

Uso de la herramienta GeoGebra como estrategia para el aprendizaje significativo de las funciones exponencial y logarítmica de los estudiantes del grado 11 del colegio Víctor Félix

Gómez Nova



MARCO ARLEY JAIMES LORA

Trabajo de grado como requisito para optar por el título de Magister en Educación.

UNIVERSIDAD DE PAMPLONA

FACULTAD DE EDUCACIÓN

MAESTRÍA EN EDUCACIÓN

PAMPLONA

2020

Uso de la herramienta GeoGebra como estrategia para el aprendizaje significativo de las funciones exponencial y logarítmica de los estudiantes del grado 11 del colegio Víctor Félix

Gómez Nova



MARCO ARLEY JAIMES LORA

Asesor:

Nubia Basto López

Mg. en Tecnología Educativa

UNIVERSIDAD DE PAMPLONA

FACULTAD DE EDUCACIÓN

MAESTRÍA EN EDUCACIÓN

PAMPLONA

2020

DEDICATORIA

Primero a Dios, por su infinita misericordia, por protegerme a cada instante para lograr mis objetivos, además de bondad y amor, por siempre darme la fortaleza para seguir adelante aún en medio de las adversidades.

A mi familia, quienes con sus palabras de aliento no me dejaban decaer para que siguiera adelante y terminar este proceso importante en mi vida personal y profesional.

A mi esposa Mabel por estos años de apoyo y compañía, a mis hijos quienes son mi motor de vida, a todas las personas que me apoyan.

MARCO ARLEY JAIMES LORA

AGRADECIMIENTOS

Agradezco a la Universidad de Pamplona, por la oportunidad brindada para terminar mis estudios como Magister en Educación, a mis docentes por su orientación y guía en este camino académico.

Agradezco también a mi anterior asesora Dra. Lenis Santafé Rojas, por el apoyo y las enseñanzas dadas durante tanto tiempo que me acompañó, esperando que el valor de la amistad sobrepase las dificultades y el tiempo brinde la oportunidad de seguir adelante.

Agradezco a mi directora Mg. Nubia Basto López, por su dedicación, soporte y enseñanzas, por darme la mano cuando más la necesite a pesar de ser un desconocido.

A mis compañeros y familia, por su orientación en esta etapa profesional.

TABLA DE CONTENIDO

	PAG.
INTRODUCCIÓN	1
CAPÍTULO I	4
EL PROBLEMA:	4
1.1. DESCRIPCIÓN DEL PROBLEMA	5
1.2. FORMULACIÓN DEL PROBLEMA	9
1.3. JUSTIFICACIÓN	9
1.4. OBJETIVOS	11
1.4.1. <i>Objetivo General</i>	11
1.4.2. <i>Objetivos Específicos</i>	11
CAPÍTULO II	12
MARCO REFERENCIAL	12
2.1. ANTECEDENTES	12
2.1.1. <i>Antecedentes internacionales</i>	12
2.1.2. <i>Antecedentes Investigativos Nacionales</i>	17
2.1.3. <i>Antecedentes Regionales</i>	19
2.2 MARCO TEÓRICO	21
2.2.1. <i>Teoría del Aprendizaje</i>	21
2.2.1.1. El Sentido del aprendizaje	22
2.2.1.2. Tipos de Aprendizaje	23
2.2.1.2.1. Aprendizaje Significativo	23
2.2.1.2.2. Aprendizaje Colaborativo	23
2.2.2. <i>Estrategias Pedagógicas</i>	28
2.2.3. <i>La Noción de Los Medios</i>	30
2.2.4. <i>La Educación y Su Desarrollo a Través de Las Nuevas Tecnologías Mediado por el Docente</i>	35

2.2.5. <i>Didáctica de Las Matemáticas: Proceso de Enseñanza-Aprendizaje</i>	38
2.2.6. <i>La Naturaleza de Las Matemáticas y sus Implicaciones Didácticas</i>	39
2.2.7. <i>Competencias Matemáticas</i>	40
2.2.8. <i>Funciones Exponenciales y Logarítmicas</i>	42
2.2.8.1. <i>Funciones Exponenciales</i>	42
2.2.8.2. <i>Función Logarítmica</i>	45
2.3 MARCO CONCEPTUAL.....	51
2.3.1. <i>GeoGebra</i>	51
2.3.2. <i>Triangulación</i>	53
2.3.3. <i>Constructo</i>	54
2.4 MARCO CONTEXTUAL.....	54
2.4.1 <i>Contexto Local</i>	54
2.4.2 <i>Contexto institucional</i>	56
2.4.2.1 <i>Misión</i>	58
2.4.2.2 <i>Visión</i>	58
2.4.2.3 <i>Modelo Pedagógico</i>	58
2.5 MARCO LEGAL	59
CAPÍTULO III	64
REFERENTES METODOLÓGICOS	64
3.1. ENFOQUE DE LA INVESTIGACIÓN	64
3.2. DISEÑO DE LA INVESTIGACIÓN	65
3.2.1. <i>Método de Investigación</i>	66
3.3. FASES.....	67
3.3.1. <i>Fase 1. Fundamentación</i>	67
3.3.2. <i>Fase 2. Diagnóstico</i>	68
3.3.3. <i>Fase 3. Diseño de la Propuesta</i>	69
3.3.4. <i>Fase 4. Fase de desarrollo</i>	70

3.3.5.	<i>Fase de Evaluación</i>	71
3.4.	POBLACIÓN Y MUESTRA	72
3.4.1.	<i>Muestra</i>	72
3.5.	DEFINICIÓN DE CATEGORÍAS	73
3.5.1.	<i>Categorías A priori</i>	74
3.5.2.	<i>Categorías emergentes</i>	74
3.5.3.	<i>Categorías Finales</i>	75
3.6.	TÉCNICAS E INSTRUMENTOS DE RECOLECCIÓN DE INFORMACIÓN	76
3.6.1.	<i>La observación directa.</i>	77
3.6.2.	<i>Entrevista</i>	77
3.6.3.	<i>Diario pedagógico.</i>	77
3.6.4.	<i>Datos fotográficos.</i>	78
3.6.5.	<i>Grabaciones de videos.</i>	78
3.6.6.	<i>Pre test.</i>	79
3.6.7.	<i>Post test.</i>	79
3.7.	VALIDACIÓN DE LOS INSTRUMENTOS	79
3.8.	PROCEDIMIENTO	80
3.9.	ANÁLISIS DE LOS DATOS	82
CAPÍTULO IV		83
PROPUESTA.		83
4.1.	DESCRIPCIÓN DE LA PROPUESTA	83
4.1.1.	<i>Pre test</i>	84
4.1.2.	<i>Secuencia didáctica</i>	84
4.1.3.	<i>Post test</i>	94
4.2.	EVALUACIÓN DE LA PROPUESTA	94
CAPÍTULO V		96

ANÁLISIS Y PRESENTACIÓN DE RESULTADOS.....	96
5.1. RESULTADOS Y ANÁLISIS PRE TEST Y EMOCIONAL	98
5.2. RESULTADOS Y ANÁLISIS TALLERES	105
5.3. RESULTADOS Y ANÁLISIS POST-TEST	112
5.4. COMPARATIVOS DE LOS RESULTADOS PRETEST-POST TEST	115
CAPÍTULO VI	120
CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES	120
REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS	123
ANEXOS	139

ÍNDICE DE FIGURAS

	PAG
<i>Figura 1. Reporte excelencia Víctor Félix Gómez 2018.....</i>	6
<i>Figura 2. Definición rigurosa de función exponencial</i>	43
<i>Figura 3. Crecimiento exponencial $a > 1$.....</i>	44
<i>Figura 4. Familia de funciones exponenciales</i>	44
<i>Figura 5. Asíntotas.</i>	45
<i>Figura 6. Ejemplo 1. Función no inyectiva</i>	46
<i>Figura 7. Ejemplo 1. Función no inyectiva</i>	47
<i>Figura 8. Definición rigurosa de función inyectiva</i>	47
<i>Figura 9. Definición rigurosa de función inversa</i>	47
<i>Figura 10. Ejemplo en rectas paralelas de función inversa</i>	48
<i>Figura 11. Ejemplo en diagrama de Venn de función inversa</i>	48
<i>Figura 12. Despeje de un logaritmo</i>	49
<i>Figura 13. Ubicación de Piedecuesta</i>	54
<i>Figura 14. División política de Piedecuesta</i>	54
<i>Figura 15. Sede A, Campoverde</i>	56
<i>Figura 16. Sede B, Refugio.</i>	56
<i>Figura 17. Mapa conceptual guía de temas.....</i>	70
<i>Figura 18. Gráficos porcentuales Razonamiento matemático Pretest.....</i>	116
<i>Figura 19. Gráficos porcentuales Razonamiento matemático Post test.</i>	117
<i>Figura 20. Gráficos porcentuales análisis gráfico Pretest.</i>	117
<i>Figura 21. Gráficos porcentuales análisis gráfico Post test.....</i>	118

ÍNDICE DE TABLAS

	PAG.
<i>Tabla 1 Características Software.....</i>	<i>52</i>
<i>Tabla 2. Categorías A priori.....</i>	<i>74</i>
<i>Tabla 3. Categorías Emergentes.</i>	<i>75</i>
<i>Tabla 4. Categorías Finales</i>	<i>75</i>
<i>Tabla 5. Secuencia didáctica por unidades de aprendizaje.</i>	<i>84</i>
<i>Tabla 6. Clasificación de preguntas pretest</i>	<i>98</i>
<i>Tabla 7. Tabulación de pretest.....</i>	<i>99</i>
<i>Tabla 8. Cuadro de Triple Entrada para la recolección de datos.....</i>	<i>105</i>

ÍNDICE DE ANEXOS

<i>Anexo 1. Consentimiento informado del colegio.....</i>	<i>139</i>
<i>Anexo 2. Consentimiento informado Padre de familia.....</i>	<i>140</i>
<i>Anexo 3. Prueba de entrada Académica.</i>	<i>141</i>
<i>Anexo 4. Evidencias hojas de respuestas prueba de entrada académica</i>	<i>145</i>
<i>Anexo 5. evidencias fotográficas prueba de entrada académica.....</i>	<i>149</i>
<i>Anexo 6. Tabla control de respuestas Pretest</i>	<i>150</i>
<i>Anexo 7. Prueba de entrada emocional</i>	<i>151</i>
<i>Anexo 8. Validación de instrumento 2 prueba de entrada.....</i>	<i>152</i>
<i>Anexo 9. Evidencias respuestas prueba emocional.....</i>	<i>158</i>
<i>Anexo 10. Evidencias fotográficas prueba emocional.....</i>	<i>162</i>
<i>Anexo 11. Grupo muestra.</i>	<i>162</i>
<i>Anexo 12. Taller 1.....</i>	<i>163</i>
<i>Anexo 13. Evidencias fotográficas taller 1</i>	<i>167</i>
<i>Anexo 14. Evidencias trabajos (taller1).....</i>	<i>168</i>
<i>Anexo 15. Taller 2.....</i>	<i>171</i>
<i>Anexo 16. Evidencias fotográficas (taller 2).....</i>	<i>175</i>
<i>Anexo 17. Evidencias trabajos (taller 2).....</i>	<i>177</i>
<i>Anexo 18. Taller 3.....</i>	<i>179</i>
<i>Anexo 19. EWvidencias fotográficas (taller 3)</i>	<i>181</i>
<i>Anexo 20. Evidencias trabajos (taller 3).....</i>	<i>183</i>
<i>Anexo 21. Taller 4.....</i>	<i>187</i>
<i>Anexo 22. Evidencias fotográficas (taller 4).....</i>	<i>189</i>
<i>Anexo 23. Evidencias trabajos (taller 4).....</i>	<i>191</i>
<i>Anexo 24. Taller 5.....</i>	<i>193</i>
<i>Anexo 25. Evidencias Fotográficas</i>	<i>196</i>

<i>Anexo 26. Evidencias trabajos (taller 5).</i>	197
<i>Anexo 27. Taller 6.</i>	201
<i>Anexo 28. Evidencias fotográficas (taller 6)</i>	205
<i>Anexo 29. Evidencias trabajos (taller 6)</i>	206
<i>Anexo 30. Taller 7.</i>	207
<i>Anexo 31. Evidencias trabajos (taller 7)</i>	210
<i>Anexo 32. Post-test.</i>	215
<i>Anexo 33. Evidencias fotográficas.</i>	221
<i>Anexo 34. Evidencias de hojas de respuestas (post test)</i>	223
<i>Anexo 35. Tabla control de respuestas Post test.</i>	224
<i>Anexo 36. Evidencias conclusiones de los estudiantes</i>	225
<i>Anexo 37: Diario de Campo</i>	227

RESUMEN

Título: Uso de la herramienta GeoGebra como estrategia para el aprendizaje significativo de las funciones exponencial y logarítmica de los estudiantes del grado 11 del colegio Víctor Félix Gómez Nova.

Autor: Marco Arley Jaimes Lora

Palabras clave: Aprendizaje, GeoGebra, Colaborativo, herramienta, TIC, Significativo, función exponencial, función logarítmica, matemáticas.

La presente investigación acción se realizó con el objetivo de conocer el impacto del uso de la herramienta GeoGebra como estrategia para el aprendizaje significativo de las funciones exponenciales y logarítmicas de los estudiantes del grado 11 del colegio Víctor Félix Gómez Nova de Piedecuesta Santander (Colombia). Este estudio fue desarrollado bajo un enfoque cualitativo y las técnicas observación directa y entrevista, con el uso de los instrumentos de recolección de la información; diario pedagógico, datos fotográficos, videos, dos pruebas diagnósticas y una prueba final, los cuales, fueron planeados y aplicados a 40 estudiantes cuyas edades oscilan entre los 16 y 19 años. Los datos fueron analizados a través de un instrumento de contraste por medio del cual se compararon los resultados obtenidos en las pruebas diagnósticas, la secuencia didáctica y los resultados obtenidos en la prueba final. Con respecto a los hallazgos, se concluyó que la unión del maestro y el estudiante en el aprendizaje colaborativo, el uso de la herramienta GeoGebra y recursos tecnológicos permitieron un notable mejoramiento como estrategia para el aprendizaje significativo de las funciones exponencial y logarítmica de los estudiantes del grado 11.

ABSTRACT

Title: Use of the GeoGebra tool as a strategy for the meaningful learning of the exponential and logarithmic functions of the 11th grade students of the Víctor Félix Gómez Nova school.

Author: MARCO ARLEY JAIMES LORA

Keywords: Learning, GeoGebra, Collaborative, tool, TIC, Significant, exponential function, logarithmic function, mathematics.

The present action research was carried out with the objective of knowing the impact of the use of the GeoGebra tool as a strategy for the meaningful learning of the exponentials and logarithmic functions of the 11th grade students of the Víctor Félix Gómez Nova school in Piedecuesta Santander (Colombia). This study was developed under a qualitative approach and direct observation and interview techniques, with the use of information collection instruments; pedagogical diary, photographic data, videos, two diagnostic tests and a final test, which were planned and applied to 40 students whose ages range between 16 and 19 years. The data were analyzed through a contrast instrument by means of which the results obtained in the diagnostic tests, the didactic sequence and the results obtained in the final test were compared. Regarding the findings, it was concluded that the alliance of the teacher and the student in collaborative learning, the use of the GeoGebra tool and technological resources allowed a notable improvement as a strategy for the meaningful learning of the exponential and logarithmic functions of the students of the grade 11.

Introducción

La práctica pedagógica de los docentes se centra en el uso de métodos y herramientas que les permitan desarrollar, mejorar e incentivar habilidades específicas en los estudiantes, esto se ha convertido en una preocupación clave que impulsa la política y el interés de la comunidad, en la integración pedagógica de las Tecnologías de la Información y las Comunicaciones TIC, la cual es la premisa de que éstas son importantes para introducir cambios en la enseñanza y el aprendizaje en el aula a fin de fomentar el desarrollo de las habilidades de los estudiantes en el siglo XXI. Específicamente, estas habilidades incluyen la capacidad de convertirse en aprendices durante toda la vida en un contexto de investigación colaborativa y la capacidad de trabajar y aprender de expertos y colegas en una comunidad global conectada.

En este sentido, Shulman (1986, citado por Niess, 2005, p. 510) propuso una visión más profunda de lo que los maestros deben saber para enseñar, destacando que los futuros maestros deben estar preparados para poder transformar el contenido de esa materia a través de estrategias de enseñanza para hacer que ese conocimiento sea accesible a los alumnos. Para enseñar, los maestros deben haber desarrollado una estructura de conocimiento integrada que incorpore el conocimiento sobre la materia, los alumnos, la pedagogía, el currículo y las escuelas; necesitan haber desarrollado un conocimiento de contenido pedagógico o PCK (Pedagogical content knowledge) para enseñar sus materias. Sin embargo, para que la tecnología se convierta en un componente o herramienta integral para el aprendizaje de la materia, los docentes también deben desarrollar *"una concepción general de su materia con respecto a la tecnología y lo que significa enseñar con tecnología - conocimiento del contenido pedagógico tecnológico (TPCK)"* (Niess, 2005, p. 510).

Dentro del desarrollo de la presente investigación, se creó una estrategia didáctica usando herramientas tecnológicas que permitieron motivar y desarrollar habilidades específicas en los estudiantes participantes de la misma, con el ánimo de analizar los temas funciones exponenciales y logarítmicas que son muy importantes en la educación matemática, ya que las funciones tienen muchas aplicaciones en campos como la física, ingeniería mecánica, ingeniería eléctrica, música, astronomía y biología, es por ello que cualquier desafío encontrado por los estudiantes en el aprendizaje afecta el rendimiento general en la asignatura, buscando los factores de aprendizaje a través de una herramienta TIC como es el software GeoGebra.

En una primera parte se describió el planteamiento del problema, los objetivos y antecedentes investigativos que hacen referencia a la temática propuesta y las diferentes investigaciones que sobre el tema se han realizado, una segunda parte se indicó el marco teórico, estado del arte, los marcos contextual y conceptual, así como los requerimientos técnicos para usar la herramienta.

En una tercera parte se construyó y presentó el diseño metodológico y la ingeniería del proyecto donde se direcciona al lector hacia los anexos donde se presentan las guías de la secuencia didáctica que se realizó con el grupo de estudiantes participantes. En una cuarta parte se da a conocer los resultados de los diagnósticos, luego se triangulan los resultados de los talleres apoyado en un cuadro de triple entrada, teniendo en cuenta cada taller, las evidencias recogidas y los constructos, centro de la investigación.

En síntesis, la finalidad de esta tesis fue conocer la influencia de aplicar esta herramienta con base en el aprendizaje significativo de los estudiantes, a su vez permitió generar reflexiones para engrandecer su quehacer pedagógico en interacción educadores y estudiantes, y ver lo valioso del trabajo colaborativo. Además, la pregunta problematizadora también esta

direccionada a conocer cómo se puede aplicar este tipo de herramientas didácticas teniendo en cuenta los recursos, espacios, horarios disponibles y la variabilidad de los niveles socio-económicos de la institución y los mismos estudiantes. Para concluir, aunque es una gran opción pedagógica, puesto que los estudiantes se motivan más hacia el aprendizaje de las matemáticas, es primordial que las mismas instituciones sigan generando inversión económica para adquirir herramientas tecnológicas para cubrir las necesidades, y estimular a los demás docentes por explorar más a fondo en el ambiente tecnológico y sus bondades académicas.

Capítulo I

El problema:

En este capítulo se hará un enfoque hacia los bajos resultados de una institución en el índice sintético de calidad educativa en el área de matemáticas, que son muestra de los varios inconvenientes observados durante más de 9 años de experiencia tanto por la falta de herramientas y espacios que permitan a todos aprender de una manera más acorde a cada ritmo y método de aprendizaje de los 20 - 45 estudiantes que se tengan en cada aula, como la falta de capacitación por parte de las secretarías de educación en nuevas didácticas hacia muchos docentes que vienen de una educación tradicionalista, acostumbrados al tablero y los quices para trabajar, clases magistrales donde aprueba quien logre entender al docente su forma de explicar.

Con base en los problemas detectados especialmente inclinados hacia la necesidad de involucrar estrategias apoyadas en TIC se plantea una pregunta problematizadora que se espera dar respuesta en su conveniencia para esta comunidad, muy evocada por los estudiantes que expresan una gran necesidad de salir de la rutina de las clases magistrales y evaluación de lápiz y papel, que impulsan es a generar en algunos jóvenes fastidio por el área.

Desde el Ministerio de educación Nacional de Colombia ya expresan que es justo la necesidad de pensar en educar para crear entornos donde se desarrollen aprendizajes significativos y con herramientas actualizadas.

Al final se plantea un objetivo general dirigido a conocer el tipo de impacto que se genera al involucrar las Tic en el aula del colegio Víctor Félix Gómez Nova.

1.1.Descripción del problema

Para el área de matemáticas, las TIC juegan un papel importante que se proyecta de varias formas, ya que los conceptos matemáticos se conforman mediante representaciones visuales que ayudan al proceso de aprendizaje. Teniendo en cuenta estos aspectos, las TIC permiten que exista una interacción entre el estudiante y el conocimiento mediante escenas matemáticas interactivas y dinámicas que potencian sus competencias interpretativas y creativas. Por lo tanto, las TIC en matemáticas pueden verse como unas importantes herramientas con las cuales los abstractos conceptos matemáticos cobran vida.

De acuerdo a lo anterior, se puede decir que el Colegio Víctor Félix Gómez Nova, pese a que posee algunos talleres con integración tecnológica, aún carece de la implementación completa de estas herramientas en el desarrollo curricular del área de matemáticas del grado 11, sumado a que existen bajos resultados de la institución en las evaluaciones nacionales como lo son las Pruebas Saber, reflejados en el Índice Sintético de la Calidad Educativa (ISCE), que para el año 2017 obtuvo como puntaje en el nivel de Media vocacional 2.48; siendo superado en el 2018 2.63, valor que muestra un promedio básico, como se muestra en la figura 1.



Figura 1. Reporte excelencia Víctor Félix Gómez 2018
 Fuente: ISCE 2018.

Partiendo de esto se identifican algunas dificultades en el colegio acerca de los procesos matemáticos que deberían ser producto de su educación en los años anteriores suponiendo causas tales como: la animadversión o aburrimiento por su estudio, la poca aplicabilidad que se muestra sobre los conocimientos de la asignatura y la escasa relación que encuentran entre el estudio del álgebra y sus aplicaciones y su conexión con la realidad, esto sucede debido tal vez a la forma como se ha presentado desde las instituciones educativas o al poco valor que se da a su aprendizaje en el contexto educativo.

La didáctica propuesta en la actualidad Colombiana y del mundo, busca enfocarse en el uso de la tecnología en cada una de las áreas para dar solución a la mayoría de los problemas encontrados en los estudiantes pero para esta institución surgen otros inconvenientes como por ejemplo la poca accesibilidad que poseen los estudiantes a las herramientas tecnológicas debido a sus escasos recursos económicos, tanto de los estudiantes como del mismo colegio, (siendo más

de 20 docentes con tan solo 3 video beams, una sala de informática para tres docentes del área y una sala múltiple compartida con programas de la Caja de Compensación Comfenalco), y a la falta de una cultura digital en la cual se aproveche de una mejor manera el tiempo que se está frente a un computador. Ahora bien, hay que tener en cuenta que la mayoría de los estudiantes de esta zona (estrato 1 y 2) no han llevado un proceso formativo inicial de la mejor forma por extra edad, zonas de invasión cercanas, continua deserción, etc., es decir las bases que debieron adquirir en sus primeros años de estudio no las poseen, por lo tanto, no tienen el aprendizaje significativo que permita enlazar los nuevos conceptos con los que conserva (Ausubel, Novak y Hanesian, 1983).

En el contexto educativo se ha mostrado a nivel mundial como importante y trascendental el uso de las TIC, esto es fundamental, ya que las nuevas generaciones que son los estudiantes del futuro, se han caracterizado por conocer el desarrollo científico, tecnológico y comunicacional que no ha dejado de permanecer en constante cambio y evolución, conocidos como nativos digitales.

Se ha observado un aumento considerable en el uso de computadores por parte del estudiantado, lo que ha planteado la necesidad de conceder mayor atención a los intereses de los mismos, integrando en el aula medios físicos como el computador, el dispositivo móvil o Smartphone, el tablero digital o las tabletas, que permitan ser utilizados a través de los medios virtuales adaptados a distintas necesidades educativas (software Excel, GeoGebra, etc.), pero más por parte de los propios recursos de los docentes, y también presentando el problema que los jóvenes son expertos en redes sociales, pero no en software educativo, por lo tanto, es un lenguaje que necesita ser trabajado e impartido o fortalecido según sea el caso de la institución que analice.

Existe la necesidad de adaptar el proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas a una generación clasificada como Generación-i o “centennials”, muy hábiles para la tecnología, pero que muchas veces dicen expresiones en el estudio similares a ¿Para qué me sirve eso?, ¡profe yo soy bruto para las matemáticas, no entiendo nada!

Ahora bien, la necesidad de abordar la temática de funciones exponenciales y logarítmicas surge, primero, del análisis a la malla curricular con los docentes del área en cuanto los temas que se deben dar en cada nivel escolar, los que alcanzan a cumplir en cada año escolar y los que están mal ubicados o direccionados en la distribución por periodos, dando como resultado que el tema en cuestión está en la programación del grado noveno, pero ya son varios años que nunca se alcanzan a trabajar dejando vacíos matemáticos. Segundo, de la necesidad de cubrir nuevamente todas las familias de funciones en el grado once para poder llegar a un buen proceso en el tema de derivadas que tampoco se alcanzan a cumplir por diferentes factores escolares y extracurriculares fuera del área, y porque al no trabajarse comprensivamente este tema, no se pueden entablar diferencias y semejanzas con las demás funciones, principalmente en análisis gráfico, importante para pruebas Saber. Y finalmente, porque es uno de los temas que ayuda a cubrir procesos matemáticos completos como determinar características gráficas, algebraicas y de modelamiento para problemas cotidianos.

Por todo esto se propone conocer el impacto, ya sea positivo, negativo o neutro, de la herramienta GeoGebra como estrategia para el aprendizaje significativo de las funciones exponenciales y logarítmicas en los estudiantes del grado 11 de la institución educativa y aún más, el cómo poder trabajar TIC con los recursos que tiene la institución y los mismos estudiantes; físicos, humanos y espaciales, además, no salirse de la malla curricular del área en cuanto los temas y tiempos programados.

1.2. Formulación del problema

Frente a la descripción del problema planteado y la necesidad de incorporar el uso de las TIC en el proceso de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas, en este estudio se hace necesario dar respuesta a la siguiente pregunta de investigación: ¿Cómo sucede el uso de la herramienta GeoGebra como estrategia para el aprendizaje significativo de las funciones exponencial y logarítmica con los estudiantes del grado 11 del colegio Víctor Félix Gómez Nova?

1.3. Justificación

Las TIC como herramientas facilitadoras en el proceso de aprendizaje-enseñanza, además de evocar su gran rasgo en el fortalecimiento en las matemáticas y la necesidad de intensificar su implementación, fundamentado en los requisitos estipulados por el Ministerio de educación Nacional desde los Estándares Básicos de Aprendizajes (MEN , 2016), los Derechos Básicos de Aprendizaje (Colombia Aprende, 2016) y los Lineamientos Curriculares (MEN, 1998) y su gran llamado a la adaptación a una nueva generación que pide a gritos romper la metodología tradicional (el docente transmite y dicta, el estudiante memoriza y solo mecaniza sin ver una aplicación significativa de estos conocimientos), permiten trabajar con las herramientas y espacios que se tienen a la mano , buscando el generar en los estudiantes, aprendizajes significativos, y desarrollo integral tanto en el ser como en el saber y el saber hacer con las competencias obtenidas.

Una de las razones de tomar el tema de modelación con funciones matemáticas es dar respuesta a los jóvenes de “¿para qué sirve la matemática?” pero con una parte en la aplicación en la vida cotidiana, y obviamente en el grado once, también tiene una segunda intención que es prepararlos para sus estudios universitarios que, de alguna manera, en algún proceso de investigación, tendrán que hacer procesos matemáticos o estadísticos. Que mejor que darles la

gran oportunidad de utilizar la información recibida durante los diez años anteriores de estudio con las nuevas herramientas tecnológicas a la mano y en trabajos de campo, enfocados en la búsqueda de generar un aprendizaje significativo para ellos, un material enriquecedor para el docente, y una propuesta útil para el colegio.

Las TIC facilitan variadas formas de incorporar circunstancias problemáticas que les permite a los estudiantes desarrollar estrategias para resolver problemas y mejorar la comprensión de conceptos matemáticos, de igual forma, fortalecen la relación entre conocimiento y estudiante al intensificar el proceso cognitivo. El uso de ellas, les permite a los estudiantes con pocas competencias matemáticas, explorar estrategias para resolver situaciones problemáticas, utilizando diversas herramientas que les proporcionen un mejor entendimiento.

Esta investigación se enfoca en las funciones logarítmicas y exponenciales ya que son las que más se adaptan a tres competencias; Interpretación, Formulación-Ejecución y Argumentación, teniendo también en cuenta que las funciones polinómicas absorben a las funciones potencia y las funciones trigonométricas son más para estudios de circuitos y ondas en el espacio, además, ya se trabajaron durante el grado décimo. Los dos grupos de funciones a trabajar son muy utilizados en el ámbito económico desde ejemplos básicos como el de administrar una tienda representando sus ingresos, egresos y comportamiento en general durante cierto periodo de tiempo para poder dar puntos clave de inversión y otros aportes. Las exponenciales se toman porque ayudan a trabajar y modelar crecimiento de poblaciones en espacios limitados o no, tasas de natalidad, memorización, deserción, entre otras.

De aquí parte la importancia de esta investigación de conocer el impacto del uso de GeoGebra como estrategia para el aprendizaje significativo de los funciones exponenciales y logarítmicas, como una herramienta didáctica que permite realizar construcciones dinámicas,

observar la naturaleza de las relaciones y propiedades matemáticas a partir de las variaciones producidas por las propias acciones, y así mismo conocer en los estudiantes el grado de motivación hacia el aprendizaje de las matemáticas.

1.4.Objetivos

1.4.1. Objetivo General

Conocer el impacto del uso de la herramienta GeoGebra como estrategia para el aprendizaje significativo de las funciones exponencial y logarítmica de los estudiantes del grado 11 del colegio Víctor Félix Gómez Nova.

1.4.2. Objetivos Específicos

- Diagnosticar los presaberes matemáticos fundamentales para el trabajo de funciones trigonométricas y logarítmicas, y las emociones, aspiraciones y expectativas de los estudiantes hacia esta área en el grado undécimo.
- Implementar una estrategia didáctica a partir de una propuesta diseñada sobre funciones exponenciales y logarítmicas apoyada en el software GeoGebra enfocada al aprendizaje significativo de los estudiantes de grado 11.
- Evaluar la propuesta diseñada y aplicada, mediante triangulación de la información recolectada en el proceso, enfocada en el impacto causado en el aula y las emociones de los estudiantes hacia el área.

Capítulo II

Marco Referencial

A continuación, se desarrollan los componentes que dan el soporte teórico a la presente investigación a partir de la presentación de los antecedentes, documentales en los ámbitos internacional, nacional y regional, los cuales estarán referenciados en el periodo comprendido del 2014 al 2019, y aportan a este trabajo con los resultados e impactos positivos que generaron en los estudiantes y el cambio de metodología tradicional en el área de matemáticas, mostrando un posible panorama al objetivo a cumplir y muestras para dar respuesta a la pregunta problematizadora. Por otra parte, se hace reseña a los antecedentes bibliográficos citados en artículos, entre otros. La revisión de las fuentes que hacen parte de estos antecedentes posibilitó la construcción del marco teórico del presente estudio, además serán citados en la tabla de triple entrada, usada para analizar y contrastar la información obtenida, con cada uno de sus aportes en cada etapa de la aplicación de la estrategia desarrollada.

