

**ANÁLISIS DEL COMPORTAMIENTO DE LAS LÍNEAS DE ESPERA EN
PROCESOS DE ATENCIÓN RELACIONADOS A ENTORNOS PRODUCTIVOS O
EMPRESARIALES**

Autor

KATIA CAROLINA, LÓPEZ, ATENCIO

**TRABAJO DE GRADO PARA OPTAR POR EL TÍTULO DE INGENIERÍA
INDUSTRIAL**

**PROGRAMA DE INGENIERÍA INDUSTRIAL
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍAS MECÁNICA, MECATRÓNICA E
INDUSTRIAL
FACULTAD DE INGENIERÍAS Y ARQUITECTURA**



**UNIVERSIDAD DE PAMPLONA
PAMPLONA, diciembre de 2019**

**ANÁLISIS DEL COMPORTAMIENTO DE LAS LÍNEAS DE ESPERA EN
PROCESOS DE ATENCIÓN RELACIONADOS A ENTORNOS PRODUCTIVOS O
EMPRESARIALES**

Autor

KATIA CAROLINA, LÓPEZ, ATENCIO

Director

GERMAN PORTILLA GONZÁLEZ
INGENIERO ELECTRÓNICO

**PROGRAMA DE INGENIERÍA INDUSTRIAL
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍAS MECÁNICA, MECATRÓNICA E
INDUSTRIAL
FACULTAD DE INGENIERÍAS Y ARQUITECTURA**



**UNIVERSIDAD DE PAMPLONA
PAMPLONA, diciembre de 2019**

CONTENIDO

RESUMEN.....	8
1. INTRODUCCIÓN.....	10
2. ANTECEDENTES	11
2.1. ANTECEDENTES INTERNACIONALES.....	11
2.2. ANTECEDENTES NACIONALES.....	13
3. MARCO TEÓRICO	15
3.1. Origen.....	15
3.2. Que es la teoría de colas.....	15
3.3. OBJETIVOS DE LA TEORIA DE COLAS	16
3.3.1. Objetivo general.....	16
3.3.2. Objetivos específicos.....	16
3.4. Proceso básico de colas.....	16
3.5. Fuente de entrada (población potencial)	17
3.6. Cola.....	18
3.7. Disciplina de la cola.....	18
3.8. Mecanismo de servicio.....	19
3.9. El proceso de colas elemental.....	20
3.10. Terminología y notación	20

3.10.1. Notación.....	20
3.10.2. Terminología.....	21
3.11. Modelos.....	21
3.12. Análisis económico de los modelos de cola	23
3.13. Pruebas no paramétricas.....	24
3.14. Prueba de Kolmogórov-Smirnov: características	24
3.15. Prueba de Anderson Darling.....	25
3.17. MEDIANA	27
3.18. LA MODA.....	28
3.19 CURTOSIS.....	28
3.20. VARIANZA (S ²).....	29
4. SITUACIÓN PROBLEMA	29
5. OBJETIVO GENERAL.....	31
5.1. Objetivo Específicos	32
6. METODOLOGÍA.....	32
6.1. Enfoque de la Investigación:	32
6.2. El tipo de investigación.....	32
6.3. Fases para el diseño de la investigación.....	33
7. TOMA DE DATOS Y ANÁLISIS.....	35
7.1. INFORMACIÓN GENERAL	35

7.2.	MEDIDAS DE DESEMPEÑO JORNADA DE LA MAÑANA	42
7.3.	MEDIDAS DE DESEMPEÑO JORNADA DE LA TARDE	51
8.	CONCLUSIÓN	53

TABLA DE ILUSTRACIONES

FIGURA 1 FIGURA PROCESO BASICO	17
FIGURA 2 PROCESO DE COLA ELEMENTAL	20
FIGURA 3 DIAGRAMA CAUSA EFECTO	31
FIGURA 4 FASES DE LA METODOLOGIA.....	34
FIGURA 5 DISTRIBUCIÓN DE COLAS EN LA MAÑANA.....	39
FIGURA 6 GREFICA DE SERVIO EN LA MAÑANA	42
FIGURA 7 DISTRIBUCIÓN DE LA COLA EN LA TARDE	48
FIGURA 8 DISTRIBUCIÓN DE SERVICIO TARDE	50

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1 TABLA DE PROMEDIOS DE COLA Y SERVICIO EN LA MAÑANA	36
Tabla 2 TABLA DE DESCRIPCIÓN ESTADISTICA DE LA COLA EN LA MAÑANA ...	37
Tabla 3 TABLA DE DISTRIBUCIONES AUTOFIT DE LA COLA EN LA MAÑANA	38
Tabla 4 TABLA DE DATOS ESTADISTICOS SERVICIO EN LA MAÑANA.....	40
Tabla 5 TABLA DE DISTRIBUCIONES DE SERVICIO EN LA MAÑANA.....	41
Tabla 6 TABLA DE TIEMPOS COLA Y SERVICIO EN LA TARDE	44
Tabla 7 TABLA DE DESCRIPCIÓN ESTADISTICA COLA EN LA TARDE	46
Tabla 8 TABLA DE DISTRIBUCIONES AUTOFIT COLA EN LA TARDE	47
Tabla 9 TABLA DE SERVICIO EN LA TARDE.....	49
Tabla 10 TABLA DE DISTRIBUCIONES AUTOFIT SERVICIO EN LA TARDE	49

RESUMEN

Para las empresas es importante encontrar un equilibrio entre los costos para así poder aumentar sus utilidades, para ello siempre tiene que buscar mecanismos o técnicas que ayuden a optimizar sus procesos, para esta investigación la herramienta de optimización es la teoría de colas que sirven para estudiar cada proceso que implique esperar ya sea para recibir un servicio, algún tipo de mercancía que tiene que ser despachada, personal esperando en un semáforo.

Esta investigación tiene como objetivo analizar el comportamiento de las líneas de espera relacionados con entidades productivas y empresariales, para proponer estrategias de mejora que ayude a que los problemas disminuyan, por ello la entidad donde realizara la investigación es en la entidad bancaria de la ciudad de Pamplona, el Banco Agrario, Por ello se busca hacer un análisis y que esto nos permita llegar a algunas conclusiones significativas para hacer recomendaciones de mejoras en el servicio, para esto utilizáramos la teoría de colas, técnica de investigación de operaciones y simulación que me permitan hacer los diferentes análisis. Donde se investigarán los conceptos más importantes de la teoría de colas o línea de espera como que es una cola, objetivos, disciplina, la capacidad del sistema, el tipo de atención que usa el banco y otros conceptos de suma importancia para la realización de la investigación.

Se calcularán los diferentes costos de espiración, costos por unidad de tiempo por operar el sistema, para analizar si los servidores son suficientes para el flujo de clientes que llegan a la entidad bancaria o si se tienen pagos en tiempos de ocio.

El tipo de metodología de la investigación será de tipo cuantitativo, y descriptiva, pues se hará una toma de datos diaria para la exactitud de los resultados y se hará la descripción de los datos obtenidos, esto tendrá una duración de un mes. La población es infinita ya que a cada lapso de tiempo llega un número diferente de clientes, se analizará el tipo de distribución que sigue la cola esto por medio del software PROMODEL STAT-FIT.

Palabras clave: Teoría de colas, Tiempos en cola, Tiempos de servicio, ProModel Sta-Fit.

1. INTRODUCCIÓN

la planificación, control y mejora de los procesos operacionales es de suma importancia para las empresas ya que permite que los clientes puedan obtener un servicio de calidad y sentirse satisfechos.

Por consiguiente, analizaremos las líneas de espera que se forman en las entidades bancaria para ello miraremos los conceptos de la teoría de colas.

Se conoce como línea de espera en una hilera formada por uno o varios clientes que guardan para recibir un servicio. Los clientes pueden ser personas, objetos, maquinas que requieren mantenimiento, contenedores con mercancías en espera de ser embarcados o elementos de inventario a punto de ser utilizados.

Las líneas de espera se forman a causa de un desequilibrio temporal ente la demanda de un servicio y la capacidad del sistema para suministrarlo (*Roberto Daniel CARRO PAZ GONZÁLEZ GÓMEZ, s/f*).

La teoría de colas es el estudio de la espera en las distintas modalidades. Utiliza los modelos de colas para representar los tipos de sistemas de líneas de espera (sistemas que involucran colas de algún tipo) que surgen en la práctica. Las fórmulas de cada modelo indican cuál debe ser el desempeño del sistema correspondiente y señalan la cantidad promedio de espera que ocurrirá en diversas circunstancias (F. HILLIER, 2010).

Analizar las líneas de espera es importante para las empresas que brinden algún tipo de servicio como una entidad bancaria, un restaurantes de comidas rápidas, empresas que tengan que despachar algún tipo de mercancía pues este análisis nos permite dar un diagnóstico del estado actual del sistema, su capacidad de atención, si se presentan problemas de demoras, si

efectivamente cada uno de los servidores en turno realizan de manera ágil y dinámica su trabajo, encontrar si hay tiempos de ocio y si el costo que se paga por servidor es el indicado y no se generan pérdidas. Para ello se tomarán los datos, se harán uso de las ecuaciones matemáticas y unas preguntas importantes de la investigación como la media de clientes que llegan cada día a la entidad, el número de asesores con los que se cuenta, el promedio de tiempo que pasa una persona formado en la fila entre otras, nos permite hacer un diagnóstico de cómo se encuentra la entidad bancaria actualmente para así hacer recomendaciones de mejoras y poder sacar conclusiones.

2. ANTECEDENTES

2.1. ANTECEDENTES INTERNACIONALES

Juan Manuel Izar Landeta, Carmen Berenice Ynzunza Cortés, Jaime Garnica González (2018) Análisis y optimización de dos sistemas de líneas de espera de empresas de logística y transporte de los Estados de Querétaro y Colima

Objetivo: El objetivo de este estudio es definir mediante el análisis de 2 casos empíricos: el primero un sistema $M/G/1$ o $M/D/1$, y el segundo $M/M/1$ o $M/M/S$, la tasa óptima de servicio y la conveniencia económica de utilizar o no los mismos, así como validar dos ecuaciones desarrolladas ex profeso para calcular el número óptimo de servidores. Metodología: Primero se identificaron los modelos que aplican para cada organización, luego se estimaron los parámetros de cada sistema para obtener la tasa óptima de servicio, lo cual se comparó con lo calculado con las ecuaciones desarrolladas para ello. Resultados: Para ambos casos, al incrementarse la razón de costos servicio/demoras, disminuye el número óptimo de servidores y aumenta el costo del

sistema. Ambas variables han sido menores para el modelo M/D/1 que para el M/G/1, debido al fuerte impacto de la desviación estándar del tiempo de servicio. Asimismo, el costo y número de servidores han sido menores para el sistema M/M/S comparado con el M/M/1, lo que lo hace preferible en caso de poder llevar a cabo su implementación. Limitaciones del Estudio: Se obtuvieron los parámetros de cada sistema con un número limitado de datos y sólo se estudiaron dos organizaciones. Originalidad: Las ecuaciones desarrolladas para calcular el número óptimo de servidores. Conclusiones: Hay diversos factores inciden en el comportamiento de los sistemas de servicio. Su estudio permite a las organizaciones tomar mejores decisiones y desarrollar modelos de optimización que incrementen el aprovechamiento de sus recursos, la calidad de su servicio y la rentabilidad(J. Landeta, C. Ynzunza & Garnica, s/f).

