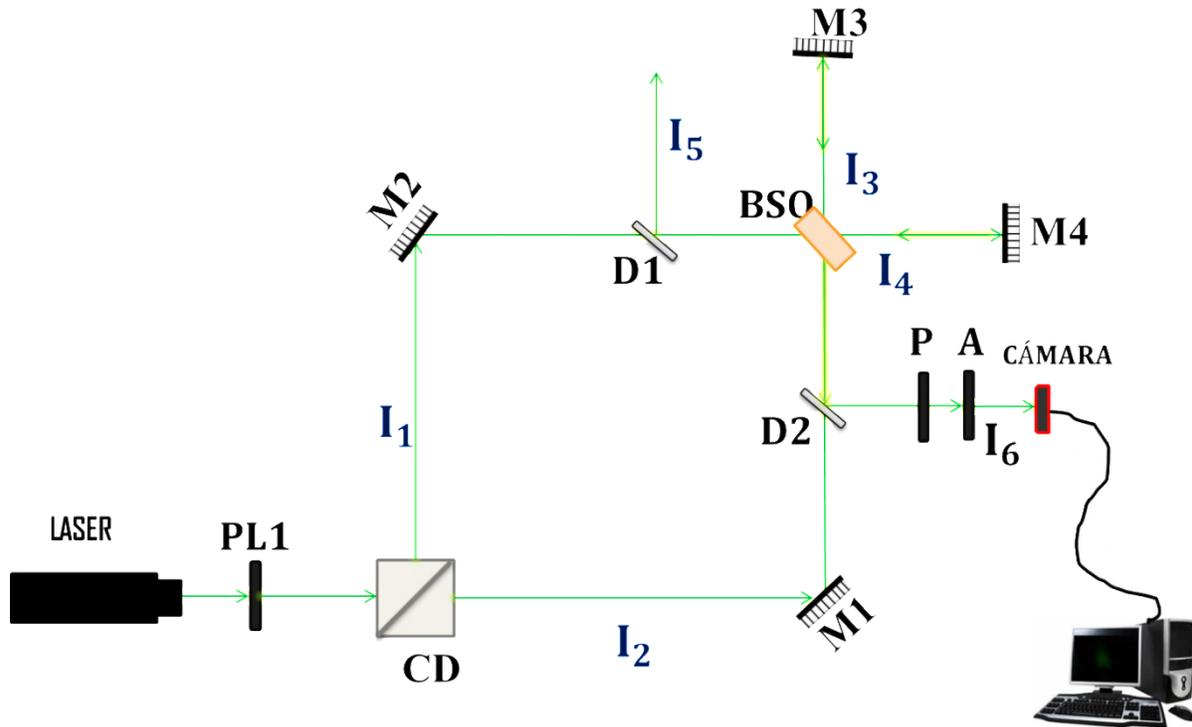
# MATERIALES Y MÉTODOS

### 4.1. ESTUDIO EXPERIMENTAL



**Figura 16.** Fotografía arreglo óptico, **CD:** cubo divisor, **M1, M2, M3, M4:** Espejos planos, **D2:** Lámina divisora, **P:** Polarizador lineal, **A:** analizador.

La **Figura 16** muestra la fotografía del arreglo experimental implementado. En la **Figura 17** se muestra un esquema detallado del arreglo experimental, el cual permite hacer mezclado de 2-ondas, 4-Ondas y 6-Ondas. Se utilizó un láser de Argón multilínea, de longitud de onda media  $\lambda=544.5\text{nm}$  y  $150\text{mW}$  de potencia. El haz de salida del láser (haz primario) fue colimado y polarizado vibrando perpendicularmente al plano de incidencia del cristal BSO (esto mediante el polarizador lineal PL1).



**Figura 17.** Esquema del arreglo experimental, fotografía mostrada en la **Figura 16**.

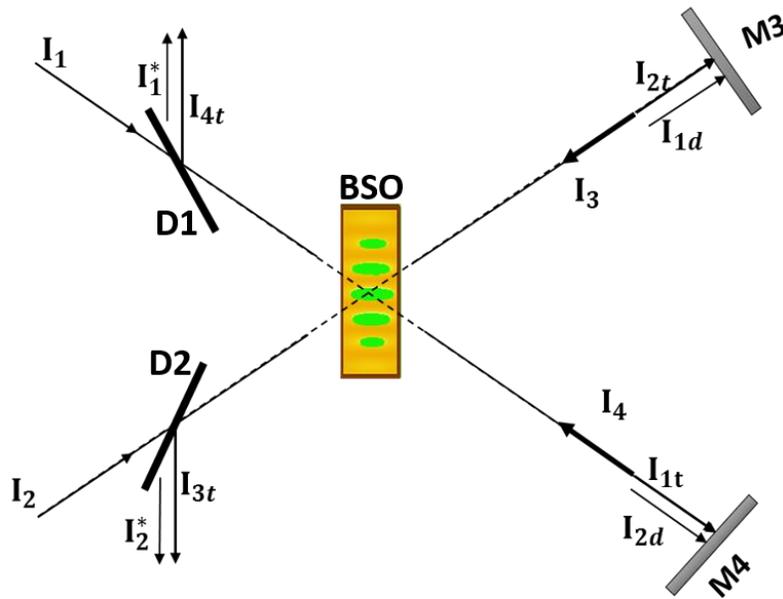
El haz primario se divide en el cubo divisor CD (50%:50%) generando los haces de intensidad  $I_1$  e  $I_2$ . El cubo CD no afecta la polarización del haz primario, tampoco lo hacen los espejos planos M1, M2, M3, M4, ni las láminas divisoras D1 y D2. La pareja P y A, son dos polarizadores lineales utilizados para analizar la polarización de los haces de interés, sea transmitido o difractado coaxiales. Con P se busca bloquear uno de los haces y con A se analiza su polarización, en caso de que no se puedan separar los dos haces, se quita P y se utiliza solo el polarizador A. Este procedimiento se realizó para la situación experimental de mezcla de 4-Ondas y 6-Ondas, cuyos resultados se presentan en el siguiente capítulo. Mediante una cámara CMOs Genius, Modelo:VideoCAM NB, se hizo el registro de la intensidad de los haces difractados; la cámara se controló mediante software hecho en Matlab. De otra parte, debido a la alta intensidad de los haces transmitidos, nosotros utilizamos para su análisis un detector Laser PowerMeter Modelo FieldMate.

El cristal fotorrefractivo de BSO utilizado es de 6mm de espesor, corte Huignard, la cara principal por donde incide la luz tiene un área de 10mm×10mm, dicha cara es paralela al plano

crystalográfico (110). El cristal se gira sobre la dirección [110] para obtener la configuración transversal, esto si hacemos que el vector de red esté perpendicular a la dirección [001], o en configuración longitudinal si hacemos que el vector de red esté paralelo a la dirección [001]. La identificación de [001] se hizo mediante mezcla de 2-ondas, estableciendo que la cara (001) es aquella correspondiente al plano del cristal paralelo al plano de incidencia, cuando el haz difractado+transmitido fueran separables mediante el analizador, es decir cuando sus planos de polarización estén formando  $90^\circ$ , y que se conoce como configuración holográfica transversal.

En primera aproximación, consideramos que las condiciones experimentales establecidas, de coherencia entre los haces, garantizan la generación de una única red fotorrefractiva, con vector de red paralelo o perpendicular a la dirección [001], según sea la configuración holográfica dada en el registro de la red. La característica 50%:50% del cubo divisor CD, nos permite suponer una alta modulación de la red, que no será del 100% si tenemos en cuenta el poder rotatorio del cristal BSO y las pérdidas debido a su alta reflectividad, aproximadamente del 20%. De otra parte, el cristal utilizado presenta un poder rotatorio estimado de cerca de  $32^\circ/\text{mm}$ , para la longitud de onda media del láser utilizado.

El láser de Argón utilizado tiene una longitud de coherencia de 3cm, aproximadamente; Nosotros ajustamos una diferencia de camino óptico  $\approx 0$  entre los haces  $I_1$  e  $I_2$ . También, ajustamos un ángulo de escritura de  $32.57^\circ$ , así se tiene una red de frecuencia espacial de  $5241.6 \text{ Lín}/\text{mm}$ ; esta frecuencia de red garantiza el mecanismo de transporte por difusión, por ende no fue necesario aplicar campo eléctrico externo.