2.1. Antecedentes

2.1.1. Antecedentes internacionales

Influencia del Software GeoGebra en el aprendizaje de graficar funciones reales en estudiantes del primer ciclo de la Universidad Nacional de Ingeniería, (Bermeo, 2017). Trabajo para optar por el Grado académico de Doctor en Educación. Tuvo como objetivo; determinar si la aplicación del Software GeoGebra influye en el aprendizaje de graficar funciones reales en los estudiantes del primer ciclo de la facultad de ingeniería industrial, UNI. Lima – 2016. Realizando una investigación enmarcada en el método hipotético deductivo como una investigación aplicada, le permitió a los estudiantes identificar con mayor precisión el concepto de la definición de una función, dominio y rango, intersección con los ejes coordenados,

asíntotas, intervalos de monotonía, extremos relativos y absolutos, concavidad y puntos de inflexión de una función real a través de la gráfica llegando a concluir que la aplicación del software GeoGebra es efectiva significativamente en el aprendizaje de graficar funciones reales en estudiantes del primer ciclo de la facultad de ingeniería industrial. Para contrastar la hipótesis se asumió el estadístico de Wilcoxon en lugar de una t-student. Es importante para este trabajo, en cuanto su gran similitud por tema general, software de apoyo y conclusión hacia el buen impacto que generó en los estudiantes hacia un aprendizaje significativo.

Enseñar un concepto con GeoGebra: periodicidad de las funciones trigonométricas, (Kepceoğlu y Yavuz, 2016). Los autores hicieron énfasis en que siendo una de las asignaturas principales en el plan de estudios de matemáticas de la escuela secundaria, la trigonometría vincula el razonamiento algebraico, geométrico y gráfico, no es bien vista por los estudiantes y algo tediosa para los docentes. El objetivo de este estudio fue investigar el efecto de GeoGebra en la enseñanza del concepto de la periodicidad de las funciones trigonométricas. En este estudio, se investigó qué tan efectivo es el software de matemáticas dinámicas GeoGebra que se utiliza en la enseñanza de la periodicidad de las funciones trigonométricas, que se enseña en base a "fórmulas" en el contexto de la educación matemática "tradicional". El objetivo fue analizar y comparar el efecto de la enseñanza tradicional y la enseñanza de las matemáticas asistida por computadora en el aprendizaje conceptual de los estudiantes sobre la periodicidad de las funciones trigonométricas. El diseño de este estudio se eligió como un cuasiexperimental, y el grupo de trabajo estuvo compuesto por 36 estudiantes de secundaria de décimo grado de una escuela secundaria pública en Estambul. 15 días después del período de instrucción, los participantes completaron una prueba de 5 preguntas. Las respuestas de los alumnos se analizaron mediante estadística descriptiva. De acuerdo con los resultados del estudio, con la ayuda de la

matemática por computadora, la educación fue más efectiva en el aprendizaje de los alumnos que la educación matemática tradicional. Aunque su enfoque de investigación y fundamentación teórica-matemática fue en otra familia de funciones, si marcó un punto importante en la preparación en el análisis gráfico para determinar conjuntos característicos y propiedades que tradicionalmente, incluso, se prefieren obviar porque no se logran llevar a un conocimiento pleno.

Estrategias didácticas para la enseñanza y el aprendizaje de la Matemática, (Espeleta, Fonseca y Zamora, 2016). Su objetivo fue analizar diferentes estrategias didácticas, propuestas en la literatura educativa y las implementadas durante las lecciones de Matemática para la enseñanza-aprendizaje de esta disciplina, con el fin de determinar las más pertinentes y aplicarlas en el desarrollo de las diferentes temáticas del Programa de Estudios de Matemática del Ministerio de Educación Pública (MEN). Durante el proceso se enfocaron en las estrategias didácticas según componente cognitivo y estrategias didácticas según componente afectivo y de interacción social permitiéndoles hacer una contrastación entre la metodología de los docentes del sector público y sus creencias en lo que es para ellos el innovar didácticamente, para finalmente sugerir el fortalecer la formación de docentes implementando estrategias didácticas y abrir espacios para el intercambio de experiencias con los docentes en formación y en servicio, en caso de que los hallan, sino, por lo menos entre los mismos docentes del plantel. Va más dirigido a impulsar a los docentes a que cambien paradigmas educativos mediante el cruce de experiencias y la innovación de las mismas, y aún más el como “evaluar” teniendo en cuenta el trabajo en equipo por los estudiantes.

Las Nuevas Tecnologías en la Educación, (Martin, 2015). Esta propuesta buscó impulsar la formación específica de los profesores en prácticas innovadoras que utilicen las TIC desde un punto de vista pedagógico. La autora describe que efectivamente, las TIC y en especial Internet

se desarrollan y se incorporan a la vida de los ciudadanos a una velocidad vertiginosa, ya que dicha tecnología ha penetrado los hábitos de las personas, ha provocado cambios sociales y hasta políticos, ya que su uso es variado y esta embebido en los quehaceres de quienes las usan.

Esto mismo sucede en el entorno escolar, las alternativas de herramientas tecnológicas para buscar una educación más profunda han generado diferentes estudios que soportan su utilidad, así mismo, la información y el conocimiento tienen cada vez más influencia en el entorno laboral y personal de los ciudadanos; sin embargo, los conocimientos tienen fecha de caducidad. La velocidad a la que se producen las innovaciones y los cambios tecnológicos exige actualizar permanentemente los conocimientos. El proceso educativo ha cambiado, por lo tanto, es necesario, y así lo indica este aporte, que los educadores nos eduquemos para entrar a la era tecnológica como medio de comunicación y aún más importante de educación, y de esa manera poder obtener no solo estudiantes que aprueben, sino que también aprendan.

El impacto de las matemáticas en la enseñanza con GeoGebra en la comprensión conceptual de los límites y la continuidad: el caso de los estudiantes turquinos regalados y talentos, (Mustafá, 2015). Trabajo fundamentado en que existe una fuerte evidencia en la literatura sobre educación matemática donde los estudiantes se benefician ampliamente con el uso de la tecnología, que permite múltiples representaciones de conceptos matemáticos. Los beneficios incluyen el desarrollo de un nivel avanzado de pensamiento matemático y comprensión conceptual. El propósito de este estudio fue investigar el impacto de los límites de la enseñanza y los temas de continuidad en el entorno apoyado por GeoGebra en la comprensión conceptual y las actitudes de los estudiantes hacia el aprendizaje de las matemáticas a través de la tecnología. La muestra consistió en 34 estudiantes que estudian en una escuela secundaria única para estudiantes dotados y talentosos en Turquía. Este estudio siguió un diseño de grupo

controlado previo a la prueba antes de la prueba. La comprensión conceptual de los temas de límites y continuidad se midió a través de preguntas abiertas, mientras que las actitudes hacia el aprendizaje de las matemáticas a través de la tecnología se midieron mediante una encuesta tipo Likert. La intervención fue enseñar con GeoGebra en contraste con el uso de la instrucción tradicional en el grupo de control. Los datos se analizaron con una prueba t de muestras independientes en las puntuaciones de ganancia para los grupos control y experimental. En la prueba de comprensión conceptual, se encontró que las puntuaciones de ganancia del grupo experimental eran 1,33 desviaciones estándar más altas que las del grupo de control en promedio. Este hallazgo se evaluó de manera notable en términos de investigaciones realizadas previamente sobre el impacto de GeoGebra. Además, el estudio encontró que las actitudes de los estudiantes hacia el aprendizaje de las matemáticas a través de la tecnología también mejoraron. El investigador concluyó que GeoGebra puede ser una herramienta eficaz para enseñar cálculo trigonométrico, así como identificar funciones a estudiantes talentosos. Este trabajo fue seleccionado porque sirve de contraste para demostrar que, al no tener un grupo de estudiantes catalogados como talentosos ante la sociedad, si, en un área de complejidad escolar, mediante el uso de un software, se puede o no, generar en estudiantes de diferentes capacidades el gusto por lo que aprenden, comprensión o no de los conocimientos trabajados y al final, averiguar si es posible desarrollar buenas actitudes hacia las matemáticas.

Uso de GeoGebra como recurso didáctico para la enseñanza de funciones gráficas en 1º Bachillerato de Ciencia y Tecnología enfocado en la dificultad que presentan los estudiantes en la comprensión del concepto de función y la representación gráfica de funciones, (Portilla, 2014). Trabajo de investigación para graduarse en el Master de profesorado en Educación Secundaria y Bachillerato, teniendo como objetivo principal exponer una propuesta práctica para

enseñar funciones y su representación gráfica a alumnos de Matemáticas I de 1° de Bachillerato de Ciencias y Tecnología mediante el uso del software GeoGebra como recurso didáctico. Metodológicamente planteó el desarrollo de trabajo en una combinación entre investigación bibliográfica y un estudio de campo realizados para su posterior análisis. Logró concluir que los docentes del área de matemáticas de los tres colegios que analizó tienen poca formación en TIC y los pocos que conocen de esta poseen un nivel muy bajo. Pero después de aplicada la propuesta pudo evidenciar que ésta ayudó en mejorar el rendimiento en las explicaciones por parte de los docentes en cuanto a los temas propuestos abriéndole las puertas a la aplicación del software GeoGebra con más frecuencias. Una experiencia que brinda la oportunidad de ver cómo se logra abordar los temas base para la teoría de funciones exponenciales mediante el uso de GeoGebra, y así fortalecer la metodología del docente viéndose resultados luego en el trabajo de los estudiantes.

2.1.2. Antecedentes Investigativos Nacionales.

Modelación y Simulación con GeoGebra: Una Experiencia en el Estudio de Situaciones con Medidas de Área y Volumen, (Flórez y Yemail, 2017). Después de un barrido histórico sobre modelación y simulación (tema que es la clave en el desarrollo de este trabajo para el aprendizaje significativo de las funciones exponenciales y logarítmicas), los autores aplican un taller enfocado en crear un sólido nuevo a partir de las propiedades geométricas de uno real, y llevándolo a lenguaje de funciones. Con el proceso hecho y sus conclusiones obtenidas, el trabajo de profundización se contribuye al estudio de la modelación y la simulación, como procesos clave para comprender la relación entre matemáticas y realidad; razón por la cual se recomienda, abordar el estudio de la modelación matemática como alternativa para construir conceptos de

manera significativa y aplicarlos en la interpretación de fenómenos físicos y en la solución de problemas reales.

Estrategia didáctica mediada por GeoGebra y un aula virtual para el desarrollo de funciones exponenciales en contexto para estudiantes del grado 11 de la institución educativa las américas, (León y Vásquez, 2017). Trabajo que toma como base la pregunta problematizadora ¿Cuáles serían las estrategias didácticas mediadas por TIC, que contribuirían a fortalecer el proceso de enseñanza-aprendizaje de la geometría en estudiantes de 9° de básica secundaria? Después de un proceso cuantitativo mediante pre-test y pos-test, lograron concluir que el uso de TIC si tiene buena acogida tanto por los estudiantes, gracias a los resultados obtenidos, como por los docentes, pero implica que estos últimos dejen de convertir el área en algo difícil y tedioso para que los conduzcan a un aprendizaje significativo para todos. Trabajo que demuestra que es un tema de grado 9°, que exige el cambiar la exigencia de procesos algebraicos tediosos para llevarlo a una experiencia significativa apoyada desde TIC, pero ahora el reto es hacerlo en grado once donde no lo trabajaron y se deben involucrar otras temáticas de mayor orden en el cálculo pero que dependen de todas las familias de funciones, haciendo necesario cubrir esos vacíos.

Avances en la integración de tecnologías para la innovación en educación, (Córdoba, Ciro y Molina, 2016). A través de esta investigación, los autores organizaron un documento que permite establecer estrategias de enseñanza–aprendizaje en el área de matemáticas empleando el software GeoGebra y Scratch con aprendices de Tecno academia Neiva, analizando los estudios realizados por la Asociación Internacional de Evaluación del Rendimiento Escolar (IEA) en el año 2015–2016, demuestran como el área de matemáticas posee uno de los rendimientos más bajos para los estudiantes de primaria y secundaria en comparación con otras áreas del currículum escolar. En este sentido, se desafía la metodología implementada en el aula de clases

de matemáticas, forzando que el docente genere cambios en el modelo de enseñanza–aprendizaje con el fin de variar el panorama de terror generado por esta asignatura. Por lo tanto, la tecnología se convierte en un agente catalizador del proceso de cambio en la educación matemática, logrando que el estudiante sea el actor de su propio conocimiento. En este trabajo, debido a que las TIC integran un ámbito tan amplio, existe la necesidad de ajustar la mirada, centrándose en el uso de los computadores y del software educativo en el proceso de enseñanza-aprendizaje. Por lo tanto, el alcance del estudio se limita al uso de los programas GeoGebra y Scratch para desarrollar habilidades desde el conocimiento de las matemáticas enfrentándolas al mundo real, haciendo uso de las tecnologías de la información y comunicación (TIC), con el fin de integrar el conocimiento con otras disciplinas del saber. Trabajo que se enfatiza en la necesidad de cambiar los bajos resultados que siempre tiene esta área a nivel escolar en comparación con las demás, con apoyo del uso de GeoGebra y otras herramientas TIC, enmarcando la necesidad de motivar a los estudiantes y a los mismos docentes a capacitarse.

2.1.3. Antecedentes Regionales.

GeoGebra para el fortalecimiento del pensamiento espacial en cálculo diferencial, (Carrascal, Chaves y Cabellos, 2017). La investigación tuvo un carácter cualitativo pues buscó determinar el nivel de pensamiento espacial de los estudiantes de la línea de cálculo de los programas de ingeniería, y, cuantitativo pues buscó medir el uso de software de aplicación. Concluido el proyecto se observó que los estudiantes mejoraron en la representación gráfica de funciones bidimensionales, a partir de la utilización de GeoGebra, pudiendo resolver ejercicios en menos tiempo, además de visualizarlos gráficamente. También les resultó más fácil despejar sus dudas en relación con cualquier tema de cálculo diferencial que se presentaron en el contenido programático de esta área. Lo anterior permitió concluir que el pensamiento espacial de los

estudiantes les habilita la capacidad para orientarse en el espacio y lograr resolver los ejercicios que se les presentan en el aula de clase. Trabajo fundamental en el proceso de llevar información que arroja una gráfica a otros lenguajes matemáticos como lo son las tablas de valores, representaciones algebraicas (modelamiento) y conclusión y argumentación entorno a problemas de aplicación en otros campos de dichas funciones. Además de mostrar una posible opción de respuesta a encontrar en cuanto a que mediante este tipo de estrategias les puede permitir a los estudiantes desarrollar más a fondo el pensamiento espacial que necesitan.

Generación de ambientes escolares en el aula para procesos de enseñanza-aprendizaje por competencias mediante el uso del Software GeoGebra en la institución educativa Enrique Pardo Farelo del municipio El Carmen, Norte de Santander-Colombia, (Páez, 2016). El objetivo general de este trabajo fue el de implementar procesos de enseñanza-aprendizaje que permitan el mejoramiento del desempeño académico en el área de matemáticas de los estudiantes de grado noveno de la institución educativa Enrique Pardo Farelo del municipio El Carmen apoyado en el software GeoGebra. La investigación fue experimental cuantitativa teniendo como variable dependiente el desempeño académico en el área de matemáticas de los estudiantes de grado noveno y variable independiente el uso de las tabletas digitales con el programa GeoGebra.

Tubo como instrumento de medición una prueba sumativa la cual buscó medir los logros alcanzados por los estudiantes con relación a los objetivos planteados

Se manejaron dos grupos al grupo experimental se le aplicó como estrategia metodológica el uso de las TIC utilizando las Tablet digitales el software GeoGebra y Hot Potatoes 6, para desarrollar la temática propuesta al grupo Control se les orientó los temas utilizando la metodología tradicional. A cada grupo se le aplica un test de evolución para comparar su desempeño e inferir la influencia de las estrategias metodológicas empleadas.

Entre algunas de sus conclusiones llegó a que permitió mejorar el desempeño en los estudiantes con respecto a quienes trabajaron en el método tradicional analizando la medida de los grupos se observó un mejor desempeño de los estudiantes que utilizaron las Tablet y el software GeoGebra. En la capacitación a los docentes en el uso de estas Tablet y el software GeoGebra se mostró la intención de evolucionar en los procesos de enseñanza en pro del mejoramiento del aprendizaje y la optimización del proyecto educativo institucional PEI y llevar esta metodología a otras asignaturas buscando mayor virtualidad en la educación. El uso de las tabletas en el aula de clases proyectó las modificaciones en los planes de área y el sistema institucional de evaluación escolar SIEE, los planes de área serán la base para diseñar los cursos virtuales por el periodo académico y las actividades virtuales por semana.

2.2 Marco Teórico

2.2.1. Teoría del Aprendizaje

Travers (1982), enmarca que el aprendizaje puede ser considerado, en su sentido amplio como un proceso de adaptación; los seres humanos adquieren nuevos modos de comportamiento o ejecución, con el objeto de hacer mejores ajustes a las demandas de la vida. Otra definición es la puntualizada por Wittrock (1992), describiendo al aprendizaje como el proceso de adquirir cambios relativamente permanentes en la comprensión, actitud, conocimiento, información, capacidad, a través de la experiencia. Desde la perspectiva de la psicobiológica, Pinel (2005), dice que *“el aprendizaje consiste en la inducción de cambios neuronales relacionados con la conducta como consecuencia de la experiencia. La memoria mantiene el aprendizaje y la expresión del cambio conductual”* (p. 479).

La estrategia de aprendizaje para los estudiantes de grado 11 nace como proceso de ayuda para que conozcan e implementen herramientas como lo es GeoGebra para resolver problemas

matemáticos adoptando tres aspectos de enseñanza importantes; cognitivo, afectivo y motor, y también aumentando las habilidades intelectuales de procesar la información y las habilidades de interrelacionarse con el medio en que se desarrolla.

El docente debe tener la capacidad de generar estrategias que ayuden a que el estudiante pueda desarrollar casos problemáticos, desarrollar y estimular su capacidad intelectual y mejorar las actitudes sobre todo en casos de estudiantes rezagados (Feldman, 2005, p.56)

Según Feldman (2005) el aprendizaje es concebido como un proceso de cambio constante en el comportamiento de una persona, el cual es generado por la experiencia; partiendo de este postulado, el aprendizaje en el contexto educativo implica que los estudiantes tengan la necesidad de conocimiento y que luego sea contrastado con el conocimiento que posee y finalmente creando un nuevo conocimiento.

2.2.1.1. El Sentido del aprendizaje

El sentido de la educación no solo se debe centrar en los conocimientos del docente, estas deben ir de la mano de la contextualización de la realidad que vive cada estudiante, por lo anterior, es necesario que cada contenido programático se planifique teniendo presente las necesidades de los educandos, con el fin de generar una motivación intrínseca en ellos, generando una motivación permanente en su proceso de adquisición del conocimiento. De este modo el modelo dialógico debe ser una herramienta guía en la interacción y participación de todos los estudiantes, iniciando desde el apoyo y estimulación que genera el docente en el aula.

Freire (2003), establece que la direccionalidad de la enseñanza se encuentra aislada de las experiencias que los alumnos viven fuera de la escuela; por lo que muchos maestros no están interesados o actualizados en el proceso de aprendizaje de los estudiantes y esto directamente afecta la motivación del educando por aprender. Del mismo modo, también se produce una

contrariedad cuando los deseos y las emociones de las personas no son tenidos en cuenta en los aprendizajes y/o no son valorados o tratados de forma científica y coherente (Duque, de Mello, y Gabassa, 2009).

2.2.1.2. Tipos de Aprendizaje

2.2.1.2.1. Aprendizaje Significativo

El rol del docente es crucial en la mayoría de los procesos de aprendizaje, ya que este es quien estimula al estudiante y lo motiva en el aula, donde pasa gran parte de su tiempo. Esto hará que el estudiante adopte conductas que darán como resultado la significación de ese conocimiento que está aprehendiendo (Hernández, 2015).

Una vez se dé la significación del conocimiento, se puede hablar del “aprendizaje significativo”. Quien formuló esta teoría fue el constructivista David Ausubel y se basó en el uso de los conocimientos ya adquiridos por el estudiante. Según Ausubel “Si tuviese que reducir toda la psicología educativa a un solo principio, enunciaría este: El factor más importante que influye en el aprendizaje es lo que el alumno ya sabe. Averígüese esto y enséñese consecuentemente” (Ausubel, Novak, y Hanesian, 1983).

Esta teoría sugiere entonces que los estudiantes, al aprender algo de manera significativa, relacionan lo que están aprendiendo en el momento con los esquemas mentales ya adquiridos (experiencias, memorias, datos, información, etc.) y crean un lazo de utilidad entre ambas para posteriormente recordarlas y aplicarlas en diferentes ámbitos y situaciones de su vida.

2.2.1.2.2. Aprendizaje Colaborativo

El aprendizaje colaborativo apoyado por tecnología se puede definir como “un método de enseñanza-aprendizaje por medio del cual interactúan varios sujetos para construir aprendizaje, a través de discusión, reflexión y toma de decisión, proceso en el cual los recursos informáticos

actúan como mediadores. Como plantean Garnier y Taylor (1996), en algunas consideraciones teóricas sobre la demostración matemática el interés de trascender en el tiempo las estrategias de enseñanza que supone la participación formal del estudiante en la adquisición del conocimiento y el ser copartícipe en su formación, mediante una actividad fuera de las metodologías tradicionales, sino más bien con una participación activa en todo el proceso de adquisición de conocimientos, competencias y capacidades, formulando preguntas, extrayendo conclusiones, realizando críticas, llevando a cabo iniciativas personales, enunciando resultados en su propio vocabulario, formulando conjeturas, realizando y compartiendo descubrimientos que provoquen en el estudiante una actividad interna, resultado de la interacción entre la reflexión, la actividad externa y la información recibida.

(Barkley, Cross y Major, 2007, citados por Lillo, 2013), aclaran que “el aprendizaje colaborativo se basa en que el saber se genera socialmente, a través del consenso del conocimiento de los miembros del grupo, para esto las personas dialogan entre sí, llegando a un acuerdo sobre el tema”.

(Roselli, 2011), al pensar al Aprendizaje Colaborativo como la construcción del conocimiento por medio de la interacción social para generar conocimiento científico.

De todos estos postulados complementa esta investigación en cuanto al considerar que el aprendizaje colaborativo dimensiona el desarrollo de los estudiantes a través de las estrategias de aula e implementación de herramientas tecnológicas como medio para forjar el aprendizaje-enseñanza colectivo.

Cabe resaltar que el aprendizaje colaborativo contribuirá al desarrollo de habilidades y la formación de hábitos y actitudes educacionales que permitan al estudiante la construcción de nuevos conocimientos a través de la relación social, del dialogo la comunicación y el

comportamiento, y vemos pues que en esta investigación se hará hincapié en forjar en el aula de clases de los estudiantes de 11 grado la integración de estrategias de aprendizaje colaborativo a través de ejercicios y problemas matemáticos que puedan resolver por medio de GeoGebra, y la colaboración de ellos entre sí.

Es importante trabajar en la conformación de un espacio propio para pensar y debatir sobre los nuevos escenarios donde hechos, situaciones y acciones sitúen al colegio VIFEGONO en un contexto donde los procesos de aprendizaje, la práctica docente y la necesidad de los alumnos implican atender nuevas subjetividades que vinculan lo tecnológico con lo educativo. Esto implicará articular acciones relativas a la integración de las tecnologías en las diferentes modalidades educativas; analizar, diseñar, implementar y evaluar estrategias y acciones tendientes a fortalecer y mejorar los procesos de enseñanza y de aprendizaje mediados por las tecnologías; generar programas, proyectos y acciones en donde se integran las tecnologías a las prácticas educativas atendiendo al andamio que conforma el contexto social, ideológico y cultural; y promover espacios de interacción intra e interinstitucionales relativos al ámbito de las tecnologías y la educación.

Es necesario recalcar que en el Marco Europeo para Organizaciones Educativas Digitalmente Competentes (DigCompOrg, 2015), han abordado los procesos necesarios para cualquier organización educativa que tiene como objetivo integrar y utilizar eficazmente las tecnologías digitales en las actividades de enseñanza y aprendizaje. Este marco abarca siete elementos temáticos necesarios para captar nuevas oportunidades que brinda tecnologías y contenidos en el mundo de la educación y la capacitación digitales: liderazgo y prácticas de gobierno, prácticas enseñanza y aprendizaje, desarrollo profesional, prácticas de evaluación, contenido y programas de estudio, colaboración y redes, y la infraestructura. Estos elementos

temáticos transversales actúan como facilitadores de innovación en cualquier organización educativa, e implican un proceso de planificación de los cambios a lo largo de las tres dimensiones básicas; educación pedagógica, tecnología y organización.

En las propuestas educativas expuestas por el Departamento Nacional de Planeación en Visión Colombia II Centenario se presenta una visión del sistema educativo a largo plazo en el que la incorporación de las TIC a los procesos educativos es un factor fundamental para el desarrollo. En este sentido el Ministerio de Educación Nacional (MEN, 2004), indica que las TIC no solo ponen al alcance de docentes y estudiantes grandes volúmenes de información, sino que también promueven el desarrollo de destrezas competencias y habilidades esenciales, como son la búsqueda, selección y procesamiento de información escrito y/o gráfico, así como la capacidad para el aprendizaje autónomo.

Así mismo el MEN (2016), insiste en la necesidad de desarrollar la capacidad en docentes y estudiantes para que aprovechen el potencial de las TIC con el fin de fortalecer los procesos pedagógicos en los que ambas partes se involucran diariamente en los diferentes escenarios de enseñanza. Para lograrlo hay que superar la simple utilización de las TIC como mecanismo para mejorar la productividad y buscar información, y centrarse más en apropiarse de las herramientas para trabajo colaborativo y exploración de objetos que permitan aprendizajes significativos.

Como se ve en el párrafo anterior es importante para la educación el uso de las tecnologías digitales en las actividades de aprendizaje con el fin de lograr que los estudiantes exploren nuevos territorios bajo la guía de un experto. Es importante recalcar que, en un entorno de educación superior, el aprendizaje se valida a través de evaluaciones sobre el cumplimiento de los estudiantes con los objetivos de aprendizaje establecidos. Es importante exponer las preocupaciones por el aprendizaje de la era digital la cual ha ganado el interés de una amplia

gama de los formuladores de políticas en el intento de planificar iniciativas de educación y formación para mejorar conjunto clave de competencias necesarias para el desarrollo personal, la inclusión social, la ciudadanía activa y el empleo. Si bien es cierto existen preocupaciones por parte de los docentes para transmitir todos los conocimientos propicios para sus estudiantes, hoy en día gracias a la educación por competencias se logra identificar los puntos claves y la experticia que debe manejar el docente entre las que se ven la educación de calidad y apropiación de las TIC. Según Castells (1995), la transición de un modelo educativo tradicional a uno informatizado es un proceso que están viviendo la mayoría de instituciones a nivel mundial y dicha transición plantea un nuevo orden, un nuevo modo de desarrollo, el cual favorece los procesos de enseñanza y aprendizaje orientados a la construcción de aprendizajes significativos.

Según estos autores se debe reconocer las TIC como las autoras para trascender las barreras especiales y temporales de acceso a la información, la formación y la educación y así favorecer el procesamiento que el usuario hace de esa información. El almacenamiento y transmisión de información, también hace parte de su proceso que según Martínez (2013):

“Permiten el acceso a grandes cantidades de información; el dinamismo y el formalismo, que hacen posible representar informaciones que se transforman en el tiempo, con una naturaleza coherentemente estructurada y lógica; la hipermedia y la multimedia, que favorecen que la información pueda ser representada en diferentes formatos de manera no lineal; la interactividad que hace posible la manipulación de la información, en una Competencias y estándares TIC desde la dimensión pedagógica Una perspectiva desde niveles de apropiación de las TIC en la práctica educativa docente manera bidireccional, en la que la herramienta tecnológica retroalimenta la acción del usuario, quien a su vez se reorienta gracias a esta retroalimentación” (p.23).

Por lo tanto, es importante incluir los avances digitales dentro de la educación al momento de implementar el currículo y metodologías para la transformación de las aulas, así, la integración de las TIC facilitará los procesos de enseñanza y aprendizaje teniendo en cuenta que se logrará establecer entornos virtuales de interacción, materiales didácticos, entre muchos más complementos.

2.2.2. Estrategias Pedagógicas.

Según Ballesteros (2007), existen teorías como la expuesta por Vygotsky, el cual desarrolló la creencia de que el aprendizaje se construye de manera social, es decir, primero el conocimiento se consolida a través de la interacción con el otro y luego se interioriza. Los seres humanos emplean muchos conocimientos, experiencias e instrumentos simbólicos que se transmite, por herencia no biológica, esta se conoce como experiencia humana, la cual permite según palabras de Vygotsky que se empleen tres mediadores:

Instrumentos materiales: Son formaciones artificiales que tienen una influencia indirecta sobre el ser humano, es decir, estos instrumentos son materiales en tanto que sean utilizados por un individuo para controlar los procesos asociados al instrumento con una finalidad educativa y por consiguiente son externos de su ser.

Instrumentos psicológicos: Son todos aquellos que ayudan a controlar los procesos internos de la mente como las funciones psicológicas superiores (Lengua escrita, conocimiento científico) adquirido a través de la escolarización de los seres humanos.

Mediación de otra persona: Se consideran dos niveles el social y luego el individual, primero entre las personas (interpsicológico) y luego dentro del individuo (intrapicológico) para participar del trabajo en equipo y centrarse en el papel de la otra persona en la construcción de significados.

La estrategia en el aula se vuelve necesaria ya que, en el proceso de enseñanza y aprendizaje, y como producto de reflexión, el docente debe buscar transformar su quehacer desde la planificación, la construcción y aplicación de actividades con propósitos, sentido y coherencia con las necesidades y capacidades de los estudiantes y por último una evaluación que permita replantear y controlar el proceso educativo pero a su vez genere espacios y recomendaciones para mejorar la misma estrategia y desarrollar otras competencias en los partícipes.

Precisamente Diadenys (2010), define la estrategia didáctica en el campo pedagógico para realizar un cambio sobre la realidad del aula, señala que: *“la estrategia es la manera de planificar y dirigir las acciones y recursos necesarios para alcanzar determinados objetivos claves a través de la determinación de metas y objetivos a largo, mediano y corto plazo”*.

Ocejo y Osme (2011), a través de su investigación, afirma que: *“la Estrategia Didáctica permite definir qué hacer para transformar la acción existente e implica un proceso de planificación que culmina en un plan general con misiones organizativas, metas, objetivos básicos a desarrollar en determinado plazo con recursos mínimos y los métodos que aseguren el cumplimiento de dichas metas.”*

Por ello, las prácticas de la enseñanza – aprendizaje de la matemática se basan en la resolución de problemas, en el trabajo con trigonometría parecen estar ausentes, privilegiándose actividades centradas en la presentación de los objetos geométricos y sus propiedades, (Ponce, 2000), lo cual hace que las dificultades para comprender la generalidad y la particularidad del cálculo se refuerzan didácticamente por la presentación casi exclusiva de representaciones estructuradas. La geometría se representa siempre en las mismas posiciones, el cuadrado solo puede representarse apoyado en un lado, pues si la figura se apoya en un vértice ya pasa a llamarse rombo, este tipo de representaciones hace que el alumno piense que la posición también

es una de las características de la figura y que en otras construcciones o situaciones no pueda reconocerlas fácilmente.