Gustavo Ramiro Rodríguez Jáuregui ; Ana Karen González Pérez ; Salvador Hernández González ; Manuel Darío Hernández Ripalda (2017), Análisis del servicio de Urgencias aplicando teoría de líneas de espera

Los responsables de la toma de decisiones de los hospitales son cada vez más conscientes de la necesidad de administrar de manera eficiente los sistemas hospitalarios. Una opción son los modelos de líneas de espera. En el presente trabajo se analiza el servicio del área de Urgencias de un hospital público aplicando los conceptos y relaciones de líneas de espera. A partir de los resultados del modelo se concluye que en el área de Urgencias no se cuenta con la cantidad mínima necesaria de médicos para permitir un flujo constante de pacientes. Con el modelo se calcula el número mínimo de médicos necesarios para satisfacer la demanda actual y futura de servicio, con los mismos tiempos de servicio y la misma disciplina de servicio. Los modelos analíticos permiten entender directamente las relaciones existentes entre demanda de servicio,

número de médicos y prioridad de atención del paciente vistos como un sistema de líneas de espera. El trabajo es de utilidad para los administradores y responsables de la gestión de sistemas hospitalarios (Rodríguez Jáuregui, González Pérez, Hernández González, & Hernández Ripalda, 2017).

2.2. ANTECEDENTES NACIONALES

Liliana Portilla, Leonel Arias, Sergio Fernández (2010), Análisis de líneas de espera a través de teoría de colas y simulación

En este trabajo se presenta un contraste entre los modelos de la Teoría de Colas y la Simulación. El principal objetivo es evidenciar como estas dos áreas se complementan mutuamente. Lo anterior debido a que con el modelo matemático se puede validar el modelo de simulación y este último permite al investigador profundizar mucho más en el análisis del sistema de colas objeto de estudio. Para observar lo anterior, se presenta como caso de estudio un sistema de atención en una entidad bancaria, el cual está conformado por una línea de espera “fila Preferencial” y un servidor “El Cajero” encargado de atender los clientes respectivos (Portilla, 2010)

Fredy Alexander Gómez Jiménez (2008), Aplicación de teoría de colas en una entidad financiera: herramienta para el mejoramiento de los procesos de atención al cliente.

Las entidades financieras, como empresas prestadoras de servicios, saben que además de ofrecer diferentes alternativas en sus portafolios de productos y servicios para cada segmento del mercado, cobra mucha relevancia la manera como hacen entrega de ellos a los clientes. El diseño de las instalaciones, la calidad del personal que está en contacto con los clientes y la confortabilidad de estos, son algunos de dichos aspectos. El último de ellos se ve en gran

medida reflejado en el tiempo transcurrido entre el momento de la solicitud del servicio por parte del cliente y aquel en que realmente se lleva a cabo de manera efectiva. El trabajo que aquí se presenta, muestra la aplicación de una herramienta de la Investigación de Operaciones (IO) como la teoría de colas, la cual busca modelar los procesos de líneas de espera, aplicado en una entidad financiera que posee problemas para la atención de sus clientes en la agencia principal, especialmente en la variable tiempo de atención al cliente (Gomez, F., 2011).

Teoría de líneas de espera en el sector avícola para el diseño de muelles de despacho.

Javier Alexander Jaime Batanero Ing. Industrial, Esp. Gerencia de logística Integral

Universidad Militar Nueva Granada, Bogotá, Colombia 2013

El presente artículo consta de la revisión de los modelos contenidos dentro de la teoría de líneas de espera o colas, y su excelente y fácil adaptabilidad ya sea a un campo seleccionado o cualquier otro, mientras el modelo cumpla con ciertos prerrequisitos, así obteniendo las medidas de desempeño al implementar dicho modelo. La motivación e importancia de llevar a cabo este modelo fue analizar la objetividad, alcance, y utilización de una teoría completamente estadística la cual pudiera determinar la cantidad óptima de muelles de cargue en la operación de una planta avícola de distribución y comercialización donde es esencial considerar el análisis de la demanda y la oferta por su alto nivel de variabilidad y/o incertidumbre en el servicio debido a las altas y bajas del precio del producto, así mismo como cualquier comportamiento que pueda surgir debido a varios factores involucrados en el momento de prestarse el servicio. Finalmente en el artículo se exponen las ventajas de utilizar la teoría de líneas/colas, al igual refleja que en la circunstancia que la empresa decida utilizar esta herramienta, su compañía se alinear a prácticas de mejoramiento continuo, planeación y comunicación mejorando el control que tienen sobre sus

procesos, adicional le ayudara a la compañía a generar el deseo de estar a la vanguardia y pensar en implementar en simuladores ligados con esta teoría, la cual les permitirá visualizar diferentes escenarios y no solo tomar las mejores y más adecuadas decisiones, sino que además les ayudara a reducir los tiempos necesarios al tomar cualquier decisión administrativa u operacional(Alexander & Batanero, 2013).

3. MARCO TEÓRICO

3.1. Origen

El mayor responsable del desarrollo fue el matemático de origen danés AGNER KRAMP ERLANG. Quien trabajaba en la empresa de telecomunicaciones COPENHAGEN TELEPHONE EXCHANGE. Agner se percató de las necesidades crecientes que surgieron en la empresa en el sistema de repartición de servicio telefónico de la compañía. Por ello comenzó hacer una investigación de los diferentes fenómenos matemáticos que se podían cuantificar en el sistema de líneas de espera o teoría de colas.

Su primera publicación oficial fue un artículo titulado *Teoría de colas*, el cual vio la luz en 1909. Su enfoque estuvo dirigido principalmente al problema de dimensionamiento de líneas y centrales de conmutación telefónica para el servicio de llamadas (“Teoría de colas: historia, modelo, para qué sirve y ejemplos - Lifeder”, s/f).

3.2. Que es la teoría de colas

La teoría de colas estudia las esperas que ocurren en diferentes variantes. Utiliza modelos que permiten hacer una representación del tipo de cola que se encuentran en un sistema donde se ocasionan líneas de espera, estas pueden ser de personas, maquinas, etc. Que surgen en la vida cotidiana o en la práctica. Teniendo identificado el modelo que sigue la línea de espera,

conociendo el número de servidores o el tipo de cola indican el desempeño del sistema y así poder hacer sacar probabilidades promedio de las esperas que ocurrirán(F. HILLIER, 2010).

3.3. OBJETIVOS DE LA TEORIA DE COLAS

3.3.1. Objetivo general

Identificar en qué consiste la teoría de colas, también llamada líneas de espera, determinando las medidas de desempeño del sistema acorde a sus características y empleándola como herramienta para la toma de decisiones(“FAEDIS”, s/f).

3.3.2. Objetivos específicos

- Determinar las consideraciones cuantitativas de costo y las cualitativas de servicio.
- Usar correctamente las fórmulas necesarias para calcular el tiempo en la línea de espera o de permanencia en el sistema.
- Caracterizar cualitativa y cuantitativamente a una cola y determinar los niveles adecuados de ciertos parámetros del sistema.

3.4. Proceso básico de colas

El proceso básico de la mayoría de los modelos es de la siguiente manera los clientes llegan por que necesitan un servicio, ellos entran a un sistema, dependiendo de cómo este el sistema ellos se unen a una fila o se retiran por la gran cantidad de cliente en ella. Luego después de un tiempo en la cola, siguen y son atendidos por un servidor el cual le proporcionara el servicio en un tiempo determinado, el cliente recibe el servicio y sale del sistema. Y este es el mismo proceso en una entidad bancaria como se aprecia en la figura 1(F. HILLIER, 2010).

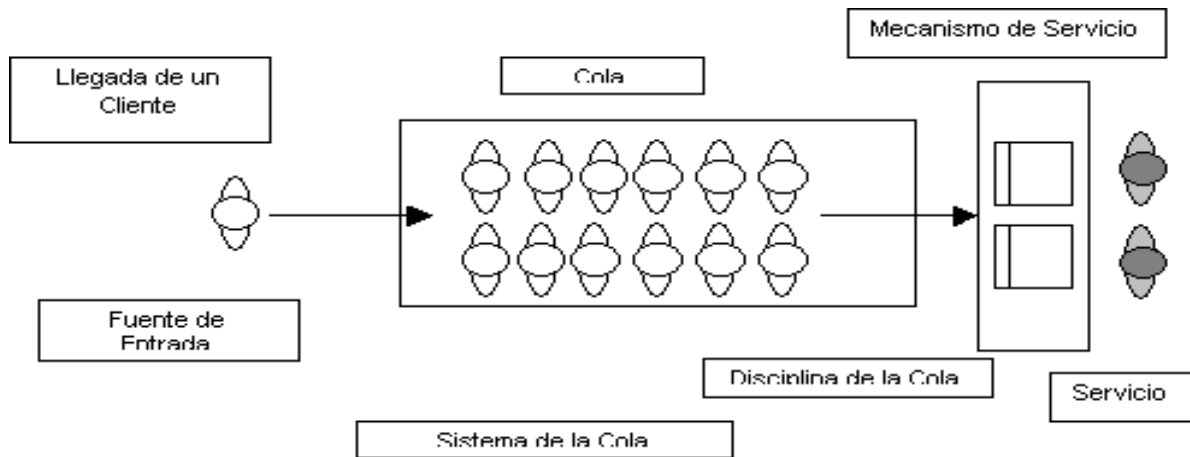


FIGURA 1 FIGURA PROCESO BASICO

fuelle:(F. HILLIER, 2010)

3.5. Fuente de entrada (población potencial)

Fuente de entrada (población potencial) la principal característica de la fuente de entrada es el tamaño. El tamaño es cuál es el número total de clientes que pueden requerir servicio en determinado momento, es decir, el número total de clientes potenciales. Debido a que los cálculos son mucho más sencillos en el caso del tamaño infinito. También se debe especificar el patrón estadístico mediante el cual se generan los clientes en el tiempo. El supuesto normal es que se generan de acuerdo con un proceso Poisson; es decir, el número de clientes que llegan hasta un momento específico tiene una distribución de Poisson. este caso corresponde a aquel cuyas llegadas al sistema ocurren de manera aleatoria, pero con cierta tasa media fija y sin que importe cuántos clientes están ya ahí (por lo que el tamaño de la fuente de entrada es infinito). Un supuesto equivalente es que la distribución de probabilidad del tiempo que transcurre entre dos llegadas consecutivas es exponencial. Se hace referencia al tiempo que transcurre entre dos llegadas consecutivas como tiempo entre llegadas. También debe especificarse cualquier otro supuesto no usual sobre el comportamiento de los clientes. Un ejemplo sería cuando se pierde un

cliente porque desiste o se rehúsa a entrar al sistema porque la cola es demasiado larga(F. HILLIER, 2010).

3.6. Cola

La cola es donde los clientes potenciales esperan antes de poder recibir el servicio. la cola se caracteriza por un máximo número permisible de clientes que permitirá una cola. Como se definió anteriormente estas pueden ser de forma finita o infinita. Las colas finitas son el estándar de colas más utilizadas y son más fáciles de analizar para la utilización.