**Figura 18.** Esquema general de mezclado de 2-ondas, 4-Ondas y 6-Ondas.

La **Figura 18** es un esquema general (acorde al arreglo experimental **Figura 17**) de mezclado de 2-ondas, 4-Ondas y 6-Ondas, donde identificamos los haces incidentes, transmitidos y difractados; en adelante la notación hecha en este esquema la utilizamos para orientar la discusión sobre el método, resultados y análisis de los mismos. Así por ejemplo, mediante el bloqueo de uno de los espejos M3 o M4, se obtuvo mezclado de cuatro ondas; esto tanto para la configuración transversal y longitudinal del cristal. Con los dos espejos M3 y M4 habilitados simultáneamente, se obtuvo el mezclado de 6-Ondas.

$I_{1t}$  e  $I_{2t}$  representan las intensidades transmitidas del cristal y de los haces  $I_1$  e  $I_2$ , respectivamente.  $I_{1d}$  e  $I_{2d}$  son los haces difractados por los haces incidentes  $I_1$  e  $I_2$ , respectivamente.  $I_3$  e  $I_4$  representan las intensidades de los haces reflejados de los espejos M3 y M4, respectivamente; siendo  $I_3 = I_{2t} + I_{1d}$  e  $I_4 = I_{1t} + I_{2d}$ . El haz  $I_1^*$  es el conjugado de  $I_1$ , e  $I_2^*$  es la intensidad de la onda conjugada de  $I_2$ .  $I_{3t}$  es la intensidad transmitida del haz  $I_3$  e  $I_{4t}$  la intensidad transmitida de  $I_4$ . Siendo  $I_5 = I_1^* + I_{4t}$  e  $I_6 = I_2^* + I_{3t}$ .

Cuando se bloquea M3, se obtiene mezcla de 4-Ondas, entonces  $I_6 = I_2^*$ , por cuanto  $I_3 = 0$ . De forma similar, cuando se bloquea M4 entonces  $I_5 = I_1^*$ . Para el análisis de la polarización de los haces difractados y transmitidos, tanto en mezcla de 4-Ondas, como en mezcla de 6-Ondas, se utilizaron los polarizadores lineales P y A, dispuestos sobre monturas giratorias de precisión

1°. El polarizador lineal P tiene la función de separar el haz difractado del haz transmitido, de ser el caso que existan los dos haces de manera coaxial; el segundo polarizador (analizador A), ubicado sobre el mismo haz, se utiliza para analizar el comportamiento de intensidad del respectivo haz seleccionado mediante P. Como se indicó, las medidas de intensidad en función del ángulo de giro se hicieron mediante una cámara CMOs; cada valor de intensidad vs el ángulo de giro del analizador A, corresponde al promedio de intensidad sobre la captura de cinco imágenes del correspondiente haz difractado, en cada posición angular de A. Las tomas se hicieron cada  $10^\circ$  de giro de A, desde  $0^\circ$  a  $360^\circ$ .



## Capítulo 5

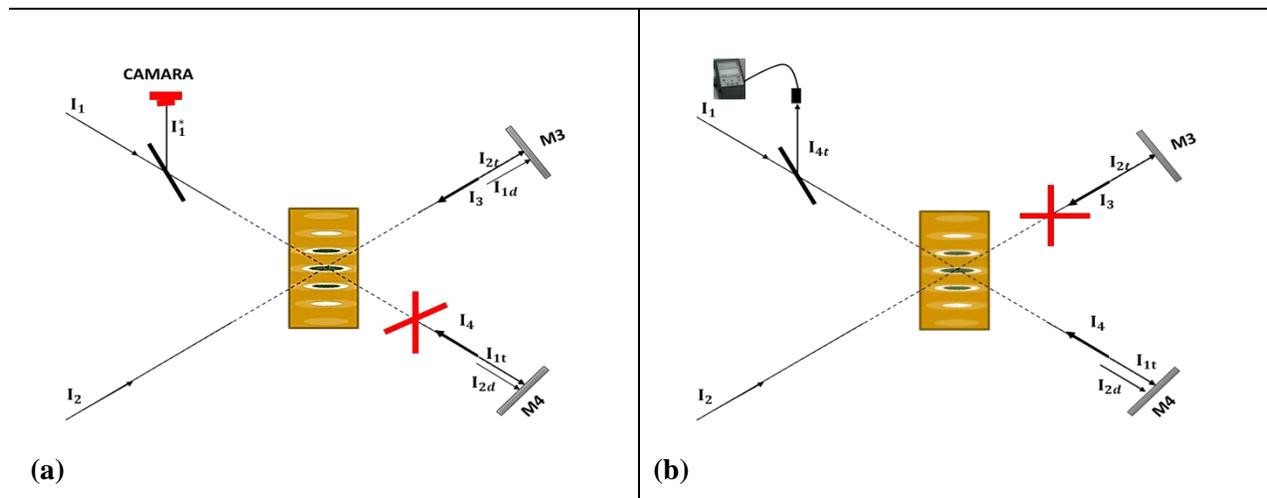
# RESULTADOS Y DISCUSIÓN

En las **Figuras 20 a 26**, se muestran los resultados del estudio experimental realizado mediante el arreglo óptico (**Figura 16**), procedimiento explicado en el capítulo 4 (ver también **Figura 17-18**), mediante el cual determinamos la relación entre la polarización de los haces transmitidos y difractados, en la mezcla de 4-Ondas y 6-Ondas, en un cristal fotorrefractivo de BSO de 6 mm de espesor, y para las dos configuraciones holográficas transversal y longitudinal; de esta manera se estableció el grado de acoplamiento entre los haces difractados y transmitidos para cada caso. En todos los casos estudiados, encontramos que la correlación de los datos de intensidad registrada después del analizador, en función del ángulo de rotación del mismo analizador, se ajustan a la forma general:

$$I(\theta) = I_f + I_m \text{sen}^2(\theta + \delta) \quad (96)$$

Esta expresión se corresponde con el comportamiento general para la intensidad de la luz coherente analizada mediante un analizador girándolo entorno el eje óptico (ver referencia [18]) Para nuestros resultados,  $I(\theta)$  es la intensidad transmitida por el analizador, cada que se gira un valor  $\theta=10^\circ$ ;  $\delta$  es el ángulo del plano de polarización, sea de algún haz transmitido o difractado, con respecto a la dirección perpendicular al plano de incidencia al cristal.  $I_f$  puede representar dos situaciones, una es que se trate de una intensidad de fondo del haz primario, cuando el analizador y el polarizador están cruzados entre sí; la segunda situación, puede obedecer al mínimo de intensidad transmitida de una polarización elíptica; sin presencia del efecto fotorrefractivo y con los polarizadores cruzados no se registró intensidad transmitida por el analizador, razón por la cual consideramos que los valores encontrados para  $I_f$  corresponde a mínimos de polarización elíptica.  $I_m$  es la máxima intensidad transmitida por el analizador, con presencia de red fotorrefractiva. Estas medidas se hicieron para los haces transmitidos y difractados, de cada caso de mezclado, 4-Ondas y 6-Ondas, configuraciones transversal y longitudinal.