2.2.3. La Noción de Los Medios.

Desde hace más de 50 años la tecnología ha evolucionado mucho, sin embargo, pese a su acelerado crecimiento no ha sido desarrollada y aplicada adecuadamente en la educación, pasando solo por el lápiz, papel, el ábaco y la calculadora. Las nuevas herramientas han traído software que permiten expresar la información mediante tablas y gráficas, los cuales facilitan las representaciones variadas y dinámicas de los hechos estudiados, actualmente la calidad, la oportunidad y la claridad en la información ha mejorado en todos los campos incluso el educativo, ya que la evolución de los medios ha generado que el personal docente desarrolle procesos de cualificación mejorando su labor docente.

Según Lupiáñez y Moreno (2001), enmarca que la forma como se aprenden actualmente las matemáticas está siendo influenciada por el avance continuo de la tecnología, la cual ha proporcionado diferentes herramientas como calculadoras y software dinámicos que le proporcionan una gama variada de representaciones y relaciones matemáticas en diferentes registros.

Importante recalcar a Pinzón (2014) cuando dice que el acercamiento de los estudiantes a las matemáticas a través de situaciones problemáticas procedentes de la vida diaria, de las matemáticas y de las otras ciencias, es el contexto más propicio para poner en práctica el aprendizaje activo, la inmersión de las matemáticas en la cultura, el desarrollo de procesos de pensamiento y para contribuir significativamente tanto al sentido como a la utilidad de las matemáticas.

Los estudiantes aprenden las matemáticas de forma tradicional, centrando sus aprendizajes hacia las prácticas formales y abstractas, sin contexto y luego aplican sus conocimientos a la solución de problemas presentados en una temática, esto sugiere que con frecuencia “*estos problemas de aplicación*” se dejan para el final de una unidad o para el final del programa, razón por la cual se suelen omitir por falta de tiempo o no se resuelven atendiendo las necesidades de comprender el paso a paso de la solución.

Las aplicaciones y los problemas no se deben guardar para ser trabajados solamente después de que haya ocurrido el aprendizaje mecánico, sino que ellas pueden y deben utilizarse como contexto dentro del cual tiene lugar el aprendizaje. El contextualizar las temáticas juega un papel importante en todas las fases del aprendizaje y la enseñanza de las matemáticas, no sólo en la fase de aplicación sino en la fase de exploración y en la de desarrollo, donde los alumnos descubren o reinventan las matemáticas (Astrid, 2008).

Esta visión exige que se creen situaciones problemáticas en las que los alumnos puedan explorar problemas, plantear preguntas y reflexionar sobre modelos.

De Guzmán (2001, citado por Angarita, 2012), el cual plantea que “la enseñanza a partir de situaciones problemáticas pone el énfasis en los procesos de pensamiento, en los procesos de aprendizaje y toma los contenidos matemáticos, cuyo valor no se debe en absoluto dejar a un lado, como campo de operaciones privilegiado para la tarea de hacerse con formas de pensamiento eficaces”.

De Guzmán (2001, citado por Angarita, 2012), también plantea a considerar como lo más importante, que el estudiante:

- Manipule los objetos matemáticos.
- Active su propia capacidad mental.

- Reflexione sobre su propio proceso de pensamiento con el fin de mejorarlo conscientemente.
- De ser posible, haga transferencias de estas actividades a otros aspectos de su trabajo mental.
- Adquiera confianza en sí mismo.
- Se divierta con su propia actividad mental.
- Se prepare así para otros problemas de la ciencia y, posiblemente, de su vida cotidiana.
- Se prepare para los nuevos retos de la tecnología y de la ciencia.
- Haga uso de las TIC.

Según un documento de CEPAL (2010), se afirma que las políticas de incorporación de las Tecnologías de la Información y la Comunicación (TIC) a la educación en América Latina y el mundo han estado acompañadas de tres promesas o expectativas fundamentales; la preparación de los estudiantes por parte de las entidades educativas en el desarrollo de las habilidades funcionales de manejo de las tecnologías para integrarse a una sociedad crecientemente organizada en torno a ellas, a lo que comúnmente se llama alfabetización digital, seguido de disminuir la brecha digital al entregar acceso universal a computadores e Internet, terminando con el mejoramiento en el rendimiento escolar de los estudiantes por medio del cambio de estrategias de enseñanza y aprendizaje.

Desde que el hombre tiene conciencia, se han creado las herramientas para solventar y resolver obstáculos de aprendizaje a la humanidad, esto ha permitido que el ser humano sobreviva a los diferentes cambios sociales, culturales, ambientales entre otros, si esto se traslada al ámbito educativo, específicamente en el área de las matemáticas como ciencia, las cuales

fueron creadas paulatinamente según las necesidades del ser humano, es decir, el uso de elementos para representar cantidades y lograr su comprensión fue uno de los avances en este tipo de conceptos, entre otras de las actividades propias de cada cultura, se llegó por lo tanto, a construir máquinas especializadas en la realización de cálculos, siendo uno de sus fines, la minimización del tiempo en cuestiones cuantitativas.

Así como las matemáticas se desarrollaron a partir de las necesidades de la sociedad, en educación se evidencia una demanda inmediata en el uso de las herramientas tecnológicas existentes como un medio de formación, según (Beccaria y Rey, 2005) “la diversidad de Software educativos permiten la facilidad de utilizar herramientas matemáticas; para realizar operaciones matemáticas, ejercicios lógicos, análisis de datos, interacción con las propiedades espaciales de los objetos geométricos, partiendo de estos postulados existen diferentes programas diseñados para estos fines como: GeoGebra, Derive, Descartes, Cabri Geometre, Regla y compás; estos programas permiten la simulación de la realidad, estimulando y consolidando el desarrollo cognitivo del empleador.

Existen estudios sobre el impacto de ciertos tipos de uso de las Tecnologías de la información en el que los resultados son el desarrollo de habilidades o destrezas transversales, tales como comunicación, colaboración, aprendizaje independiente y trabajo en equipo. El uso de las TIC y el desarrollo de habilidades de pensamiento de orden superior, van inmersos en la metodología utilizada, tomando en cuenta la taxonomía de Bloom (1956), “el cual establece las habilidades cognitivas de naturaleza compleja y abstracta aplicadas de forma transversal en diferentes disciplinas y situaciones, tales como el pensamiento crítico, la resolución de problemas y la capacidad de análisis” (CEPAL, 2010, p 13).

Adell (1997), en su escrito titulado, Tendencias en educación en la sociedad de las tecnologías de la información, afirma que las TIC son un conjunto de procesos y productos derivados de las nuevas herramientas (Hardware y software), que permiten el procesamiento de información y la comunicación, relacionada con el almacenamiento, de forma rápida y en grandes cantidades, (p. 34). Así mismo, González et. Al. (1996, p 413), manifiesta que esta postulación hace alusión al uso de las herramientas informáticas el cual permite una asimilación de conocimientos más rápido.

Las TIC cambian muy rápidamente debido principalmente a la ley de Moore la cual dice que aproximadamente cada dos años se duplica el número de transistores en un circuito integrado, haciéndolo mucho más pequeño y rápido. Los circuitos integrados son la base de los cerebros de computadores, Tablet, celulares y equipos de telecomunicaciones, como consecuencia de esto, las TIC cada día son más asequibles a la mayoría de las personas y se logra también que a estas tecnologías se les encuentren nuevos usos y una mayor facilidad en su manejo.

Las TIC en los últimos años han despertado gran interés en las personas jóvenes por lo tanto son herramientas a tener en cuenta, siempre que se busque interactuar con los mismos, debido a que esto facilita cualquier tipo de comunicación. El aprendizaje de la matemática, en especial del cálculo, ha generado dificultades dentro del proceso de enseñanza-aprendizaje, estas dificultades han estado enfocadas en dificultades dentro de un microsistema que está constituido por: estudiante, asignatura, docente e institución escolar.

Claro (2010), cita diferentes autores como (Condie y Munro, 2007), (Trucano, 2005), (Kulik, 2003), que a través de sus análisis han definido el uso de las TIC en las matemáticas a través de la recopilación de teorías en un documento de la CEPAL, donde *“las TIC no son un*

instrumento homogéneo y se ha encontrado que algunos usos pueden ser más beneficiosos para algunas asignaturas o conceptos dentro de ellas que otros”, es decir, el tener este tipo de herramientas permite que el uso de software de simulaciones y modelos los cuales muestran ser efectivos para el aprendizaje de las ciencias y las matemáticas (p. 7).

Los estándares básicos de competencias en matemáticas (MEN, 2006), se han considerado como la carta principal para el docente en la construcción de planes de estudio, de acuerdo a ellos el uso de herramientas innovadoras para motivar el aprendizaje en los estudiantes han generado que cada vez se especialicen los temas de enseñanza y aprendizaje de los conocimientos, que permita a docentes y estudiantes, la comprensión en la enseñanza-aprendizaje de las funciones exponenciales y logarítmicas, buscando con ello diseñar, planificar, ejecutar y evaluar la estrategia de enseñanza de la propuesta.

2.2.4. La Educación y Su Desarrollo a Través de Las Nuevas Tecnologías Mediado por el Docente.

El reto social y educativo está bastante influenciado por el factor tecnológico que posibilita cambios en la forma de comunicarse entre las personas, facilita el acceso al conocimiento y la superación de las barreras espacio-temporales, es decir las nuevas tecnologías han desarrollado nuevas formas de relación, de aprendizaje motivado que permite al estudiante mejorar la comprensión de conocimientos por medio de la didáctica del dialogo y comunicación. El rol del docente se ve influenciado en esta variante ya que es un reto social y educativo el factor tecnológico en las aulas, a partir de este postulado es importante aclarar que el rol del docente frente a la inclusión de las nuevas tecnologías es estrictamente necesario para que los estudiantes se familiaricen y emprendan la nueva era de la tecnología basados en conocimientos y no solo en juegos y redes sociales. A partir de esto, Viñals y Cuenca (2016) dicen que *“En este sentido, el*

aprendizaje de la Era Digital se puede definir como un aprendizaje diverso, desordenado y lejos del tradicional conocimiento perfectamente empaquetado y organizado. El conocimiento en red se basa en la cocreación, lo que implica un cambio de mentalidad y actitud. Pasar de ser meros consumidores de los contenidos elaborados por otras personas a ser los expertos y aficionados los propios co-creadores del conocimiento”.

Es así como la creciente diversidad del alumnado, la facilidad de acceso al conocimiento y la información, y el desarrollo de una cultura popular, común y digital, supera los muros de la escuela, hacen de la tarea de enseñar una labor muy distinta a la de hace unas décadas (Montero, 2011), adecuando las nuevas herramientas de aprendizaje.

Por todo esto se hace necesario una enseñanza que vaya más allá de una concepción técnica o practica que lleve a replantarse y actualizarse ya que la forma educativa puede ir cambiando entorno a los cambios tecnológicos que contribuyen a herramientas didácticas que permitan integrar el acceso a información y donde la exclusividad del conocimiento ya no la tiene solo el docente sino que el alumnado tiene la posibilidad de acceder al conocimiento de una manera directa individual y colectiva que permite que se vaya generando conocimientos y aprendizajes no solo estrictamente en el aula, aunque si bien es cierto el docente no se deja de lado sigue siendo el agente educativo pero como orientador, trasmisor del conocimiento con nuevas metodologías que se ajustan al contexto educativo social y cultural del ahora.

Cuando nuevas tecnologías de la información y la comunicación se incorporan a las aulas, deben convertirse en tecnologías del aprendizaje y del conocimiento (TAC) para ser realmente útiles y significativas en lo que le ocupa a las instituciones educativas el aprendizaje y la formación del alumnado, el cambio necesita de una transformación de la metodología educativa

para aprovechar la red y el resto de NTIC, concordancia entre Lozano (2011) y Arredondo (2005).

La potencialidad educativa de las NTIC y su capacidad de funcionalidad en todos los ámbitos del mundo informacional sitúa a cada docente ante la urgencia de llevar a cabo cambios sustanciales en su profesión ante la nueva sociedad y ante el nuevo tipo de alumnado que plantea retos educativos de naturaleza significativamente diferente a los que se planteaban no hace mucho tiempo (Rodríguez et al., 2009).

(Hernann, 2014) afirma que *“para lograr estos procesos de apropiación de la tecnología en la educación se requiere pensar unas intencionalidades educativas, la determinación de un modelo educativo y comunicativo, que proponga el uso con sentido de las herramientas en los procesos de transferencia del conocimiento y aprendizaje”* (p.56)

Cabe resaltar que el docente puede aumentar y mejorar la calidad en los procesos educativos y lograr las transformaciones de las prácticas educativas. Sing et. al. (2014), Abarzúa y Cerda (2011), y Claro (2010), concuerdan en que el principal agente de cambio es el docente ya que es él quien decide o no incorporar tecnología en sus procesos. Existen diferentes acciones para lograr que los docentes transformen su práctica utilizando la tecnología como un agente transformador de los procesos educativos y esta se convierta en *“algo tan incorporado, adaptable, natural e interoperable que pueda ser aplicarla sin tan siquiera pensar en ella”* (Velandia et. al., 2017).

Por esto se volvió una necesidad la inclusión de las nuevas tecnologías de la información y comunicación, debido a que estas permiten mejorar la práctica educativa mostrando la necesidad de capacitar a los profesores para que adquieran las competencias necesarias en su

desenvolvimiento en la nueva era y así reconfigurar los paradigmas tradicionales y lograr un cambio social (Cabellon y Brown, 2017), y (Pinto et. al., 2017).

2.2.5. Didáctica de Las Matemáticas: Proceso de Enseñanza-Aprendizaje.

Esta didáctica surge como disciplina científica hacia mediados del siglo XX en Francia, con el objetivo de estudiar los fenómenos de la enseñanza de las matemáticas, las condiciones de transmisión, las condiciones de adquisición y evaluación del conocimiento matemático que se aprende, desde los postulados de la pedagogía y la didáctica (Gaspar, 2008), por lo tanto, se centra en el cómo de la enseñanza, de allí que su imagen sea más como el “*arte de enseñar*” (Sotos, 1993), definiéndola como “*la organización de los procesos de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas*” (Freudenthal, 1991, citado por Lozada y Ruiz, 2011, p. 24). Forma parte del campo de la Educación matemática buscando optimizar los procesos de enseñanza-aprendizaje y así desarrollar las capacidades necesarias en los estudiantes que beneficien su adaptación al medio y a la vida en sociedad, donde el conocimiento matemático se ve involucrado (Lozada, 2011). Dentro de su objetivo busca crear diferentes estrategias y situaciones educativas, a través de las cuales los contenidos matemáticos sean aprehendidos fácil y significativamente por los estudiantes, dando paso a dos enfoques, la fenomenología didáctica de las matemáticas y la teoría de la transposición didáctica.

Las situaciones didácticas en este contexto: “comprenden el proceso en el cual el docente proporciona el medio didáctico en donde el estudiante construye su conocimiento”; son “una forma para “modelar” el proceso de enseñanza-aprendizaje, de manera tal que este proceso se visualiza como un juego para el cual el docente y el estudiante han definido o establecido reglas y acciones implícitas” (Chavarría, 2012).

Este enfoque plantea ampliar la reflexión teórica incluyendo un estudio de los contenidos matemáticos a enseñar y no limitarla al análisis de cuestiones cognitivas propias del alumno y de su aprendizaje, de manera que se lleve a cabo la transposición didáctica (Gómez, 2002). Así para que el alumno "construya" el conocimiento, es necesario mostrar la aplicabilidad del conocimiento entorno a un problema más real, como un juego de estrategia, en donde cada etapa muestra un camino que conduce a su resolución.

Otra estrategia didáctica es el juego que, “constituye a la vez una válvula de seguridad vital y una verdadera institución educativa espontánea” según lo expuesto en 1980 por la UNESCO, y en efecto, a través del juego, se puede aprender espontáneamente “una gran cantidad de cosas en la escuela y fuera de ella, y provocar nuevas habilidades y conocimientos” (Moreno, 2008), por lo que éste pasa a ser un instrumento notable en el desarrollo y potenciación de las diferentes capacidades infantiles, como objeto de la intervención educativa.

2.2.6. La Naturaleza de Las Matemáticas y sus Implicaciones Didácticas

El Ministerio de Educación Nacional (MEN, 2016), en su documento, lineamientos curriculares de matemáticas ha expuesto el resultado de una encuesta, donde *“el conocimiento matemático es considerado por algunos como el conocimiento cotidiano que tiene que ver con los números y las operaciones, y por otros, como el conocimiento matemático elemental que resulta de abordar superficialmente algunos elementos mínimos de la matemática disciplinar”* (p. 9).

En general se considera que las matemáticas en la escuela tienen un papel esencialmente instrumental, que por una parte se refleja en el desarrollo de experiencias y habilidades para resolver problemas de la vida práctica, para usar dinámicamente el lenguaje simbólico, las

operaciones y algoritmos y, por otra, en el desarrollo del pensamiento lógico-formal y apoyo al desarrollo de la capacidad de ubicación temporo-espacial.

2.2.7. Competencias Matemáticas

De acuerdo a la UNESCO (2013), los propósitos de una educación de calidad se centran en la necesidad real de ofrecer a cada persona el desarrollo de competencias y el manejo de las tecnologías de información y la comunicación facilitándoles el acceso a los medios, el desenvolvimiento y la participación activa en espacios sociales, políticos y económicos, esto debido a las oportunidades que representa la educación para el desarrollo de los países con bajos ingresos, y a la crisis financiera por la que están pasando los países de altos ingresos (p.103).

Ahora, con base en ello, el desarrollo de competencias en los planes de aula y en los modelos curriculares y por ende en el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas está soportado en las diferentes modificaciones en la forma de emprender las clases; es decir, la búsqueda de elementos que permitan el participar en la sociedad con algunas garantías de éxito, haciendo que se busque desarrollar nuevas estrategias de enseñanza y se exploren diversos recursos.

Las competencias matemáticas se pueden sintetizar de la siguiente forma:

- Planteamiento y resolución de problemas
- Razonamiento matemático (formulación, argumentación, demostración)
- Comunicación matemática. Consolidación de la manera de pensar (coherente, clara, precisa)
- Interpretación matemática.
- Pensamiento lógico.

Ahora, las capacidades analíticas comprenden “*el proceso de ir a las partes de un todo (persona, objeto evento o situación) y a las relaciones que guardan entre ellas*” (Guevara y Campirán, 1999), buscando orden, coherencia y precisión. Dentro de sus principales funciones está la resolución de problemas a través de la formulación de hipótesis, la toma de decisiones por medio de la recopilación de la información y la búsqueda de alternativas de solución; y la significación de los procesos cognitivos, meta cognitivos y actitudinales (Guevara y Campirán, 1999).

Según el Ministerio de Educación Nacional (MEN), desde la Ley 60 de 1993, y a través del Plan Decenal Nacional de Educación 2006-2016, manifiestan que las competencias: se entiende como el conjunto de conocimientos, habilidades, actitudes, comprensiones y disposiciones cognitivas, socio afectivas y psicomotoras apropiadamente relacionadas entre sí para facilitar el desempeño flexible, eficaz y con sentido de una actividad en contextos relativamente nuevos y retadores. La noción de competencia matemática está relacionada con el saber qué, el saber qué hacer y el saber cómo, cuándo y por qué hacerlo. Por tanto, la precisión del sentido de estas expresiones implica una noción de competencia estrechamente ligada tanto al hacer como al comprender. Si bien es cierto que la sociedad reclama y valora el saber en acción o saber procedimental, también es cierto que la posibilidad de la acción reflexiva con carácter flexible, adaptable y generalizable exige estar acompañada de comprender qué se hace y por qué se hace y de las disposiciones y actitudes necesarias para querer hacerlo, sentirse bien haciéndolo y percibir las ocasiones de hacerlo.

Los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas seleccionan algunos de los niveles de avance en el desarrollo de las competencias asociadas con los cinco tipos de pensamiento matemático: numérico, espacial, métrico, aleatorio y variacional. Por ello aparecen

en cinco columnas que corresponden a cada uno de dichos tipos de pensamiento y a los sistemas conceptuales y simbólicos asociados a él. En cada estándar de cada columna se pone el énfasis en uno o dos de los cinco procesos generales de la actividad matemática que cruzan dichos tipos de pensamiento (formular y resolver problemas; modelar procesos y fenómenos de la realidad; comunicar; razonar, y formular, comparar y ejercitar procedimientos y algoritmos) (MEN, 2006, p. 49).

2.2.8. Funciones Exponenciales y Logarítmicas

Las funciones exponenciales y logarítmicas son conceptos matemáticos fundamentales que juegan un papel central en la matemática avanzada. Desafortunadamente, estos también son conceptos que dan a los estudiantes serias dificultades. Al describir una teoría de cómo los estudiantes adquieren una comprensión de estas funciones prescribiendo un conjunto de construcciones mentales que, para desarrollar su comprensión de estos conceptos, podrían calcular exponentes en casos simples, pocos estudiantes podrían razonar sobre el proceso de exponenciación. Por lo tanto, el conocimiento de estos estudiantes sobre las funciones exponenciales y logarítmicas es limitado puesto que la metodología de enseñanza siempre a lo largo del tiempo ha sido monótona y superficial.

Las funciones exponenciales y logaritmos son conceptos importantes que desempeñan papeles cruciales en los cursos de matemática, que incluyen cálculo, ecuaciones diferenciales y análisis complejos.

2.2.8.1. Funciones Exponenciales

Las funciones matemáticas se dividen en familias; algebraicas, trascendentales y especiales, donde las trascendentales se conforman por las exponenciales, logarítmicas y

trigonométricas. Las funciones exponenciales tienen la forma $f(x) = a^x$, donde $a > 0$ y $a \neq$

1. Al igual que en cualquier expresión exponencial, "a" se llama base y "x" se llama exponente.

Un ejemplo de una función exponencial es el crecimiento de bacterias. Algunas bacterias se duplican cada hora. Si comienza con 1 bacteria y se duplica cada hora, tendrá 2^x bacterias después de x horas. Esto se puede escribir como $f(x) = 2^x$.

$$\text{Antes de comenzar, } f(0) = 2^0 = 1$$

$$\text{Después de 1 hora } f(1) = 2^1 = 2$$

$$\text{En 2 horas } f(2) = 2^2 = 4$$

$$\text{En 3 horas } f(3) = 2^3 = 8, \text{ y así.}$$

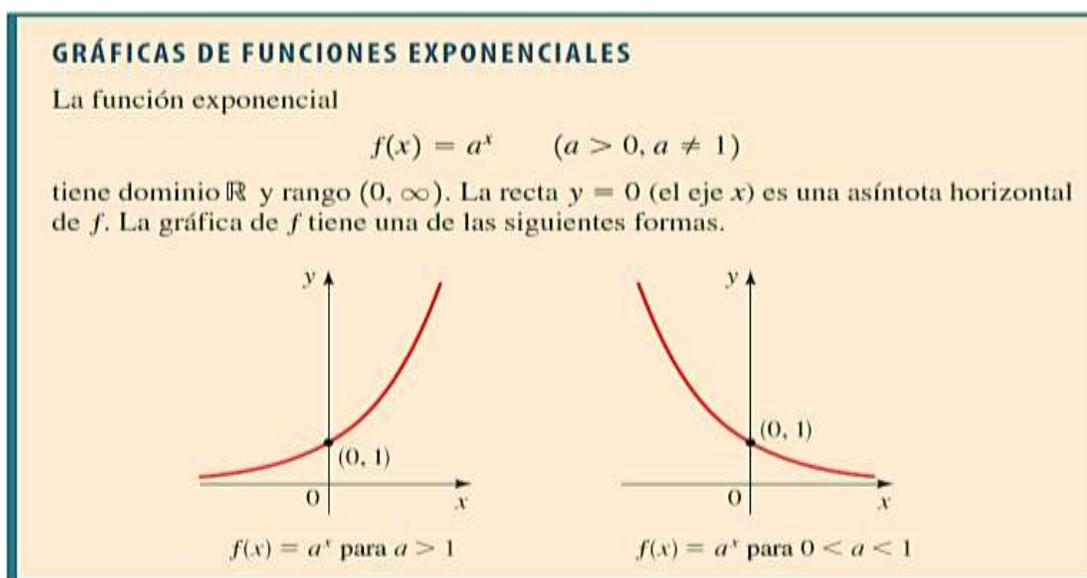
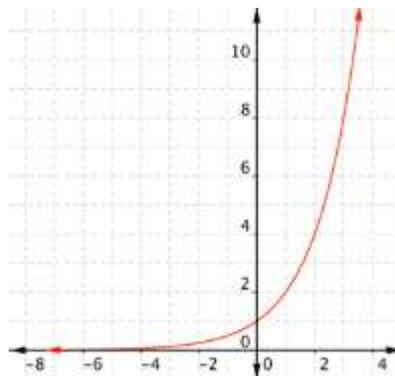


Figura 2. Definición rigurosa de función exponencial
Fuente: Precálculo: Matemáticas para el cálculo. Stewart.

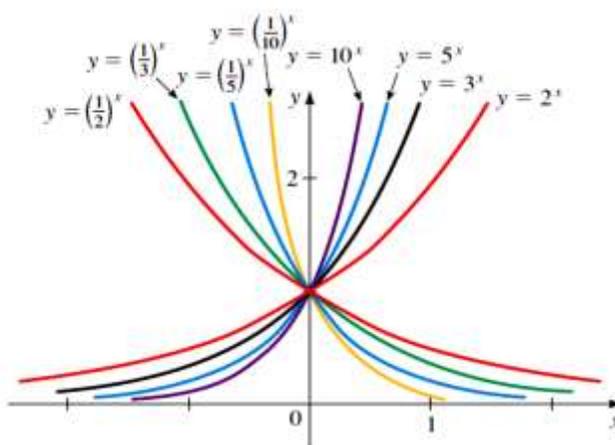
Con la definición $f(x) = a^x$ y las restricciones de que $a > 0$ y que $a \neq 1$, el dominio de una función exponencial es el conjunto de todos los números reales. El rango es el conjunto de todos los números reales positivos. El siguiente gráfico muestra $f(x) = 2^x$.



*Figura 3. Crecimiento exponencial $a > 1$
Fuente: Autor.*

Como puede ver arriba, esta función exponencial tiene un gráfico que se acerca mucho al eje x a medida que el gráfico se extiende hacia la izquierda (a medida que x se vuelve más negativo), pero nunca toca realmente el eje x (asíntota). Conocer la forma general de las gráficas de funciones exponenciales es útil para graficar ecuaciones o funciones exponenciales específicas.

En el siguiente plano se encuentran diferentes representaciones de funciones de la familia exponencial.



*Figura 4. Familia de funciones exponenciales
Fuente: Precálculo: Matemáticas para el cálculo. Stewart.*

De esta representación, se pueden tomar tres características:

- I. Todas tienen punto de corte (0,1) en el eje y,
- II. Cada función toma como asíntota horizontal al eje x.
- III. El dominio de cada función es el conjunto de números Reales y el Rango es el conjunto de los reales positivos.

La asíntota es una recta a la cual una función se aproxima indefinidamente ya sea de forma horizontal, vertical u oblicua (diagonal). Sucede normalmente en funciones tipo racional a las cuales se les deben aplicar procesos algebraicos para encontrarlas:

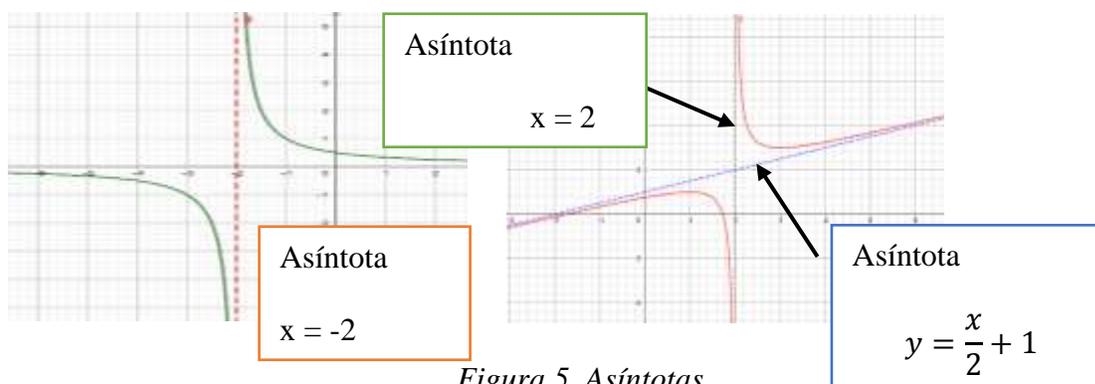


Figura 5. Asíntotas.
Fuente: Autor

2.2.8.2. Función Logarítmica.

a) *Logaritmo como familia de la potencia.*

Al analizar los procesos algebraicos para el manejo de ecuaciones y el despeje de incógnitas se conocen operaciones inversas (contrarias) como:

Suma ↔ Resta

Multiplicación ↔ División

Potenciación ↔ Radicación.

Cuando se desea analizar desde la potenciación

$$b^n = z$$

Si se tiene la base b y el exponente n , para buscar el resultado z se usa la potenciación. Si se tiene el resultado y el exponente, para buscar la base se usa la radicación. Pero, si se conoce la base y el resultado y se debe buscar el exponente se usa la **Logaritmicación**.

$$\text{Log}_2(32) = 5 \iff 2^5 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 32$$

En forma general para estructurar la ecuación sería

$$\text{Log}_b z = n \iff b^n = z$$

b) *Función Logarítmica, Función Inversa de la Exponencial.*

Para abordar el tema de funciones inversas es necesario reconocer cuando una función es *uno a uno*, también llamada *Inyectiva*, la cual consiste en cumplir que cada elemento del conjunto de partida puede tener una sola imagen en el conjunto de llegada (para ser función) y cada elemento del conjunto de llegada puede ser imagen de un único elemento del conjunto de partida (*Inyectiva*).

El siguiente diagrama, representa la función $g: A \rightarrow B$, pero como el número $\{4\}$ en el conjunto B , es imagen de los elementos $\{3\}$ y $\{2\}$ del conjunto A , g no es función *uno a uno*.

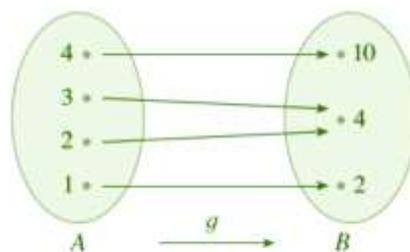


Figura 6. Ejemplo 1. Función no inyectiva
Fuente: Libro Cálculo James Stewart 7ed.

Para este ejemplo, la función $f: A \rightarrow B$, cumple con las reglas para ser función inyectiva, se observa que cada elemento de A tiene una sola pareja en B , y cada elemento de B es imagen de solo un elemento de A .

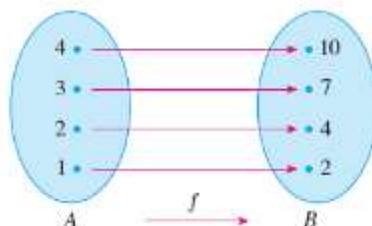


Figura 7. Ejemplo 1. Función no inyectiva
Fuente: Libro Cálculo James Stewart 7ed.

Por lo tanto, la definición general será:

1 Definición Una función f se llama *uno a uno* si nunca toma el mismo valor dos veces; esto es,

$$f(x_1) \neq f(x_2) \quad \text{siempre que } x_1 \neq x_2.$$

Figura 8. Definición rigurosa de función inyectiva
Fuente: Precálculo: Matemáticas para el cálculo. Stewart.

Ahora bien, era necesario saber esto sobre las funciones, ya que son las aquellas que poseen función inversa de acuerdo a la siguiente definición:

2 Definición Sea f una función uno a uno con dominio A y rango B . Entonces, la **función inversa** f^{-1} tiene dominio B y rango A y está definida por

$$f^{-1}(y) = x \iff f(x) = y$$

para cualquier y en B .

Figura 9. Definición rigurosa de función inversa
Fuente: Precálculo: matemáticas para el cálculo. Stewart.