Incluso en situaciones en las que en realidad existe una cola superior (relativamente grande) sobre el número permitido de clientes, puesto que manejar una cola así puede ser un factor que complique el análisis. En los sistemas de colas en los que la cota superior es tan pequeña que se llega a ella con cierta frecuencia, es necesario suponer una cola finita(F. HILLIER, 2010).

3.7. Disciplina de la cola

La disciplina de la cola es el proceso mediante el cual se determina el orden en que el cliente es atendido. Sirve de canal de procesamiento y orden para los usuarios, siendo el responsable de su disposición y movimiento dentro de la cola. Según sus criterios puede ser de distintos tipos.

FIFO: De las siglas en ingles *First in first out*, también conocida como FCFS *first come first served*. Que significan respectivamente *Primero en entrar primero en salir y primero en llegar primero en ser servido*. Ambas formas denotan que el primer cliente en llegar será el primero en ser atendido.

LIFO: *Last in first out* También conocida como pila o LCFS *last come first served*. Donde se atiende primero al cliente que ha llegado de ultimo.

RSS: *Random selection of service* también llamado SIRO *service in random order*, donde los clientes son seleccionados según un criterio aleatorio o al azar (“Teoría de colas: historia, modelo, para qué sirve y ejemplos - Lifeder”, s/f).

3.8. Mecanismo de servicio

El mecanismo de servicio consiste en tener ya sea una estación o varias para brindar el servicio, cada una de las estaciones por lo general cuenta con uno o más servidores, estos de manera paralela, el cliente puede ser recibido en forma secuencial (canales de servicio), y el cliente es recibido por los canales de servicio, en la estación indicada para recibir el servicio, el cliente entra en los canales de servicio y el servidor presta el servicio dependiendo de lo que pida el cliente. Los modelos de colas deben especificar el arreglo de las estaciones y el número de servidores (canales paralelos) en cada una de ellas. Los modelos más elementales suponen una estación, ya sea con un servidor o con un número finito de servidores.

El tiempo que transcurre desde el inicio del servicio para un cliente hasta su terminación en una estación se llama tiempo de servicio (o duración del servicio). Un modelo de un sistema de colas determinado debe especificar la distribución de probabilidad de los tiempos de servicio de cada servidor (y tal vez de los distintos tipos de clientes), aunque es común suponer la misma distribución para todos los servidores (todos los modelos en este capítulo se basan en este supuesto). La distribución del tiempo de servicio que más se usa en la práctica (por ser más manejable que cualquier otra) es la distribución exponencial, por lo que casi todos los modelos de este capítulo serán de este tipo. Otras distribuciones de tiempos de servicio importantes son la distribución degenerada (tiempos de servicio constantes) y la distribución Erlang (gamma)(F. HILLIER, 2010).

3.9. El proceso de colas elemental

El proceso elemental de una cola es que entran a distintos tiempos un número de clientes estos pueden hacer la fila y esperar para recibir el servicio o salir del sistema porque este está muy lleno, reciben el servicio y finaliza su proceso.

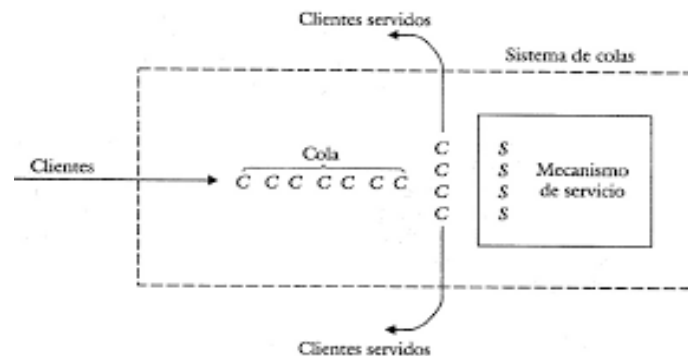


FIGURA 2 PROCESO DE COLA ELEMENTAL

fuelle:(F. HILLIER, 2010)

3.10. Terminología y notación

3.10.1. Notación

Existen 3 aspectos que rigen el modelo de colas a considerar. Estos son los siguientes:

Distribución del tiempo entre llegadas: se refiere a la tasa con que se suman unidades a la cola. Son valores de carácter funcional y están sujetos a distintas variables según su naturaleza.

Distribución del tiempo de servicio: tiempo empleado por el servidor en procesar el servicio demandado por el cliente. Varía según la cantidad de operaciones o gestiones que se establezcan. Estos dos aspectos pueden tomar los siguientes valores:

M: distribución exponencial (Markoviana).

D: Distribución degenerada (tiempos constantes).

E_k: Distribución de Erlang con parámetro de forma k.

G: Distribución general (cualquier distribución).

Número de servidores: Compuertas de servicio abiertas y disponibles para procesar clientes.

Son esenciales en la definición estructural de cada modelo de colas. De esta forma se definen

los modelos de colas, tomando primero las iniciales en mayúsculas de la distribución del tiempo de llegada y la distribución del tiempo de servicio. Por último, se estudia el número de servidores. Un ejemplo bastante común es el **M /M /1**, que se refiere a una distribución de tiempo de llegada y servicio del tipo exponencial, mientras se trabaja con un único servidor.

Otros tipos de modelos de colas son **M /M /s**, **M /G /1**, **M /E /1**, **D/ M /1**, entre otros (“Teoría de colas: historia, modelo, para qué sirve y ejemplos - Lifeder”, s/f).

3.10.2. Terminología

λ : Este símbolo (Lambda) representa en la teoría de colas al valor esperado de entradas por intervalo de tiempo.

$1/\lambda$: Corresponde al valor esperado entre los tiempos de llegada de cada usuario que ingresa al sistema.

μ : El símbolo μ u corresponde al número esperado de clientes que completan el servicio por unidad de tiempo. Esto se aplica para cada servidor.

$1/\mu$: Tiempo de servicio esperado por el sistema.

ρ : El símbolo Rho denota el factor de utilización del servidor. Sirve para medir que porción de tiempo estará ocupado el servidor procesando usuarios. $(1)\rho = \frac{\lambda}{\mu s}$

Si **$\rho > 1$** el sistema será transitorio, tenderá a crecer, debido a que la tasa de utilidad del servidor está por debajo de la entrada de usuarios al sistema.

Si **$\rho < 1$** el sistema se mantendrá estable.

3.11. Modelos

MODELOS DE COLA INFINITA CON ENTRADAS POISSON

Modelo de estación única: **M/M/1: ∞ , FIFO**

Modelo de estación múltiple: **M/M/S: ∞ , FIFO**

MODELOS DE COLA FINITA CON ENTRADAS POISSON

Modelo de Estación Única: **M/M/1: CF, FIFO**

Modelo de estación múltiple: M/M/S: CF, FIFO

MODELOS DE FUENTE LIMITADA CON ENTRADAS POISSON

Modelo de Estación Única: M/M/1: FL, FIFO

Modelo de estación múltiple: M / M / S: FL, FIFO(“Teoría de colas - EcuRed”, s/f).

Modelo M/M/C

El modelo supone que los tiempos entre llegadas y los tiempos y los tiempos del servicio variables aleatorias con distribuciones, la disciplina es FIFO y la población es infinita.

Se diferencia respecto al modelo M/M/1 en que el número de servidores C puede ser cualquier número natural tal que C sea mayor o igual a 1. Cuando el número de servidores el mayor que 1, las expresiones matemáticas no son tan sencillas (*Portal Estadística Aplicada: Instrumentos Estadísticos Avanzados 393*, s/f).

$\lambda =$ Promedio de Llegada

$\mu =$ Promedio de Clientes Atendidos

C = Numero de Servidores

- Factor de Utilización

$$P = \frac{\lambda}{C * \mu} \quad (1)$$

- Probabilidad de que no haya unidades en el sistema.

$$P_0 = \frac{1}{\left[\frac{1}{C-1!} \left(\frac{\lambda}{\mu} \right)^1 \right] + \left[\frac{1}{C!} \left(\frac{\lambda}{\mu} \right)^2 \right] * \left(\frac{C * \mu}{(C * \mu) - \lambda} \right)} \quad (2)$$

- Número Promedio de Unidades en Cola.

$$Lq = \frac{(\lambda * \mu) * \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^c}{(C - 1)! * ((C * \mu) - \lambda)^2} (3)$$

- *Número Promedio de Unidades en el Sistema.*

$$Ls = Lq * \left(\frac{\lambda}{\mu}\right) (4)$$

- *Tiempo Promedio que una Unidad Pasa en una Cola.*

$$Wq = \left(\frac{Ls}{\lambda}\right) (5)$$

- *Tiempo Promedio que una Unidad Pasa en el Sistema.*

$$W = Wq + \left(\frac{1}{\mu}\right) (6)$$

3.12. Análisis económico de los modelos de cola

Todo sistema de servicio requiere de un análisis económico para poder tomar la decisión más correcta. Dicho análisis incluye dos elementos:

1. El nivel del servicio.
2. El tiempo de espera de las unidades que acuden a recibir servicio.

Con el objetivo de reducir el costo de servicio, se recomienda un mínimo nivel de este, mientras que al no ser deseables largos tiempos de espera, es aconsejable un alto nivel de dicho servicio, por lo que se hace necesaria la búsqueda de una solución que satisfaga ambas condiciones (“FAEDIS”, s/f).

Donde:

E(CS): valor esperado del costo del servicio.

$E(CE)$: valor esperado del costo de espera.

$E(CT)$: valor esperado del costo total.

3.13. Pruebas no paramétricas

La prueba de Kolmogórov-Smirnov es **un tipo de prueba no paramétrica**. Las pruebas no paramétricas (también llamadas de distribución libre) son utilizadas en estadística inferencial, y tienen las siguientes características:

- Plantean hipótesis sobre bondad de ajuste, independencia...
- El nivel de medida de las variables es bajo (ordinal).
- No tienen excesivas restricciones.
- Son aplicables a muestras pequeñas.
- Son robustas.

3.14. Prueba de Kolmogórov-Smirnov: características

La prueba de Kolmogórov-Smirnov es una propia perteneciente a la estadística, concretamente a **la estadística inferencial**. La estadística inferencial pretende extraer información sobre las poblaciones.

Se trata de una **prueba de bondad de ajuste**, es decir, sirve para verificar si las puntuaciones que hemos obtenido de la muestra siguen o no una distribución normal. Es decir, permite medir el grado de concordancia existente entre la distribución de un conjunto de datos y una distribución teórica específica.

Su objetivo es señalar si los datos provienen de una población que tiene la distribución teórica especificada, es decir, lo que hace es contrastar si las observaciones podrían razonablemente

proceder de la distribución especificada (“Prueba de Kolmogórov-Smirnov: qué es y cómo se usa en estadística”, s/f).

PASOS

1. Obtener al menos 30 datos de la variable aleatoria
2. Calcular media y varianza
3. Crear el histograma de m intervalos y obtener la frecuencia observada en cada intervalo
4. Calcular la probabilidad observada (8) $POi = \frac{O_i}{n}$ frecuencia observada entre el número de datos.
5. Acumular las probabilidades POi para tener la probabilidad observada hasta el i -ésimo intervalo $POAi$
6. Establecer de manera explícita la hipótesis nula que se ajuste al histograma realizado
7. Calcular la probabilidad esperada acumulada para cada intervalo $PEAi$ a partir de la función de probabilidad propuesta.
8. Calcular el estadístico de prueba (9) $C = \max(PEAi - POAi), i = 1, 2, 3, \dots, n$
9. Definir el nivel de significancia de la prueba α y determinar el valor crítico.
10. Comparar el estadístico de prueba con el valor crítico, y se el estadístico de prueba $>$ que el valor crítico. No se rechaza la hipótesis nula (García Dunna & García Reyes Leopoldo Cárdenas Barrón, s/f).