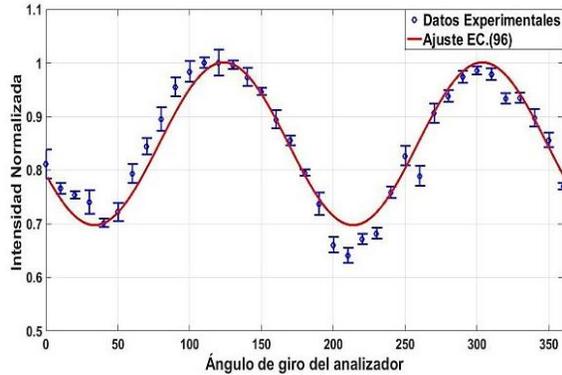
## 5.1. MEZCLADO DE CUATRO ONDAS EN CONFIGURACIÓN TRANSVERSAL



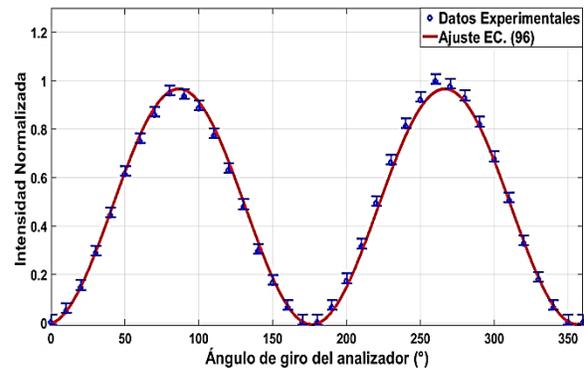
**Figura 19.** Esquema mezclado de cuatro ondas

En la **Figura 19** se muestra el esquema para el mezclado de cuatro ondas, acorde al arreglo experimental de la **Figura 17** y **Figura 16**. Cuando se bloquea el espejo M4 se registra la intensidad del haz  $I_1^*$  (ver **figura 19.(a)**), para registrar la intensidad del haz transmitido coaxial  $I_{4t}$  se desbloquea el espejo M4 y se bloquea el espejo M3 (ver **Figura 19.(b)**).

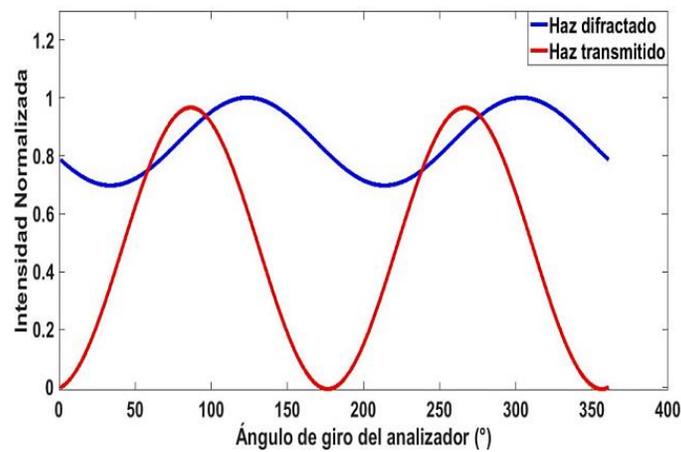
Previamente se ubicó el cristal BSO con su cara (001) paralela al plano de incidencia de los haces  $I_1$  e  $I_2$ . La **Figura 20** presenta la correlación de los datos experimentales de mezcla 4-Ondas; se midió la intensidad del haz conjugado  $I_1^*$  vs  $\theta$  (**Figura 20. (a)**), y la intensidad del haz transmitido  $I_{4t}$  vs  $\theta$  (**Figura 20.(b)**). En estos dos casos solo se utilizó el analizador A sobre cada haz. Los círculos con barra de error son datos experimentales, siendo la barra de error la desviación estándar de cada medida de intensidad del respectivo haz difractado o transmitido, según sea el caso. La curva continua es el ajuste de los datos a la función teórica dada por la **Ecuación (96)**. En la **Figura 20. (c)** se han superpuesto las dos curvas de ajuste  $I_1^*$  e  $I_{4t}$ .



(a). Haz difractado  $I_1^*$ .  $\delta_d = -32.78^\circ$ .



(b). Haz transmitido  $I_{4t}$ .  $\delta_t = 4.505^\circ$ .



(c).  $\Delta\delta = 37^\circ$  ángulo entre los planos de polarización del haz difractado y haz transmitido.

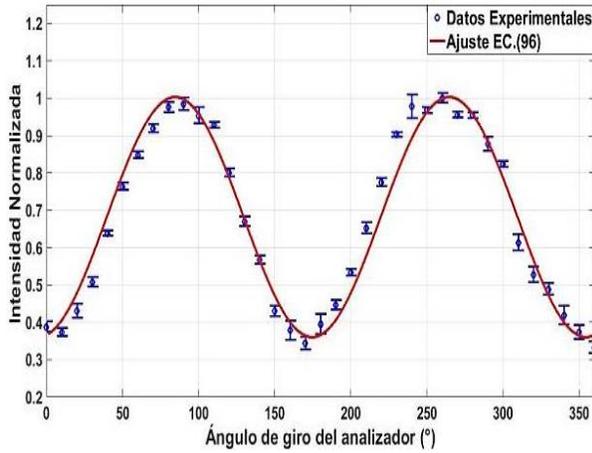
**Figura 20.** Resultados mezcla de cuatro ondas, configuración  $\vec{k}_g \perp [001]$ . (a) haz difractado  $I_1^*$ , (b). Haz transmitido  $I_{4t}$ , (c). comparación planos de polarización del haz difractado y haz transmitido

El comportamiento que exhibe el haz difractado **Figura 20. (a)**, corresponde a un haz con polarización elíptica, en tanto que el haz transmitido  $I_{4t}$  exhibe polarización lineal. El ángulo entre los planos de polarización del haz difractado  $I_1^*$  y el haz transmitido  $I_{4t}$ , se establece mediante la diferencia  $\Delta\delta = \delta_d - \delta_t$ ; en este caso es de  $37^\circ$ . No siendo  $90^\circ$  el ángulo entre los planos de polarización de  $I_1^*$  e  $I_{4t}$ , podemos inferir un grado de acoplamiento medio entre estos dos haces. El efecto del poder rotatorio en el haz transmitido se elimina como consecuencia de ser el producto de la reflexión del espejo M3 [18].

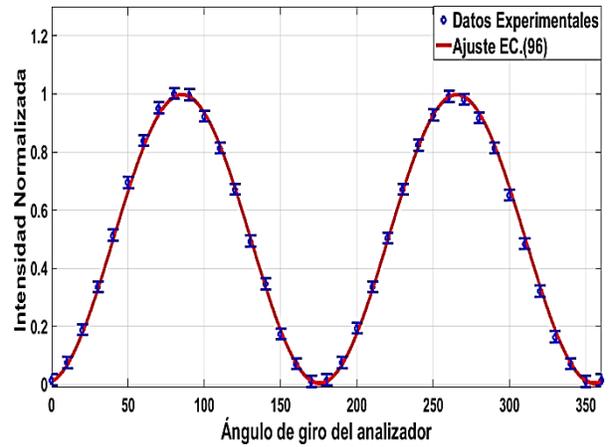
## 5.2. MEZCLADO DE CUATRO ONDAS EN CONFIGURACIÓN LONGITUDINAL

Se ubicó el cristal en la configuración longitudinal, esto es con su cara (001) perpendicular al plano de incidencia de los haces  $I_1$  e  $I_2$ , y se bloqueó el espejo M4. Los resultados se muestran en la **Figura 21**. De manera similar al caso anterior se analizó la polarización de los haces  $I_1^*$  e  $I_{4t}$ .

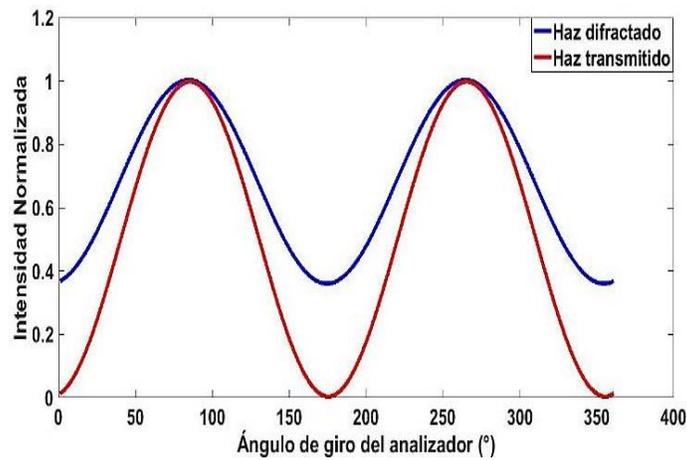
En los resultados de la **Figura 21. (c)** se puede observar que los planos de polarización del haz difractado y transmitido son cuasi paralelos, siendo un indicador de acoplamiento fuerte. Comparando la energía de  $I_1^*$  de este caso longitudinal con la del haz difractado  $I_1^*$  del caso transversal, se observa que en este caso longitudinal el haz difractado ha obtenido una ganancia de un 30% más de energía que en el caso transversal. De otra parte, en esta configuración longitudinal,  $I_1^*$  también exhibe polarización elíptica.