No cometa el error de pensar en “-1” en f^{-1} como un exponente. Es decir, $f^{-1}(x)$ no significa $\frac{1}{f(x)}$.

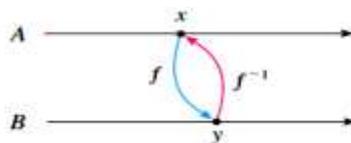


Figura 10. Ejemplo en rectas paralelas de función inversa
Fuente: Precálculo: Matemáticas para el cálculo. Stewart.

Un ejemplo gráfico de cómo actúa la inversa en cuanto a valores puntuales sería el siguiente:

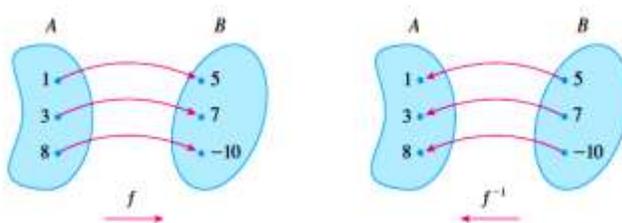


Figura 11. Ejemplo en diagrama de Venn de función inversa
Fuente: Precálculo: Matemáticas para el cálculo. Stewart.

Es decir:

$$f(1) = 5 \longleftrightarrow f^{-1}(5) = 1$$

$$f(3) = 7 \longleftrightarrow f^{-1}(7) = 3$$

$$f(8) = -10 \longleftrightarrow f^{-1}(-10) = 8$$

Si se analiza la función exponencial para obtener su función inversa, en el momento de despeje entra el logaritmo con las siguientes propiedades:

$$\log_a(a^x) = x \quad \text{para toda } x \in \mathbb{R}$$

$$a^{\log_a x} = x \quad \text{para toda } x > 0$$

Figura 12. Despeje de un logaritmo
Fuente: Libro Cálculo James Stewart 7ed.

De forma algebraica, se crea un nuevo logaritmo, el cual consiste en que la base es exactamente el número irracional e .

$$\log_e x = \ln x$$

Este es llamado *Logaritmo Natural*.

Al observar un ejemplo, se pide que se determine la función inversa para $g(x) = e^{2x+7}$, entonces el proceso coordinado por tres pasos designados es:

Paso 1: Escribir $y = f(x)$.

Paso 2: Despejar x en esta ecuación, pasar x en términos de y (si es posible).

Paso 3: Para expresar f^{-1} en función de x , intercambiamos x por y . La ecuación resultante es $y = f^{-1}(x)$.

Por lo tanto:

$$y = e^{2x+7}$$

$$\ln(y) = \ln(e^{2x+7})$$

$$\ln(y) = 2x + 7$$

$$\ln(y) - 7 = 2x$$

$$\frac{\ln(y) - 7}{2} = x$$

La función inversa es $f^{(-1)}(x) = y = \frac{\ln(x)-7}{2}$

Si bien es cierto que el uso de las tecnologías agiliza los procesos educativos, también acarrea una serie de condiciones para optimizar su uso, ya que le permite al estudiante reducir tiempo en los procesos, ampliar la capacidad de análisis proporcionándole la oportunidad de transformar un problema en otro, es decir, el uso de ella facilita al individuo la oportunidad de ver los objetos matemáticos en formas dinámicas porque le proporciona múltiples sistemas de representación, mejorando en él no sólo el interés por estudiar las matemáticas sino la capacidad de alcanzar su aprendizaje. Para el ejemplo anterior el software GeoGebra puede generar la función inversa solo con una orden, para el estudiante sería agilidad en un proceso mayor, pero también puede apoyar una prueba donde debe hacerlo mecánicamente y por lo menos saber a qué debe llegar.

Ahora en el contexto Nacional según la ley General de Educación 115 de 1994 determina que:

“Los centros educativos tienen autonomía para diseñar y desarrollar el currículo, y es la ley que afirma al Ministerio de Educación Nacional (MEN), como el responsable de establecer unos lineamientos curriculares generales que los centros deben seguir, y reglamenta que todos los centros deben formular y registrar un Proyecto Educativo Institucional (PEI)”.

De acuerdo a estos lineamientos y a los Estándares Básicos de Competencias el MEN proporciona orientaciones de cómo es posible tratar en el aula los ejes temáticos que se deben abordar en matemáticas de once grado, se deja entrever la necesidad de hacer uso de las TIC, iniciando por la incorporación de la calculadora hasta el diseño e implementación de otras herramientas tecnológicas para facilitar la comprensión de conocimientos (MEN, 2006). Así mismo, en una de sus indicaciones afronta al docente como el desarrollador de competencias fundamentales en el área de matemáticas y manifiesta el interés de llevar a cabo procesos de razonamiento, comunicación, modelación, planteamiento y resolución de problemas.

Según Vygotsky (1997), el interés de utilizar materiales como libros, bases de datos Bibliográficas y documentación científica permiten mediar la relación del aprendizaje en los seres humanos con las matemáticas; si bien es cierto para este autor los libros son de gran importancia como herramientas que contribuyen a que los estudiantes mejoren y conozcan los conocimientos suficientes, hoy en día usando las TIC, el gusto de los jóvenes por las matemáticas se ve mejorada gracias a plataformas y herramientas que permiten que puedan realizar cálculos, formulaciones y demás que van evolucionando y permitiendo que disfruten de estos, para mejorar las formas de resolver problemas, obtener conceptos matemáticos y obtener ayudas educativas.

2.3 Marco Conceptual

2.3.1. GeoGebra

El uso sistemático de un software dinámico en las actividades del proceso enseñanza-aprendizaje, influye en el estudiante logrando la construcción de un aprendizaje significativo, así como conceptos de geometría y su relación con otros de la misma materia o de otras de las que forman el área de matemáticas en el nivel bachillerato sea más práctico y didáctico.

Es así que al vincular el uso de una herramienta TIC en la construcción de conocimiento, permite al alumno dibujar las rectas notables de los triángulos con la ayuda del programa como sería el caso para Trigonometría, logrando con ello dejar a un lado la forma tradicional con la cual tardan tiempo en visualizar estas formas.

Por ello, el uso de las TIC para la enseñanza de las matemáticas el apartado del software juega un papel decisivo a la hora de cubrir las expectativas planteadas, la aplicación GeoGebra, el cual es un programa que en un primer y rápido contacto con él induciría a clasificarlo como asistente geométrico y, aunque de hecho lo es, también es una herramienta muy útil para trabajar

el cálculo, álgebra y estadística. Ésta es una de las características que lo diferencian de la mayoría de programas de geometría dinámica, sus características se presentan en la siguiente tabla 2:

Tabla 1 Características Software

Título	GeoGebra
Autoría	MarkusHohenwarter
Tipo	Gratuito
Sistema Operativo	Windows, Mac, Linux Nivel
Web Registro de usuarios	Secundaria
Posibilidad de subir materiales	http://www.GeoGebra .at
Descarga de materiales	Sí (requiere registrarse)
Aviso de nuevos recursos disponibles en la web	Sí (requiere registrarse)
Última versión	GeoGebra 2.6b (2.9.2005)

Moreno y Waldegg (2001, citados por Grisales y Orozco, 2013), ellos califican que “*La teoría cognitiva reconoce la mediación instrumental simbólica o física en el aprendizaje*”. En el entorno matemático se conocen herramientas computacionales diseñadas para el desarrollo de una Geometría dinámica (Cabry 3D, Cabry II Plus, Regla y Compás, TINspire), para el análisis gráfico de funciones (Derive, TI-Nspire, Winplot, GeoGebra) y para el cálculo simbólico (TI-Nspire, Derive, SymboLab), entre otras, reconociendo también que en auge se encuentran más en desarrollo, gracias a los nuevos programadores que están en carrera entre ellos mismos. Estas permiten:

- La construcción, exploración, manipulación directa y dinámica de objetos en pantalla, que conducen en un nivel bajo a la elaboración de conjeturas, en un nivel medio a la argumentación y un nivel superior al desarrollo de demostraciones.
- Utilizar diferentes representaciones matemáticas (numéricas, geométricas, tabulares, simbólicas y gráficas), de tal forma, que faciliten entender que un concepto, propiedad o situación problema se puede abordar desde distintos ámbitos.

- La representación gráfica en dos y tres dimensiones, dando la posibilidad de realizar transformaciones y de asociar figuras con objetos físicos, para pasar luego a un nivel de conceptualización, más elevado.
- Problematizar lo visual, de tal forma que surja la necesidad de examinar, conjeturar, predecir y verificar, es decir, dar al estudiante la posibilidad de pensar y de preguntar sobre el ¿por qué? de determinados hechos, llevándolo a explorar otras situaciones.

Aquí el docente puede formular preguntas de entrada, de proceso y de salida, enfocadas a precisar lo que el estudiante debe saber sobre procesos y conceptos matemáticos.

La diferencia sustancial de la utilización de asistentes matemáticos como estrategia mediadora en la construcción de conceptos en el aula, con ambientes de aprendizaje tradicionales radica en la posibilidad que brindan estos nuevos recursos de modificar la construcción o representación realizada. El dispositivo tecnológico permite al usuario enlazar rápidamente y de manera dinámica fórmulas, tablas de números y gráficas, cambiar una representación y ver los cambios en las otras. Ayuda a los estudiantes a comprender las relaciones entre ellas y sus propiedades comportamentales.

2.3.2. Triangulación

(Denzin, 1970), la define como: *“la aplicación y combinación de varias metodologías de la investigación en el estudio de un mismo fenómeno”* (p.297).

También es entendida como *“Técnica de confrontación y herramienta de comparación de diferentes tipos de análisis de datos (triangulación analítica) con un mismo objetivo puede contribuir a validar un estudio de encuesta y potenciar las conclusiones que de él se derivan”* (Rodríguez, Pozo y Gutiérrez, 2006, p.1).

2.3.3. Constructo

A diferencia de las variables físicas y matemáticas, los constructos son variables psicológicas pues no se pueden observar de manera directa. No quiere esto decir, que en psicología no se midan conductas directamente observables, cuya cuantificación se suele obtener a través de magnitudes bien establecidas: duración, frecuencia, intensidad, entre otras, sino que, incluso en estos casos, las conductas observables se interpretan como indicios o resultados de variables inobservables más complejas. Atributos como "autoestima", "habilidad lectora", "razonamiento analógico", "competencia profesional", "rendimiento académico", son variables medidas en formas de comportamiento. (Soler, 2013).

2.4 Marco Contextual

2.4.1 Contexto Local



Figura 13. Ubicación de Piedecuesta



Figura 14. División política de Piedecuesta

Para abordar esta parte histórica y regional, se toman reseñas presentadas en la página oficial de la alcaldía del municipio de Piedecuesta y de la Secretaría de Educación del mismo.

Según el libro “Piedecuesta” por Prada (1968), Piedecuesta es un municipio del departamento de Santander, Colombia. Se encuentra ubicado a 17 km de Bucaramanga, formando parte de su área metropolitana. Su extensión territorial es de 344 kilómetros cuadrados; se observa una alterada geografía que ofrece un sinnúmero de valles, mesetas, montañas y colinas, accidentes territoriales que presentan una variada climatología, pasando del radiante sol de pescadero a la neblina del páramo de Juan Rodríguez. (p. 23-24)

En Piedecuesta nacen 3 ríos: Oro, Hato y Manco y 12 quebradas, esta ciudad se encuentra dividida en barrios, urbanizaciones, conjuntos residenciales e incluso condominios residenciales en las áreas rurales semiurbanas, que en total suman 192 divisiones territoriales (DANE, 2017).

El nombre Piedecuesta es el resultado de la abreviación dada al sitio, parroquia y villa del "Pie de la Cuesta" a inicios del siglo XIX por el gobierno central de la República de Colombia a través de sus leyes, decretos y comunicaciones oficiales al estar ubicada en su casco urbano una de las factorías de tabacos más importantes del Estado (Prada, 1968).

Piedecuesta ha tratado de conservar sus rasgos característicos, a pesar de los cambios que viven como municipio metropolitano. Por esa razón, desde sus comienzos, se ha caracterizado por ser un municipio preocupado por abrir espacios para la educación.

En esta región se establecieron diversas escuelas. A través del tiempo, amplió su campo educativo y contempló el de la formación en el arte y la cultura; por eso se crearon instituciones como la Academia de Historia y la tradicional Banda de Músicos de Piedecuesta, la más antigua de Santander, con 100 años de existencia y sus tradicionales retretas dominicales, en el parque La Libertad (Prada, 1968).

Hace 12 años, el municipio fue merecedor del título de Ciudad Educadora, que le otorgó el Gobierno Nacional y contó con el apoyo de la Organización de Estados Iberoamericanos, OEI,

que acompañó este proceso, porque en él se resaltaba el sentido de pertenencia, y la aplicación de programas que buscaban el fortalecimiento cultural, entre otros. Ciudad Educadora fue un proyecto que no pudo continuar, desde el año 1998 por problemas económicos en el municipio, pero se convirtió en un fundamento más de ver a Piedecuesta como una ciudad trabajadora, interesada en el desarrollo, y la conservación de sus costumbres, que brinda apoyo a cientos de agrupaciones artísticas y educativas de danza, teatro, música, pintura y deporte (Secretaría de Educación de Piedecuesta, 2017),

Según la Secretaría de Educación de Piedecuesta (2017), Alrededor de la población se han ubicado universidades como la Pontificia Bolivariana y una parte de los laboratorios de la Universidad Industrial de Santander. También en cercanías está el Instituto Colombiano del Petróleo, dedicado a investigar sobre los diversos procesos relacionados con hidrocarburos. A estos se suma una sede de la Unidades Tecnológicas de Santander UTS. Pero, además, Piedecuesta ofrece opciones para establecimientos educativos de primaria y secundaria.

2.4.2 Contexto institucional

La información aquí presentada está tomada de la página web de la secretaria de educación de Piedecuesta y la oficial del Colegio Víctor Félix Gómez Nova, además de su PEI.



Figura 15. Sede A, Campoverde



Figura 16. Sede B, Refugio.

La institución fue construida y fundada en 1.992 bajo la administración del Licenciado Alfredo Camargo Acevedo, siendo alcalde del municipio de Piedecuesta, (q.e.p.d.), e inició labores académicas en el año de 1.993 como Concentración Víctor Félix Gómez Nova, en la básica primaria y colegio municipal Víctor Félix Gómez Nova en la sección nocturna con los grados de sexto y séptimo siendo legalizados mediante el acuerdo No. 021 del 14 de mayo de 1.993 por el Honorable Concejo Municipal de Piedecuesta asignando el nombre como reconocimiento al destacado profesor matemático de la Escuela Normal Nacional de esta ciudad: Víctor Félix Gómez Nova.

En la actualidad la institución presta el servicio educativo en los niveles de Preescolar, Básica Secundaria, Media Vocacional y Sección CLEI (nocturna y sabatino) con un total de 3028 estudiantes en dos sedes localizadas en los barrios Campo Verde y Refugio respectivamente. Además, cuenta con 94 docentes, 7 directivos docentes y 12 administrativos.

En el año 2002 según resolución No. 12507 de la Gobernación de Santander, se integra el Colegio Víctor Félix Gómez Nova con la Concentración Francisco de Paula Santander y el resultante de esta integración se denominó Colegio Víctor Félix Gómez Nova. La institución ha establecido convenios interinstitucionales en las distintas modalidades del SENA (Asistencia en Organización de Archivos, Venta de Productos y Servicios, Comercio Internacional, Contabilidad, Recreación), tiene convenios con COMFENALCO en el programa Jornada Escolar Complementaria “Talentos que brillan”, con 768 horas mensuales distribuidas en 12 modalidades y 14 docentes que cubren el programa en Primaria y Básica Secundaria.

Desde el año 1993 hasta el año 2016, la institución fue orientada bajo la dirección del Mg. Mario Sequera Albarracín (q.e.p.d.), en la actualidad el Colegio está bajo la dirección del rector, el Mg. Edgar René Ramírez Lamus. Se tienen otros convenios con la educación superior, con la

Universidad Pontificia Bolivariana para la capacitación de docentes y desarrollo de actividades en el proyecto de Cultura Ciudadana.

Además, cuenta con la educación por Ciclos lectivos Especiales Integrados – CLEI en Jornada Nocturna y Sabatina, cubriendo desde sexto a once; buscando mediante estrategias pedagógicas activas, el desarrollo de la educación en valores, la intelectualidad y las competencias que conduzcan a la formación integral del ser.

2.4.2.1 Misión

Desde el horizonte de una educación inclusiva y para todos, el colegio Víctor Félix Gómez Nova de Piedecuesta tiene como propósito fundamental la formación integral para el pleno desarrollo de la personalidad de nuestros estudiantes con base en la autonomía, solidaridad y convivencia ciudadana, brindando la oportunidad de acceder al conocimiento científico, tecnológico y cultural con sentido crítico, que le permita participar activamente en el proceso de cambio y mejoramiento de la calidad de vida de su comunidad, posibilitando a los estudiantes el acceso al campo laboral y/o la continuación de estudios superiores.

2.4.2.2 Visión

El Colegio Víctor Félix Gómez Nova de Piedecuesta proyecta ser una institución inclusiva de alta calidad educativa que asume el reto de convertirse en la primera con reconocimiento e idoneidad en la formación de personas competentes que aporten el mejoramiento de la calidad de vida de su comunidad desde el ámbito de los valores y su capacidad laboral.

2.4.2.3 Modelo Pedagógico

El modelo pedagógico que toma la Institución es –El Social Cognitivo–. De esta manera el colegio Víctor Félix Gómez Nova, pretende formar un ser autónomo, crítico y propositivo a

través del desarrollo de sus dimensiones cognitivas, estética, sociales, afectivas y espirituales, ambientales, reconociéndose como un ser individual--colectivo, que le permitan interactuar en su entorno mediante la construcción de proyectos encaminados a generar el liderazgo para la productividad social y cultural.

El maestro debe reconocer en el estudiante sus Fortalezas para profundizarlas y sus debilidades para orientar los correctivos, motivándolos a formarse en el ambiente reflexivo, sensible al dolor ajeno, crítico, investigativo, sociable y productivo, estimulando la adquisición de saberes con enseñanza de calidad, propiciando cambios de actitud por medio de su testimonio, actos, saberes y responsabilidad frente a sus compromisos personales y profesionales.

2.5 Marco Legal.

El Ministerio de Educación nacional (MEN) ha realizado varios esfuerzos para promover el mejoramiento de las prácticas de aula en áreas del conocimiento como matemáticas, lenguaje ciencias sociales y ciencias naturales, desde su compromiso como miembros del proceso de enseñanza aprendizaje, fortaleciéndolo y evaluándolo a través de programas como todos aprender 2.0, supérate con el Saber, becas de excelencia estudiantes y Generación E, todo con el ánimo impulsar la calidad educativa y estar a la par de los cambios de la educación del siglo XXI.

La Ley 115, Ley General de Educación es la carta de navegación de todo lo que tiene que ver con educación en Colombia, entre sus disposiciones preliminares en el Artículo 1°, objeto de la ley, dice *“La educación es un proceso de formación permanente, personal, cultural y social que se fundamenta en una concepción integral de la persona humana, de su dignidad, de sus derechos y de sus deberes”*. Esta Ley en sus artículos 21, 22 y 23 establece los objetivos para cada uno de los ciclos de enseñanza de las matemáticas, y sus otras áreas obligatorias (MEN, 1994).

La ley 715 de 2001 donde se dictan las normas consonantes para organizar la prestación de los servicios de educación y otros, en su artículo 5° explica las competencias de la nación relacionadas con la prestación de servicio público de la educación en sus niveles preescolar, básico y media, en el área urbana y rural, en cuyo contenido explica: [...] *“la necesidad de establecer las normas técnicas curriculares y pedagógicas para los niveles de educación preescolar, básica y media, sin perjuicio de la autonomía de las instituciones educativas y de la especificidad de tipo regional, definir, diseñar y establecer instrumentos y mecanismos para la calidad de la educación, entre otros” (Ley 715 de 2001)*

El (MEN, 1998), con el documento *Los lineamientos curriculares de matemáticas*, sustenta que “el área de conocimiento tiene como objetivo fomentar el estudio y apropiación, y que este mismo proporcionan orientaciones, horizontes, guías y recomendaciones para la elaboración de planes y programas por parte de las instituciones educativas, buscando así el respeto a la diversidad multicultural y étnica del país pero garantizando el preservar el principio de la unidad como nación” [...] (Ministerio de Educación Nacional, 1998), en sus apartes se detallan los conocimientos básicos distribuidos en sus pensamientos matemáticos, Los procesos generales presentes en la actividad matemática, y el contexto de cómo debe ser la evaluación.

Los contenidos matemáticos se constituyen en herramientas para desarrollar en otros pensamientos cómo también se describen el documento del (MEN, 2006), los estándares básicos de competencias (EBC), que describen cinco pensamientos matemáticos:

- Pensamiento numérico y los sistemas numéricos
- Pensamiento espacial y los sistemas geométricos
- Pensamiento métrico y los sistemas métricos o de medidas
- Pensamiento aleatorio o sistemas de datos

- Pensamiento variaciones y los sistemas algebraicos y analíticos.

Estos pensamientos matemáticos están inmersos en los diseños curriculares que se han propuesto para cada grado de básica primaria, secundaria y media. Cabe aclarar que los pensamientos deben ser desarrollados a partir de los procesos generales donde en documento del MEN (EBC) los nombra como las competencias matemáticas, en el documento propone las siguientes competencias que también contempla los Lineamientos curriculares publicados por el MEN (2008) son: “formular y resolver problemas, modelar procesos y fenómenos de la realidad, comunicar, razonar y formular comparar y ejercitar procedimientos y algoritmos” (p.128).

Las TIC como agente mediador para el aprendizaje, aporta en innovación y formación a los educandos, en ese sentido El Ministerio de Educación Nacional (MEN) a través de los Lineamientos curriculares (LC) ha establecido las orientaciones generales, y criterios nacionales sobre el currículo de las matemáticas, con nuevos enfoques para comprenderlas y enseñarlas. El (MEN, 2008) afirma que las nuevas tecnologías “amplían el campo de indagación sobre el cual actúan las estructuras cognitivas que se tienen, enriquecen el currículo con las nuevas pragmáticas asociadas y lo llevan a evolucionar” El uso de los computadores en la educación matemática ha hecho más accesible e importante para los estudiantes temas de la geometría, la probabilidad, la estadística y el álgebra.

El uso de las nuevas tecnologías aplicadas a la educación es un campo que requiere investigación, desarrollo y por ende la formación metodológica de los docentes, por esto el incluir estos cambios que se han venido dando en cuanto al uso de la tecnología en la educación realizan cambios en la didáctica para la enseñanza de las matemáticas (MEN, 2008. p. 18).

Nuestra sociedad actual exige educación adaptada a los cambios tecnológicos, de esta manera las políticas de innovación en Colombia a través de leyes y decretos, algunos que se nombraran a continuación:

- En la Ley de Ciencia y tecnología 1286 de 2009 promueve la calidad de la educación, “en los niveles de media, técnica y superior para estimular la participación y desarrollo de una nueva generación de investigadores, emprendedores, desarrolladores tecnológicos innovadores, como base fundamental para la consolidación de una política de Estado en ciencia, tecnología y sociedad”
- En el plan Decenal de Educación (2006-2016) “definido como pacto social de derecho a la educación, para te la finalidad de establecer una ruta y horizonte para el desarrollo educativo del país”. Este plan desafía a la educación Colombiana a través de la renovación pedagógica implementando las nuevas tecnologías de la información y la comunicación en la educación, esto mediante la reestructuración y el acoplamiento de las escuelas, el fortalecimiento de prácticas tecnológicas, la formación docente en las TIC, el fomento de la cultura digital, fomento de la investigación, fomento de la científicidad, el fortalecimiento de la cultura pública y la consolidación de una educación inclusiva e incursionada en la era tecnológica.
- Otra de las grandes bases en la educación en Colombia, son los Derechos Básicos de Aprendizaje (DBA), documento que en su segunda versión del 2016, corrige y organiza las diferentes áreas básicas en lo que debería como mínimo aprender cada estudiante (aprendizaje estructurante) con una serie de evidencias demostrables y a su vez guía al docente con ejemplos y ejercicios contextualizados de forma general, con los cuales podría desarrollar experiencias que aporten a su alcance, además, el evaluar

y preparar para las mismas pruebas aplicadas por el MEN (2008), indica que todo lo aborda desde la comprensión de la educación de calidad como “un derecho fundamental y social que debe ser garantizado para todos”, por ello mismo los plantea desde el grado Transición hasta el grado once.

El Decreto ley 2106 del 22 de noviembre del 2019 sobre “cero papel”, complementando al actual gobierno que promete ser Estado digital. Llamando a ser amigos de los bosques de nuevo, en este trabajo se busca la forma de llevar todo el material a los estudiantes, por medio de las redes sociales y/o uso de las TIC.

Capítulo III

REFERENTES METODOLÓGICOS

Para el inicio de este proceso se seleccionó el tipo de investigación necesario como punto de partida para la realización de la observación y análisis de las diferentes situaciones que rodean al aula de clase, el rol del maestro, el estudio del contexto, las dificultades de los participantes, entre otros, con el fin de intervenir las realidades encontradas, el tipo de investigación seleccionado se detalla a continuación.

3.1. Enfoque de La Investigación.

Galeano (2017), menciona que “la metodología cualitativa es la empleada para abordar una investigación dentro del campo de las ciencias sociales y humanísticas. Como tal, se enfoca en todos aquellos aspectos que no pueden ser cuantificados, es decir, sus resultados no son trasladables a las matemáticas”. Es decir la metodología basada en un procedimiento de corte interpretativo, subjetivo, y su método de razonamiento es inductivo; generalizando y llegando desde lo particular a lo universal.

La perspectiva cualitativa es holística y de naturaleza flexible, según Galeano (2017) en la que la caracteriza como metodología evolucionaria y recursiva, lo cual contribuye a que el investigador tiene libertades para encontrar conocimientos sobre el entorno con el que interactúa y un punto de inicio para encontrar las posibles soluciones factibles o las posibles transformaciones a partir de la crítica óptica (p.14)

Según Rodríguez, Gil y Garcia (1999)

“la investigación cualitativa en educación regularmente estudia la calidad de actividades, relaciones, asuntos, medios, materiales o instrumentos en determinadas situaciones o problemas pretendiendo lograr descripciones exhaustivas con grandes detalles de la realidad”.

Según Galeano (2017) Se requiere por tanto en esta investigación, que el investigador tenga experiencia directa con la población objeto de estudio, que conozcan el entorno en el que se desenvuelve el fenómeno, y que la intención sea lograr ruptura del paradigma tradicional”. Por esto es importante que el investigador logre la producir textos con base en las estrategias establecidas, y sea capaz de llevar registro de las evaluaciones e implementarse sobre la estrategia creativa, innovadora para la institución y sobre todo efectiva en soluciones que utilizará en su labor docente. (p.455-456)

3.2. Diseño de La Investigación

Esta investigación fue diseñada bajo un enfoque cualitativo, y se sustenta a través de las observaciones en el aula de clase, plasmadas en el diario pedagógico, las opiniones o comentarios realizados por los participantes de manera directa, el análisis de resultados en pruebas tanto externas como internas realizadas por los estudiantes, de la prueba diagnóstica y de la prueba final entre otras.

Entre los diseños metodológicos cualitativos se ha seleccionado para esta investigación la investigación-acción, que se utilizará para estudiar los avances y características en este caso en el campo educativo y más exactamente en las matemáticas. Elliott (2000), define la investigación acción como:

“El estudio de una situación social para tratar de mejorar la calidad de la acción en la misma, su objetivo consiste en proporcionar elementos que sirvan para facilitar el juicio práctico en situaciones concretas y la validez de las teorías e hipótesis que genera no depende tanto de pruebas “científicas” sino de su utilidad para ayudar a las personas a actuar de modo más inteligente y acertado” (p. 88).

El ciclo básico de actividades de la investigación-acción es la representada por Kemmis (1983, citado por Elliot, 2000) consiste en “Identificar una idea general, reconocimiento de la situación, efectuar una planificación general, desarrollar la primera fase de acción”,

implementarla, evaluar la acción y revisar la planeación general, a partir de este bucle de la espiral para desarrollar la segunda fase de la acción” y luego iniciar de nuevo las actividades: implementarla, evaluar el proceso, revisar el plan general, y de esta manera se repite el ciclo hasta que se desee culminar el proceso de investigación (p. 88),

El diseño seleccionado tuvo como prioridad un ciclo reflexivo del proceso que se lleva a cabo mediante la permisividad del libre flujo de información entre los estudiantes y el docente, apoyado en el uso de un lenguaje acorde a los directos participantes, buscando darle formalidad a las respuestas que se debían dar, pero entendibles para los mismos. También el generar al comienzo y al final de cada sesión trabajada, espacios para aclarar dudas, dar pautas de trabajo, recibir las observaciones de ambas partes de la investigación y haciendo reconocimiento de los avances y actitudes asumidas en las mismas ya sean positivas, negativas o neutras hacia la propuesta.

3.2.1. Método de Investigación

Williams y Goos (2013), dice que *“La tecnología es un medio para obtener otras formas de enseñar las matemáticas con otro tipo de experiencias para los estudiantes, diferentes en aquellos que implican el uso de libros, donde la dinámica gira alrededor de la teoría, los ejemplos y los ejercicios.”*

En este orden de ideas, la presente investigación usó una metodología de Tipo Descriptiva, con un enfoque cualitativo, ya que, describe de modo analítico las características que genera el uso de las TIC en el mejoramiento del aprendizaje de las funciones exponenciales y logarítmicas, a través de la aplicación de talleres matemáticos, así mismo este estudio se enfatizó en el registro de la experiencia y, sobre todo, el análisis de la misma. Se desarrolló con un estilo de una Investigación-Acción, lo que permitió construir un marco idóneo en la práctica, que

conllevará a una mejor vinculación de teoría, práctica docente, sus acciones, ideas y los estudiantes, quienes participaron en un contexto determinado (Colmenares, Piñero y Lourdes, 2008).

Los objetivos propuestos se ponen en juego al diseñar y poner en práctica la implementación de un software (GeoGebra) como herramienta didáctica para la enseñanza de las funciones exponenciales y logarítmicas; el cual se desarrolló en el proceso de la investigación, donde se tomó como base las etapas definidas por Teppa (2006, citado por Colmenares, Piñero y Lourdes, 2008).

- Introducción diagnóstica
- Elaboración del plan: planificación
- Ejecución del plan: Observación – Acción – Producción
- Producción intelectual: Reflexión
- Replanificación

3.3.Fases

3.3.1. Fase 1. Fundamentación

El primer momento de las sesiones a desarrollar con los estudiantes se enmarcó en el logro de objetivos didácticos, a través del desarrollo de competencias y el trabajo de contenidos de forma activa y constructiva que promuevan el aprendizaje significativo.

Se tuvo en cuenta los siguientes momentos:

- Partir del nivel de desarrollo y los conocimientos previos de los estudiantes
- Metodología activa y participativa, donde los protagonistas del proceso de enseñanza y aprendizaje fueron los estudiantes.

- Motivación y atención a las competencias básicas, combinando reflexión teórica y práctica.

Esta parte de la metodología propuesta está dedicada a adquirir los conceptos necesarios para la resolución de graficas e interpretación de ellas, lo que incluye la revisión de temas como relaciones y funciones, sus propiedades (dominio, rango y comportamiento), desigualdades, despeje de ecuaciones, etc.