3.15. Prueba de Anderson Darling

Se dio a conocer en 1954. Esta prueba tiene como propósito corroborar si una muestra de variables aleatorias proviene de una población con una distribución de probabilidad específica. En realidad, se trata de una modificación de la prueba de Kolmogórov-Smirnov, aunque tiene la virtud de detectar las discrepancias en los extremos de las distribuciones. La principal desventaja de la prueba de Anderson-Darling estriba en que es necesario calcular los valores críticos para cada distribución. La prueba es muy sensible en los extremos de la distribución, por lo que debe usarse con mucho cuidado en distribuciones con límite inferior acotado, y no es confiable para distribuciones de tipo discreto. En la actualidad es posible encontrar tablas de valores críticos para las distribuciones normal, lognormal, exponencial, log-logística, de Weibull y valor extremo tipo I.

El procedimiento general de la prueba es:

1. Obtener n datos de la variable aleatoria a analizar
2. Calcular la media y la varianza de los datos.
3. Organizar los datos en forma ascendente: $Y_i, i = 1, 2, 3, \dots, n$
4. Ordenar los datos en forma descendente. $(10) y_{n+1-i}$
5. Establecer de manera explícita la hipótesis nula, al proponer una distribución de probabilidad.
6. Calcular la probabilidad esperada acumulada para cada número: $(11) Y_i$ $PEA(Y_i)$ y la probabilidad esperada acumulada para cada número $(12) y_{n+1-i}$ PEA_{n+1-i} a partir de la función
7. Calcular el estadístico de prueba

$$(13) A^2_{n} = - \left[n + \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (2i-1) [Ln PEA(Y_i) + Ln(1-PEA(Y_{n+1-i}))] \right]$$
8. Ajustar el estadístico de prueba de acuerdo con la distribución de probabilidad propuesta.
9. Definir el nivel de significancia de la prueba α , y determinar su valor crítico, $\alpha_{\alpha, n}$
10. Comparar el estadístico de prueba con el valor crítico. Si el estadístico de prueba es menor que el valor crítico no se puede rechazar la hipótesis nula (García Dunna & García Reyes Leopoldo Cárdenas Barrón, s/f) (*Probabilidad y estadística para ingeniería y ciencias*, s/f) (*Portal Estadística Aplicada: Instrumentos Estadísticos Avanzados 393*, s/f) (*TEMA 3. ESTADÍSTICOS DESCRIPTIVOS: CONCEPTO Y CÁLCULO 3.1. Estadísticos de tendencia central*, s/f).

3.16. MEDIA

La media de un conjunto de números, algunas ocasiones simplemente llamada el promedio, es la suma de los datos dividida entre el número total de datos (*TEMA 3. ESTADÍSTICOS DESCRIPTIVOS: CONCEPTO Y CÁLCULO 3.1. Estadísticos de tendencia central*, s/f).

$$\bar{X} = \sum_{i=1}^n \frac{x_i}{n} = \frac{x_1+x_2+x_3+\dots+x_n}{n} \quad (14)$$

x = Datos Recolectados.

n = Cantidad de Datos Recolectados.

3.17. MEDIANA

La mediana de un conjunto de números es el número medio en el conjunto (después que los números han sido arreglados del menor al mayor) -- o, si hay un número par de datos, la mediana es el promedio de los dos números medios, puntuación que deja por debajo de sí al 50% de los casos de la distribución y por encima al otro 50% (TEMA 3. ESTADISTICOS DESCRIPTIVOS:

CONCEPTO Y CÁLCULO 3.1. Estadísticos de tendencia central, s/f).

$$Me = L_{i-1} + \frac{\frac{N}{2} - f_{i-1}}{f_i} * t_i \quad (15)$$

L_{i-1} = es el límite inferior de la clase donde se encuentra la mediana.

$\frac{N}{2}$ = es la semisuma de las frecuencias absolutas.

f_{i-1} = es la frecuencia acumulada anterior a la clase mediana.

f_i = es la frecuencia absoluta del intervalo mediano.

t_i = es la amplitud de los intervalos.

3.18. LA MODA

La moda de un conjunto de números es el número que aparece más a menudo (*TEMA 3. ESTADÍSTICOS DESCRIPTIVOS: CONCEPTO Y CÁLCULO 3.1. Estadísticos de tendencia central, s/f*).

3.19 CURTOSIS

mayor o menor grado de elevación del polígono de frecuencias (*TEMA 3. ESTADÍSTICOS DESCRIPTIVOS: CONCEPTO Y CÁLCULO 3.1. Estadísticos de tendencia central, s/f*).

Concepto: *C. leptocúrticas:* altura superior a lo normal. Predominio de puntuaciones en el centro del polígono de frecuencias.

C. mesocúrticas: altura media.

C. platicúrticas: altura inferior a lo normal. Predominio de observaciones en los extremos de la distribución.

Cálculo: Datos sin agrupar: Datos agrupados: Curtosis

$$Curtosis = \frac{\sum(X - \bar{X})^4}{\frac{n}{S_x^4}} (16)$$

X: número de datos

\bar{X} = Media.

3.20. VARIANZA (S²).

Concepto: promedio de diferencias cuadráticas de las puntuaciones con respecto a la media (varianza), y su raíz cuadrada (desviación típica).

(17)

$$S^2 = \frac{\sum(X - \bar{X})^2}{n}$$

\bar{X} = Media.

n = Cantidad de Datos Recolectados.

4. SITUACIÓN PROBLEMA

La importancia de la teoría de colas Esperar ser atendidos es parte de la vida diaria. Esperar en los restaurantes, hacer fila para abordar un avión, y formarse en la cola para ser atendido en dependencias oficiales. El fenómeno de esperar no se limita a los seres humanos: los trabajos esperan para ser procesados, los aviones vuelan en círculos a diferentes alturas hasta que se les permite aterrizar, y los autos se detienen en los semáforos. Eliminar la espera por completo no es una opción factible debido a que el costo de instalación y operación del centro de operación puede ser prohibitivo. El único recurso es buscar el equilibrio entre el costo de ofrecer un servicio y el de esperar a que lo atiendan. El análisis de las colas es el vehículo para alcanzar esta meta. El estudio de las colas tiene que ver con la cuantificación del fenómeno de esperar por medio de medidas de desempeño representativas, tales como longitud promedio de la cola, tiempo de espera promedio en la cola, y el uso promedio de la instalación. El siguiente ejemplo demuestra cómo pueden usarse estas medidas para diseñar una instalación de servicio(Taha, 2012).

Para el siguiente trabajo de investigación nos centramos en un tema muy importante de operaciones que es la teoría de colas. Donde el objetivo primordial es hacer un análisis del comportamiento de las líneas de espera, pues buscamos conocer cuáles son los problemas que más afecta a los clientes y poder dar soluciones que ayuden a mitigarlos.

Por ende, analizaremos una de las entidades bancarias de la ciudad de Pamplona la cual es el Banco Popular. Donde se conocieron algunas quejas por parte de los clientes por la demora en ciertos procesos causando inconformidades y deserción del cliente, pero esto tiene más ocurrencia entre las fechas finales de cada mes que hace que sus procesos sean más demorados y en algunas ocasiones los asesores incurren a tener largos tiempos de ocio.

Tener la capacidad de conocer el estado actual de la empresa les permite prever acciones preventivas o correctivas de la situación, si los procesos se están haciendo correctamente, dar reconocimiento a los trabajadores que hacen las labores correctamente. Y si el proceso no está debidamente diligenciado puede llevar a efectos negativos ya sea ha mencionado insatisfacción del cliente, aumento de costos por servidores inactivos, disminución de clientes. Esto por causas como la poca agilidad de los servidores, por desconocimiento del proceso, o porque los clientes tienen que llevar a cabo procesos extensos.

Para resultados más exactos de esta investigación, se realizó durante un mes la toma de datos en la entidad, esto a la misma hora en los días hábiles de atención que fueron entre las 9-11:30 am y entre las 3-4:30 pm que son las horas pico de llegada de más clientes en la entidad (“IESE Insight La espera no tiene por qué ser tan terrible para el cliente”, s/f)..

Fuente: Elaboración Propia

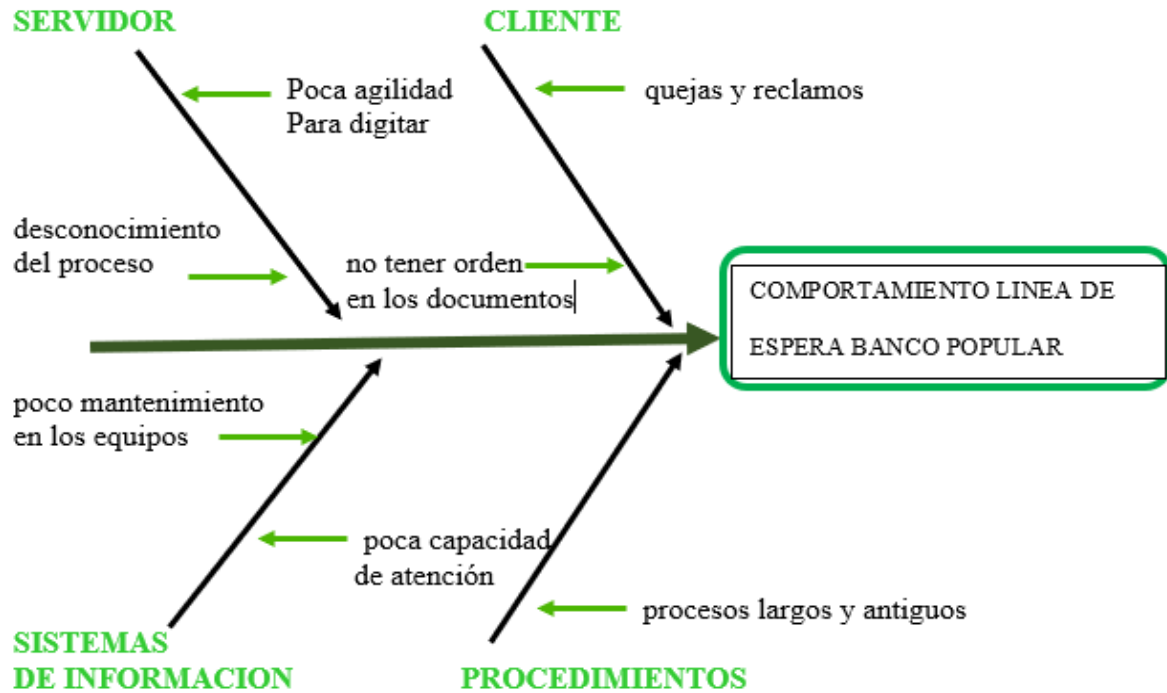


FIGURA 3 DIAGRAMA CAUSA EFECTO

5. OBJETIVO GENERAL

Analizar el comportamiento de las líneas de espera en procesos de atención relacionados a entornos productivos o empresariales

5.1. Objetivo Específicos

- Recolectar información matemática acerca del comportamiento en las líneas de espera para ser aplicada en un entorno productivo o empresarial.
- Analizar los datos tomados en la empresa seleccionada que suministre el comportamiento de las líneas de espera.
- Determinar el comportamiento de las distribuciones presentes en las líneas de espera para el entorno seleccionado.
- Proponer soluciones de mejora según los resultados obtenidos en cada una de las fases estudiadas.