(a). Haz difractado  $I_1^*$ .  $\delta_d=6.459^\circ$ .



(b). Haz transmitido  $I_{4t}$ .  $\delta_t=5.562^\circ$

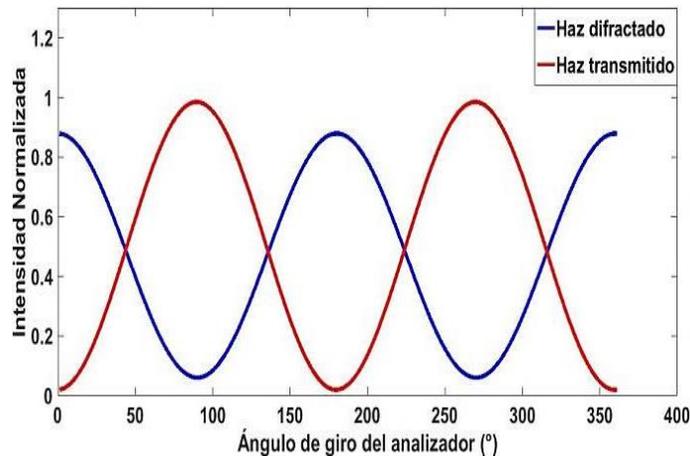
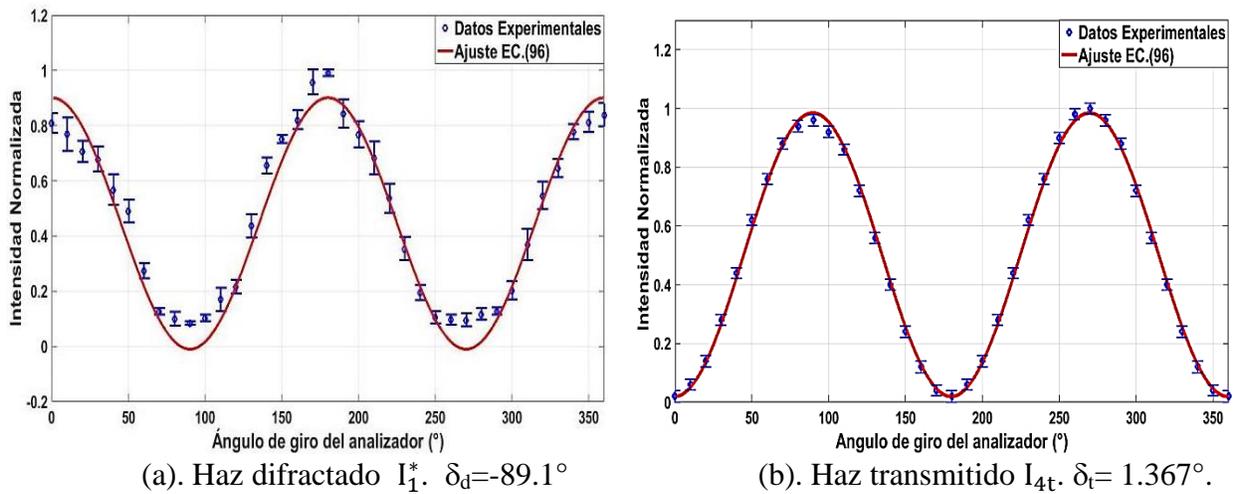


(c).  $\Delta\delta=0.879^\circ$  ángulo entre los planos de polarización del haz difractado y haz transmitido.

**Figura 21.** Resultados mezcla de cuatro ondas, configuración  $\vec{K}_g \parallel [001]$ . (a) haz difractado  $I_1^*$ , (b). Haz transmitido  $I_{4t}$ , (c). comparación planos de polarización del haz difractado y haz transmitido

### 5.3. MEZCLADO DE SEIS ONDAS EN CONFIGURACIÓN TRANSVERSAL

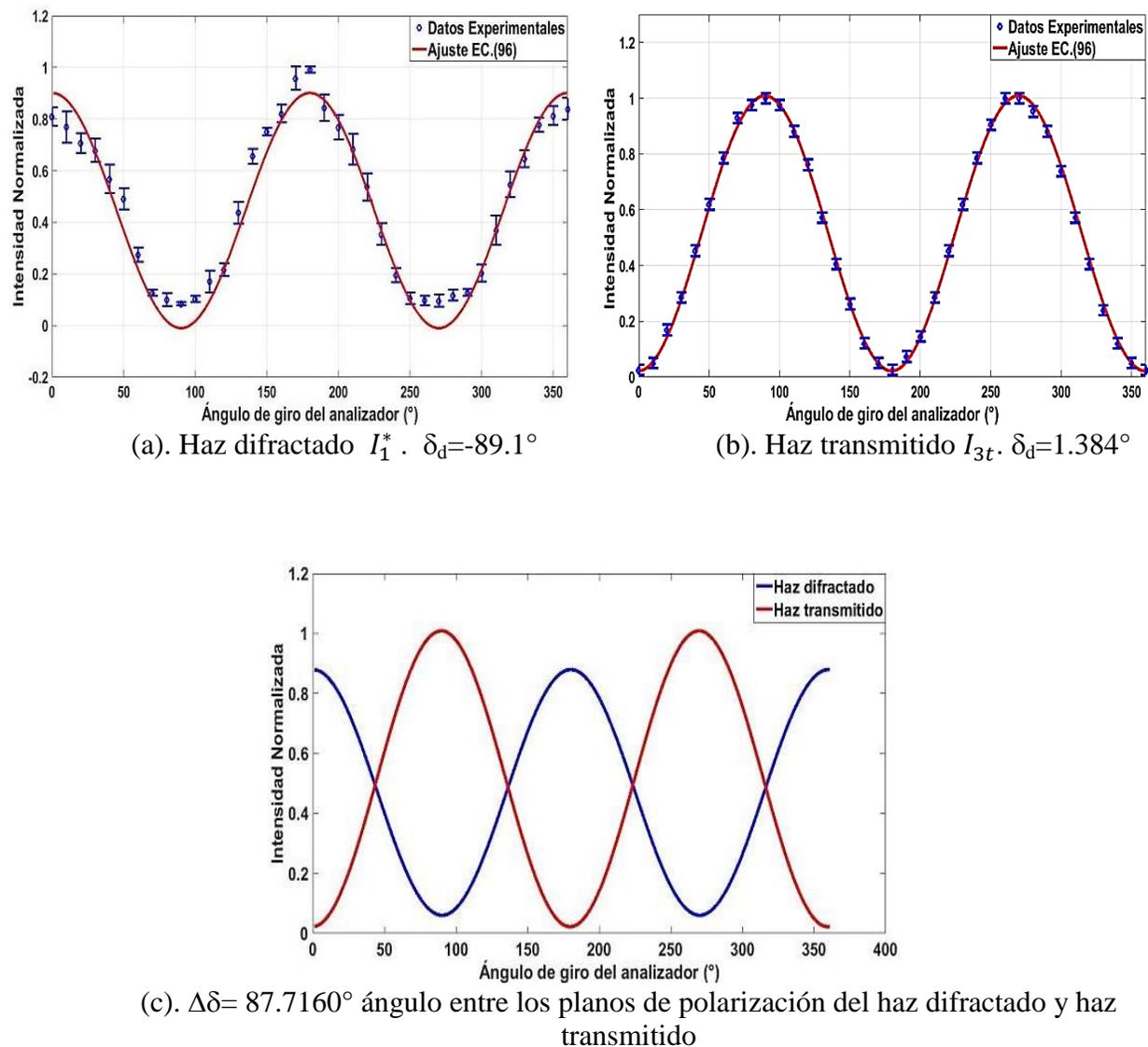
En esta situación experimental de mezcla de 6-Ondas (ver **Figura 18**), consideramos de interés determinar el nivel de acoplamiento entre los haces  $I_1^*$ ,  $I_2^*$ ,  $I_{3t}$  e  $I_{4t}$ . En esta configuración transversal fue posible separar mediante el polarizador P, parcial o totalmente, los haces coaxiales que constituyen  $I_5$  e  $I_6$ .