3.3.2. Fase 2. Diagnóstico

Aquí empezó el verdadero análisis de la propuesta, pero la anterior fase es primordial tenerla en cuenta, ya que el diagnóstico académico (Anexo 3) que se estructuró fue basado en esos conocimientos previos, además de servir como filtro mediante el proceso de observación. Para el diagnóstico en realidad se subdividió en dos pruebas de entrada enfocadas; una a evaluar los conocimientos previos a las funciones exponenciales y logarítmicas, y otra, para conocer las emociones, sentimientos y perspectivas que tienen los estudiantes hacia el área de matemáticas, no solo en el año escolar a trabajar, sino también en su proyecto de vida (Anexo 6).

Los objetivos a cumplir con estos test fueron:

- Identificar los conocimientos previos que poseen los estudiantes de grado once del Colegio Víctor Félix Gómez Nova sobre la función exponencial y logarítmica.
- Caracterizar las emociones y actitudes hacia la matemática de los estudiantes de grado once del Colegio Víctor Félix Gómez Nova.

3.3.3. Fase 3. Diseño de la Propuesta

A secuencia del temario planteado en la malla curricular de la institución se toman las secciones de funciones exponenciales y logarítmicas, como centro a trabajar en este proyecto, fundamentado por los documentos del MEN ya nombrados (DBA, LC, etc.). Contrastando los resultados de los diagnósticos y los objetivos del proyecto, se buscó un diseño cómodo al lector y a su vez completo para subdividir la temática como se muestra en el siguiente mapa conceptual, además, del reconocimiento de un tema rico en material gráfico y analítico, incluyendo su gran aplicación en el campo profesional y global, puesto que son temas que miden desde un crecimiento poblacional, hasta el deterioro de partículas y movimientos astronómicos. El diseño estuvo distribuido en 7 talleres, instrumentos con un DBA como eje, una parte introductoria, se pasa después a la teoría del tema seleccionado y luego una parte práctica ya sea para GeoGebra de celular-Tablet o para pc. A excepción de los talleres 3 y 7, los demás terminan con 3 preguntas en formato pruebas saber 11 (Pruébate) de selección múltiple con única respuesta, para seguir creciendo también en este formato de evaluación. (Anexos; 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30).

Al final se diseñó un instrumento llamado pos-test (Anexo 32) a semejanza de la prueba de entrada para poder hacer un contraste final de lo evaluado, con énfasis en las funciones vistas.

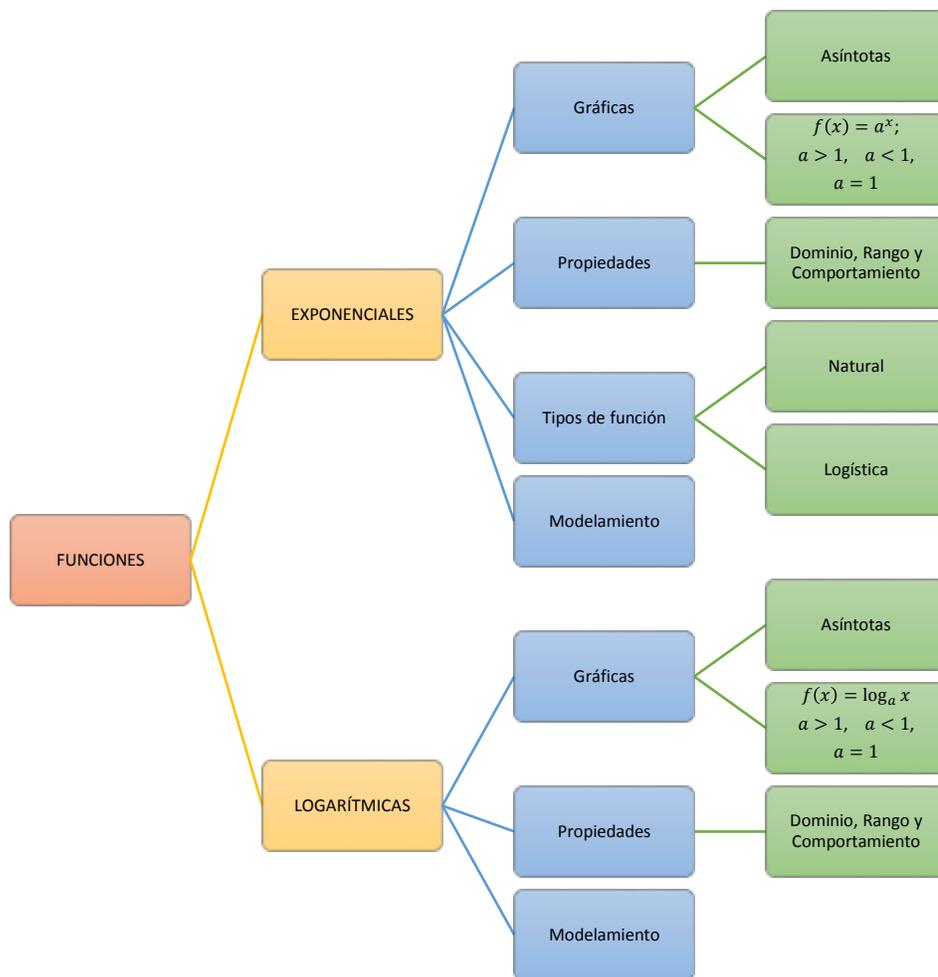


Figura 17. Mapa conceptual guía de temas
Diseño: Autor

3.3.4. Fase 4. Fase de desarrollo.

En cuanto a los métodos utilizados durante la implementación de la estrategia, buscaron que se generara un aprendizaje significativo mediado por el docente que aporte sus conocimientos del área, teniendo en cuenta la comprensión de las funciones en el desarrollo de cada taller y de parte de los estudiantes, que intercambien ideas, que sean propositivos, colaborativos, asignando actividades de diferentes características, según el tema que corresponda donde puedan dialogar, se sientan involucrados, tengan en cuenta sus necesidades de aprendizaje, que ayuden a mejorar desde allí, su convivencia en la comunidad.

Las actividades fueron interactivas a través del uso de la herramienta TIC y algunos trabajos de manualidades, además, de un trabajo final entorno al uso de las redes sociales, siempre pensando en el cambio de método de enseñanza-aprendizaje.

3.3.5. Fase de Evaluación

Se hacen cuatro secciones de la evaluación de la propuesta. La primera y tercera enfocadas a analizar los resultados del pretest y post test, para en la cuarta realizar una comparación entre ellas y analizar el impacto en su desenvolvimiento en pruebas tipo Icfes, pero aún más, si fue significativo el desarrollo de la temática en la propuesta. En la segunda sección se triangula la información y los resultados obtenidos en cada uno de los instrumentos utilizados entorno a los constructos de la investigación; aprendizaje significativo de las funciones exponenciales y logarítmicas, y el uso de GeoGebra dando soporte con algunas de las teorías citadas en el capítulo 2. También se enfatiza el análisis y la evaluación del proyecto buscando el responder la pregunta problematizadora, eje del proyecto, y al objetivo general enfocando cada uno de los objetivos específicos. Se muestra en un cuadro de Triple Entrada donde se contrastaron cada uno de los talleres con las evidencias obtenidas por las técnicas e instrumentos seleccionados, los constructos del trabajo y las categorías establecidas.

Se evaluaron las competencias matemáticas, la parte actitudinal demostrada y los procesos desarrollados en las tres etapas; diagnóstico, secuencia didáctica y post test.

Para finalizar se pidió la evaluación de su parte teniendo en cuenta las preguntas:

- ¿Cuál es su punto de vista sobre la propuesta trabajada?
- ¿Cómo le pareció el trabajo con GeoGebra?
- Describa ¿cuáles fueron sus aprendizajes a través de esta propuesta?
- ¿Qué opina sobre el uso de tecnología en el área de matemáticas?

- ¿Cómo se sintió durante el proceso de aplicación de la propuesta?

3.4.Población y muestra

El colegio Víctor Félix Gómez Nova, para el año 2020, contó con la matrícula de 2819 estudiantes entre nuevos y antiguos, divididos así:

Sede 1 mañana = 625, bachillerato de 8° a 11°.

Sede 1 tarde. = 638, primaria.

Sede 2 mañana = 688, bachillerato 6° a 8°.

Sede 2 tarde. = 669, primaria

Programa CLEI = 199, sabatino y nocturno.

Se caracterizan en su mayoría, los estudiantes, por pertenecer a la zona urbana con estratificación socio-económica entre 1 y 2, también existen algunas familias de estrato 3 y otros de sector rural. Comunidad educativa que cumple en el 2020, 27 años de su fundación y sigue prometiendo subir su nivel académico y formación en valores de la mano de entidades como el Sena y la caja de compensación Comfenalco logrando reconocimientos a nivel municipal en cuento y matemáticas, así como su proceso técnico con el Sena, que no es obligatorio.

3.4.1. Muestra

De los tres grupos de once con 123 matriculados se escogió una muestra de 40 estudiantes mezclados entre los tres onces. La selección fue intencional, utilizando los siguientes criterios:

- Estar matriculados en grado 11.
- Tener las condiciones tecnológicas para realizar algunas actividades en sus casas y en las clases.

- Ser un grupo homogéneo que permita la construcción de un aprendizaje significativo según las habilidades por mejorar en cuanto a los presaberes de cálculo necesarios.
- Tener disponibilidad de tiempo y permiso de los padres, además, de vivir cerca al colegio para trabajar en contra jornada entre semana y/o 1 a 3 jornadas sabatinas, porque es el único espacio de tiempo para usar la sala de informática.

Estudiantes entre edades de 16-19 años; la población estudiantil es muy variable porque en su mayoría los padres de familia trabajan por contrato lo que ocasiona que se trasladen hacia diferentes zonas del país dejando niños y jóvenes al cuidado de terceros. La mayoría de estudiantes tienen su núcleo familiar conformado por papá y mamá, madres cabeza de familia, pero también existe una gran cantidad, dentro de la comunidad estudiantil que están al cuidado de terceros. Económicamente, también se clasifican por depender de trabajos independientes, incluso de jóvenes que también tienen que trabajar para ayudar en el hogar especialmente donde solo hay una figura paterna con ingresos como trabajador independiente o viven con parientes de adultez mayor. A nivel académico se han venido presentando falencias en el desempeño de algunos campos de las matemáticas, entre ellos la aritmética y el álgebra, por la falta de comprensión y motivación de los conceptos.

3.5. Definición de Categorías

A continuación, se encontrarán tres tablas que distribuyen las categorías iniciales (A priori), emergentes y finales, siendo aspectos fundamentales de la investigación cualitativa, para poder tener fundamentos de evaluación, análisis y triangulación de la información y resultados obtenidos. Se definieron con base a los constructos de la investigación; Aprendizaje significativo

de las funciones exponenciales y logarítmicas, y el uso de GeoGebra, y a los resultados obtenidos en las pruebas diagnósticas.

3.5.1. Categorías A priori

Son aquellas que se focalizaron en cuanto el tema general de funciones, la intervención por el autor en el proceso de enseñanza-aprendizaje y el uso de las TIC como lo muestra la siguiente tabla donde también se obtuvo ciertas subcategorías y todas han sido codificadas para su referencia en el análisis de la información.

Tabla 2. Categorías A priori.

CATEGORIA	SUBCATEGORIA	SUBCATEGORIA1	SUBCATEGORIA2	CODIGO
Funciones [F]	Función Exponencial [F.EX]	Elementos [F.EX.E]	Comportamiento	[F.EX.E.1]
			Dominio	[F.EX.E.2]
			Rango	[F.EX.E.3]
		Gráfica y asíntotas	[F.EX.G]	
		Tipos de función	[F.EX.T]	
		Modelación exponencial	[F.EX.M]	
	Función Logarítmica [F.LG]	Elementos [F.LG.E]	Comportamiento	[F.LG.E.1]
			Dominio	[F.LG.E.2]
			Rango	[F.LG.E.3]
		Gráfica y asíntotas	[F.LG.G]	
		Tipos de función	[F.LG.T]	
		Modelación exponencial	[F.LG.M]	
	Regresiones	[FR]		
	Traslación De funciones	[F.I.R]		
Intervención [M]	Aclaración	[M.A]		
	Corrección	[M.C]		
	Retroalimentación	[M.T]		
	Reforzar	[M.R]		
Aprendizaje significativo [AS]	Producción de ideas	[AS.1]		
	Razonamiento y observación	[AS.2]		
	Conocimientos previos	[AS.3]		
	Reconocimiento de la situación en contexto	[AS.4]		
TIC [TIC]	Software	[TIC.1]		
	Correo virtual	[TIC.2]		

3.5.2. Categorías emergentes

Durante la fase de desarrollo, surgieron una serie de subcategorías que no se tuvieron en cuenta al inicio, debido en gran parte a las falencias tecnológicas y en pre saberes que tenían los

estudiantes y requirieron una intervención por parte del investigador, además de procesos que entre ellos lograron desarrollar ya sea académicos significativos o sociales colaborativos.

Tabla 3. Categorías Emergentes.

CATEGORIA	SUBCATEGORIA	SUBCATEGORIA1	SUBCATEGORIA2	CODIGO
Función [F]	Función Inversa	Despeje de ecuaciones		[FI.E]
	[FI]	Contraste gráfico		[FI.G]
	Plano cartesiano	Ejes coordenados		[F.PC.C]
	[F.PC]	Puntos especiales		[F.PC.E]
Intervención [M]	Motivar			[M.1]
	Facilitar			[M.2]
Aprendizaje significativo [AS]	Trabajo en equipo	Apoyar		[AS.T.1]
	[AS.T]	Buscar ayuda		[AS.T.2]
	Organizar			[AS.5]
TIC [TIC]	Redes sociales			[TIC.3]
	Videos			[TIC.4]
	Uso de GeoGebra			[TIC.5]
	Uso de Office			[TIC.6]
	Código escrito			[TIC.7]

3.5.3. Categorías Finales

A continuación, está la tabla que fusiona ambas categorías anteriores, siendo está el gran referente para el proceso de análisis, ya que contiene todas categorías y subcategorías a analizar.

Tabla 4. Categorías Finales

CATEGORIA	SUBCATEGORIA	SUBCATEGORIA1	SUBCATEGORIA2	CODIGO
Funciones [F]	Función Exponencial [F.EX]	Elementos	Comportamiento	[F.EX.E.1]
		[F.EX.E]	Dominio	[F.EX.E.2]
			Rango	[F.EX.E.3]
		Gráfica y asíntotas		[F.EX.G]
		Tipos de función		[F.EX.T]
		Modelación exponencial		[F.EX.M]
	Función Logarítmica [F.LG]	Elementos	Comportamiento	[F.LG.E.1]
		[F.LG.E]	Dominio	[F.LG.E.2]
			Rango	[F.LG.E.3]
		Gráfica y asíntotas		[F.LG.G]
		Tipos de función		[F.LG.T]
		Modelación Logarítmica		[F.LG.M]
	Regresiones			[FR]
	Traslación De funciones			[FI.R]
	Función Inversa	Despeje de ecuaciones		[FI.E]
[FI]	Contraste gráfico		[FI.G]	
Plano cartesiano	Ejes coordenados		[F.PC.C]	
[F.PC]	Puntos especiales		[F.PC.E]	
Aclaración			[M.A]	

Intervención [M]	Corrección		[M.C]
	Retroalimentación		[M.T]
	Reforzar		[M.R]
	Motivar		[M.1]
	Facilitar		[M.2]
Aprendizaje significativo [AS]	Producción de ideas		[AS.1]
	Razonamiento y observación		[AS.2]
	Conocimientos previos		[AS.3]
	Reconocimiento de la situación en contexto		[AS.4]
	Trabajo en equipo [AS.T]	Apoyar	[AS.T.1]
		Buscar ayuda	[AS.T.2]
	Organizar		[AS.5]
TIC [TIC]	Software		[TIC.1]
	Correo virtual		[TIC.2]
	Redes sociales		[TIC.3]
	Videos		[TIC.4]
	Uso de GeoGebra		[TIC.5]
	Uso de Office		[TIC.6]
	Código escrito		[TIC.7]

3.6. Técnicas e Instrumentos de Recolección de Información

Se utilizaron las siguientes técnicas:

- Observación directa, que tuvo como instrumentos: diario pedagógico, fotografías, vídeos.
- Entrevista cuyos instrumentos fueron; Evaluaciones (talleres, pre y post-test), cuestionarios enfocados a evaluar los presaberes y competencias matemáticas mediante 11 preguntas tipo pruebas Saber, el formulario para conocer aspectos emocionales y Validación (de instrumentos y de información); los instrumentos contaron con la revisión de Pares-Evaluadores y la información a través de una estrategia de triangulación (cruce) de información de todos estos instrumentos para su análisis.

3.6.1. La observación directa.

La observación es una acción o actividad para asimilar información, consiste en examinar atentamente los hechos y fenómenos que perciben nuestros sentidos. Para este trabajo la observación es una herramienta importante que se evidencia en los diarios pedagógicos y corresponde a hechos relacionados con el trabajo de investigación cómo reacción ante los aciertos y antes las dificultades, actitudes, ante el aprendizaje de las tareas asignadas a los participantes. Esta técnica de recolección de información permitió tomar información detallada del razonamiento de los estudiantes, así como también de algunas aptitudes y actitudes que se detallan en el diario pedagógico, como sus diferentes comportamientos, de concentración, frustración y de actitud ante las estrategias pedagógicas aplicadas.

3.6.2. Entrevista

La entrevista es una técnica muy utilizada en la investigación cualitativa para registrar datos; de una conversación que se propone conocer el fenómeno existente entre el emisor y el receptor.

La entrevista como instrumento de recolección de datos en la investigación cualitativa, se caracteriza por obtener información en relación con un tema determinado, buscar que la información recabada sea lo más precisa posible, y pretende conseguir los significados que los informantes atribuyen a los temas en cuestión a través de preguntas formuladas y de las charlas programadas con el investigador- objeto población de estudio (Martínez, 1998).

A continuación, se detallan los instrumentos:

3.6.3. Diario pedagógico.

El instrumento para la recolección de información es el diario pedagógico, cuyo contenido tendrá las descripciones correspondientes a la aplicación del pre test, los talleres, post test. La

idea es aplicar y reflexionar sobre el proceso de aprendizaje, verificar aprendizajes significativos, o con situaciones a mejorar. (Ver anexo 37).

3.6.4. Datos fotográficos.

Las fotografías se convierten en algunos casos en fuente de información para dar muestras de los avances de los estudiantes, Según (Elliot, 2000), se pueden captar aspectos visuales de una situación, y además expresa que en el contexto de la investigación acción en el aula, pueden recoger los siguientes aspectos visuales:

- Los alumnos, mientras trabajan en el aula.
- Lo que ocurre a espaldas del profesor.
- La distribución física del aula.
- La pauta de organización social del aula.

3.6.5. Grabaciones de videos.

Las grabaciones de videos corresponden al uso de elementos como videocámaras donde se observe y escuchen las diferentes intervenciones de los participantes o investigador con la finalidad de verificar situaciones que suceden durante la interacción de estos en una investigación. En el ámbito educativo, los videos pueden usarse para grabar clases, total o parcialmente. Se presenta como una herramienta muy útil que además muestra situaciones que no son de fácil observación para el investigador, Se filmaron algunas actividades para analizar algunas situaciones que el profesor no alcanza a observar, sobre todo cuando está orientando a los estudiantes. Con las grabaciones de videos se tuvo la oportunidad de mirar la práctica en el aula y de analizar algunos aspectos del grupo en general, cómo los estudiantes que esperan que otros

produzcan, cómo los que trabajan en grupo, algunas competencias de comportamiento entre otros.

3.6.6. Pre test.

En esta parte se diseñaron dos pruebas diagnósticas y aplicadas; una que consta de 11 ejercicios para verificar los saberes y pre saberes que los participantes tenían acerca de relaciones y funciones, sus propiedades (dominio, rango y comportamiento), desigualdades, planteamiento de ecuaciones lineales, análisis de gráficas y características geométricas de cuerpos en el espacio. Esto sirvió como punto de partida para el diseño de las estrategias pedagógicas pertinentes y el posible post test para comparar resultados.

La segunda prueba se enfocó en una entrevista escrita con 11 preguntas para caracterizar las emociones y actitudes hacia la matemática por parte de los estudiantes, debidamente verificada y aprobada por especialistas acordes al fondo de ella.

3.6.7. Post test.

Consistió en una prueba de conocimiento acerca del objeto de estudio donde se establecieron 11 ejercicios. La intención del post test fue verificar los diferentes avances del estudiante con miras a establecer diferencias con el pre test. De esta manera se tuvo la oportunidad de verificar si los estudiantes mejoraron en su análisis matemático en ejercicios planteados de forma pruebas saber.

3.7. Validación de los instrumentos

Esta investigación, usó diferentes instrumentos de recolección de información, con el fin de conocer los pre saberes de los jóvenes de grado once, aplicar la propuesta, realizar la triangulación y emitir el análisis final, los instrumentos que se seleccionaron fueron el diario de campo, los registros fílmicos y fotográficos, el pre test y post test; aprobados por el anterior

director de la tesis y validados por expertos en el área. Según Cisterna (2005) “es muy común que en una investigación cualitativa se utilice más de un instrumento para recoger la información” (p. 34).

El pre test matemático, el post test y los talleres fueron aprobados por la doctora Lenis Santafé Rojas, anterior tutora designada por la maestría, pero no usó un formato escrito, al tenerlos hacia una revisión visual y vía correo informaba qué estaba bien, qué se debía cambiar y daba el visto bueno de qué se podía aplicar. El pre test emocional fue validado por docentes especialistas; Ps. Mg. José Ramón González Bautista, Psicólogo Magister en Educación de la Universidad de Pamplona, y la Mg. Carmen Edilia Villamizar, Licenciada en Matemáticas y Computación y Magister en Educación Matemática, actualmente Docente de la Universidad de Pamplona. (Ver anexo 8).

3.8. Procedimiento

A nivel general se realizó lo siguiente:

1. Se le informó al señor Rector sobre este estudio pidiendo su autorización. (Ver anexo 1).
2. Se revisaron junto con el rector los espacios y fechas de posible uso de la sala de informática.
3. Se creó un filtro de selección con la tutora según los posibles espacios dados por el señor rector del colegio.
4. Se llevó la propuesta a los estudiantes de grado once y a su vez se hizo la preselección de la muestra según el filtro estipulado.
5. Se fue realizando la fase de fundamentación a los tres onces, mientras los estudiantes buscaban el consentimiento informado de los padres (Anexo 2).

6. Al terminar la fundamentación se organizó el espacio para poder aplicar a todos los onces el instrumento diagnóstico de competencias matemáticas (Anexo 3), teniendo como foco la muestra seleccionada.
7. Se aplicó solo a los 40 estudiantes seleccionados la prueba de entrada emocional (Ver Anexo 7).
8. Se revisó la información obtenida en los procesos para terminar de fundamentar y corregir los talleres para que fuesen posteriormente aprobados por la tutora.
9. Se aplicó la propuesta didáctica organizando los trabajos enviados por los estudiantes en una carpeta en el correo, para su posterior análisis y evaluación.
10. Terminados los 7 talleres, se realizó una retroalimentación de todos los procesos y resultados de los mismos, para aplicar posteriormente el post test (Ver Anexo 32).
11. Se consolidaron los resultados del post test (Anexo 35).
12. Se hizo la evaluación de toda la propuesta con los estudiantes, aunque se hizo de forma virtual, por plataforma ZOOM, ya que se llegó el tiempo de pandemia y no pudo ser presencial. (anexo a este encuentro, una estudiante que no se pudo conectar envió un video donde ella evalúa el proyecto).
13. Se realizó la triangulación de la información con el fin de corroborar y confrontar los datos de los estudiantes con el observador (Instrumentos delimitados anteriormente), basados en los constructos de la investigación, las categorías trabajadas, la pregunta problematizadora y los objetivos propuestos.

3.9. Análisis de los datos.

El análisis de datos se llevó a cabo después de consolidar las entrevistas de los estudiantes observando similitudes y diferencias, También revisando el diario pedagógico y agrupando las tareas realizadas conforme a los constructos planteados, los comentarios y observaciones anotadas adicionalmente tanto en la información del diario como en los instrumentos de la entrevista y las conclusiones de los talleres. Adicionalmente, se tuvo en cuenta el contexto en que se desarrolló cada registro realizado en el diario y a su vez, se hizo un contraste con la teoría expuesta en el capítulo 2, la pregunta problematizadora y los objetivos planteados.

Capítulo IV

Propuesta.

Una propuesta que surge de la necesidad de romper el paradigma tradicional de clases magistrales en el aula para la enseñanza-aprendizaje de la matemática, para una promoción de estudiantes que, aunque sus dificultades económicas los lleve a tener proyectos de vida no tan ambiciosos, si exponen sus puntos de vista de manera frecuente, que después de once años de estudio (algunos más por repitencia o niveles preescolares), que quieren algo nuevo, por fin entender el ¿para qué? de lo que aprenden, y sobre todo, algo que les permita usar tecnología y a la vez ser más dinámicos. Por lo tanto, esta propuesta está dividida en exámenes tipo pruebas saber ya que en el año en curso deben presentar dichas pruebas y deben capacitarse, pero también varios momentos focalizados en talleres que permiten utilizar la tecnología disponible en el colegio y en sus casas para algo diferente incluso las redes sociales, pero aun así trabajando los temas matemáticos establecidos por el MEN.

4.1.Descripción de la propuesta.

En este capítulo se encuentra referenciada toda la propuesta diseñada, partiendo de los dos pre test que se desarrollaron, uno enfocado hacia las competencias matemáticas y otro hacia la parte psicológica. Después está la secuencia didáctica diseñada a partir de los resultados obtenidos en el pretest y lo deseado para cumplir los objetivos de la investigación y también algunos gustos de los jóvenes. Para finalizar está el post test basado en una prueba semejante al pretest académico tomando el último taller como prueba de análisis al aprendizaje significativo alcanzado en el proceso.

4.1.1. Pre test

Se diseñaron como pruebas de entrada, dos construcciones propias del estudiante-Investigador; la primera aplicada a todos los estudiantes de once para conocer sus pre saberes en cuanto los temas de funciones (propiedades y tabulación), desigualdades, planteamiento de ecuaciones, análisis de gráficas, relaciones de conjuntos y razonamiento matemático, entre otros. (Ver Anexo 3). La segunda enfocada a conocer la parte emocional generada en los estudiantes hacia el área en general, su proceso durante los años ya cursados y su proyección hacia su proyecto de vida (Ver Anexo 7).

4.1.2. Secuencia didáctica

De acuerdo a cada temática del área de matemáticas grado 11, se presenta la secuencia didáctica con el diseño de los talleres en cada uno de ellos.

Tabla 5. Secuencia didáctica por unidades de aprendizaje.

UNIDAD DE APRENDIZAJE (Anexo 12):

TALLER 1: GEOGEBRA Y LA FUNCIÓN EXPONENCIAL

Competencia a desarrollar:

Interpreta y describe problemas de la vida diaria relacionados con las funciones exponenciales.

Objetivos de aprendizaje:

- Comprende la definición de la función exponencial a través de ejemplos y situaciones poblacionales.
- Demuestra conocimientos de las funciones básicas del software GeoGebra.
- Determina las diferencias y semejanzas entre una función potencia y su variante en función exponencial.

Planeación de sesiones:

2 sesiones de 55 minutos

Rol del docente en el aula - METODOLOGÍA:

Motivador. Despierta y mantiene el interés de los estudiantes por el encuentro y el material.

Facilitador. Presenta el tema y la secuencia didáctica.

Entrega y explica el material de trabajo.

Orientador Acompaña a los estudiantes en el estudio del taller aclarando dudas e inquietudes.

Participante. Se involucra en las actividades propuestas.

Descripción de la actividad del estudiante:

Organiza su espacio y material de trabajo.
 Analiza el material propuesto.
 Desarrolla las actividades propuestas.
 Interactúa con el docente y/o sus compañeros para aclarar dudas e inquietudes.
 Presenta avances y/o resultados de las actividades trabajadas

Recursos didácticos:

Computadores, conexión a internet, calculadora, celular o Tablet (individual o parejas), video Beam, amplificador de sonido, cuaderno, lápiz, lapiceros, borrador, regla, sacapunta, memoria USB y taller impreso.

Contenidos temáticos:

Funciones exponenciales: Definición y características gráficas. (puntos de corte y comportamiento)

EVIDENCIA ACTIVIDAD:	Informe de los resultados creado como un documento en Word entregado por los estudiantes. Fotos y videos.					
Tipo de Evidencia: (marca con una x)	Desempeño	x	Conocimiento		Producto	x
Descripción:	<p>Se inicia con ejemplos de estudios sobre crecimiento poblacional y crecimiento energético, para después ver un video tomado de YouTube, hacer su análisis y deducir la definición de función exponencial y así luego compararla con definición matemática.</p> <p>Más adelante, se dan las instrucciones de instalación del software GeoGebra para Android y computador.</p> <p>Se plantea una actividad de práctica, enfocada a comparar la función potencia y su variante en la función exponencial (5 Ejercicios) tomando como referencia puntos de corte y comportamiento de cada una en el plano cartesiano, con apoyo de GeoGebra.</p> <p>Al final esta una actividad llamada Pruébate, organizada con tres preguntas tipo Pruebas Saber.</p>					
Fecha de entrega:	21 de febrero de 2020					
Criterios de Evaluación (Rúbrica de evaluación):	Rubrica de evaluación 1.					
% evaluación	13 %					

UNIDAD DE APRENDIZAJE (Anexo 15):**TALLER 2: MODELOS MATEMÁTICOS****Competencia a desarrollar:**

Interpreta y describe problemas de la vida diaria relacionados con las funciones exponenciales.

Objetivos de aprendizaje:

- Comprende la definición de modelos y regresión matemática.
- Realiza procesos avanzados en el software GeoGebra para análisis de tablas de datos
- Analiza diferentes tipos de regresión para generar conclusiones contextuales.

Planeación de sesiones:

1 sesiones de 55 minutos

Rol del docente en el aula - METODOLOGÍA:

Motivador. Despierta y mantiene el interés de los estudiantes por el encuentro y el material.

Facilitador. Presenta el tema y la secuencia didáctica.

Entrega y explica el material de trabajo.

Orientador Acompaña a los estudiantes en el estudio del taller aclarando dudas e inquietudes.

Participante. Se involucra en las actividades propuestas.

Descripción de la actividad del estudiante:

Organiza su espacio y material de trabajo.

Analiza el material propuesto.

Desarrolla las actividades propuestas.

Interactúa con el docente y/o sus compañeros para aclarar dudas e inquietudes.

Presenta avances y/o resultados de las actividades trabajadas

Recursos didácticos:

Computadores, conexión a internet, calculadora, celular o Tablet (individual o parejas), video Beam, amplificador de sonido, cuaderno, lápiz, lapiceros, borrador, regla, sacapunta, taller impreso.

Contenidos temáticos:

Modelamiento matemático.

Regresión matemática.

EVIDENCIA ACTIVIDAD:	Informe de los resultados creado como un documento en Word entregado por los estudiantes.					
	Fotos y videos tomadas por el docente o los estudiantes.					
Tipo de Evidencia: (marca con una x)	Desempeño	X	Conocimiento		Producto	x
Descripción:	<p>Se inicia con las definiciones de los temas a trabajar planteadas en el documento guía, además de un ejemplo gráfico resuelto en GeoGebra.</p> <p>Luego está un ejercicio en el cual se pondrán a prueba para representar la tabla de valores en el plano cartesiano de forma manual.</p> <p>Se plantea una actividad de práctica, enfocada a representar, con apoyo de GeoGebra, 2 ejercicios basados en entornos y situaciones de Piedecuesta, expresados en tablas de valores para determinar la regresión más conveniente y analizarla para contestar unas preguntas complementarias.</p> <p>En la guía se encuentra el paso a paso a seguir en el software, aunque es un proceso de computador.</p> <p>Al final esta una actividad llamada Pruébate, organizada con tres preguntas tipo Pruebas Saber.</p>					

Fecha de entrega:	26 de febrero de 2020
Criterios de Evaluación (Rúbrica de evaluación):	Rubrica de evaluación 1.
% evaluación	13 %

UNIDAD DE APRENDIZAJE (Anexo 18):
TALLER 3: TRASLACIÓN DE LA EXPONENCIAL

Competencia a desarrollar:

Interpreta y describe problemas de la vida diaria relacionados con las funciones exponenciales.