6. METODOLOGÍA

6.1. Enfoque de la Investigación: Esta investigación ha sido diseñada con un enfoque cuantitativo según el autor de nuestro libro Hernández Fernández Sampieri donde este autor establece que las variables se miden en un contexto determinado analizando las mediciones y estableciendo conclusiones. Conteo, estadística, encuestas, experimentación, patrones y recolección de datos. teniendo en cuenta la viabilidad del proyecto que abordaremos.

6.2. El tipo de investigación es descriptivo y explicativa. Con el tipo de investigación descriptiva podemos indagar y describir diferentes características con el uso de documentos, informes, artículos, Etc. Que encontremos a nivel nacional o internacional con el tema que estamos abordando. Explicativo pues trataremos de encontrar causas o efectos con ayuda de otras investigaciones sobre el tema a tratar (SAMPIERI, 2014).

6.3.Fases para el diseño de la investigación

1. Recolectar información matemática acerca del comportamiento en las líneas de espera

de la entidad bancaria de la ciudad de Pamplona: En esta primera parte del proceso, utilizamos herramientas como cronometro, libreta y bolígrafo para hacer las anotaciones de los tiempos, para obtener la información necesaria para el desarrollo del trabajo.

2. Análisis y Tabulación los datos tomados durante la investigación que se hizo acerca del comportamiento de las líneas de espera en el banco popular de la ciudad de Pamplona.

La tabulación de los datos se hizo por medio de dos herramientas computacionales, primero se hizo una tabulación para obtener un promedio diario de las *llegadas al sistema, clientes en cola y clientes en servicio*, esto por medio de EXCEL.

Para la segunda parte del proceso, los datos que se estimaron de manera diaria en los 30 días se volvieron a promediar obteniendo media total de *las llegadas de los clientes, los clientes en cola y los clientes en servicio, también la mediana, la moda y la varianza* de los datos entre otros. Esto por medio de STAT-FIT.

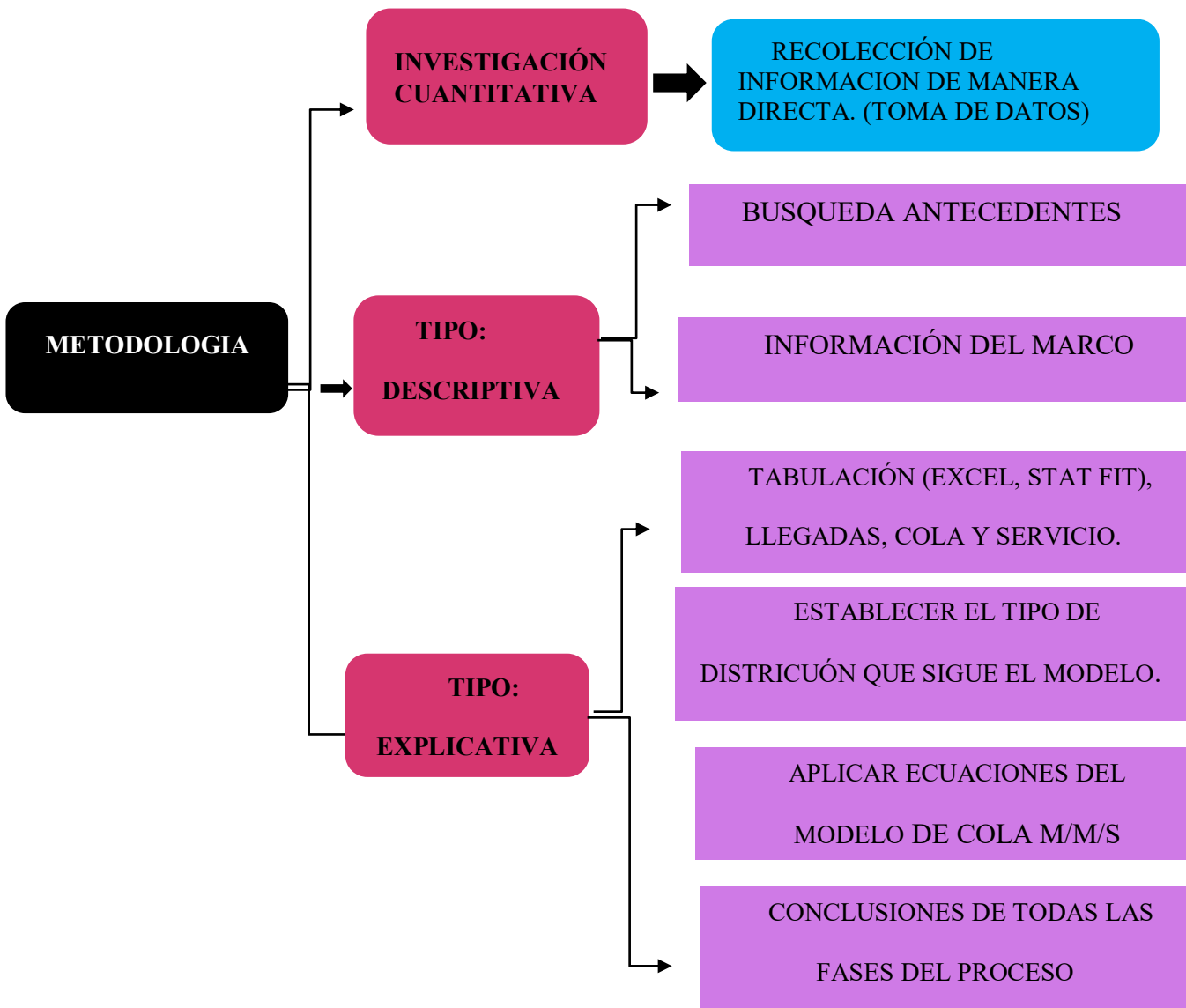
3. Tipo de distribución sigue el modelo de teorías de cola.

Para conocer el tipo de distribución que sigue la cola esta fue por medio de la herramienta computacional STAT-FIT que nos permitió conocer que distribución se acercaba más al modelo de cola que se estaba presentando según los datos y con las pruebas estadísticas no paramétricas Kolmogórov-Smirnov y Anderson-Darling.

4. Proponer soluciones de mejoras según las conclusiones hechas por la tabulación y análisis.

Este inciso se hace con los datos arrojados por las herramientas utilizadas y por las ecuaciones de las líneas de espera, ya que en este sistema se cuenta con dos servidores cada día del proceso

FIGURA 4 FASES DE LA METODOLOGIA



fuelle: elaboración propia

7. TOMA DE DATOS Y ANÁLISIS

7.1. INFORMACIÓN GENERAL

El Banco Popular busca al desarrollar diariamente su misión promover valores que permitan construir la lealtad con sus clientes. Conocer sus necesidades y atenderlas de forma óptima son parte de la filosofía institucional que viven todos los miembros del equipo humano de esta entidad que en el año 2010 cumple 60 años de servicio a los colombianos (“VALOR SOCIAL BANCO POPULAR”, s/f).

A continuación, tenemos las tablas de las horas en que estuvimos en la entidad que fueron de 10:00-11:30AM y de 3:00-4:30PM, que son las horas donde se tiene más flujo de clientes llegando a la entidad, la entidad cuenta con dos servidores que le ofrecen el servicio a los diferentes clientes que llegan a la entidad, donde se hizo la tabulación de los datos para la obtención del tiempo promedio de los clientes en fila, el tiempo promedio de clientes al ser atendidos por un asesor. Por ello para poder dar soluciones de mejora para que los problemas que afectan a los usuarios se reduzcan es necesario responder algunos interrogantes

¿Cuántos clientes hay formados esperando hacer atendidos en un día normal?

¿Qué días hay más flujo de clientes en la entidad bancaria y por qué? Los últimos del mes

¿Número de asesores en turno?

¿Tiempo de atención por cada cliente? Dependiendo de lo que vayan hacer

¿Cuánto tiempo dura un cliente en promedio formado esperando hacer atendido por el asesor?

¿El número de asesores es el suficiente para la atención de todos los clientes que llegan a la entidad bancaria?

PROMEDIOS 10-11:30AM

Tabla 1 TABLA DE PROMEDIOS DE COLA Y SERVICIO EN LA MAÑANA

DIAS	NÚMERO DE CLIENTES	PROMEDIO DE LLEGADAS (Min)	PROMEDIO DE CLIENTES EN COLA (Min)	PROMEDIO DE CLIENTES ATENDIDOS(Min)
1	30	4	3	2
2	35	3.4	12	3
3	31	4.6	14	3
4	28	4	10	2
5	30	4.4	10	5
6	25	3.5	12	6
7	39	3.5	14	4
8	34	3.8	13	2
9	27	3.5	7	3
10	30	3.57	16	3
11	42	4.1	18	2
12	17	3.8	10	3
13	23	3.9	10	2
14	30	3.57	13	3
15	25	4.07	9	3
16	41	4.8	16	2
17	47	4.9	19	4

18	37	4	16	2
19	30	3.4	11	2
20	18	3.46	12	1
21	26	3.21	10	3
22	32	3.9	13	2
23	18	3.48	9	4
24	40	3.6	15	5
25	19	3.52	11	3
26	33	4	12	4
27	37	3.09	13	5
28	35	3.8	10	4
29	30	4.6	16	4
30	16	4	10	2

Tabla 2 TABLA DE DESCRIPCIÓN ESTADÍSTICA DE LA COLA EN LA MAÑANA

PUNTO DE DATOS (Data points)	30
MINIMO (mínimum)	03
MAXIMO (máximum)	19
MEDIA (mean)	12.1333
MEDIANA (median)	12
MODO (mode)	10

DESVIACION ESTANDAR	3.33976
(Standard deviation)	
VARIANZA (variance)	11.154
COEFICIENTE DE VARIACIÓN	27.5255
(Coefficient of variation)	
OBLICUIDAD (skewness)	-0.23154
Kurtosis	0.610619

Tabla 3 TABLA DE DISTRIBUCIONES AUTOFIT DE LA COLA EN LA MAÑANA

DISTRIBUCIÓN	RANGO	ACEPTACIÓN
NORMAL	99.9	NO RECHAZADA
LOGNORMAL	99.6	NO RECHAZADA

en la tabla anterior tenemos las distribuciones que no fueron rechazadas pues esta son las que más se acercan a la dispersión de los datos que tenemos de los tiempos en cola en las horas de la mañana. Teniendo que la normal tiene un mayor rango de aceptación y es la que mas se acerca al modelo.