(c).  $\Delta\delta = 90.4670^\circ$  ángulo entre los planos de polarización del haz difractado y haz transmitido.

**Figura 22.** Resultados mezcla de seis ondas, configuración  $\vec{K}_g \perp [001]$ . (a) haz difractado  $I_1^*$ , (b) Haz transmitido  $I_{4t}$ , (c). comparación planos de polarización del haz difractado y haz transmitido

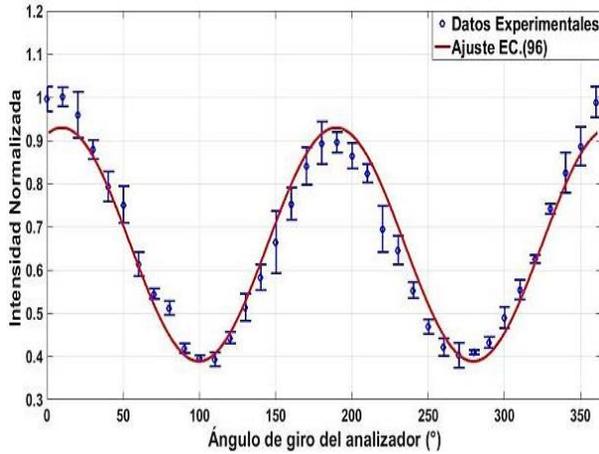
En la **Figura 22. (c)** está claro que los dos haces  $I_1^*$  e  $I_{4t}$  están desacoplados, y de las **Figuras 22.(a)** y **(b)** se concluye que estos dos haces tienen polarización lineal. Así mismo, de la **Figura 23** se concluye que  $I_1^*$  e  $I_{3t}$  están desacoplados en un grado ligeramente menor que entre  $I_1^*$  e  $I_{4t}$ .



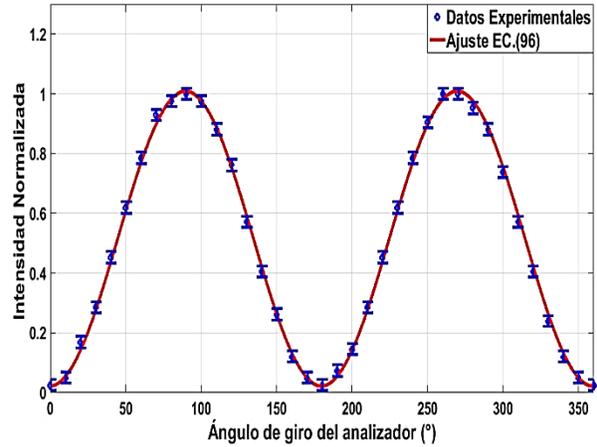
**Figura 23.** Resultados mezcla de seis ondas, configuración  $\vec{K}_g \perp [001]$ . (a) Haz difractado  $I_1^*$ , (b). Haz transmitido  $I_{3t}$ , (c). comparación planos de polarización del haz difractado y haz transmitido

La situación de acople del haz  $I_2^*$  respecto a  $I_{4t}$  e  $I_{3t}$  es mayor que la del caso anterior (ver resultados **Figura 24** y **25**). De otra parte,  $I_2^*$  tiene polarización elíptica (ver **Figura 24. (a)**), a diferencia del haz  $I_1^*$  que tiene polarización lineal. Se determinó un  $\Delta\delta = 79.8160^\circ$  entre los

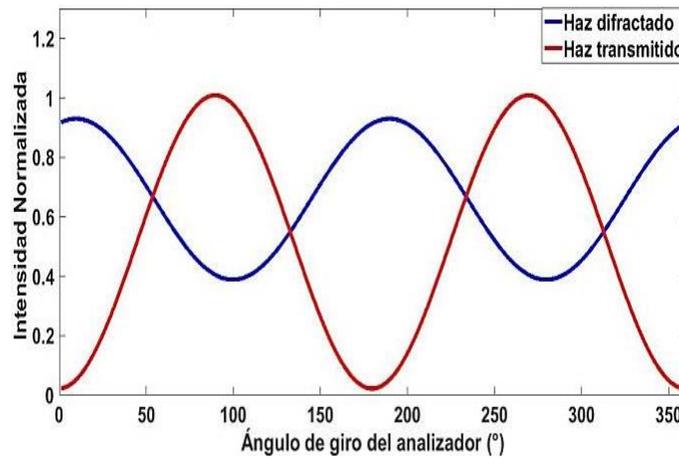
planos de polarización del haz difractado  $I_2^*$  y el haz transmitido  $I_{3t}$  (ver **Figura 24.(c)**). El grado de acople entre  $I_2^*$  y el haz transmitido  $I_{4t}$ , que es aproximadamente igual que el caso entre  $I_2^*$  e  $I_{3t}$ ; se determinó un ángulo entre estos planos de polarización  $\Delta\delta= 79.8330^\circ$  (Ver **Figura25.(c)**).



(a). Haz difractado  $I_2^*$ .  $\delta_d=81.2^\circ$

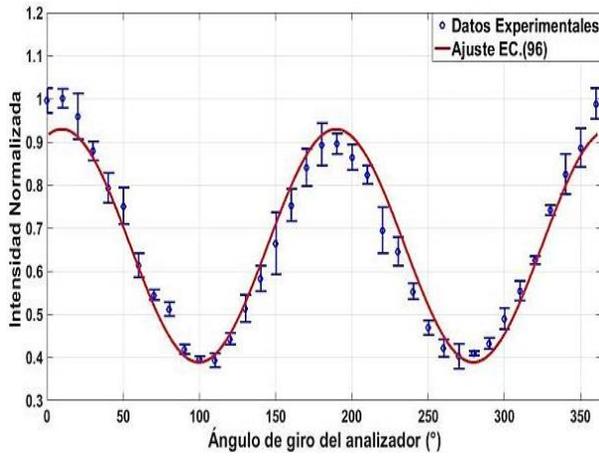


(b). Haz transmitido  $I_{3t}$ .  $\delta_d=1.384^\circ$

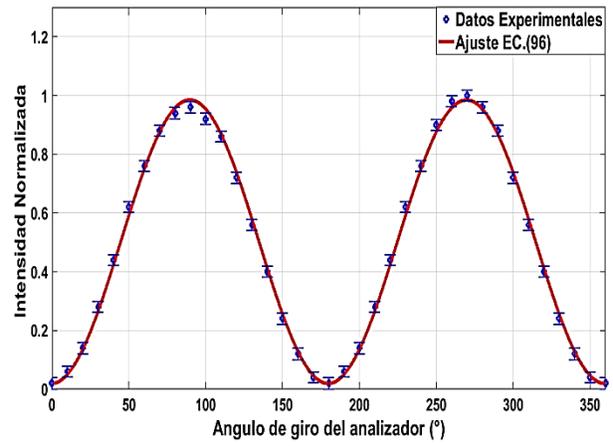


(c).  $\Delta\delta=79.8160^\circ$  ángulo entre los planos de polarización del haz difractado y haz transmitido.

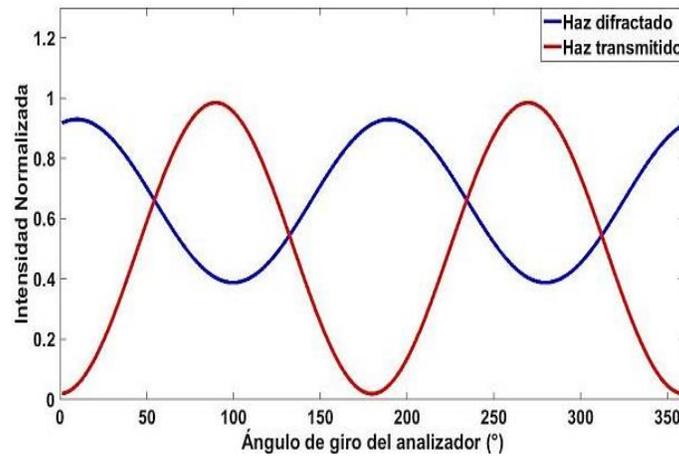
**Figura 24.** Resultados mezcla de seis ondas, configuración  $\vec{K}_g \perp [001]$ . (a) Haz difractado  $I_2^*$ , (b) Haz transmitido  $I_{3t}$ , (c). comparación planos de polarización del haz difractado y haz transmitido



(a). Haz difractado  $I_2^*$ .  $\delta_d=81.2^\circ$



(b). Haz transmitido  $I_{4t}$ .  $\delta_t=1.367^\circ$ .