Objetivos de aprendizaje:

- Comprende la definición asíntota y los diferentes tipos.
- Interpreta expresiones algebraicas de funciones exponenciales desde la teoría de la traslación gráfica a partir de la suma o resta de una constante real.
- Representa de forma experimental y/o corporal, situaciones de crecimiento exponencial.

Planeación de sesiones:

2 sesiones de 55 minutos

Rol del docente en el aula - METODOLOGÍA:

Motivador. Despierta y mantiene el interés de los estudiantes por el encuentro y el material.

Facilitador. Presenta el tema y la secuencia didáctica.

Entrega y explica el material de trabajo.

Orientador Acompaña a los estudiantes en el estudio del taller aclarando dudas e inquietudes.

Participante. Se involucra en las actividades propuestas.

Descripción de la actividad del estudiante:

Organiza su espacio y material de trabajo.

Analiza el material propuesto.

Desarrolla las actividades propuestas.

Interactúa con el docente y/o sus compañeros para aclarar dudas e inquietudes.

Presenta avances y/o resultados de las actividades trabajadas.

Realiza actividades experimentales o corporales que son de forma grupal.

Recursos didácticos:

Computadores, conexión a internet, calculadora, celular o Tablet (individual o parejas), video Beam, amplificador de sonido, cuaderno, lápiz, lapiceros, borrador, regla, sacapunta, taller impreso, colbón, octavo de cartulina y lana de diferentes colores.

Contenidos temáticos:

Asíntotas.

Traslación de funciones a partir de la suma y resta de constantes.

EVIDENCIA ACTIVIDAD:	Informe de los resultados creado como un documento en Word entregado por los estudiantes. Fotos y videos tomadas por el docente o los estudiantes.				
Tipo de Evidencia: (marca con una x)	Desempeño		conocimiento		Producto X
Descripción:	<p>Para iniciar el proceso, se introduce la teoría asociada al tema de asíntotas; definición, tipos y representación gráfica.</p> <p>A continuación, se da un ejemplo para practicar en calculadora y analizar una función exponencial para valores negativos.</p> <p>Después se explora la teoría relacionada a la traslación de funciones a partir de la suma y resta de constantes reales y analizadas en una actividad de práctica, donde se dan 4 ejercicios para representarlos gráficamente usando cartulina con lana.</p> <p>Al final esta una actividad llamada Pruébate, con un método diferente de demostrar lo que has aprendido, más que una prueba es un reto, basado en trabajo en grupo simular el crecimiento exponencial planteado en el video visto en el taller 1.</p>				
Fecha de entrega:	28 de febrero de 2020				
Criterios de Evaluación (Rúbrica de evaluación):	Rubrica de evaluación 2.				
% evaluación	16 %				

UNIDAD DE APRENDIZAJE (Anexo 21):

TALLER 4: MODELO DE VELOCIDAD DE MEMORIZACIÓN

Competencia a desarrollar:

Interpreta y describe problemas de la vida diaria relacionados con las funciones exponenciales.

Objetivos de aprendizaje:

- Comprende la definición de la función exponencial logística.
- Aplica experimentos enfocados en actividades de la vida cotidiana llevándolos a modelamiento matemático.

Planeación de sesiones:

1 sesión de 55 minutos

Rol del docente en el aula - METODOLOGÍA:

Motivador. Despierta y mantiene el interés de los estudiantes por el encuentro y el material.

Facilitador. Presenta el tema y la secuencia didáctica.

Entrega y explica el material de trabajo.

Orientador Acompaña a los estudiantes en el estudio del taller aclarando dudas e inquietudes.

Participante. Se involucra en las actividades propuestas.

Descripción de la actividad del estudiante:

Organiza su espacio y material de trabajo.

Analiza el material propuesto.

Desarrolla las actividades propuestas.

Interactúa con el docente y/o sus compañeros para aclarar dudas e inquietudes.

Presenta avances y/o resultados de las actividades trabajadas

Recursos didácticos:

Computadores, conexión a internet, calculadora, celular o Tablet (individual o parejas), video Beam, amplificador de sonido, cuaderno, lápiz, lapiceros, borrador, regla, sacapunta.

Contenidos temáticos:

Funciones exponenciales logísticas.

EVIDENCIA ACTIVIDAD:	Informe de los resultados creado como un documento en Word entregado por los estudiantes. Fotos y videos.				
Tipo de Evidencia: (marca con una x)	Desempeño		Conocimiento		Producto x
Descripción:	<p>Para iniciar se trabaja la introducción a la teoría de la función exponencial logística apoyada por un video de YouTube.</p> <p>Seguido, se involucra una charla sobre la capacidad de aprendizaje humano, la memoria, el cerebro y la capacidad de cada uno en cuanto memoria a corto y largo plazo.</p> <p>Para complementar ambos temas iniciados, se plantea un Experimento en parejas, laboratorio que pondrá a prueba su memoria a corto plazo, pero con el objetivo de hacer tabulaciones y analizar los datos en forma exponencial en el software GeoGebra, y buscando el hacer algunas hipótesis de una constante de memorización.</p> <p>Al final está una actividad llamada Pruébate, organizada con tres preguntas tipo Pruebas Saber.</p>				
Fecha de entrega:	4 de marzo de 2020				
Criterios de Evaluación (Rúbrica de evaluación):	Rubrica de evaluación 1.				
% evaluación	16 %				

UNIDAD DE APRENDIZAJE (Anexo 24):**TALLER 5: FUNCIÓN LOGARÍTMICA****Competencia a desarrollar:**

Reconoce las propiedades básicas que diferencian las familias de funciones exponenciales, lineales, logarítmicas, polinómicas, etc. e identifica cuáles puede utilizar para modelar situaciones específicas.

Objetivos de aprendizaje:

- Comprende la definición de Logaritmo como una operación familia de la potencia, como una función trascendental y una función inversa.
- Determina funciones inversas mediante procesos algebraicos para funciones exponenciales y logarítmicas.
- Analiza gráficamente la función logarítmica estableciendo diferencias y semejanzas con la exponencial.

Planeación de sesiones:

1 sesión de 55 minutos

Rol del docente en el aula - METODOLOGÍA:

Motivador. Despierta y mantiene el interés de los estudiantes por el encuentro y el material.

Facilitador. Presenta el tema y la secuencia didáctica.

Entrega y explica el material de trabajo.

Orientador Acompaña a los estudiantes en el estudio del taller aclarando dudas e inquietudes.

Participante. Se involucra en las actividades propuestas.

Descripción de la actividad del estudiante:

Organiza su espacio y material de trabajo.

Analiza el material propuesto.

Desarrolla las actividades propuestas.

Interactúa con el docente y/o sus compañeros para aclarar dudas e inquietudes.

Presenta avances y/o resultados de las actividades trabajadas

Recursos didácticos:

Computadores, conexión a internet, calculadora, celular o Tablet (individual o parejas), video Beam, amplificador de sonido, cuaderno, lápiz, lapiceros, borrador, regla, sacapunta, memoria USB y taller impreso.

Contenidos temáticos:

Logaritmo como familia de la potenciación.

Funciones inversas.

Funciones logarítmicas.

EVIDENCIA ACTIVIDAD:	Informe de los resultados creado como un documento en Word entregado por los estudiantes. Fotos y videos.					
Tipo de Evidencia: (marca con una x)	Desempeño		Conocimiento		Producto	x

Descripción:	<p>Se parte del reconocimiento del logaritmo como una operación familia de la potenciación y radicación.</p> <p>A continuación, se introduce el tema de funciones inversas desde un sistema de relación por Diagrama de Venn, luego la definición estricta y así poder abordar los procesos algebraicos de despeje para lograr encontrarla.</p> <p>Se da paso entonces, a la definición de función logarítmica como función inversa de la función exponencial haciendo un reconocimiento gráfico de las nuevas características a tener en cuenta y así poder determinar diferencias y semejanzas, con ayuda de GeoGebra.</p> <p>Ya para trabajo, primero se da un grupo de cuatro ejercicios a los cuales les deben determinar de forma manual la inversa y luego hacer el proceso con GeoGebra y así comparar resultados.</p> <p>Al final esta una actividad llamada Pruébate, organizada con tres preguntas tipo Pruebas Saber.</p>
Fecha de entrega:	6 de marzo de 2020
Criterios de Evaluación (Rúbrica de evaluación):	Rubrica de evaluación 1.
% evaluación	13 %

UNIDAD DE APRENDIZAJE (Anexo 27):

TALLER 6: MODELOS LOGARITMICOS

Competencia a desarrollar:

Reconoce las propiedades básicas que diferencian las familias de funciones exponenciales, lineales, logarítmicas, polinómicas, etc. e identifica cuáles puede utilizar para modelar situaciones específicas.

Objetivos de aprendizaje:

- Comprende el uso de los modelos logarítmicos.
- Analiza resultados tabulados mediante GeoGebra modelando mediante regresión logarítmica.
- Conoce las características graficas de la función logaritmo y sus cambios a partir de la Traslación.

Planeación de sesiones:

1 sesión de 55 minutos

Rol del docente en el aula - METODOLOGÍA:

Motivador. Despierta y mantiene el interés de los estudiantes por el encuentro y el material.

Facilitador. Presenta el tema y la secuencia didáctica.

Entrega y explica el material de trabajo.

Orientador Acompaña a los estudiantes en el estudio del taller aclarando dudas e inquietudes.

Participante. Se involucra en las actividades propuestas.

Descripción de la actividad del estudiante:

Organiza su espacio y material de trabajo.
 Analiza el material propuesto.
 Desarrolla las actividades propuestas.
 Interactúa con el docente y/o sus compañeros para aclarar dudas e inquietudes.
 Presenta avances y/o resultados de las actividades trabajadas

Recursos didácticos:

Computadores, conexión a internet, calculadora, celular o Tablet (individual o parejas), video Beam, amplificador de sonido, cuaderno, lápiz, lapiceros, borrador, regla, sacapunta, memoria USB y taller impreso.

Contenidos temáticos:

Modelo logarítmico.

EVIDENCIA ACTIVIDAD:	Informe de los resultados creado como un documento en Word entregado por los estudiantes. Fotos y videos.				
Tipo de Evidencia: (marca con una x)	Desempeño		Conocimiento		Producto x
Descripción:	<p>Para empezar, se define el modelo logarítmico de forma gráfica empleando el documento guía y una proyección en GeoGebra. Además, se da la expresión algebraica general y se lleva la teoría a un ejemplo práctico basado en un experimento de producción. También será necesario manejar la inversa para contestar preguntas de predicción.</p> <p>El trabajo de evidencia parte de un laboratorio de practica con GeoGebra que consta de dos tablas de valores a las cuales se les debe generar el modelo logarítmico y con base en los resultados generar unos valores de predicción.</p> <p>Al final esta una actividad llamada Pruébate, organizada con tres preguntas tipo Pruebas Saber.</p>				
Fecha de entrega:	11 de marzo de 2020				
Criterios de Evaluación (Rúbrica de evaluación):	Rubrica de evaluación 1.				
% evaluación	13 %				

UNIDAD DE APRENDIZAJE (Anexo 30):

TALLER 7: COMPETENCIA INFLUENCER

Competencia a desarrollar:

Reconoce las propiedades básicas que diferencian las familias de funciones exponenciales, lineales, logarítmicas, polinómicas, etc. e identifica cuáles puede utilizar para modelar situaciones específicas.

Objetivos de aprendizaje:

-Sustenta las aplicaciones de las familias de funciones, inmersas en proyectos fundamentados en situaciones y temas de la vida diaria.

Planeación de sesiones:

3 sesiones de 55 minutos

Rol del docente en el aula - METODOLOGÍA:

Motivador. Despierta y mantiene el interés de los estudiantes por el encuentro y el material.

Facilitador. Presenta el tema y la secuencia didáctica.

Entrega y explica el material de trabajo.

Orientador Acompaña a los estudiantes en el estudio del taller aclarando dudas e inquietudes.

Participante. Se involucra en las actividades propuestas.

Descripción de la actividad del estudiante:

Organiza su espacio y material de trabajo.

Analiza el material propuesto.

Desarrolla la actividad propuesta.

Interactúa con el docente y/o sus compañeros para aclarar dudas e inquietudes.

Presenta avances y/o resultados de las actividades trabajadas

Sustenta los conocimientos adquiridos durante el experimento y la aplicación de los diferentes talleres.
(propuesta didáctica)

Recursos didácticos:

Computadores, conexión a internet, calculadora, celular o Tablet (individual o parejas), video Beam, amplificador de sonido, cuaderno, lápiz, lapiceros, borrador, regla, sacapunta.

Contenidos temáticos:

Contexto influencer.

Aplicación de modelos matemáticos en un proyecto completo de situación cotidiana.

EVIDENCIA ACTIVIDAD:	Informe de los resultados creado como un documento en Word entregado por los estudiantes. Fotos y videos.				
Tipo de Evidencia: (marca con una x)	Desempeño		Conocimiento		Producto x
Descripción:	Se inicia con un “vistazo” por el mundo de los INFLUENCER, y la presentación del objetivo final. Se dan pautas de los talleres antes trabajos para luego explicar el trabajo final PRUEBATE, que consiste en re conocerse en una de las categorías de influencer existentes, y planteamiento del proyecto que se deberá seguir en las parejas iniciales, aplicación de la matemática aprendida para generar pronósticos y estudio de su posible influencia en las redes con las que cuentan. Para finalizar se estipulan fechas y orden de sustentación de los resultados, para dar paso a una mesa redonda donde se analice toda la propuesta y los conocimientos aprendidos.				

Fecha de entrega:	13 de marzo de 2020
Criterios de Evaluación (Rúbrica de evaluación):	Rubrica de evaluación 3.
% evaluación	16 %

4.1.3. Post test

Con la aplicación del post test (Anexo 32), se obtuvo la información de los avances de los estudiantes y una muestra de su capacidad de usar esos conocimientos en un examen tipo prueba Saber a semejanza del pre test, pero con preguntas más enfocadas a los temas vistos luego de la aplicación de los siete talleres. También se tendrá en cuenta los procesos mostrados y desarrollados durante la aplicación del taller 7, siendo ya diseñado para poner a prueba todo lo aprendido tanto matemáticamente como de uso de TIC, en un entorno o proceso más acorde a la generación en prueba.

4.2. Evaluación de la propuesta.

La propuesta fue evaluada inicialmente por el grupo de los estudiantes, muestra seleccionada, aunque no se pudo hacer de forma presencial ya que se llegó a tiempo de la Pandemia y cuarentena por COVID-19 siguiendo lo planteado por el MEN (2020) en la circular 20 que atiende la Resolución 385 del 12 de marzo de 2020 del Ministerio de Salud y protección social, Orientaciones a directivos docentes y docentes para la prestación del servicio educativo en casa durante la emergencia sanitaria por COVID -19, realizándola de forma virtual, dando la oportunidad a que nuevamente la tecnología ayudara a definir parte del proceso en el área. Los que tenían acceso a internet en las casas lograron conectarse por la plataforma Zoom, donde se realizó un breve test de competencias desarrolladas y los temas vistos, pero también evaluación de su parte hacia la propuesta, sugerencias y enunciado de Pros y contras, especialmente

enfocando la conveniencia del GeoGebra y para qué les puede servir lo que aprendieron, además, de si sería recomendable seguir usando esta didáctica ya sea en años posteriores u otros cursos y grados escolares. La secuencia didáctica, en su estructura, presenta otro mecanismo de evaluación de los talleres por parte del investigador hacia los estudiantes, pero es en cuanto a lo correspondiente a la nota del área para el colegio, que se califica de forma cuantitativa mediante rubrica de 10-50, la cual no será muy tomada en cuenta para este proceso pero es para aclarar porque aparece en el cuadro, ya que fue la nota que cumpliría para ellos el primer periodo escolar y es el cuadro que se les presentó a ellos antes de iniciar, junto con las pautas y cronograma de trabajo, obviamente si el proceso llegaba a buenos resultados finales, se tendría una mayor inclinación hacia esos productos y las competencias demostradas.

Capítulo V

ANÁLISIS Y PRESENTACIÓN DE RESULTADOS.

Este capítulo presenta los resultados de la investigación cualitativa que permitieron explorar los dos constructos planteados; el aprendizaje significativo de las funciones exponenciales y logarítmicas, observando que Freire (2003), dice que la direccionalidad de la enseñanza se encuentra aislada de las experiencias que los alumnos viven fuera de la escuela; por lo que muchos maestros no están interesados en el proceso de aprendizaje significativo de los estudiantes, y esto directamente se ve afectado en el sentido motivación del educando, siendo clave la motivación y dedicación del maestro para que los estudiantes de verdad hagan de su aprendizaje algo valiosos para sus vidas.

El segundo constructo es el uso del GeoGebra, donde se puede iniciar citando que una de las principales preocupaciones es el trabajo y la educación de forma tecnológica, así como las matemáticas se desarrollaron a partir de las necesidades de la sociedad, en educación se evidencia una demanda inmediata en el uso de las herramientas tecnológicas existentes como un medio de formación, es decir, la diversidad de Software educativo, *"permiten la simulación de la realidad, estimulándolos y consolidando su desarrollo cognitivo"* (Beccaria y Rey, 2005, p. 6).

En el proceso se evidencia la necesidad de tener en cuenta el Aprendizaje Colaborativo, puesto que, en primera instancia se planteó una estrategia para trabajar de forma individual, buscando los espacios y recursos tecnológicos para establecer directamente la relación 1 a 1 estudiante-docente y así llegar posiblemente a un aprendizaje significativo de la temática, pero en el transcurso y evolución de la misma, la muestra seleccionada convirtió el trabajo a una muestra de interacción tanto en conversatorios sobre las teorías expuestas en cada uno de los talleres, como también, en buscar la forma de involucrar a los otros compañeros que no fueron

seleccionados para que vivieran de, según sus palabras, la divertida y buena experiencia que estaban viviendo, creando grupos de interacción; Tecnología-estudiantes muestra-estudiantes externos a la muestra-docente. La gran mayoría estuvo activa en sus preguntas e inquietudes desde el pretest buscando aclarar las dudas que quedaron en “el aire”, como en cada encuentro y retroalimentación según la etapa del proceso de investigación-acción establecida y al final en el post test, para exponer ante todos sus saberes, experiencias y sugerencias hacia todo el proyecto. Como lo expresa Roselli (2011), al considerar al Aprendizaje Colaborativo como un proceso de estructuración del conocimiento a través de la interacción y trabajo en equipo, pero siempre mediados por el uso de la tecnología y así llegar a generar conocimiento científico, interesante, valioso y significativo.

Es importante también, recordar el objetivo general, conocer el impacto del uso de la herramienta GeoGebra como estrategia para el aprendizaje significativo de las funciones exponencial y logarítmica de los estudiantes del grado 11 del colegio Víctor Félix Gómez Nova y la pregunta a la que se pretende dar respuesta, ¿Cómo sucede el uso de la herramienta GeoGebra como estrategia para el aprendizaje significativo de las funciones exponencial y logarítmica en los estudiantes del grado 11 del colegio Víctor Félix Gómez Nova?.

Para el análisis de la información se sigue el enfoque cualitativo y se triangula la información de los resultados, es decir, compararla, confrontarla y validarla, esto a partir del cuadro de categorías planteado en el capítulo 3 que surgió de parametrizar la información obtenida en el diagnóstico entorno a los constructos principales. El diseño de esta investigación ha sido investigación-acción, un proceso de construcción y de acompañamiento con los estudiantes haciéndose personalizada en algunos momentos y de acompañamiento de interacción mutua, de retroalimentación de los conocimientos y de intercambio de ideas, sugerencias,

comentarios, dudas y experiencias. El ciclo básico de actividades de la investigación-acción es la representada y ya nombrada en el capítulo 2 por Kemmis (1983, citado por Elliot, 2000, p. 88).

La división del análisis se realizó por fases e instrumentos, recordando que la primera fue de fundamentación enfocada a balancear los pre conocimientos que se evaluarían en el diagnóstico de competencias matemáticas, tiempo también utilizado para realizar un primer filtro de los estudiantes de once con el objetivo de seleccionar la muestra que pudiese trabajar en contra jornada o en horario sabatino por la mañana y tuviera el acceso a las herramientas tecnológicas de manera personal. Al final se muestra el comparativo de dichos resultados. En el análisis de pretest y post test se muestran también algunos balances estadísticos con resultados importantes que apoya el campo cualitativo.

5.1. Resultados y Análisis Pre Test y Emocional

Una vez inicia la fase dos basada en proceso de diagnóstico, se parte con la caracterización del cuestionario pre test académico el cual reúne los pre saberes para diagnosticar las competencias y habilidades matemáticas en cuanto a temas como; relación de funciones elementales, análisis de gráficas, propiedades de funciones (dominio, rango y comportamiento), razonamiento matemático, desigualdades y modelamiento matemático con funciones polinómicas y reglas geométricas de sólidos posteriormente aprobado por la tutora del momento.

Las preguntas fueron clasificadas de la siguiente forma:

Tabla 6. Clasificación de preguntas pretest

Pregunta 1. Razonamiento matemático
Pregunta 2 Modelo lineal
Pregunta 3. Relación de conjuntos
Pregunta 4. Razonamiento Matemático y geométrico
Pregunta 5. Desigualdades
Pregunta 6. Desigualdades
Pregunta 7 Análisis gráfico

Pregunta 8. Razonamiento gráfico
 Pregunta 9. Análisis gráfico
 Pregunta 10. Análisis gráfico
 Pregunta 11. Propiedades de funciones-gráficos

El instrumento de entrada académico o temático tuvo los siguientes resultados.

Tabla 7. Tabulación de pretest



En cada una de las preguntas diseñadas para que los estudiantes desarrollaran, se obtuvo muy bajos resultados positivos en general, teniendo un promedio de 4 respuestas correctas. Se presentaron casos de 7 correctas valor máximo encontrado, pero también está el caso del estudiante 3, que no acertó ninguna y otros con solo dos aciertos (Anexo 4). Los estudiantes que no superaron la prueba, dan cabida a conjeturas sobre causas aún imposibles de detectar para ese tiempo, si es por pequeños detalles que aún no manejaban la mecánica de los procesos o si es por complejos más profundos incluso fuera de la parte cognitiva, trasladándose desde mitos emocionales hacia el área ya sea por docentes en sus años anteriores o por sus propios familiares, también podría ser por simple desánimo hacia el estudio, en fin, muchas justificaciones que

pueden ser determinados o no con un test más psicológico. Posiblemente luchan con las didácticas tradicionales en las matemáticas abriendo el espacio para que éstos puedan recibir intervenciones tempranas destinadas a ayudar a desarrollar habilidades matemáticas con metodologías diferentes y, en última instancia, prevenir el fracaso posterior. Desde la perspectiva de la psicobiológica Pinel (2005) dice que *“el aprendizaje consiste en la inducción de cambios neuronales relacionados con la conducta como consecuencia de la experiencia. La memoria mantiene el aprendizaje y la expresión del cambio conductual”* (p. 479). Dejando también, como opción, de pronto, en dudar de la eficacia del manejo de la primera fase que fue la fundamentación de forma tradicional.

En cuanto al análisis de gráficas, los estudiantes participantes denotan una fuerte disparidad de respuestas, puesto que más de la mitad de los mismos, contestaron erróneamente a los planteamientos. La competencia en la interpretación de gráficos se puede ver afectada por muchos factores, incluidos los aspectos de las características del gráfico, el contenido del gráfico y el conocimiento previo de los espectadores. Por ejemplo, la teoría y las expectativas previas que tienen los estudiantes pueden conducir a sesgos e interpretaciones erróneas de los gráficos.

Una controversia básica que permanece sin respuesta, por ejemplo, es ¿qué se debe enseñar primero para que los estudiantes sepan leer y escribir; graficar o cómo interpretar una gráfica? Si se da el caso de que la capacidad de interpretar un gráfico se desarrolle antes que la capacidad de crear, entonces es importante comprender qué implica la interpretación del gráfico. Esta competencia de análisis interpretativo de gráficos, es pertinente puesto que, con el creciente énfasis en el desarrollo de habilidades de investigación científica, la visualización e interpretación de datos son cada vez más importantes. La competencia en la interpretación de gráficos es, de

hecho, esencial para comprender el mundo de hoy y estar científicamente alfabetizado. Sin embargo, la interpretación gráfica es una actividad compleja y desafiante.

Como docente de matemáticas el análisis es:

- En términos de inequaciones los estudiantes poseen dificultades concentradas en examinar el paso del lenguaje ordinario al lenguaje matemático.
- Se carece de análisis en el uso de diferentes sistemas de representación, así mismo carecen en su mayoría de habilidades operativas para resolver despejes lineales o la relación de orden en los números reales.
- De igual manera poseen dificultades para asimilar diferentes usos de letras en cálculo con las funciones lineales, sumado a ello carecen de las competencias para la interpretación y solución de problemas.
- Presentan dificultades para conectar los lenguajes visual-geométricos y algebraicos.

Con estos resultados se da la oportunidad de aplicar una estrategia diferente, no solo para trabajar una nueva teoría sino también, para evaluarla y buscar que tipo de impacto genera en el nivel académico de los estudiantes; mejora, empeora o sigue igual, tomando que Portilla (2014), después de aplicada su propuesta, Uso de GeoGebra como recurso didáctico para la enseñanza de funciones gráficas, pudo evidenciar que la propuesta ayudó en el aumento del rendimiento en las explicaciones por parte de los docentes en cuanto a los temas propuestos abriéndole las puertas a la aplicación del software GeoGebra con más frecuencia.

Ahora, al analizar la prueba de entrada 2, el instrumento de énfasis emocional en las hojas de respuestas (Anexo 8), se identifican congruencias en cada una de las preguntas advirtiendo que

existe sincronía y coherencia general, lo que permitió los siguientes análisis representativos a cada inquietud:

1. *¿Cuáles considera son las habilidades que un estudiante debe tener para iniciar un curso de matemática de once grado?*

“Los estudiantes deben iniciar un curso con las habilidades básicas de primaria; sumar, restar, multiplicar y dividir”. (Algunos anexan ser práctico y analítico).

2. *¿Con qué expectativas un estudiante inicia un curso de matemática de once grado?*

Se inicia un nuevo curso con nervios, pero con la expectativa de aprender algo nuevo, desarrollar más habilidades de cálculos mentales y a su vez temas o cosas que servirán para, primero, obtener un buen puntaje en las pruebas ICFES y después, una vida futura de universidad, viendo que todo está relacionado a los números.

3. *¿Qué consideraciones tiene sobre la matemática como área de formación para la vida?*

Las matemáticas sirven para la vida desde lo más básico en el día a día, ejemplos; cocinar o hacer mandados en la tienda “para que no nos roben en los vueltos”, hasta la vida universitaria ya que todo depende de los números. Además, da orden, concentración y agilidad mental. Un joven opinó: “no creo que nos valla a ayudar a ser mejores personas o valla a afectar negativa o positivamente nuestro ser”.

4. *¿Qué es lo más importante que deberían aprender los estudiantes de la matemática?*

Aunque van en grado once la gran mayoría opina que lo que deben aprender de la matemática es principalmente las operaciones básicas, ya que algunos llegaron a este grado sin saberlo. Otros anexan que lo que sea siempre y cuando sirva para la vida.

5. *¿Cuáles han sido tus reacciones frente al logro de metas académicas en el área de matemáticas?*

Cuando obtienen buenos resultados en el área de matemáticas sus emociones de alegría afloran; felicidad, satisfacción, sorpresa, motivación a seguir aprendiendo. Cuando son malas sale la nostalgia, el desánimo y el estrés, puesto que sienten que perdieron el tiempo de estudio, pero también, algunos se motivan a salir adelante.

6. *¿Cuál es la emoción que más experimentas desde tu relación con el aprendizaje de la matemática?*

Las emociones que más han sentido varían entre la felicidad y la ansiedad, la satisfacción y la frustración. Están muy hacia ambos lados ya que algunos expresan que les gustan los números y otros que sienten que son mejores en otras materias. Una expresión para tener en cuenta “melancolía, no sé pero no sirvo para esto, cuando entiendo algo, se me olvida <<tengo mente de pollo>>”, mostrando una necesidad de apoyo emocional y de logros en la asignatura especialmente.

7. *Cuando tu profesor envía tareas, ejercicios, evaluaciones, ¿Qué sentimientos experimentas al realizarlas?*

Las tareas para la casa son en alto porcentaje mal recibidas por los estudiantes, pues les provoca pereza, aburrimiento, rabia por no saber si les quedan bien, a otros les parece normal simplemente las hacen, aunque si son de temas que entendieron son las primeras que hacen. En gran definitiva y palabras de un estudiante “No deberían dejar tareas para la casa” y también “se siente mejor cuando trabajamos en el colegio porque en la casa nos da pereza o frustración cuando no tenemos la ayuda de nuestros papás”.

8. *¿Proyectas a futuro que la matemática será un área indispensable en la profesión que elegirás?*

La proyección que tienen de la matemática para sus proyectos de vida es muy personal y variada porque tienen enfocadas carreras de todo tipo; ingenierías, medicina, contabilidad, derecho, psicología, idiomas, aunque algunos fueron contundentes con su respuesta “No”.

9. *¿Qué conocimientos tiene sobre las funciones exponenciales y logarítmicas?*

En cuanto los pre conocimientos que tienen de las funciones exponenciales y logarítmicas, concuerdan que no saben nada, de pronto que son de exponentes, pero no más.

10. *¿Cómo te gustaría que te enseñaran a analizar las funciones logarítmicas y exponenciales?*

Para aprender un nuevo tema, sienten que ojalá sea más práctico que teórico y a su vez que su enseñanza sea más didáctica y trabajos de grupo ya que pueden compartir conocimientos mutuamente, también podría ser por juegos.

11. *¿Cómo crees que las herramientas tecnológicas ayudan en el aprendizaje de las matemáticas?*

Para finalizar, los sentimientos hacia el uso de herramientas tecnológicas en el aprendizaje de las matemáticas están dividido en igual proporcionalidad, porque mientras algunos piensan que podría ser útil con videos e internet para entender un tema, hacer dinámica y didáctica las clases y sobre todo ayuda para problemas largos, otros piensan que no sirve porque vuelve perezosa la mente, si es el área donde deberían pensar, usar la lógica y no malacostumbrarse, incluso provocaría el estar distraídos.

Grandes sentimientos y muy valiosos que piden a gritos, como eco de sus palabras expresadas entre sus conversaciones después de aplicado el test, sobre la necesidad de un cambio de metodología y estrategia de trabajo que no tenga que ver con un modelo tradicional (“clases como siempre”), que puedan utilizar lo que saben y poder mejorar tanto procedimentalmente

como en su razonamiento matemático, y al final sentir que esos temas en la encuesta servirán para algo en su vida y que la tecnología puede servir en el área, y no solo la calculadora.

5.2. Resultados y Análisis Talleres

Al determinar algunas falencias de los estudiantes y de sus competencias, se pudo empezar a desarrollar una propuesta acorde al tema que seguía en el contenido temático, a las facilidades del uso del software y lo que “saben” o son sus fortalezas, “el factor más importante que influye en el aprendizaje es lo que el alumno ya sabe. Averíguese esto y enséñese consecuentemente” (Ausubel, Novak, y Hanesian, 1983).

Los 7 talleres se dividieron en una actividad de introducción, según el tema a trabajar, luego una parte práctica en procesos manuales y de contrastación con GeoGebra, y una tercera parte llamada Pruébate, donde, según la temática trabajada, a excepción de los talleres 3° y 7°, tenían que contestar tres preguntas tipo Pruebas Saber, esta segunda parte para los dos talleres mencionados se basaron en experimentos de aplicación y contextualización de la temática aprendida hasta cada etapa.