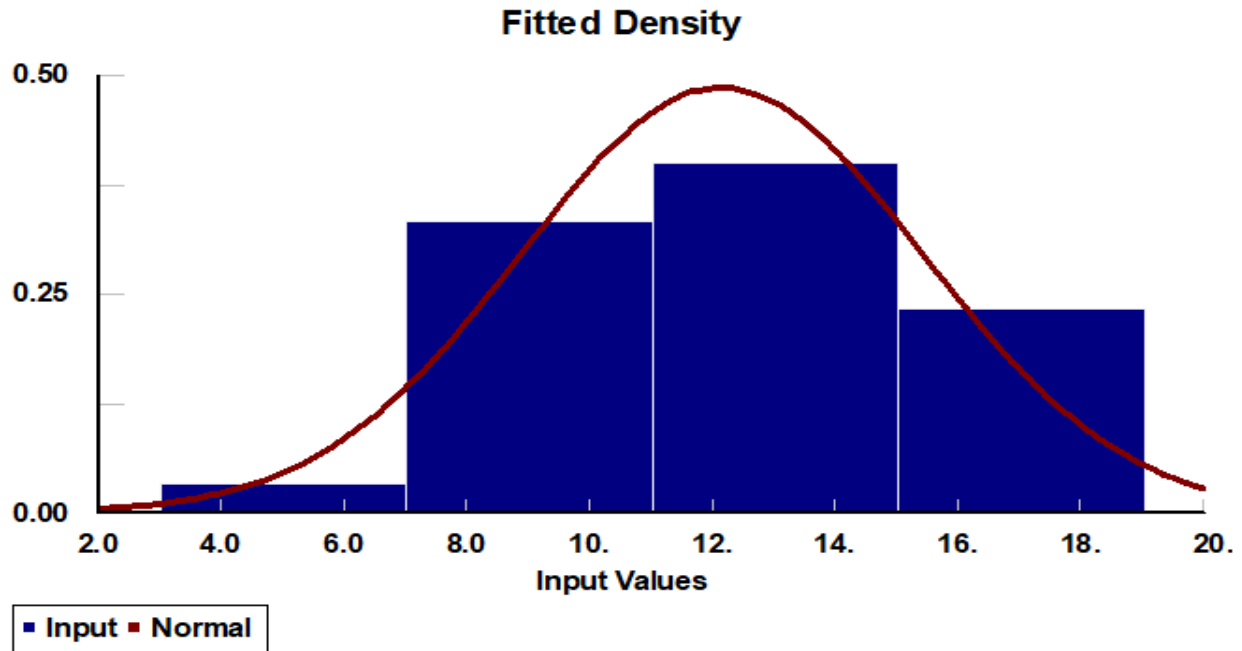


FIGURA 5 DISTRIBUCIÓN DE COLAS EN LA MAÑANA

El grafico anterior muestra el promedio de los clientes en cola tomados de 10:00-11:30AM en los 30 días en los que analizamos las líneas de espera del banco popular de la ciudad de pamploña, se utilizó el simulador de PROMODEL STAT: FIT quien por medio de las prueba no paramétrica Kolmogórov-Smirnov y Anderson_Darling nos ayudan a determinar el tipo de distribución que siguen los datos, en este caso las distribuciones que se acercan al modelo son la normal que es la línea roja que encontramos en el gráfico y la log normal que sigue la misma línea que la normal. Para la distribución normal la cual sigue una línea simétrica donde la media que tiene un valor de 12,13 es el punto más alto de la gráfica. El porcentaje de aceptación de la distribución es de 99.9%. La prueba no paramétrica Kolmogórov-Smirnov nos permite verificar si las muestras tomadas siguen una distribución normal como es el caso. Y nos permiten aceptar la hipótesis nula donde distribución empírica es igual a la teórica por consiguiente se tiene un

buen ajuste en la distribución (“Prueba de Kolmogórov-Smirnov: qué es y cómo se usa en estadística”, s/f).

para estos cálculos siguientes el software stat-fit, nos los arroja de forma automática la media, mediana, moda, varianza entre otro que están inmersos a continuación ya que como tenemos un numero de datos muy grande se vuelve un poco extenso el calcularlos de forma manual.

Tabla 4 TABLA DE DATOS ESTADISTICOS SERVICIO EN LA MAÑANA

PUNTOS DE DATOS	30
(Data points)	
MINIMO (mínimum)	1
MAXIMO (máximum)	6
MEDIA (mean)	3.1
MEDIANA (median)	3
MODO (mode)	2
DESVIACION ESTANDAR	
(Standard deviation)	1.18467
VARIANZA (variance)	1.40345
COEFICIENTE DE VARIACIÓN	
(Coefficient of variation)	38.2152
OBLICUIDAD (skewness)	0.594644
Kurtosis	-0.332366

Tabla 5 TABLA DE DISTRIBUCIONES DE SERVICIO EN LA MAÑANA

DISTRIBUCIÓN	RANGO	ACEPTACIÓN
LOG NORMAL	100	NO RECHAZADA
NORMAL	81.9	NO RECHAZADA

En la tabla anterior tenemos las distribuciones que no fueron rechazadas pues esta son las que más se acercan a la dispersión de los datos que tenemos en tiempos de servicio en las horas de la mañana. Teniendo que el log normal tiene un mayor rango de aceptación y es la que más se acerca al modelo.

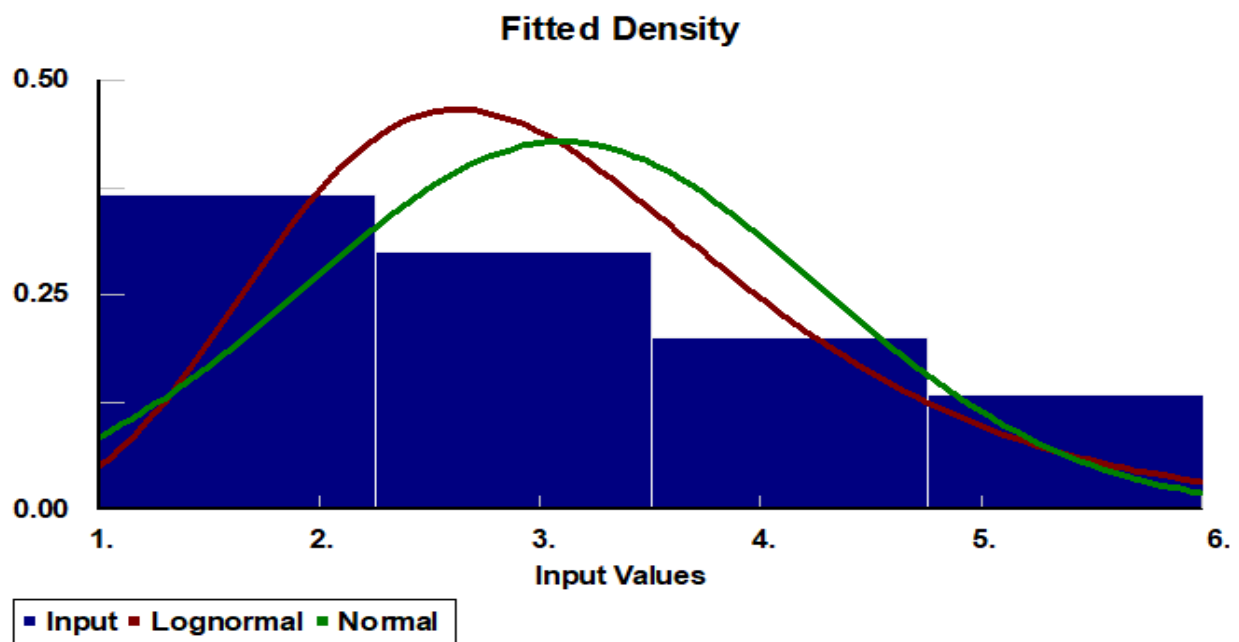


FIGURA 6 GREFICA DE SERVIO EN LA MAÑANA

El grafico anterior muestra el promedio de los clientes siendo atendidos por los servidores o asesores, datos tomados de 10:00-11:30AM en los 30 días en los que analizamos las líneas de espera del banco popular de la ciudad de pamplona, se utilizó el simulador de PROMODEL STAT: FIT quien nos ayudó a conocer la distribución que más se acercaba al modelo, para este caso primero se tiene la distribución log normal con un porcentaje de aceptación de 100% y la normal con un porcentaje de 81.9% de aceptación, por consiguiente la distribución que más se ajusta al modelo es la log normal. Donde se tiene aceptación de las pruebas no paramétricas Kolmogórov-Smirnov y Anderson_Darling, las cuales nos permiten verificar si las muestras tomadas siguen una distribución normal como es el caso. Y nos permiten aceptar la hipótesis nula donde distribución empírica es igual a la teórica por consiguiente se tiene un buen ajuste en la distribución (“Prueba de Kolmogórov-Smirnov: qué es y cómo se usa en estadística”, s/f).

7.2.MEDIDAS DE DESEMPEÑO JORNADA DE LA MAÑANA

$\lambda = 4.6$ Clientes/Minutos (Promedio de Llegada)

$\mu = 3.1$ Clientes/Minutos (Promedio de Clientes Atendidos)

$C = 2$ (Numero de Servidores)

- Factor de Utilización

$$P = \frac{\lambda}{C * \mu}$$

$$P = \frac{4.6}{2 * 3.1} = 0.74(1)$$

- Probabilidad de que no haya unidades en el sistema.

$$P_0 = \frac{1}{\left[\frac{1}{C-1!} \left(\frac{\lambda}{\mu} \right)^1 \right] + \left[\frac{1}{C!} \left(\frac{\lambda}{\mu} \right)^2 \right] * \left(\frac{C * \mu}{(C * \mu) - \lambda} \right)} \quad (2)$$

$$P_0 = \frac{1}{\left[\frac{1}{1!} \left(\frac{4.6}{3.1} \right)^1 \right] + \left[\frac{1}{2!} \left(\frac{4.6}{3.1} \right)^2 \right] * \left(\frac{2 * 3.1}{(2 * 3.1) - 4.6} \right)} = 0.154896$$

- Numero Promedio de Unidades en Cola.

$$Lq = \frac{(\lambda * \mu) * \left(\frac{\lambda}{\mu} \right)^C}{(C-1)! * ((C * \mu) - \lambda)^2} \quad (3)$$

$$Lq = \frac{(4.6 * 3.1) * \left(\frac{4.6}{3.1} \right)^2}{(2-1)! * ((2 * 3.1) - 4.6)^2} = 12.26$$

- Numero Promedio de Unidades en el Sistema.

$$Ls = Lq * \left(\frac{\lambda}{\mu} \right) \quad (4)$$

$$Ls = 12.26 * \left(\frac{4.6}{3.1} \right) = 18.19 \approx 18 \text{ Clientes}$$

- Tiempo Promedio que una Unidad Pasa en una Cola.

$$Wq = \left(\frac{Ls}{\lambda} \right) \quad (5)$$

$$Wq = \left(\frac{12.26}{4.6} \right) = 2.26$$

- Tiempo Promedio que una Unidad Pasa en el Sistema.

$$W = Wq + \left(\frac{1}{\mu} \right)$$

$$W = 2.26 + \left(\frac{1}{3.1} \right) = 2.58 \quad (6)$$

Con los resultados obtenidos podemos observar que la utilización del sistema de cola es de un

74%, luego hay un porcentaje de tiempo ocioso del 26%. También se observa que el tiempo

promedio que transcurre desde que el cliente entra a la cola del sistema hasta que sale del servicio es de 2.26 minutos. Adicionalmente se encontró que la cantidad promedio de clientes haciendo fila en la cola es de 18.19.