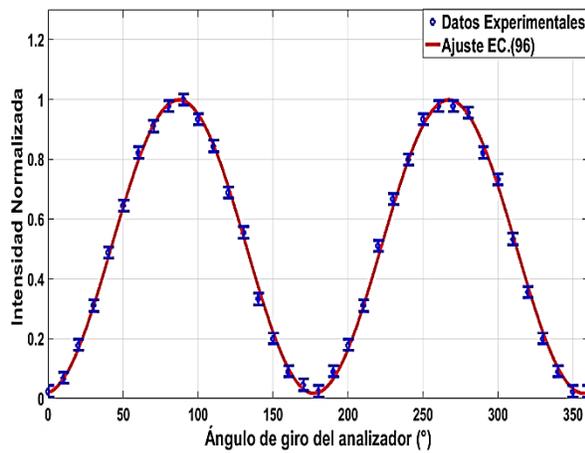


(c).  $\Delta\delta= 79.8330^\circ$  ángulo entre los planos de polarización del haz difractado y haz transmitido

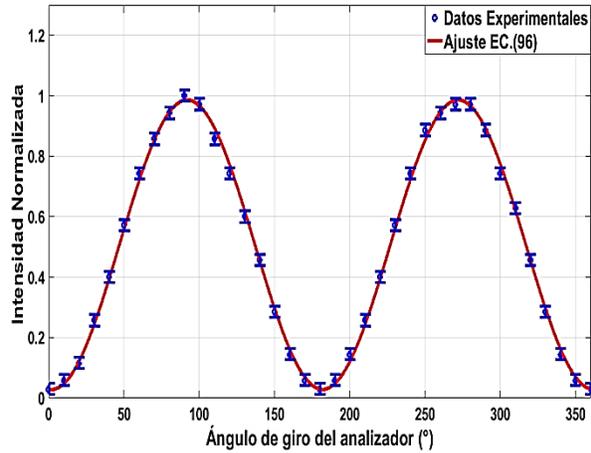
**Figura 25.** Resultados mezcla de seis ondas, configuración  $\vec{K}_g \perp [001]$ . (a) Haz difractado  $I_2^*$ , (b). Haz transmitido  $I_{4t}$ , (c). comparación planos de polarización del haz difractado y haz transmitido

## 5.4. MEZCLADO DE SEIS ONDAS EN CONFIGURACIÓN LONGITUDINAL

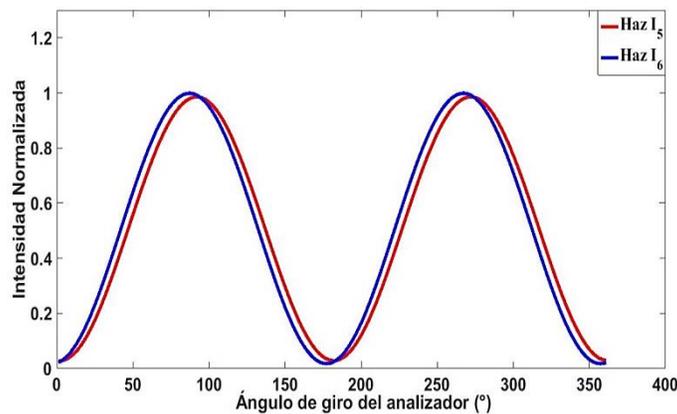
En el experimento de mezcla de 6-Ondas, configuración longitudinal, no fue posible separar los haces constitutivos coaxiales del  $I_5$  e  $I_6$ ; este comportamiento encontrado es un indicador de acoplamiento fuerte entre los haces  $I_1^* + I_{4t}$  e  $I_2^* + I_{3t}$ , es decir, que sus planos de polarización son paralelos entre sí. A su vez, se puede concluir de la **Figura 26** que también se presenta fuerte acoplamiento entre los haces  $I_5$  e  $I_6$ , con una ligera diferencia angular entre sus planos de polarización  $\Delta\delta = 2.8691^\circ$ .



(c). Haz  $I_6 = I_2^* + I_{3t}$ .  $\delta_d = 3.815^\circ$ .



(d). Haz  $I_5 = I_1^* + I_{4t}$ .  $\delta_d = -0.9459^\circ$ .

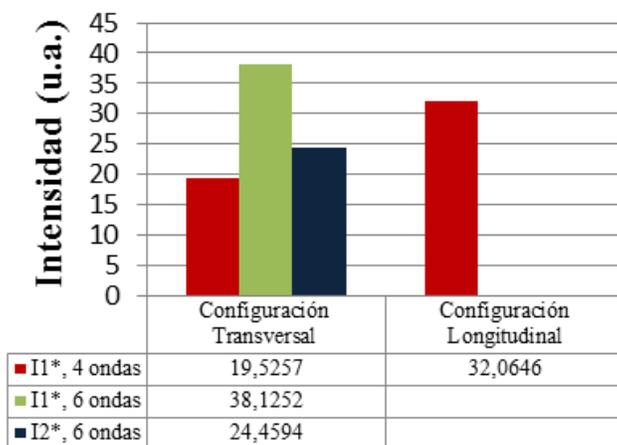


(e).  $\Delta\delta = 2.8691^\circ$  ángulo entre los planos de polarización de los haces  $I_5$  e  $I_6$ .

**Figura 26.** Resultados mezcla de seis ondas, configuración  $\vec{K}_g \parallel [001]$ . (a) Haz  $I_6$ , (b). Haz  $I_5$ , (c). comparación planos de polarización del haz  $I_6$  y el haz  $I_5$ ,

En la **Tabla 5** se presenta un resumen de los resultados obtenidos sobre la relación de acoples entre los haces difractados y transmitidos, caso mezclado de 6-Ondas, configuración transversal. También se relacionan las energías de las ondas difractadas de cada uno de los casos de 4-Ondas y 6-Ondas, donde fue posible medirlos de manera separada de los haces transmitidos  $I_{3t}$  e  $I_{4t}$ .

**Tabla 5.** Resumen de resultados.



Haz	$I_{\text{máx}}$ (u.a.)	$I_{\text{mín}}$ (u.a.)	$(I_{\text{máx}}-I_{\text{mín}})$
I1* 4-Ondas, Config. Transversal Polarización elíptica	54.3438	34.8181	19.5257
I1* 4-Ondas Config. Longitudinal Polarización elíptica	48.0209	15.9563	32.0646
I <sub>1</sub> * 6-Ondas, Config. Transversal Polarización lineal	42.0118	3.8866	38.1252
I <sub>2</sub> * 6-Ondas, Config. Transversal Polarización elíptica	40.2966	15.8372	24.4594

Relación de acoples en la mezcla de 6-Ondas, Configuración Transversal. Se lee, acople entre I1\* e I4t es débil, etc.

Haz	$I_{4t}$	$I_{3t}$	$I_1^*$
$I_1^*$	$\Delta\delta=90.46^\circ$	$\Delta\delta=87.76^\circ$	-----
	Débil	Débil	
$I_2^*$	$\Delta\delta=79.833^\circ$	$\Delta\delta=79.816^\circ$	$7.9^\circ$
	Débil	Débil	Fuerte

El efecto de ganancia, consecuencia del grado de acople de los haces difractados con los transmitidos, o entre ellos mismos, se puede apreciar en la columna de la diferencia ( $I_{\text{máx}} - I_{\text{mín}}$ ); por ejemplo, en la mezcla de 4-Ondas, configuración transversal, la ganancia del haz  $I_1^*$  es menor que en el caso de configuración longitudinal; esta diferencia en la ganancia no es tan grande, con respecto a la configuración transversal, debido a que existe un acoplamiento medio entre el haz transmitido y el haz  $I_1^*$ . En el caso de mezcla de seis ondas, en orientación transversal, es de resaltar la situación de acople fuerte entre los dos haces conjugados ( $I_1^*$  e  $I_2^*$ ). Para el caso de configuración longitudinal en el mezclador de seis ondas no se registran los resultados del haz difractado, puesto que el acoplamiento que se presenta es fuerte, y no fue posible separarlos de su respectivo haz transmitido coaxial.