Para las siguientes secciones de análisis se etiquetarán las categorías y subcategorías entre corchetes como se establecieron en la tabla 4 Categorías finales, en el capítulo 3.

Tabla 8. Cuadro de Triple Entrada para la recolección de datos

Talleres	Constructos		Aprendizaje significativo de las funciones exponenciales y logarítmicas	Uso de GeoGebra
	• Fuentes			
Taller 1 GEOGEBRA Y LA FUNCIÓN EXPONENCIAL	Observación Directa		Fue un proceso en el comienzo complicado porque a pesar de ser una generación llamada a sobresalir en el uso de la tecnología (Generación I), los estudiantes de esta muestra se caracterizaron, de forma inicial por no manejar lenguajes de trabajo y conocimiento de todas las teclas en cualquier dispositivo tecnológico (celular,	Se convirtió en ese momento de generar a su vez, la primera incitativa de trabajo colaborativo para ayudar a conocer el software en un dispositivo móvil. Ver anexo 13, en el cual se presentan fotos de la distribución de los estudiantes fuera de lo tradicional en un espacio con

		Tablet o pc) y su uso a nivel académico.	uso de herramientas TIC propias de ellos, pero todos explorando el software.																														
	Resultados taller	<p>Los resultados de la parte pruébate son:</p> <table border="1"> <tr> <td>PREGUNTA</td> <td>2 (Propiedades de funciones)[F.EX.E]</td> </tr> <tr> <td>Correcto</td> <td>8</td> </tr> <tr> <td>incorrecto</td> <td>31</td> </tr> <tr> <td>no contestó</td> <td>1</td> </tr> <tr> <td>TOTAL</td> <td>40</td> </tr> <tr> <td>PREGUNTA</td> <td>3 (tipos de función)[F.EX.T]</td> </tr> <tr> <td>Correcto</td> <td>14</td> </tr> <tr> <td>incorrecto</td> <td>25</td> </tr> <tr> <td>no contestó</td> <td>1</td> </tr> <tr> <td>TOTAL</td> <td>40</td> </tr> <tr> <td>PREGUNTA</td> <td>4 (Propiedades de funciones)[F.EX.E]</td> </tr> <tr> <td>Correcto</td> <td>11</td> </tr> <tr> <td>incorrecto</td> <td>28</td> </tr> <tr> <td>no contestó</td> <td>1</td> </tr> <tr> <td>TOTAL</td> <td>40</td> </tr> </table> <p>Aún no encuentran el punto de motivación por el trabajo y comprensión de la información.</p>	PREGUNTA	2 (Propiedades de funciones)[F.EX.E]	Correcto	8	incorrecto	31	no contestó	1	TOTAL	40	PREGUNTA	3 (tipos de función)[F.EX.T]	Correcto	14	incorrecto	25	no contestó	1	TOTAL	40	PREGUNTA	4 (Propiedades de funciones)[F.EX.E]	Correcto	11	incorrecto	28	no contestó	1	TOTAL	40	<p>Como se muestran en las evidencias (anexo 14), los resultados:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Primero, muy pocos hicieron esa primera actividad de análisis del video de introducción proyectado en el comienzo del encuentro. • Aunque sí graficaron las funciones, no todos hicieron el análisis comparativo e incluso el contraste entre funciones por los puntos críticos que se obtenían en el software o propiedades de las mismas [F.EXP.E], explicadas en la fundamentación y adaptados en la teoría de apertura del encuentro.
PREGUNTA	2 (Propiedades de funciones)[F.EX.E]																																
Correcto	8																																
incorrecto	31																																
no contestó	1																																
TOTAL	40																																
PREGUNTA	3 (tipos de función)[F.EX.T]																																
Correcto	14																																
incorrecto	25																																
no contestó	1																																
TOTAL	40																																
PREGUNTA	4 (Propiedades de funciones)[F.EX.E]																																
Correcto	11																																
incorrecto	28																																
no contestó	1																																
TOTAL	40																																
	Teoría	Aún se debía buscar el cumplir lo que Ausubel, Novak, y Hanesian, (1983) dicen sobre el [AP], que los estudiantes, al aprender algo de manera significativa, relacionan lo que están aprendiendo en el momento con los esquemas mentales ya adquiridos (experiencias, memorias, datos, información) y crean un vínculo entre ambas para posteriormente recordarlas. Pero se da un buen inicio, ¡El primer paso siempre es ganancia!																															
Taller 2 MODELOS MATEMÁTICOS	Observación Directa	La intervención por parte del docente [M] fue enfocada hacia la aclaración [M.A], corrección [M.C], reforzar [M.T] y retroalimentación [M.T], sin embargo fue necesario motivar a los jóvenes para que cumplieran lo mejor que pudieran y llegando al acuerdo, como facilitador, de no tener que enviar trabajos en la fecha estipulada por la secuencia didáctica, dando la opción de organizar un solo documento con los resultados de todos los talleres, y al final tener el tiempo de hacer	<p>En las evidencias (anexo 16) se observa que llegaron los jóvenes que faltaron en la primera clase, fue clave, de nuevo, el trabajo colaborativo, pero el uso del software en el pc, debió ser apoyado por un video diseñado por el tutor sobre el paso a paso además del ya planteado en la guía.</p> <p>El trabajo fue más comprometido y</p>																														

		ajustes, pero mostrando la necesidad de que debían trabajar en casa para avanzar y ajustar los procesos.	enriquecedor en cuanto lo práctico.																																				
	Resultados taller	<p>Los resultados de las pruebas saber son:</p> <table border="1"> <tr> <td></td> <td>2 (Modelación exponencial)[F.EX.M]</td> </tr> <tr> <td>PREGUNTA</td> <td></td> </tr> <tr> <td>correcto</td> <td>20</td> </tr> <tr> <td>incorrecto</td> <td>18</td> </tr> <tr> <td>no contestó</td> <td>2</td> </tr> <tr> <td>TOTAL</td> <td>40</td> </tr> <tr> <td></td> <td>3 (Análisis gráfico-numérico)[F.EX]</td> </tr> <tr> <td>PREGUNTA</td> <td></td> </tr> <tr> <td>correcto</td> <td>30</td> </tr> <tr> <td>incorrecto</td> <td>8</td> </tr> <tr> <td>no contestó</td> <td>2</td> </tr> <tr> <td>TOTAL</td> <td>40</td> </tr> <tr> <td></td> <td>4 (Análisis gráfico-elementos de una función) [F.EX.G][F.EX.E]</td> </tr> <tr> <td>PREGUNTA</td> <td></td> </tr> <tr> <td>correcto</td> <td>8</td> </tr> <tr> <td>Incorrecto</td> <td>30</td> </tr> <tr> <td>no contestó</td> <td>2</td> </tr> <tr> <td>TOTAL</td> <td>40</td> </tr> </table> <p>En Pruébate, ya fueron dos los que no anexaron las tablas de respuestas teniendo en cuenta que se respondieron al final del encuentro, pero si hubo mejores resultados en los demás.</p>		2 (Modelación exponencial)[F.EX.M]	PREGUNTA		correcto	20	incorrecto	18	no contestó	2	TOTAL	40		3 (Análisis gráfico-numérico)[F.EX]	PREGUNTA		correcto	30	incorrecto	8	no contestó	2	TOTAL	40		4 (Análisis gráfico-elementos de una función) [F.EX.G][F.EX.E]	PREGUNTA		correcto	8	Incorrecto	30	no contestó	2	TOTAL	40	<p>Las tres etapas de este taller dejaron como análisis que (anexo 17):</p> <ul style="list-style-type: none"> Nuevamente se les olvidó anexar evidencias de la primera actividad de introducción expuesta en la guía, dejando entrevisto qué aún no tenían la motivación suficiente para trabajar y solo estaban pendientes del trabajo con el software y no la parte manual. En la parte práctica ya fueron más organizados incluso anexando fotos de su trabajo en el pc, con algunos detalles que faltaron, pero si es evidente su progreso. Después de la intervención del tutor, el trabajo fue más fluido ayudando a que estuviesen más concentrados en la jornada y pues ya es la segunda sesión donde aclararon dudas que antes tenían.
	2 (Modelación exponencial)[F.EX.M]																																						
PREGUNTA																																							
correcto	20																																						
incorrecto	18																																						
no contestó	2																																						
TOTAL	40																																						
	3 (Análisis gráfico-numérico)[F.EX]																																						
PREGUNTA																																							
correcto	30																																						
incorrecto	8																																						
no contestó	2																																						
TOTAL	40																																						
	4 (Análisis gráfico-elementos de una función) [F.EX.G][F.EX.E]																																						
PREGUNTA																																							
correcto	8																																						
Incorrecto	30																																						
no contestó	2																																						
TOTAL	40																																						
	Teoría	Dando explicación al proceso vivido, enriquecedor y participativo, todos involucrados en el trabajo y la importancia del tema de Modelación y Simulación con GeoGebra, “abordar el estudio de la modelación matemática como alternativa para construir conceptos de manera significativa y aplicarlos en la interpretación de fenómenos físicos y en la solución de problemas reales.” Flórez e Yemail (2017). Dando pie a que se empiece a formar un aprendizaje valioso junto con el manejo del software.																																					
Taller 3 TRASLACIÓN DE LA EXPONENCIAL	Observación Directa	<p>Como la regla principal estipulada para hacerles llegar el material de trabajo es “cero papel”, y como se comparte al final de cada sesión el archivo de la siguiente, a petición de los mismos estudiantes, se trabajó en la jornada de la mañana en cada salón, teniendo como fundamento el agrado hacia la dinámica de la práctica propuesta y por su deseo de involucrar un poco a los demás.</p> <p>Algunos participaron en pc y otros desde el celular, cabe mencionar también que las condiciones de trabajo exigieron que algunos estudiantes debieran pedir prestado los celulares a compañeros de otro salón, aun así, la actividad dejó una gran motivación</p>																																					

		evidenciada en la observación del momento, además de las fotos y videos que se tomaron (anexo 19). Se lograron tomar trabajo para los dos constructos encadenados.																								
	Resultados taller	Para la parte Pruébate se pidió un video que simule el video de introducción del proyecto, montando las evidencias al grupo de Facebook académico del área, mostrando recursividad, con materiales como monedas, huevos, muñecos, dominós, condones, libros, etc. y haciendo una buena explicación anexada en los talleres como conclusiones. Ver anexo 20	los informes entregados, donde montaron evidencias fotográficas de la primera actividad introductoria y de la sesión de práctica, tanto elaborada a mano como en el software. Ver anexo 20																							
	Teoría	En la didáctica para el aprendizaje significativo también se ve influida por actividades lúdicas o juegos, el juego como estrategia lúdica para el aprendizaje, “constituye a la vez una válvula de seguridad vital y una verdadera institución educativa espontánea” según lo expuesto en 1980 por la UNESCO, permitiendo que entre ellos mismos tomen la iniciativa de aprender y sacar el trabajo adelante.																								
Taller 4 MODELO DE LA VELOCIDAD DE MEMORIZACIÓN	Observación Directa	Actividad muy participativa, tanto, que personas que nunca se notaban en clase se preocuparon por cumplir e indagar sobre los procesos necesarios, además, provocando risas y hasta competencia entre ellos, personas muy sobresalientes que terminaban super rápido, y otros con paciencia, pero nunca perdieron el ánimo y el interés (Anexo 22).	Trabajo a doble jornada con el que aprovecharon el espacio de la sala para trabajar todos en sus resultados de la prueba, pero con el contratiempo de tener que entregarla antes de lo establecido, algunos tuvieron que llevar su trabajo para la casa, y otros lo enviaron como quedara, por no querer hacer tarea e irse al descanso correspondiente.																							
	Resultados taller	El resultado de la parte Pruébate: <table border="1" data-bbox="711 1520 1036 1892"> <tr> <td></td> <td>2 (Modelación exponencial) [F.EX.M]</td> </tr> <tr> <td>PREGUNTA</td> <td></td> </tr> <tr> <td>Correcto</td> <td>26</td> </tr> <tr> <td>Incorrecto</td> <td>12</td> </tr> <tr> <td>no contestó</td> <td>2</td> </tr> <tr> <td>TOTAL</td> <td>40</td> </tr> <tr> <td></td> <td>3 (Análisis de gráficos) [F.EX.G]</td> </tr> <tr> <td>PREGUNTA</td> <td></td> </tr> <tr> <td>Correcto</td> <td>25</td> </tr> <tr> <td>Incorrecto</td> <td>13</td> </tr> <tr> <td>no contestó</td> <td>2</td> </tr> <tr> <td>TOTAL</td> <td>40</td> </tr> </table>		2 (Modelación exponencial) [F.EX.M]	PREGUNTA		Correcto	26	Incorrecto	12	no contestó	2	TOTAL	40		3 (Análisis de gráficos) [F.EX.G]	PREGUNTA		Correcto	25	Incorrecto	13	no contestó	2	TOTAL	40
	2 (Modelación exponencial) [F.EX.M]																									
PREGUNTA																										
Correcto	26																									
Incorrecto	12																									
no contestó	2																									
TOTAL	40																									
	3 (Análisis de gráficos) [F.EX.G]																									
PREGUNTA																										
Correcto	25																									
Incorrecto	13																									
no contestó	2																									
TOTAL	40																									

		<table border="1" data-bbox="711 205 1040 407"> <tr> <td></td> <td>4 (Razonamiento matemático) [F.EX.M]</td> </tr> <tr> <td>PREGUNTA</td> <td></td> </tr> <tr> <td>Correcto</td> <td>25</td> </tr> <tr> <td>Incorrecto</td> <td>13</td> </tr> <tr> <td>no contestó</td> <td>2</td> </tr> <tr> <td>TOTAL</td> <td>40</td> </tr> </table> <p data-bbox="678 436 1062 590">Los resultados siguen progresando, la motivación genera buena comprensión de los resultados, pero no el compromiso por la parte formal (informe)</p>		4 (Razonamiento matemático) [F.EX.M]	PREGUNTA		Correcto	25	Incorrecto	13	no contestó	2	TOTAL	40		
	4 (Razonamiento matemático) [F.EX.M]															
PREGUNTA																
Correcto	25															
Incorrecto	13															
no contestó	2															
TOTAL	40															
	Teoría	<p data-bbox="678 625 1377 835">Llegando a la parte de modelación exponencial a través de GeoGebra se presenta una situación de aplicación, las situaciones problemáticas como un contexto para acercarse al conocimiento matemático en la escuela (Pinzón, 2014.) Importante el poder llegar a aplicar lo aprendido permitiendo el conocer la temática en un contexto cotidiano para hacerlo significativo.</p>														
<p data-bbox="233 1325 423 1444">Taller 5 FUNCIÓN LOGARÍTMICA</p>	Observación Directa	<p data-bbox="678 869 1068 1234">El nombrar algebra despertó, en algunos jóvenes, expresiones de fastidio debido a traumas académicos desde grado octavo, bajando la energía positiva que se tenía y cayendo en un trabajo, de pronto serio y de concentración en una foto (anexo 25), pero intrigante en el momento del acompañamiento que se vivió la actitud con al que trabajaron, además del cansancio de la jornada.</p>	<p data-bbox="1101 869 1409 1205">En la siguiente jornada, para concluir con este trabajo se inició con su fundamentación en el software, donde al notar que con GeoGebra podían comprobar sus respuestas, les dio un poco más de seguridad ya que podían por lo menos saber a qué resultados debían llegar.</p>													
	Resultados taller	<p data-bbox="678 1268 1068 1604">Fue necesario al iniciar nuevo tema, funciones logarítmicas [F.LG] y sus propiedades [F.LG.1-3], gráficos y su existencia como función inversa, el recordar cuales son las relaciones inversas entre las operaciones aritméticas y su aplicación en los despejes [FI], porque son procesos que no lograron memorizar de su proceso escolar y algunos comprender en su aplicación.</p> <table border="1" data-bbox="704 1625 1045 1885"> <tr> <td></td> <td>2 (Análisis gráfico-modelación) [FLE][FIG]</td> </tr> <tr> <td>PREGUNTA</td> <td></td> </tr> <tr> <td>Correcto</td> <td>28</td> </tr> <tr> <td>Incorrecto</td> <td>12</td> </tr> <tr> <td>no contestó</td> <td>0</td> </tr> <tr> <td>TOTAL</td> <td>40</td> </tr> <tr> <td>PREGUNTA</td> <td>3 (Razonamiento algebraico)[FI]</td> </tr> </table>		2 (Análisis gráfico-modelación) [FLE][FIG]	PREGUNTA		Correcto	28	Incorrecto	12	no contestó	0	TOTAL	40	PREGUNTA	3 (Razonamiento algebraico)[FI]
	2 (Análisis gráfico-modelación) [FLE][FIG]															
PREGUNTA																
Correcto	28															
Incorrecto	12															
no contestó	0															
TOTAL	40															
PREGUNTA	3 (Razonamiento algebraico)[FI]															

		<table border="1"> <tbody> <tr><td>Correcto</td><td>25</td></tr> <tr><td>Incorrecto</td><td>15</td></tr> <tr><td>no contestó</td><td>0</td></tr> <tr><td>TOTAL</td><td>40</td></tr> <tr><td>PREGUNTA</td><td>4 (Relaciones y funciones)[F.PC][F.LG.E]</td></tr> <tr><td>Correcto</td><td>23</td></tr> <tr><td>Incorrecto</td><td>17</td></tr> <tr><td>no contestó</td><td>0</td></tr> <tr><td>TOTAL</td><td>40</td></tr> </tbody> </table> <p>Resultados que, aunque progresan muestran un buen número de errores por comparar, revisar y retroalimentar</p>	Correcto	25	Incorrecto	15	no contestó	0	TOTAL	40	PREGUNTA	4 (Relaciones y funciones)[F.PC][F.LG.E]	Correcto	23	Incorrecto	17	no contestó	0	TOTAL	40	
Correcto	25																				
Incorrecto	15																				
no contestó	0																				
TOTAL	40																				
PREGUNTA	4 (Relaciones y funciones)[F.PC][F.LG.E]																				
Correcto	23																				
Incorrecto	17																				
no contestó	0																				
TOTAL	40																				
	Teoría	<p>Todo proceso nuevo es un reto, al igual que la funciones logarítmicas vistas desde la definición de inversa y aún más con proceso algebraico manual, pero como dice nuestro Ministerio de Educación Nacional, desde la Ley 60 de 1993, y a través del Plan Decenal Nacional de Educación 2006-2016, que las competencias: se entiende como el conjunto de conocimientos, habilidades, actitudes, comprensiones y disposiciones cognitivas, socio afectivas y psicomotoras apropiadamente relacionadas entre sí para facilitar el desempeño flexible, eficaz y con sentido de una actividad en contextos relativamente nuevos y retadores.</p> <p>Contextos que poco a poco se explorarán y serán retos cumplidos, como paso con la mayoría de los nuevos estudiantes después de conocer el tema con GeoGebra y poder practicar.</p>																			
Taller 6 MODELOS LOGARÍTMICOS	Observación Directa	fue un poco más rápido (anexo 29) lo que permitió hacer una retroalimentación de los resultados de las partes denominadas PRUEBATE, ya que en los trabajos enviados los resultados seguían siendo bajos en comparación con el trabajo que hacían en los encuentros, algunos guardaron silencio y muy pocos concluyeron que al enfrentarse a ese tipo de pruebas aún los enredan y los hacen dudar porque siempre ven 2 o más válidas, y pues no pueden apoyarse en sus apuntes a diferencia de las prácticas, y también el aclarar dudas con el docente o con los compañeros. Otro de los puntos de vista fue que al hacer estas pruebas en algunas preguntas debían hacer algunos cálculos los cuales todavía presentan falencias en las operaciones básicas y con esa aplicación no se hizo espacio para fortalecerlas.																			
	Resultados taller	<p>Los resultados de la parte Pruébate:</p> <table border="1"> <tbody> <tr><td>PREGUNTA</td><td>2 (Análisis de gráficos- Traslaciones)[F.LR][F.PC]</td></tr> <tr><td>Correcto</td><td>31</td></tr> <tr><td>Incorrecto</td><td>9</td></tr> <tr><td>no contestó</td><td>0</td></tr> <tr><td>TOTAL</td><td>40</td></tr> </tbody> </table>	PREGUNTA	2 (Análisis de gráficos- Traslaciones)[F.LR][F.PC]	Correcto	31	Incorrecto	9	no contestó	0	TOTAL	40	Ya el software lo manejan mucho mejor, tanto que muy pocos necesitaron de ayuda, entregando un informe acorde cumpliendo con los temas de funciones logarítmicas [F.LG] y anexando de forma adecuada y ordenada la solución a los								
PREGUNTA	2 (Análisis de gráficos- Traslaciones)[F.LR][F.PC]																				
Correcto	31																				
Incorrecto	9																				
no contestó	0																				
TOTAL	40																				

		<table border="1"> <tr> <td>PREGUNTA</td> <td>3 (Razonamiento algebraico) [FI]</td> </tr> <tr> <td>Correcto</td> <td>20</td> </tr> <tr> <td>Incorrecto</td> <td>20</td> </tr> <tr> <td>no contestó</td> <td>0</td> </tr> <tr> <td>TOTAL</td> <td>40</td> </tr> <tr> <td>PREGUNTA</td> <td>4 (Análisis gráfico-elementos de funciones)[FLG.E]</td> </tr> <tr> <td>Correcto</td> <td>17</td> </tr> <tr> <td>Incorrecto</td> <td>23</td> </tr> <tr> <td>no contestó</td> <td>0</td> </tr> <tr> <td>TOTAL</td> <td>40</td> </tr> </table> <p>Una última parte de este tipo de preguntas donde las dudas que tenían se aclararon después de presentar la prueba. No comprendieron bien los elementos de la logarítmica fue la causa de principal de los bajos resultados en la prueba.</p>	PREGUNTA	3 (Razonamiento algebraico) [FI]	Correcto	20	Incorrecto	20	no contestó	0	TOTAL	40	PREGUNTA	4 (Análisis gráfico-elementos de funciones)[FLG.E]	Correcto	17	Incorrecto	23	no contestó	0	TOTAL	40	ejercicios de modelación [F.LG.M]
PREGUNTA	3 (Razonamiento algebraico) [FI]																						
Correcto	20																						
Incorrecto	20																						
no contestó	0																						
TOTAL	40																						
PREGUNTA	4 (Análisis gráfico-elementos de funciones)[FLG.E]																						
Correcto	17																						
Incorrecto	23																						
no contestó	0																						
TOTAL	40																						
	Teoría	El Ministerio de Educación Nacional (MEN, 2004) promueve el desarrollo del trabajo autónomo, pero también el impulso de salir de lo tradicional, indica que las TIC no solo ponen al alcance de docentes y estudiantes grandes volúmenes de información, sino que también promueven el desarrollo de destrezas y habilidades esenciales, como son la búsqueda, selección y procesamiento de información, así como la capacidad para el aprendizaje autónomo.																					
Taller 7	Observación Directa	Fue un trabajo realizado en casa donde los estudiantes realizaron una entrega de materiales a la plataforma de Facebook, Instagram y con el mayor ánimo de aplicar todo lo aprendido. Sujetos que publicaron desde fotos personales con el aval de los padres de familia, hasta videos jugando play o editando videos en software que son de su agrado, total compromiso y gusto por la actividad. Incluso algunos incluyeron a compañeros fuera de la muestra en la actividad, por su agrado hacia ella.																					
	Resultados taller	Informes bien realizados con conclusiones que demuestran su gusto por lo que se hizo. Ver anexo 31 y 36																					
	Teoría	Aunque un tanto corporativo, Castells (1995) plantea un pensamiento acorde a la actual necesidad del colegio, “La transición de un modelo educativo propio de una sociedad industrializada a un modelo educativo marcado por las demandas de una sociedad informatizada es un proceso que están viviendo la mayoría de instituciones a nivel mundial y dicha transición plantea un nuevo orden, un nuevo “modo de desarrollo” el cual favorece los procesos de enseñanza y aprendizaje orientados a la construcción de aprendizajes significativos”, por lo tanto deja entrever que si se puede realizar un [AP], pero haciendo el cambio a la era de la tecnología y el trabajo fuera de lo tradicional.																					

Al final los proyectos los enviaron en tres tipos de entrega; documento por cada taller, dos documentos divididos en el taller 1-4 y de 5-7, y otros que esperaron hasta el final para hacer uno solo del 1-7.

5.3.Resultados y Análisis Post-Test

Para la parte del post test, se tomó una de las jornadas intermedias de la semana académica normal (Anexo 37, día 6), pero con la necesidad de que tuvieran todos a la mano un dispositivo móvil para descargar la prueba o toma de fotos de los originales impresos, nuevamente siguiendo la propuesta de cero papeles, aunque si se debió entregar la última hoja donde estaba la tabla de respuestas junto con el espacio para los procesos. Fue una intermedia (de 5 horas semanales, la tercera) porque quisieron y expresaron su deseo de hacer un último repaso de lo visto y comparar sus resultados desde el comienzo, no querían que los nervios les ganara esta vez, ya que sentían que fue un tiempo valioso de trabajo las últimas cuatro semanas.

Los temas fueron organizados mezclando los temas del pretest junto con los temas aprendidos durante los talleres, quedando las preguntas organizadas de la siguiente forma:

Pregunta 1. Relaciones y funciones exponenciales.

Pregunta 2. Análisis de gráficos-modelamiento matemático.

Pregunta 3. Análisis de gráficos-Dominio y recorrido.

Pregunta 4. Análisis de gráficos-Dominio.

Pregunta 5. Razonamiento matemático.

Pregunta 6. Desigualdades-funciones inversas

Pregunta 7. Desigualdades-Dominio funciones logarítmicas

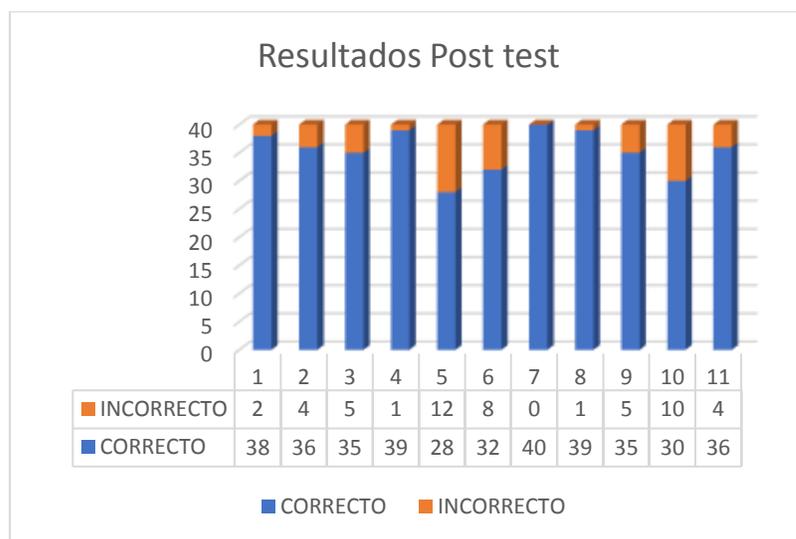
Pregunta 8. Cubo Rubik

Pregunta 9. Análisis de gráficos- Relaciones y funciones

Pregunta 10. Modelamiento matemático

Pregunta 11. Análisis de gráficos-Traslación de funciones.

Al revisar y hacer la correspondiente tabulación de las hojas de respuestas (Anexo 34). La siguiente gráfica representa los resultados obtenidos en esta prueba:



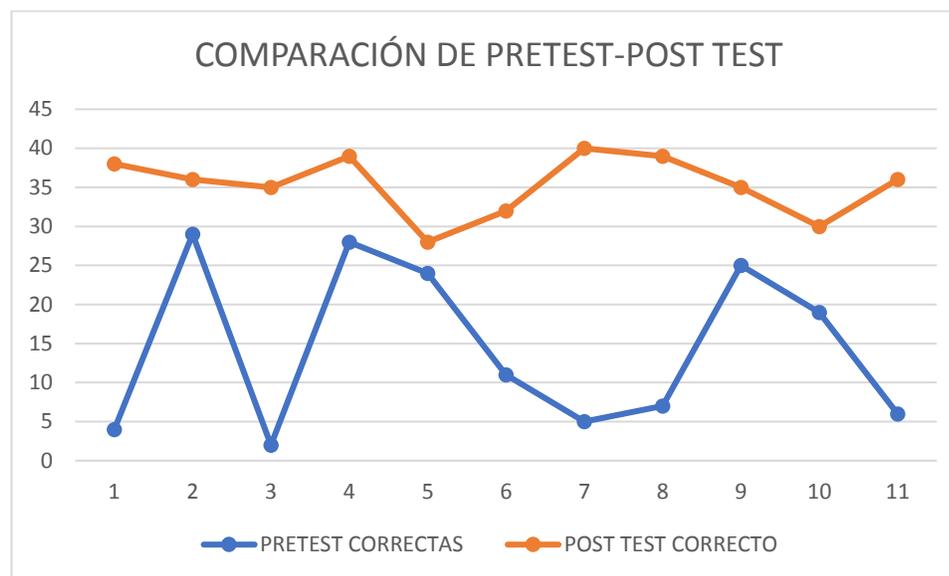
Hoy en día, el impacto de las mejoras tecnológicas aumenta en todos los ámbitos de la vida; de ahí que la educación puede verse bien influida por su adaptación. El rápido aumento de la producción de conocimiento y del número de alumnos por docente genera muchos problemas en la educación y desencadena la integración de nuevas soluciones. En este contexto, la integración de las nuevas tecnologías, que juega un papel importante en la mejora de la calidad educativa, a las prácticas educativas en las escuelas se vuelve obligatoria, esto se ve reflejado en el grafico 13 pues es evidente que los estudiantes participantes del post test, mejoraron notablemente la comprensión del análisis de las gráficas usando la herramienta GeoGebra y en cada uno de los temas evaluados. Pero, además, es un gran reto aprobado el de enfrentarse a

pruebas de este tipo, a nivel de matemáticas, dando a su vez la oportunidad de experimentar de nuevo esos sentimientos de satisfacción que no son tan frecuentes en el área a niveles superiores.

Dentro del desarrollo de la prueba se muestra a los estudiantes que pudieron reconocer su falta de conocimiento y desempeño al interactuar con la herramienta tecnológica, de igual forma, lograron controlar su propio aprendizaje al obtener comentarios comparados con otros momentos de la prueba, así mismo, la motivación de los estudiantes incrementó con la presencia de audios, animaciones y formas que proporciona el programa, evidencia de ello en la tabla de general (Anexo 35) siendo 6 aciertos lo mínimo y 11 lo máximo, muy por encima del promedio de 4 aciertos del pretest.

Al hacer una retroalimentación de la prueba con los estudiantes al final de su presentación, algunas de las fallas que nombraron fue por simplemente falló o desconfianza a la hora de responder. Los que fallaron en cuanto la pregunta de cubo Rubik expresaron que fue en los procesos de multiplicación, bases que quieren seguir mejorando, pensando en las futuras pruebas saber 11 y que durante el proyecto no tuvieron tiempo de fortalecer al trabajarse todo a tan alto nivel y olvidar lo básico. (tomado del diario de campo, puesto que fue un comentario oral), (Anexo 37, día 6).