Tabla 6 TABLA DE TIEMPOS COLA Y SERVICIO EN LA TARDE

DIAS	NÚMERO DE CLIENTES	PROMEDIO DE LLEGADAS	PROMEDIO DE CLIENTES EN COLA (Minutos)	PROMEDIO DE CLIENTES ATENDIDOS(Min)
1	23	4.3	7	2
2	17	3.78	10	4
3	16	4.7	7	2
4	18	4.56	10	4
5	19	4.67	12	2
6	23	1.47	5	1
7	21	4	5	4
8	14	3.65	7	3
9	23	3.87	8	2
10	15	4.33	7	4
11	19	3.9	10	1
12	11	4.63	6	3
13	25	3.69	9	4
14	26	3.47	13	3
15	18	4.02	8	4
16	22	4	6	3

17	24	4.77	10	2
18	26	4.6	13	4
19	19	3.9	9	3
20	21	4.6	11	4
21	28	3.78	15	2
22	20	4.45	8	4
23	16	3.87	9	3
24	14	4.56	6	1
25	28	4.33	18	4
26	19	4.8	10	3
27	12	4.01	5	2
28	23	4	15	2
29	20	3.99	11	3
30	26	5	12	1

para estos cálculos siguientes el software stat-fit, nos los arroja de forma automática la media, mediana, moda, varianza entre otro que están inmersos a continuación ya que como tenemos un número de datos muy grande se vuelve un poco extenso el calcularlos de forma manual.

Tabla 7 TABLA DE DESCRIPCIÓN ESTADÍSTICA COLA EN LA TARDE

<i>PUNTO DE DATOS (Data points)</i>	<i>30</i>
<i>MINIMO (minimum)</i>	<i>0.05</i>
<i>MAXIMO (maximum)</i>	<i>0.18</i>
<i>MEDIA (mean)</i>	<i>0.094</i>
<i>MEDIANA (median)</i>	<i>0.09</i>
<i>MODO (mode)</i>	<i>0.095</i>
<i>DESVIACION ESTANDAR (Standard deviation)</i>	<i>0.0324409</i>
<i>VARIANZA (variance)</i>	<i>0.00105241</i>
<i>COEFICIENTE DE VARIACIÓN (Coefficient of variation)</i>	<i>34.5116</i>
<i>OBLICUIDAD (skewness)</i>	<i>0.744343</i>
<i>Kurtosis</i>	<i>0.0959658</i>

Tabla 8 TABLA DE DISTRIBUCIONES AUTOFIT COLA EN LA TARDE

DISTRIBUCIÓN	RANGO	ACEPTACIÓN
NORMAL	72,5	NO RECHAZADA
LOG NORMAL	100	NO RECHAZADA
EXPONENCIAL	2.43	NO RECHAZADA

La tabla de distribuciones anterior de la cola en las horas de la tarde nos muestra las distribuciones que no fueron rechazadas donde se tiene el log normal con un 100%, la normal con un 72.5% y la exponencial con un 2.43%. por ello estas son las distribuciones que más representan a los datos tomados para observar el comportamiento que tiene la cola.

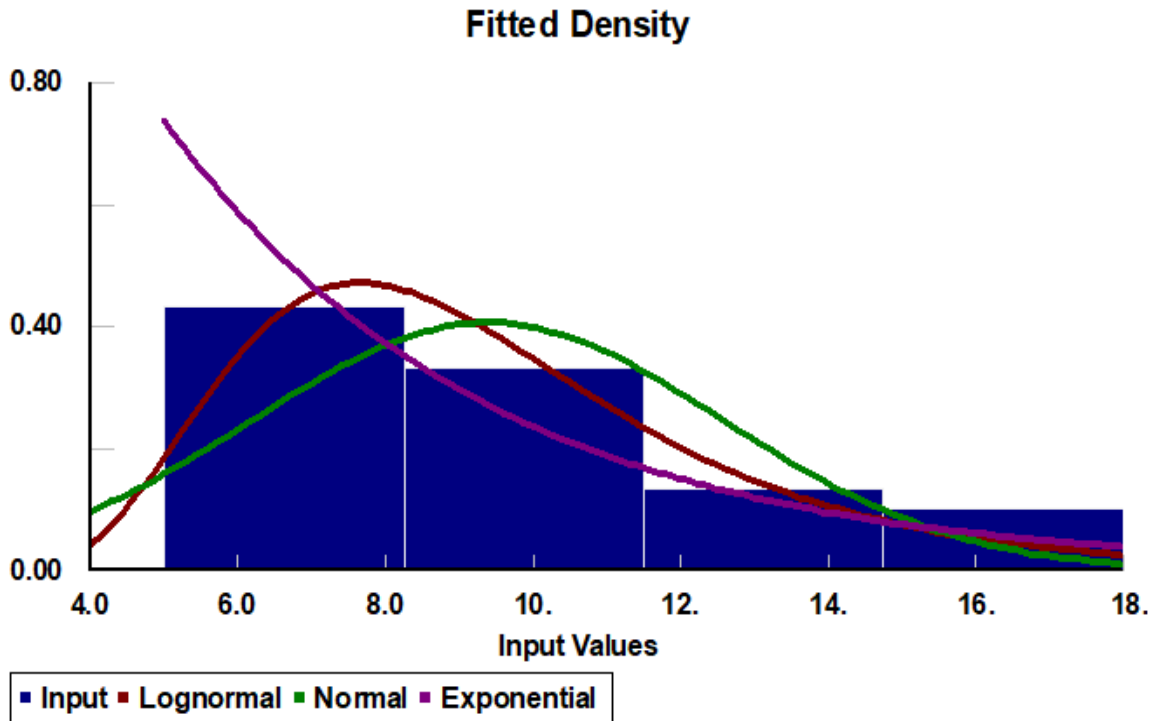


FIGURA 7 DISTRIBUCIÓN DE LA COLA EN LA TARDE

El grafico anterior muestra el comportamiento de la cola en la jornada de la tarde, estos datos fueron tomados en el horario de 3:00-4:30PM en los 30 días para mejores resultados, esto en el banco popular de la ciudad de pamplona, se utilizó el simulador de PROMODEL STAT: FIT quien nos ayudó a determinar el tipo de distribución que más se acercaba al modelo por medio de las pruebas Kolmogórov-Smirnov y Anderson Darling esto según la tendencia de los datos , para este caso se tienen tres distribuciones que siguen la tendencia de los datos, la log normal con 100%, la normal 72.5% y la exponencial con 2.43%. en donde la distribución que está más acorde con el modelo es el log normal ya que toma una mayor parte de los datos en comparación con la normal y la exponencial, la distribución log normal tiene simetría positiva por ello tiene similitud con la curva norma.

Tabla 9 TABLA DE SERVICIO EN LA TARDE

PUNTO DE DATOS (Data points)	30
MINIMO (mínimum)	1
MAXIMO (máximum)	4
MEDIA (mean)	2.73333
MEDIANA (median)	3
MODO (mode)	2
DESVIACION ESTANDAR (Standard deviation)	1.04826
VARIANZA (variance)	1.098845
COEFICIENTE DE VARIACIÓN (Coefficient of variation)	38.351
OBLICUIDAD (skewness)	-0.19045
Kurtosis	-1.24691

Tabla 10 TABLA DE DISTRIBUCIONES AUTOFIT SERVICIO EN LA TARDE

DISTRIBUCIÓN	RANGO	ACEPTACIÓN
LOG NORMAL	100	NO RECHAZADA

Para la tabla anterior tenemos que la única distribución de probabilidad que se acopla a los datos de servicio que ingresamos en el AUTO:FIT fue la log normal quien tiene un rango de aceptación de 100%.

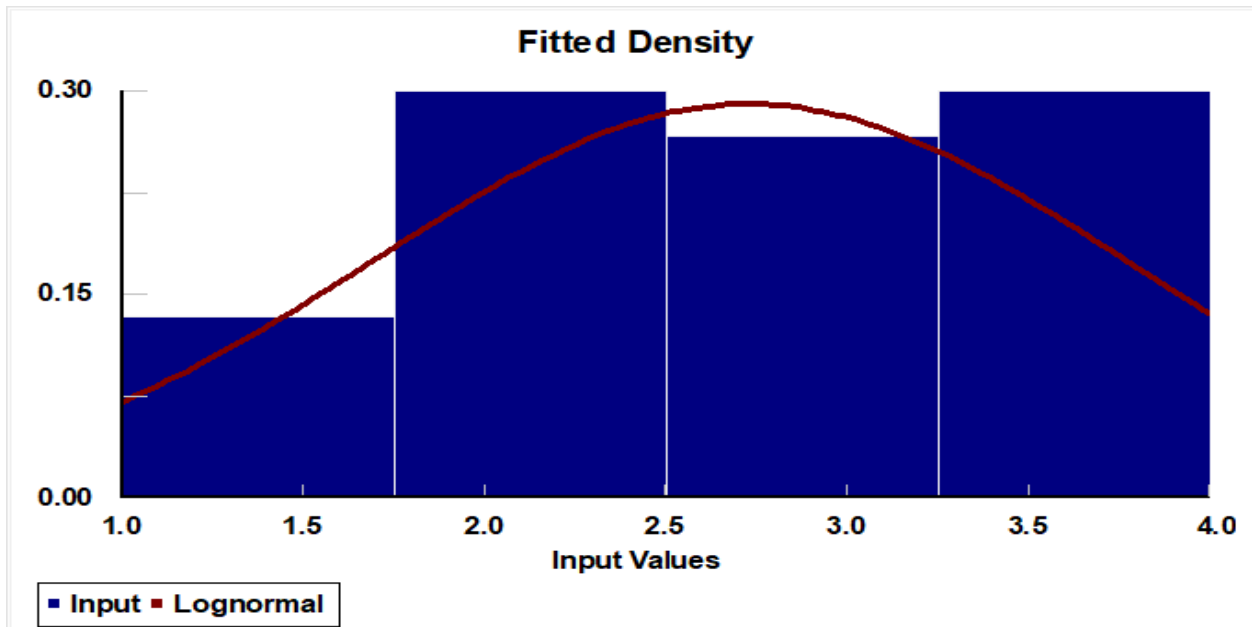


FIGURA 8 DISTRIBUCIÓN DE SERVICIO TARDE

El grafico anterior muestra el promedio de los clientes siendo atendidos por un servidor, estos datos fueron tomados en el horario de 3:00-4:30PM en los 30 días para mejores resultados, esto banco popular de la ciudad de pamploña, se utilizó el simulador de PROMODEL STAT: FIT quien por medio de las pruebas de bondad y ajustes Kolmogórov-Smirnov y Anderson Darling se determinaron el tipo de distribución que más se acercaba al modelo esto según la tendencia de los datos , para este caso los datos se están comportando como una función continua probabilidad log normal la cual tiene un porcentaje de aceptación del 100%. En este caso la distribución con los valores aleatorios que tenemos tiene media de 2.3, mediana de 3 y moda de 2, donde se observa que la mediana es mayor que la media esto hace que la distribución se acerque al log

normal, la distribución log normal tiene simetría positiva por ello tiene similitud con la curva normal.