## Capítulo 6

# CONCLUSIONES

Se diseñó e implementó un arreglo holográfico de mezclado de ondas, con geometría de red de transmisión, donde se utilizó un cristal fotorrefractivo BSO de 6mm de espesor con corte Huignard. El diseño del arreglo es tal que permitió su funcionamiento en modo mezcla de 2-Ondas, de 4-Ondas y de 6-Ondas, y para cada caso en modo configuración holográfica transversal o longitudinal. Para estos modos de operación, determinamos los estados de polarización de los haces difractados y transmitidos, y su relación entre la orientación angular de sus planos de polarización, así se establecieron los niveles de acople entre estos haces difractado+transmitido.

Comprobamos que el modo mezcla de 2-ondas tiene el mismo comportamiento reportado en 1986 (Referencia [1]); por lo que utilizamos este modo de mezcla de 2-Ondas para identificar las caras del cristal. De otra parte, caracterizamos el comportamiento de la polarización de los haces difractados y transmitidos de los modos de operación 4-Ondas-CT, 4-Ondas/CL, 6-Ondas/CT y 6-Ondas/CL<sup>2</sup>. Se estableció el grado de acoplamiento entre los haces difractados y transmitidos, para cada uno de estos modos de operación del arreglo implementado. Según las predicciones teóricas de acoplamiento, en mezcla de 2-ondas, presentadas en el capítulo 3, sí se trabaja en el régimen de difusión, los haces difractados y transmitidos deberían mantener la misma polarización de los haces de registro de la red; nosotros comprobamos que para el modo de mezcla de 2-Ondas, ante una polarización lineal de los haces de entrada, la polarización de los haces difractados y transmitidos se mantiene lineal. Sin embargo, también se pudo establecer que esta característica es cierta para los haces transmitidos, pero no se puede generalizar para los haces difractados, de tal forma que para cada tipo de mezclado de n-ondas, el estado de polarización de los haces difractados se debe determinar (ver resultados Tabla 10); por ejemplo, en los modos 4-Ondas/CT, 4-Ondas/CL, nosotros encontramos que los haces difractados tienen polarización elíptica; en cambio el modo 6-Ondas/CT, encontramos que uno de los haces

---

<sup>2</sup> CT: configuración transversal; CL: configuración longitudinal.

difractados tiene polarización lineal y el otro polarización elíptica; de otra parte, el modo 6-Ondas/CL la polarización de los haces  $I_5$  e  $I_6$  es lineal, y con acoplamiento fuerte entre  $I_5$  e  $I_6$

Haciendo un análisis cuidadoso de los resultados, específicamente en el parámetro  $\Delta\delta$  entre los planos de polarización de los haces difractados y transmitidos, tanto en mezcla de 4-Ondas y 6-Ondas, vemos que estos ángulos no son de  $90^\circ$  ( $90^\circ$  implica desacople total), es decir, son casos donde existe un cierto grado de acoplamiento, débil, medio o fuerte; presumimos que este hecho, relacionado con el grado de acoplamiento, es la consecuencia de la polarización elíptica encontrada en algunos de los haces difractados.

Con respecto a la configuración longitudinal, encontramos que en todos los casos de mezclado estudiados, 2-ondas, 4-Ondas y 6-Ondas, el grado de acoplamiento es fuerte entre los haces coaxiales difractado+transmitido; también encontramos que entre haces no coaxiales, ejemplo  $I_5$  e  $I_6$ , se presenta acoplamiento fuerte.

Proponemos como perspectivas de una futura investigación, realizar el mismo estudio con campo aplicado DC y AC; hacer una medición de la eficiencia de difracción de cada uno de los haces difractados y transmitidos; hacer estos estudios para diferentes orientaciones del plano de polarización de los haces de entrada, y para diferentes tipos de polarización y combinaciones entre las mismas; determinar la dependencia con el volumen del cristal y volumen de redes multiplexadas. También, para una determinación completa de todos los parámetros de la polarización de cada uno de los haces estudiados en este trabajo, recomendamos para futuros trabajos utilizar un polarímetro comercial, por ejemplo el PAX5710IR3-T - TXP.

Parte de los resultados del trabajo, específicamente el resultado de mezcla de 4-Ondas, fue presentado como ponencia en el XV Encuentro Nacional de Óptica y VI Conferencia Andina y del Caribe en Óptica y sus Aplicaciones, y publicado en el libro de Resúmenes con el título “Mezcla de cuatro ondas en un cristal de BSO, un estudio experimental de la polarización en las ondas difractada-transmitida, configuraciones transversal y longitudinal”, página 79, (2017).

## Referencias

- [1] A. Marrakchi, R. V. Johnson y A. R. Tanguay, «Polarization properties of photorefractive diffraction in electrooptic and optically active sillenite crystals (Bragg regime),» *Journal of the Optical Society of America*, vol. 3, nº 2, pp. 321-336, 1986.
- [2] A. Ashkin, C. D. Boyd, M. Dziedzic, R. C. Smith, A. A. Ballman, J. J. Levinstein y K. Nassau, «Optically-induced refractive index inhomogeneities in  $\text{LiNbO}_3$  y  $\text{LiTaO}_3$ ,» *Applied Physics Letters*, vol. 9, nº 1, pp. 72-74, 1966.
- [3] L. A. Guerra, «Holografía dinámica utilizando materiales fotorrefractivos de  $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$  y  $\text{LiNbO}_3$  (Tesis de maestría, Director: Dr. J.E.Rueda),» Pamplona: Universidad de Pamplona, 2011.
- [4] M. C. Lasprilla, «Registros en Cristales Fotorrefractivos BSO Aplicaciones al Procesamiento de Imágenes (Tesis Doctoral, Directores: Dr.N Bolognini, Dr.M. Garavaglia),» Buenos Aires-Argentina: Universidad de la Plata, 1996.
- [5] L. J. Mendoza, «Mezcla de ondas en materiales fotorrefractivos (Tesis de maestría, Director: Dr.J.E.Rueda),» Pamplona:Universidad de Pamplona, 2009.
- [6] M. Mann, E. Shamonina y K. H. Ringhofer, «Modelling of two wave mixing experiments in sillenite crystals,» *Computer Physics Communications*, vol. 96, nº 1, pp. 61-86, 1996.
- [7] F. S. Chen, J. T. LaMacchia y D. B. Fraser, «Holographic storage in Lithium Niobate,» *Applied Physics Letters*, vol. 13, nº 7, pp. 223-225, 1968.
- [8] M. G. Moharam, T. K. Gaylord y R. Magnusson, «Holographic grating formation in photo refractive crystals with arbitrary,» *Journal Applied Physics*, vol. 50, nº 9, pp. 5642-5651, 1979.
- [9] J. P. Huignard, J. P. Herriau, P. Aubourg y E. Spitz, «Phase-conjugate wavefront generation via real-time holography in crystals,» *Optics Letters*, vol. 4, nº 1, pp. 21-23, 1978.
- [10] N. V. Kukhtarev, V. B. Markov, S. G. Odulov, M. S. Soskin y V. L. Vinetskii, «Holographic storage in electrooptic crystals I. steady state,» *Gordon and Breach Science Publishers*, vol. 22, pp. 949-960, 1979.
- [11] A. E. Jara , J. Alfonso y J. Arévalo, «Holografía en cristales fotorrefractivos ( $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$  y  $\text{LiNbO}_3$ ),» *Revista Colombiana de Física*, vol. 35, nº 2, p. 4, 2003.
- [12] S. I. Stepanov y M. P. Pretov, «Efficient unstationary holographic recording in photorefractive crystals under an external alternating electric field,» *Optics Communications*, vol. 53, nº 5, pp. 292-

295, 1985.

- [13] A. Marrakchi y J. P. Huignard , «Two-wave mixing and energy transfer in Bi<sub>12</sub> SiO<sub>2</sub> crystals: application to image amplification and vibration analysis,» *Optics Letters*, vol. 6, nº 12, pp. 622-624, 1981.
- [14] D. J. Webb, A. Kießling, B. I. Sturman, E. Shamonina y K. H. Ringhofer, «Verification of the standard model of the photorefractive nonlinearity in BSO crystals,» *Optics Communications*, vol. 108, nº 1-3, pp. 31-36, 1994.
- [15] A. Salazar y J. E. Rueda, «Modification of the exchange of energy in BSO at equal optimized coupling constant,» *Optics Communications*, vol. 212, p. 191–198, 2001.
- [16] S. I. Grosz, «Aplicaciones del efecto fotorrefractivo del cristal BSO al procesamiento optico de imagenes en tiempo real(Tesis Doctoral, Director: Dr.N. Bolognini),» Buenos Aires:Universidad de Buenos Aires, 1993.
- [17] J. E. Rueda, «Efecto fotorrefractivo, fenomenología, aplicaciones (Tesis de pregrado,Director:Dr.J.Salcedo),» Bucaramanga:Universidad Industrial de Santander, 1993.
- [18] J. E. Rueda, «Cristales fotorrefractivos: optimización teórica de la birrefringencia inducida en función del tallado;pseudocoloreado y determinacion del coeficiente electro-óptico del germanato de bismuto(Tesis de maestría,Director:Dr.J.Salcedo),» Bucaramanga:Universidad Industrial de Santander, 1996.
- [19] L. M. Castro , «Estudio de condiciones experimentales para la mezcla de ondas en cristales fotorrefractivos( tesis maestría,Director: Dr.J.E.Rueda),» Pamplona:Universidad de Pamplona, 2012.
- [20] A. Salazar, «Análisis de registros holográficos de speckels y de ondas de orden superior en cristales fotorrefractivos BSO(Tesis de Doctorado, Directores: Dr. N. Bolognini, Dra.M.C.Lasprilla),» Bucaramanga:Universidad Industrial de Santander, 2003.
- [21] H. López, J. E. Rueda y A. Salazar, «Análisis numérico de las ecuaciones de Kukhtarev en un cristal BSO,» *Revista Colombiana de Física*, vol. 35, nº 2, pp. 364-367, 2003.
- [22] B. M. Barrera, «Influencia de la razón de concentración de impurezas del material en el acoplamiento cuasi-degenerado de dos ondas en cristales forrefractivos (Tesis de pregrado,Directora.Dra. M.L.Molina),» Pamplona:Universidad de pamplona, 2016.
- [23] R. Merlo y N. Bolognini, «Cristales electro-ópticos:BSO, BTO Y BGO. peculiaridades de la birrefringencia inducida,» *Anales Afa*, vol. 5, pp. 233-236, 1993.
- [24] J. E. Rueda, «Cristales fotorrefractivos en la correlación óptica implementacion y

L. Villamizar, "Mezcla de seis ondas en un cristal de  $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$ , estudio experimental de la polarización en configuración transversal y longitudinal" Trabajo de investigación para optar al título de Físico, Universidad de Pamplona, Director: J. E. Rueda, (2017)

caracterización(Tesis doctoral, Directores:Dra.M.C.Lasprilla,Dr.N.Bolignini),» Bucaramanga:Universidad Industrial de Santander, 2001.

- [25] Á. Sálazar , J. Rueda y M. C. Lasprilla, «Influencia de la absorción y actividad óptica en la ganancia en la mezcla de dos ondas en un cristal fotorrefractivo BSO (Memorias VII encuentro nacional de óptica),» *Revista Colombiana de Física*.
- [26] J. E. Rueda, D. Pabon y P. E. Rueda, «Optical Activity Measurements by Interferometry Diffraction technique: test with BSO crystals,» *Photonics Letters of Poland*, vol. 6, nº 2, pp. 68-70, 2014.
- [27] J. Baquedano, «Espectroscopia de centros fotorrefractivos en niobato de litio,silicato y germanato de bismuto,» Madrid:Universidad Autonoma de Madrid, 1989.
- [28] L. Solymar, D. J. Webb y A. Grunnet-Jepsen, *The physics and applications of photorefractive materials*, New York: Universidad de Oxford, 1996.
- [29] G. Agraval y I. Habbab, «Effect of four-wave mixing on multichannel amplification in semiconductor laser amplifiers,» *Journal of Quantum Electronics*, vol. 26, nº 3, pp. 501-505, 1989.
- [30] J. P. Huignard, P. Petersen y M. Chi, «Two-wave mixing in broad-area semiconductor amplifier,» *Intech*, vol. 14, nº 25, pp. 99-112, 11 diciembre 2006.
- [31] N. V. Kukhtarev, T. I. Semenets, K. H. Ringhofer y G. Tomberger, «Phase Conjugation by Reflection Gratings in Electrooptic Crystals,» *Applied Physics*, vol. 41, nº 4, pp. 259-263, 1986.
- [32] C. M. Arabí, F. Bessin, A. Kudlinski, A. Mussot, D. Skryabin y M. Conforti, «Efficiency of four-wave mixing between orthogonally polarized linear waves and solitons in a birefringent fiber,» *Physical Review*, vol. 94, nº 6, pp. 1-5, 2016.
- [33] A. Salazar y J. E. Rueda, «Estudio del acoplamiento energético en un material fotorrefractivo de  $\text{Bi}_{12}\text{SiO}_{20}$ ,» *Bistua*, vol. 2, nº 1, pp. 47-53, 2004.
- [34] P. Yeh, *Introduction to Photorefractive Nonlinear Optics*, New York, 1993.
- [35] J. O. White y A. Yariv, «Real-time image procesing via four-wave mixing in a photorefractive medium,» *Applied Physics Letters*, vol. 1, pp. 455-457, 14 abril 1980.
- [36] B. F. Pouet, R. K. Ing, S. Krishnaswamy y D. Royer, «Heterodyne interferometer with two- wave mixing in photorefractive crystals for ultrasound detection on rough surface,» *American Institute of Physics*, vol. 69, nº 25, pp. 3782-3784, 1996.
- [37] L. A. Guerra y J. E. Rueda , «Sensibilidad Fotorrefractiva en la Mezcla de Cuatro Ondas,» *Bistua*, vol.

11, nº 1, pp. 52-56, 2013.

- [38] J. E. Rueda, «Corte cristalográfico que maximiza la birrefringencia en cristales fotorrefractivos,» *Iteckne*, vol. 14, nº 1, pp. 7-10, 2016.
- [39] C. H. Edwards y D. E. Penney, *Cálculo con geometría analítica-Cuarta edición*, pág.567-570, Prentice Hall Hispanoamerica.
- [40] A. L. Villamizar, «Estudio de la Eficiencia de Difracción en Cristales Silenitas(Tesis de Pregrado, Directores:Dra. Martha Lucia Molina Prado,Dr. Nestor Alonso Arias Hernández,Dra. Myrian Tebaldi),» Pamplona:Universidad de Pamplona, 2017.
- [41] A. Yariv, *Quantum electronics*,Chap.14, John Wiley & Sons, 1975.
- [42] H. Kogelnik, «Coupled wave theory for thick hologram gratings,» *The Bell System Technical Journal*, vol. 48, nº 9, pp. 2909 - 2947, 1969.
- [43] J. F. Nye, *Physical properties of crystals-Their representation by tensors and matrices*, Oxford University,New York, 1985.
- [44] D. L. Stabler y J. J. Amodei, «Coupled wave analysis of holographic storage in LiNbO<sub>3</sub>,» *Journal of Applied Physics*, vol. 43, nº 3, pp. 1042-1049, 1972.
- [45] P. M. de Paiva, «Registro holográfico em cristais fotorrefractivos de tipo Bi<sub>12</sub>SiO<sub>20</sub> (Tesis de maestría),» Brasil,Universidad Estatal de Campinas, 1990.
- [46] M. L. Molina , V. Jerez y M. C. Lasprilla, «Medida de la eficiencia de difracción fotorrefractiva como función del vector onda de la red en un cristal Bi<sub>12</sub>TiO<sub>20</sub>,» *Bistua*, vol. 9, nº 2, p. 6, 2011.