7.3.MEDIDAS DE DESEMPEÑO JORNADA DE LA TARDE

$\lambda = 4.1$ Clientes/Minutos (Promedio de Llegada)

$\mu = 2.7$ Clientes/Minutos (Promedio de Clientes Atendidos)

$C = 2$ (Numero de Servidores)

- Factor de Utilización

$$P = \frac{\lambda}{C * \mu}$$

$$(7)P = \frac{4.1}{2 * 2.7} = 0.75$$

- Probabilidad de que no haya unidades en el sistema.

$$P_0 = \frac{1}{\left[\frac{1}{C-1!} \left(\frac{\lambda}{\mu} \right)^1 \right] + \left[\frac{1}{C!} \left(\frac{\lambda}{\mu} \right)^2 \right] * \left(\frac{C * \mu}{(C * \mu) - \lambda} \right)}$$

$$(8)P_0 = \frac{1}{\left[\frac{1}{1!} \left(\frac{4.1}{2.7} \right)^1 \right] + \left[\frac{1}{2!} \left(\frac{4.1}{2.7} \right)^2 \right] * \left(\frac{2 * 2.7}{(2 * 2.7) - 4.1} \right)} = 0.15483118$$

- Numero Promedio de Unidades en Cola.

$$Lq = \frac{(\lambda * \mu) * \left(\frac{\lambda}{\mu} \right)^C}{(C-1)! * ((C * \mu) - \lambda)^2}$$

$$(9)Lq = \frac{(4.1 * 2.7) * \left(\frac{4.1}{2.7} \right)^2}{(2-1)! * ((2 * 2.7) - 4.1)^2} = 15.10$$

- Numero Promedio de Unidades en el Sistema.

$$Ls = Lq * \left(\frac{\lambda}{\mu} \right)$$

$$(10)L_s = 15.10 * \left(\frac{4.1}{2.7}\right) = 22.92 \approx 23 \text{ Clientes}$$

- Tiempo Promedio que una Unidad Pasa en una Cola.

$$W_q = \left(\frac{L_q}{\lambda}\right)$$

$$(11)W_q = \left(\frac{22.92}{4.1}\right) = 3.68$$

- Tiempo Promedio que una Unidad Pasa en el Sistema.

$$W = W_q + \left(\frac{1}{\mu}\right)$$

$$(12)W = 3.68 + \left(\frac{1}{2.7}\right) = 4.05$$

En este caso que son los resultados de la jornada laboral de la tarde Con los resultados obtenidos podemos observar que la utilización del sistema de cola es de un 75%, luego hay un porcentaje de tiempo ocioso del 25%. También se observa que el tiempo promedio que transcurre desde que el cliente entra a la cola del sistema hasta que sale del servicio es de 3.68 minutos.

Adicionalmente se encontró que la cantidad promedio de clientes haciendo cola es de 22.92 (“IESE Insight La espera no tiene por qué ser tan terrible para el cliente”, s/f).

8. CONCLUSIÓN

Esta primera fase del proceso es una de las de mayor importancia y valiosa ya que con la recolección de datos se puede hacer cualquier modelo matemático o en nuestro caso el modelo de líneas espera, por medio de la recolección de datos realizada en la entidad bancaria de la ciudad de Pamplona se pudo hacer el análisis que nos permitió conocer el estado actual para que cada variable quedara inmersa, sin ningún detalle suelto y de esta forma proponer un modelo más apropiado para el sistema. Y nos permitió obtener resultados que fueron en gran mayoría factibles en este proceso por las diferentes demoras que se puedan presentar diariamente en las entidades productivas o empresariales sin importar su actividad social.

Así mismo para después de la identificación del modelo que sigue la línea de espera, para las dos jornadas de atención de la entidad, la identificación del tipo de distribución que más se asemeja a los datos es importante pues así se conoció el comportamiento de la cola y el comportamiento del servicio que reciben los usuarios al llegar a la entidad (“Métodos Cuantitativos para los Negocios. 13a Ed. David R. Anderson, Dennis J.

Es importante que las empresas puedan conocer el modo de operación de sus colas, claro esto dependiendo de los días de operación pues el comportamiento puede cambiar dependiendo del modo de operación de los servidores o los días de mayor flujo como en este caso los últimos días del mes. Esto ayuda a saber si efectivamente el sistema es utilizado al 100% de su capacidad y que no hayan tiempos de ocio en la entidad, en este caso en las horas de la mañana tienen un 70% de utilización con los dos servidores, teniendo un 30% de no utilización y en la tarde aumenta la utilización a 76% teniendo 24% de ocio para esta jornada.

BIBLIOGRAFÍA:

- (1) Aguirre Choix, R. (2018). La influencia de la adopción de tecnologías de información en la capacidad de innovación desde la perspectiva del recurso humano en las Mipymes de software en Sonora, México. *Investigación administrativa*, 47(122), 0–0.
- (2) Alexander, J., & Batanero, J. (2013). *Teoría de líneas de espera en el sector avícola para el diseño de muelles de despacho*.
- (3) Análisis de redes de colas modeladas con tiempos entre llegadas exponenciales e hiper erlang para la asignación eficiente de los recursos. (s/f). Recuperado el 9 de diciembre de 2019, de
(4) <https://repository.javeriana.edu.co/handle/10554/7286>
- (5) Bitran, G. R., Ferrer, J. C., & E Oliveira, P. R. (2008). Managing customer experiences:
(6) Perspectives on the temporal aspects of service encounters. *Manufacturing and Service Operations Management*, 10(1), 61–83. <https://doi.org/10.1287/msom.1060.0147>
- (7) Bogotá, D. C., & Marque, F. (s/f). *CARTA DE AUTORIZACIÓN DE LOS AUTORES PARA LA CONSULTA, LA REPRODUCCIÓN PARCIAL O TOTAL, Y PUBLICACIÓN ELECTRÓNICA DEL TEXTO COMPLETO*. Tesis doctoral.
- (8) Cao Abad, R. (s/f). *Introducción a la Simulación y a la Teoría de Colas*.
- (9) *Capítulo 2 TEORÍA DE COLAS O LÍNEAS DE ESPERA*. (s/f).
- (10) DEL JURADO Mg Galarreta Oliveros Gracia -----
SECRETARIO Ing Jaime Eduardo Gutiérrez Ascón -----
-----VOCAL Ing Villar Tiravanti Lily Margot, -----
-----presidente. (s/f). *TEORÍA DE COLAS PARA EL MEJORAMIENTO DEL PROCESO*

DE ATENCIÓN DEL ÁREA DE PLATAFORMA.

- (11) F. HILLIER, G. L. (2010). *INTRODUCCION A LA INVETIGACION DE OPERACIONES* (NOVENA). Recuperado de [http://www.ghbook.ir/index.php?name=فرهنگ و رسانه های نوین&option=com_dbook&task=readonline&book_id=13650&page=73&chckhashk=ED9C9491B4&Itemid=218&lang=fa&tmpl=component](http://www.ghbook.ir/index.php?name=فرهنگ%20و%20رسانه%20هاي%20نوین&option=com_dbook&task=readonline&book_id=13650&page=73&chckhashk=ED9C9491B4&Itemid=218&lang=fa&tmpl=component)
- (12) FAEDIS. (s/f). Recuperado el 10 de noviembre de 2019, de http://virtual.umng.edu.co/distancia/ecosistema/odin/odin_desktop.php?path=Li4vb3Zhcy9pbmdblmlcmhX2NpdmlsL2ludmVzdGlnYWNPb25fZGVfb3BlcmFjaW9uZXNfaWkvdW5pZGFkXzMv#slide_2
- (13) García Dunna, E., & García Reyes Leopoldo Cárdenas Barrón, H. E. (s/f). *Simulación y análisis de sistemas con ProModel, 2da Edición.*
- (14) Gomez, F., M. A. (2011). Aplicación de teoría de colas en una entidad financiera: herramienta para el mejoramiento de los procesos de atención al cliente. *Revista Universidad EAFIT*, 44(150), 51–63.
- (15) IESE Insight La espera no tiene por qué ser tan terrible para el cliente. (s/f). Recuperado el 9 de diciembre de 2019, de <https://www.ieseinsight.com/doc.aspx?id=00806&ar=12&idioma=1>
- (16) J. Landeta, C. Ynzunza, J., & Garnica. (s/f). Análisis y optimización de dos sistemas de líneas de espera de empresas de logística y transporte de los Estados de Querétaro y Colima. Recuperado el 10 de noviembre de 2019, de http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S2448-76782018000100003&lng=es&nrm=iso
- (17) Métodos Cuantitativos para los Negocios. 13a Ed. David R. Anderson, Dennis J. Sweeney

- et, al. by Cengage Learning Editores - issuu. (s/f). Recuperado el 9 de diciembre de 2019, de https://issuu.com/cengagelatam/docs/m__todos_cuantitativos_para_los_neg
- (18) Páez Castillo, R., & Hernández Ramos, M. (2015). Multimedia como material de apoyo para la asignatura Informática Médica I. *Revista Cubana de Informática Médica*, 7(2), 165–175.
- (19) *Portal Estadística Aplicada: Instrumentos Estadísticos Avanzados 393*. (s/f).
- (20) Portilla, L. (2010). *ANALYSIS OF WAITING LINES THROUGH QUEUE SYSTEMS AND SIMULATION*. (46), 56–61.
- (21) *Probabilidad y estadística para ingeniería y ciencias*. (s/f).
- (22) Prueba de Kolmogórov-Smirnov: qué es y cómo se usa en estadística. (s/f). Recuperado el 20 de noviembre de 2019, de <https://psicologiyamente.com/miscelanea/prueba-kolmogorov-smirnov>
- (23) RIVAS ANDRES. (2019). Normas ICONTEC 2019 para trabajos escritos - Tutorial y plantilla. Recuperado el 3 de mayo de 2019, de <https://www.colconectada.com/normas-icontec/>
- (24) Roberto Daniel CARRO PAZ GONZÁLEZ GÓMEZ. (s/f).
- (25) Rodríguez Jáuregui, G. R., González Pérez, A. K., Hernández González, S., & Hernández Ripalda, M. D. (2017). Analysis of emergency service applying queuing theory. *Contaduría y Administración*, 62(3), 719–732. <https://doi.org/10.1016/j.cya.2017.04.001>
- (26) SAMPIERI, R. H. (2014). *full-text* (SEXTA). MEXICO: Mc Graw Hill Education.
- (27) Taha, H. A. (2012). *HAMDY A. TAHA 40 Novena edición INVESTIGACIÓN DE OPERACIONES*. Recuperado de www.pearsoneducacion.net
- (28) *TEMA 3. ESTADÍSTICOS DESCRIPTIVOS: CONCEPTO Y CÁLCULO 3.1. Estadísticos de tendencia central*. (s/f).

- (29) Teoría de colas: historia, modelo, para qué sirve y ejemplos - Lifeder. (s/f). Recuperado el 10 de noviembre de 2019, de <https://www.lifeder.com/teoria-colas/#Historia>
- (30) Teoría de colas - EcuRed. (s/f). Recuperado el 10 de noviembre de 2019, de https://www.ecured.cu/Teoría_de_colas#Origen
- (31) Teoría de colas aplicada al estudio del sistema de servicio de una farmacia. (s/f). Recuperado el 9 de diciembre de 2019, de http://scielo.sld.cu/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1684-18592018000100002
- (32) VALOR SOCIAL BANCO POPULAR. (s/f). Recuperado el 24 de noviembre de 2019, de <https://jrvargas.files.wordpress.com/2015/04/libro-simulacion-y-analisis-de-sistemas-2da-edicion.pdf>