5.4. Comparativos de los resultados Pretest-Post test



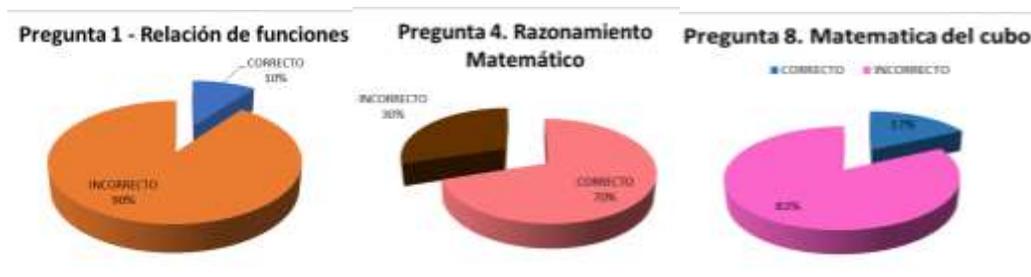
Esta gráfica muestra la comparación de aciertos de ambos test, dejando en evidencia que aunque siempre se van a presentar fallas en las pruebas, siendo difícil lograr un 100% de acierto, pero si el proyecto de diferentes maneras impulsó el buen rendimiento cognitivo de este grupo de estudiantes, ya sea por la motivación y el optimismo que se mantuvo, por lograr enseñarles de una forma más comprensible y no la tradicional, por usar actividades que buscaron romper el aburrimiento en el aula, y aún más, porque si se convirtió en un aprendizaje significativo para todos.

El uso del GeoGebra ha sido ampliamente utilizado como ayuda para la enseñanza de las matemáticas con el fin de mejorar la automotivación y la confianza en sí mismos de los estudiantes, de igual forma, el uso de la herramienta TIC en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas es en realidad un método sofisticado en contraposición a los métodos convencionales para producir una generación brillante en los aspectos del desarrollo físico, emocional, espiritual e intelectual.

Antes de la investigación, los estudiantes se agruparon en función de sus habilidades matemáticas previas, incluidos los grupos alto, medio y bajo. Los datos de la investigación fueron los resultados de pruebas de habilidades de comunicación matemática teniendo en cuenta las operaciones básicas sin el uso del software, y los resultados después del post test, revelan que existen diferencias significativas en las habilidades de comunicación matemática entre las pruebas que recibieron el aprendizaje asistido por GeoGebra y los estudiantes que obtuvieron el aprendizaje de matemáticas convencional.

Ahora haciendo un contraste entre dos conjuntos principales en la clasificación de preguntas y algunos de sus resultados porcentuales tanto en el pretest como en el post test, se observa el razonamiento matemático y el análisis de gráficos que tuvieron crecimiento en sus resultados, por lo tanto, significancia de competencias adquiridas:

Para el razonamiento en el pretest están las preguntas 1, 4 y 8:



*Figura 18. Gráficos porcentuales Razonamiento matemático Pretest.
Fuente: Elaborado por el autor.*

Gráficos que muestran en promedio un porcentaje bajo en una de las competencias presentes en todo el proceso matemático, puesto la persona que enfrente cualquier tipo de problema, tiene que por lo menos, aplicar lógica, la cual se estructura con ejercicios de razonamiento partiendo en la aritmética y entre más avanzado esté el desarrollo de esta competencia matemática más será la proyección hacia los demás campos cognitivos.

Del post test se seleccionaron las preguntas 1, 5 y 10:

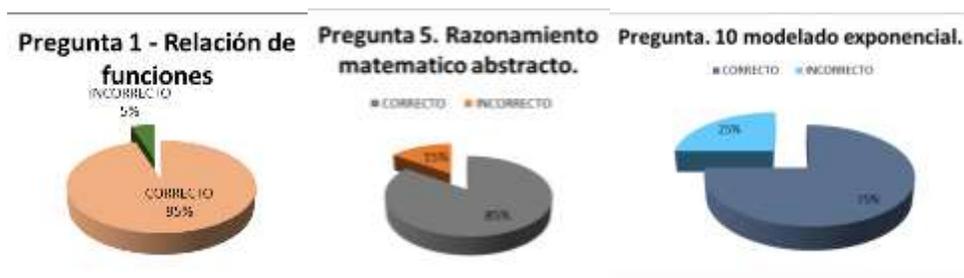


Figura 19. Gráficos porcentuales Razonamiento matemático Post test.
Fuente: Elaborado por el autor.

Después de todo un proceso apoyado en la propuesta se puede evidenciar, por lo menos en resultados un aumento positivo en los resultados en una prueba matemática, queda por esperar a que sepan utilizar esta competencia en su vida real, tanto en los problemas que se presenten en sus vidas como en los procesos que sigan académicamente.

Ahora, uno de los focos ya profundizados es el análisis de gráficos, estructura fundamental del proyecto, y clave para las pruebas Saber cómo proceso a mediano plazo.

Del pretest se analizan las preguntas 2, 3 y 9:



Figura 20. Gráficos porcentuales análisis gráfico Pretest.
Fuente: Elaborado por el autor.

Nuevamente resultados que muestran un grupo con deficiencias en la competencia interpretativa, siendo un pilar para ayudar a corregir y posiblemente mejorar con la ayuda de las TIC.

Del post test se analizan las preguntas 2, 3 y 9:



Figura 21. Gráficos porcentuales análisis gráfico Post test.

Fuente: Elaborado por el autor.

Para el desarrollo y trabajo de las tres competencias, ejes de la educación; Argumentar Interpretar y proponer, estos resultados muestran un avance para la competencia Interpretativa, no solo útil para la capacitación para las futuras Pruebas Saber que tendrá que presentar, sino también para el curso de matemática propuesto para el grado once y a su vez, en la vida normal lograr percibir la información de las situaciones que desde las noticias hasta los balances deportivos, climáticos y demás, están expuestos y normalmente no analizaban por falta de preparación. Se puede apoyar con lo que precisamente Diadenys (2010) define, la estrategia didáctica en el campo pedagógico para realizar un cambio sobre la realidad del aula; señala que: *“la estrategia es la manera de planificar y dirigir las acciones y recursos necesarios para alcanzar determinados objetivos claves a través de la determinación de metas y objetivos a largo, mediano y corto plazo[...]”*.

Para hacer la sustentación y evaluación del proyecto en términos generales por parte de los estudiantes, se tenía previsto realizarlo durante la última semana del periodo escolar comprendido en la semana del 23-27 de marzo, debido a los inicios de cuarentena por la pandemia de COVID-19, no fue posible hacerlo de forma presencial, por lo tanto su fecha se corrió hasta que se fijara si era posible volver o no al colegio, más sin embargo una de las señoritas se tomó el atrevimiento, de grabarse haciendo el análisis sintiéndose motivada por el

avance que demostró. Con los demás estudiantes cuando se logró la reunión de forma virtual, expresaban que ahora será difícil el seguir poniendo a prueba esta metodología ya que muchos de sus compañeros no tienen una conectividad estable o dispositivos que sirvan, así que la propuesta formulada de su parte en seguirla involucrando, ya de forma fija para todos, quedaría aplazada hasta cuando se pueda volver al colegio.

Muchas de las conclusiones de los jóvenes fueron tomadas de los mismos talleres (Anexo 36), las cuales apuntan sobre un impacto positivo sobre el uso de esta herramienta y de toda la metodología en general, incluso con apartes, sobre porque dejando claro que los resultados al final son prometedores a una propuesta más completa, ojala extendida a los demás grados empezando por los media vocacional, pero es necesario más inversión tecnológica, aunque también no se pueden perder estrategias manuales y dinámicas que les ayude a romper todo trabajo tradicional si se desea hacer una matemática significativa. Incluso, que lo malo fue el tener que trabajar en jornadas diferentes a la normal por falta de espacios, pero importante el cómo se lograron resolver los contratiempos que se fueron presentando por cambio de horarios y terceros que usaban los espacios ya prestado, y la buena capacitación del docente para responder ante las propuestas de los mismos estudiantes, la temática trabajada y la tecnología usada.

Capítulo VI

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

Por los resultados del pretest emocional se concluye que fue fundamental diseñar una propuesta que involucrara el desarrollo o fortalecimiento de competencias matemáticas orientadas a la didáctica sobre funciones exponenciales y logarítmicas, tema que en realidad es más de grado noveno pero se focaliza en grado once y no conocen, pero aún más, el buscar esa herramienta para que sepan las bondades de la tecnología en la educación y no solo que la calculadora es la única ayuda en matemáticas, como promotor a posibles nuevos y buenos sentimientos.

La propuesta tuvo un impacto enriquecedor en los estudiantes que llevaron a cabo todos los talleres, con diferentes topes de motivación, pero al final demostrando buenos resultados en el post test y dejando una excelente evaluación tanto en su informe final como en el encuentro virtual realizado por Zoom.

El uso de la tecnología en la enseñanza de las matemáticas ayuda a los estudiantes a adquirir fácilmente habilidades matemáticas básicas, y si se involucra parte del trabajo colaborativo para que la misma intervención de los estudiantes y el docente conformen un método de enseñanza-aprendizaje por medio del cual esta interacción ayude a construir aprendizaje significativo, a través de discusión, reflexión y toma de decisión, como plantean Garnier y Taylor (1996).

Los apoyos organizados y bien planificados, así como la práctica suficiente, ayudarían enormemente a los estudiantes a mejorar sus habilidades, particularmente en la exploración de su potencial en tecnología de la información al máximo y poder romper las emociones negativas hacia el área, pero es necesario que los docentes del área y la institución se comprometan a

buscar los caminos para prepararse y capacitarse, y ojala, actualizar de primera mano, las mallas curriculares donde se pueden involucrar proyectos para trabajar y EVALUAR los conocimientos que se deben ir aprendiendo en cada año escolar, buscando más algunos aprendizajes significativos y no el cubrir una gran lista de temas vistos pero contra el tiempo y contra la integridad emocional y cognitiva, en algunos casos de los mismos estudiantes.

Numerosas investigaciones indicaron que las TIC han demostrado su utilidad como herramienta para apoyar y transformar la enseñanza y el aprendizaje. En el aula de matemáticas, las TIC pueden ayudar a los estudiantes y profesores a realizar cálculos, analizar datos, explorar conceptos matemáticos aumentando así la comprensión de las matemáticas, pero es pertinente no olvidar la estimulación y trabajo de los procesos mentales básicos.

El aprendizaje significativo en las matemáticas es posible con propuestas hacia entornos de la vida cotidiana y estrategias lúdico recreativas y algunas tecnológicas, si se saben orientar procesos fuera de lo tradicional que no aburran más a los estudiantes, jóvenes de una generación diferente evaluados con metodologías antiguas incluso de antes que nacieran.

Se llega principalmente a conocer, que el uso de la herramienta GeoGebra para la enseñanza de las funciones exponenciales y logarítmicas, es una estrategia innovadora pero a su vez, se debe estar preparado inicialmente para modificar la malla curricular partiendo del grado noveno donde se debe ver el tema según los DBA, LC y demás documentos guías del MEN para los docentes del área, ser recursivos a la hora de buscar las herramientas TIC no solo apoyados en los de la institución sino en los de los mismos estudiantes y capacitarse constantemente en cómo involucrar propuestas semejantes en más temas incluso motivar a los demás docentes a que exploren esta metodología ya sea con el software en cuestión o con cualquiera de los muchos

existentes gratuitos y de libre uso, enfocándose siempre en generar aprendizaje significativo y no aprendizaje memorístico-mecánico tradicional.

La institución, partiendo de sus directivos, deben del presupuesto anual generar inversión para suplir las necesidades de los estudiantes y docentes en cuanto a la parte tecnológica y espacial. Además los docentes deben entender que Los estudiantes necesitan de más espacios lúdicos y tecnológicos orientados hacia diferentes áreas del saber, por lo tanto deben capacitarse con apoyo institucional y a su vez por crecimiento personal.

REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

Abarzúa, A. y Cerda, C. (2011). Integración curricular de TIC en educación parvularia. Revista de Pedagogía, 32(90), 13-43

Adell, J. (1997). Tendencias en educación en la sociedad de las tecnologías de la información.

Recuperado de: http://nti.uji.es/docs/nti/jordi_adell_edutec.html.

Angarita, H. (2012). Software para enseñar las matemáticas. Recuperado de:

<http://sedlamercedes.blogspot.com.co/2012/12/software-para-ensenar-las-matematicas.html>

Astrid, L. (2008). La importancia de las situaciones problemáticas. Recuperado de:

<http://leidyastrid3.blogspot.com/2008/>

Arredondo, M. (2005). Conclusiones del estudio de la introducción de las TIC en las escuelas rurales. Teoría de la Educación. Educación y Cultura en la Sociedad de la Información, 6, artículo 6.

Ausubel, D., Novak, J. y Hanesian, H. (1983). Psicología Educativa: Un punto de vista cognoscitivo (2ª ed.). México: Trillas.

Ballesteros, E. (2007). Instrumentos psicológicos y la teoría de la actividad instrumentada.

Fundamento teórico para el estudio del papel de los recursos tecnológicos. Universidad nacional. Bogotá.

Beccaria, L. y Rey, P. (2005). La inserción de la informática en la educación y sus efectos en la reconversión laboral. Argentina: instituto de formación docente sepa. Eduardo costa.

Bermeo, O. (2017). Influencia del Software GeoGebra en el aprendizaje de graficar funciones reales en estudiantes del primer ciclo de la Universidad Nacional de Ingeniería – 2016.

Recuperado de:

http://repositorio.ucv.edu.pe/bitstream/handle/UCV/5190/Bermeo_COA.pdf?sequence=1&isAllowed=y

Bloom, B. (1956). Taxonomy of educational objectives: the classification of educational goals; pp. 201–207; susan fauer company, inc.

Cabellon, E. y Brown, P. (2017). Remixing Leadership Practices with Emerging Technologies. New directions for student leadership(153), 9-20. doi:0.1002/yd.20226

Carrascal, H., Chaves, J. y Cabellos, M. (2017). “GeoGebra para el fortalecimiento del pensamiento espacial en cálculo diferencial ", Ingenio, vol.13, no. 1, pp. 171-177.

Castells, M. (1995). El Modo de Desarrollo Informacional y la Reestructuración del Capitalismo. En M. Castells, La Ciudad Informacional (págs. 29-65). Madrid: Alianza.

CEPAL. (2010). El impacto del tic en los procesos de enseñanza. En línea.

<http://repositorio.cepal.org/bitstream/handle/11362/3781/lcw339.pdf?sequence=1&isallowed=y>

Chavarría, J. (2012). La Teoría de las Situaciones Didácticas: Fundamentos y métodos de la didáctica. en línea. Recuperado de: <https://es.scribd.com/document/52509847/Chavarría-Jessenia-Lateoria-de-las-situaciones-didacticas>

Cisterna, F. (2005). Categorización y triangulación como procesos de validación del conocimiento en investigación cualitativa. Recuperado de:

<https://www.redalyc.org/pdf/299/29900107.pdf>

Claro, M. (2010). Impacto del tic en los aprendizajes de los estudiantes. Estado del arte.

Recuperado de:

<http://repositorio.cepal.org/bitstream/handle/11362/3781/lcw339.pdf?sequence=1&isallowed=y>

Claro, M. (2010). La incorporación de tecnologías digitales en educación. Obtenido de Modelos de identificación de buenas prácticas. (N. Unidas, Ed.) Santiago de Chile: Comisión Económica para América Latina y el Caribe (CEPAL):

<https://www.cepal.org/es/publicaciones/3772-laincorporacion-tecnologias-digitales-educacion-modelos-identificacionbuenas>.

Colmenares, A., Piñero, M. y Lourdes, M. (2008). La Investigación Acción. Una herramienta metodológica heurística para la comprensión y transformación de realidades y prácticas socio-educativas Laurus, vol. 14, núm. 27, pp. 96-114 Universidad Pedagógica Experimental Libertador Caracas, Venezuela.

Colombia Aprende, (2014). ¿Qué son las competencias? Obtenido de:

<http://www.colombiaaprende.edu.co/html/competencias/1751/w3-propertyvalue-44921.html>

Colombia Aprende. (S.F.). Matriz Pedagógica para la Construcción de Estrategias Didácticas.

Obtenido de: http://www.colombiaaprende.edu.co/html/productos/1685/articles-172208_recurso_4.pdf

Colombia Aprende. (2016). Derechos Básicos de Aprendizajes DBA.

http://aprende.colombiaaprende.edu.co/sites/default/files/naspublic/DBA_Matem%C3%A1ticas.pdf

Córdoba, F., Ciro, L. y Molina, J. (2016). Avances en la Integración de Tecnologías Para la Innovación en Educación. Recuperado de:

https://www.researchgate.net/profile/Sergio_Rubio-Pizzorno/publication/327953471_Naturaleza_de_los_objetos_de_la_geometria_dinamica/links/5baeecd3a6fdccd3cb7ba8af/Naturaleza-de-los-objetos-de-la-geometria-dinamica.pdf

De Guzmán, M. (2001). “para pensar mejor”. Madrid: pirámide.

Definición abc. (sf). Rendimiento académico. Recuperado de:

<https://www.definicionabc.com/general/rendimiento-academico.php>

Denzin, N. (1970). Sociological Methods: a Source Book. Aldine Publishing Company: Chicago.

Diadenys, J. (2010). Estrategia didáctica para desarrollar la interdisciplinariedad en la carrera de psicología. X congreso eumednet sobre educación, cultura y desarrollo. Abreus, cuba.

DigCompOrg, (2015), Organizaciones Educativas Digitalmente Competentes.

<http://educalab.es/intef/digcomp/digcomporg>

Duque, E., de Mello, R. y Gabassa, V. (2009). Aprendizaje dialógico. Base teórica de las comunidades de aprendizaje. Recuperado de: <https://dugi->

[doc.udg.edu/bitstream/handle/10256/10527/Aprendizaje-dialogico.pdf?sequence=1](https://dugi-doc.udg.edu/bitstream/handle/10256/10527/Aprendizaje-dialogico.pdf?sequence=1)

Elliott, J. (2000). La investigación-acción en educación. Madrid: Ediciones Morata.

Espeleta, A., Fonseca, M. y Zamora, W. (2016). Estrategias didácticas para la enseñanza y el aprendizaje de la Matemática. Recuperado de:

<http://repositorio.inie.ucr.ac.cr/bitstream/123456789/409/1/18.08.01%202354.pdf>

Estándares básicos de matemáticas (s.f). Recuperado de:

https://issuu.com/maribelrquioga/docs/est_ndaes_b_sicos_de_competencia

Feldman, R. (2005). Psicología con aplicaciones en países de habla hispana (Sexta ed.). México: McGrawHill.

Flórez, C. y Yemail, C. (2017). Modelación y simulación con GeoGebra: una experiencia en el estudio de situaciones con medidas de área y volumen. Consultado de:

<https://repository.upb.edu.co/handle/20.500.11912/3450>

Freire, P. (2003) Pedagogía del Oprimido. Argentina: Buenos Aires.

Galeano, M. (2007). Estrategias de la investigación cualitativa. El giro en la mirada. Medellín. La Carreta Editores.

Gallego, J. (1997). Las estrategias cognitivas en el aula. Madrid.

Garnier, R. y Taylor, J. (1996) “Significado de la demostración en educación matemática”.-

Meaning of proofs in mathematics education, E. Pehkonen (Ed), Proceedings of the 21 th International Conference of PME, Vol 2, p.313-321.

García, P. y Magaz, A. (2000). Actualidad sobre el TDA-H. p.7 Recuperado de:

<http://ardilladigital.com/DOCUMENTOS/DISCAPACIDADES/TDAH/CARACTERISTI CAS/Actualidad%20sobre%20el%20TDAH%20-%20Garcia%20Perez%20-%20art.pdf>

Gaspar, M. (2008). Las comunidades de aprendizaje matemático, Revista Universitaria de estudios y experiencias. 67-68

Genovard, C., Gotzens, C. y Montané, J. (1987). Psicología de la educación. Una nueva perspectiva interdisciplinaria. Barcelona.

GeoGebra (2010). Manual de instalación. Formación en la red. Disponible en:

https://www.edu.xunta.gal/centros/iesasangrina/aulavirtual2/pluginfile.php/38551/mod_resource/content/1/GeoGebra_manual_aplicacion.pdf

Gibson, J. (2008). Los sentidos considerados como sistema de percepción. Boston.

Giraldo, L. y Sierra, M. (2016). Implementación del Software (Geogebra) En El Aula De Clase

Como Herramienta De Representación Para el Teorema de Pitágoras. Obtenido de

[http://repository.udistrital.edu.co:](http://repository.udistrital.edu.co)

<http://repository.udistrital.edu.co/bitstream/11349/5561/1/SierraAguill%C3%B3nMabelY esenia2017.pdf>

- Godino, J. (2014). Indicadores de idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. *Funes*, 2-68.
- Gómez, P. (2002). Análisis didáctico y diseño curricular en matemáticas. Recuperado de: http://funes.uniandes.edu.co/1537/1/89_g%c3%b3mez2002an%c3%a1lisis_revema.pdf
- Gómez, M. (1998). Una metodología cualitativa para el estudio de las influencias afectivas en el conocimiento de las matemáticas. *Enseñanza de las ciencias*, 16(3), 431-450.
- Gómez, M. y García, A. (2013) Programa De Enseñanza Ludica: Un espacio para todos. *Iberoamericana para la Investigación y el Desarrollo Educativo* (10).
- González, G. y Díaz, L. (2005). Aprendizaje colaborativo: una experiencia desde las aulas universitarias. *Educación Y Educadores*, 8, 21–44. Recuperado de <http://www.redalyc.org/html/834/83400804/>
- González, A., Gisbert, M., Guillen, A., Jiménez, B., Lladó, F. y Rallo, R. (1996). Las nuevas tecnologías en la educación. En salinas et. Al. *Redes de comunicación, redes de aprendizaje*. Edutec'95. Palma: universitat de les illes balears, págs. 409-422.
- Gorostegui, M. (2011). Síndrome de déficit de atención con hiperactividad: Estilo Cognitivo y Rendimiento Escolar (un Enfoque Sistémico-Ecológico).
- Grisales, A. y Orozco, J. (2013). *Juega y construye la matemática. Aportes y reflexiones pedagógicas*. Ediciones maristas. Bogotá.
- Gruszycki, L., Maras, A., y Oteiza, P. (2015). *GeoGebra en la Enseñanza de la Matemática*. Obtenido de <http://www4.pucsp.br>: http://www4.pucsp.br/GeoGebra/submissao/pdfs/41Oteiza_Argentina.pdf

- Guevara, G. y Campirán, A. (1999). Habilidades analíticas de pensamiento: nivel reflexivo de COL. En Campirán, A., Guevara, G. & Sánchez, L. (Comp.), Habilidades de Pensamiento Crítico y Creativo (p. 79) México: Colección Hiper-COL, U.0V
- Guido, L. (2009). Tecnología de la información y la comunicación. Argentina.
- Hernann, A. (2014). El uso de ordenadores y tecnologías digitales en los procesos de aprendizaje en la era digital. Congreso Iberoamericano de Ciencia, Tecnología, Innovación y Educación. Buenos Aires, Centro Singular e-learning.
- Hernández, D. (2015). UP Universidad de Palermo. Obtenido de Una reflexión sobre el aprendizaje significativo:
http://fido.palermo.edu/servicios_dyc/publicacionesdc/vista/detalle_articulo.php?id_libro=571&id_articulo=11857
- Hernández, V. y Villalba, M. (2001). Perspectivas en la enseñanza de la geometría para el siglo XXI. Documento de discusión para estudio ICMI. PMME-UNISON. Traducción del documento original. Recuperado de <http://www.euclides.org/menu/articles/article2.htm>
- Herrera, J. (2008). Investigación cualitativa. en línea. consultado de:
<https://juanherrera.files.wordpress.com/2008/05/investigacion-cualitativa.pdf>
- Hodges, T. y Conner, E. (2011). Reflections on a technology-rich mathematics classroom. Mathematics teacher, 104(6), 432-438.
- Jaramillo, A. (2014). Enseñanza de las matemáticas. MATUA Revista del programa de matemáticas, 78-83.
- Jaimes, M. y Acevedo, F. (2015). Lectura y escritura. En M. Jaimes, & F. Acevedo, Comunicación (págs. 4-10-12-17). Barcelona: Tupapel.

- Johnson, R., Johnson, T. y Holubec, E. (1999). El aprendizaje cooperativo en el aula. (Paidós, Ed.). Buenos Aires. Recuperado de [http://cooperativo.sallep.net/El aprendizaje cooperativo en el aula.pdf](http://cooperativo.sallep.net/El%20aprendizaje%20cooperativo%20en%20el%20aula.pdf)
- Kepceoğlu, I. y Yavuz, L. (2016). Enseñando un concepto con GeoGebra: Periodicidad de funciones trigonométricas. Disponible en: <https://files.eric.ed.gov/fulltext/EJ1098194.pdf>
- Kemp, A. (2006). Relojes, ángulos y funciones. Enseñanza de las matemáticas, 198, 35-37.
- Kinsbourne, M. y Kaplan, P. (1990). Problema de atención y aprendizaje en niños. México.
- Krippendorff, K. (1990). Metodología de análisis de contenido: teoría y práctica. Barcelona: ediciones Paidós.
- León, L., Carpio, Z., Cuadros, I. y Romero, G. (2011). Importancia de los enfoques cuantitativos y cualitativos de investigación en ciencias sociales. La universidad del valle de México, 1 - 11.
- León, Q. y Vásquez, B. (2017), Estrategia didáctica mediada por GeoGebra y un aula virtual para el desarrollo de funciones exponenciales en contexto para estudiantes del grado 11 de la institución educativa las américas. Recuperado de: <https://repository.libertadores.edu.co/bitstream/handle/11371/1329/benitomiguel2017.pdf?sequence=1&isAllowed=y>
- Leong, K. (2013). Impacto del Bloc de dibujo de Geometer en el rendimiento de los estudiantes en funciones gráficas. Revista en línea de Malasia sobre tecnología educativa, 1 (2), 19-31.
- Ley 715 de 2001. República de Colombia. Ministerio de educación MEN.
- Lillo, F. (2013). Aprendizaje Colaborativo en la Formación Universitaria de Pregrado. Pág. 113. Recuperado de: <http://sitios.uvm.cl/revistapsicologia/revista/04.05.aprendizaje.pdf>

- Litwin, E. (2007). Cuadernos de Investigación Educativa. Uruguay: Publicación anual del Instituto de Educación.
- Lizcano, A. (2001). Pedagogía como ciencia en la educación. Recuperado de:
<http://revistas.unam.mx/index.php/archipelago/article/viewFile/19931/18922>
- López, R. (2015). El uso de las TIC en los libros de texto de matemáticas: una investigación documental.http://ayura.udea.edu.co:8080/jspui/bitstream/123456789/2060/1/JC01012_SergioAndresLopez.pdf
- Lozada, J. y Ruiz, C. (2011). Estrategias didácticas para la enseñanza-aprendizaje de la multiplicación y división en alumnos de 1er año. Recuperado de:
http://bdigital.ula.ve/storage/pdftesis/pregrado/tde_arquivos/26/TDE-2012-09-22T23:47:05Z-1755/Publico/lozzadajessenia_ruizelely_parte1.pdf
- Lozano, R. (2011). Del TIC al TAC: de las tecnologías de la información y la comunicación a las del aprendizaje y del conocimiento. Anuario Think-EPI, 5, 45-47.
- Lupiáñez, J. y Moreno, F. (2001). Tecnología y representaciones semióticas en el aprendizaje de las matemáticas. Recuperado de: <http://funes.uniandes.edu.co/586/1/lupiannezj01-2603.pdf>
- Mariño, J. (2008). TIC y la transformación de la práctica educativa en el contexto de las sociedades del conocimiento. Universidad y sociedad del conocimiento, 5(2).
- Martín, R. (2015). Las Nuevas Tecnologías en la Educación. Recuperado de:
<http://giovannipf.260mb.net/tecnologiaenlaeducacion.pdf?i=1>
- Martínez, M. (1998) La investigación cualitativa etnográfica en educación. México: Trillas. p. 65-68.

- Martínez, J. (2013), Apropiación del concepto de función usando el software GeoGebra.
Recuperado de: <http://www.bdigital.unal.edu.co/9498/1/8411011.2013.pdf>
- Matlin, M. (1996). Sensación y Percepción. Prentice Hall, 554.
- Medina, F. (2010). Unidad Didáctica: trigonometría Máster en formación al profesorado de enseñanza secundaria (Especialidad Matemática). Alianza Editorial, Madrid.
- MEN (2006). Estándares Básicos de Aprendizaje.
https://www.mineduacion.gov.co/1621/articles-116042_archivo_pdf.pdf
- MEN. (2014). Niveles de Desempeño: <http://www.mineduacion.gov.co/1621/article-180737.html>
- MEN. (2016) ¿Qué es la evaluación de competencias?
<http://www.mineduacion.gov.co/proyectos/1737/article-210839.html>
- MEN. (2004). Proyecto: Incorporación de Nuevas Tecnologías al Currículo de Matemáticas de la Educación Básica Secundaria y Media de Colombia. Bogotá: El Ministerio.
- MEN. (1998). Lineamientos curriculares de matemáticas.
http://www.mineduacion.gov.co/1621/articles-89869_archivo_pdf9.pdf.
- MEN, (1978). Decreto 1419 de julio de 1978 (art. 9 y 10).
<https://panditupn.files.wordpress.com/2010/06/pet-xxi-961.pdf>.
- MEN. Ley 115 de febrero 8 de 1994. http://www.mineduacion.gov.co/1621/articles-85906_archivo_pdf.pdf
- Ministerio de comunicación (2008). Plan nacional de tecnologías de la información y las comunicaciones. Recuperado de:
<http://eduteka.icesi.edu.co/pdfdir/colombiaplannacionaltic.pdf>

- Miñano, P. y Castejón, J. (2011). Variables cognitivas y motivacionales en el rendimiento académico en Lengua y Matemáticas: un modelo estructural. *Revista de Psicodidáctica*, 203-230.
- Monsalve, M. (2016). Modelo VAR. *pilatunas*, 2-4.
- Montero, L. (2011). El trabajo colaborativo del profesorado como oportunidad educativa. *CEE Participación Educativa*.
- Moreno, G. (2008). Juego tradicional colombiano: una expresión lúdica y cultural para el desarrollo humano. En *Rev. Educación física y deporte*, n. 27-2, 93-99, Bogotá D.C., <http://aprendeonline.udea.edu.co/revistas/index.php/educacionfisicaydeporte/article/view/File/2250/1811>
- Moreno, F. y Santiago, R. (2003). *Formación online. Guía para profesores universitarios*. La Rioja: universidad del Rioja: Reud, Nuteinco.
- Mustafá, A. (2015). El impacto de las matemáticas en la enseñanza con GeoGebra en la comprensión conceptual de los límites y la continuidad: el caso de los estudiantes turquinos regalados y talentos. Tesis maestría. Recuperado de: <http://www.thesis.bilkent.edu.tr/0006980.pdf>
- Natale, V. (1990). Estilo de aprendizaje y rendimiento académico. *Estilo de aprendizaje*, 1(5).
- Navarro, R. (2003). El Rendimiento Académico: Concepto, Investigación y Desarrollo. *Reice - Revista Electrónica Iberoamericana sobre Calidad, Eficacia y Cambio en Educación*, 1-10.
- Niess, M. (2005). Preparando maestros para enseñar ciencias y matemáticas con tecnología: Desarrollando una tecnología Conocimiento de contenidos pedagógicos, Docencia y Formación docente, 21, 509-523.

- OCDE. (2012). Estudiantes de bajo rendimiento: por qué se quedan atrás y como ayudarles a tener éxito. Obtenido de <http://www.oecd.org>:
<http://www.oecd.org/pisa/keyfindings/PISA-2012-Estudiantes-de-bajo-rendimiento.pdf>
- Ocejo, A. y Osme, Y. (2011). Estrategia para la superación de los docentes en el tratamiento metodológico a la resolución de ejercicios y problemas algebraicos.
<http://www.eumed.net/rev/ced/27/osgc.htm>
- Orhun, N. (2001). Student's mistakes and misconceptions on teaching of trigonometry. The mathematics education into the 21st century project. Proceedings of the international conference new ideas in mathematics education, 208 - 211.
- Orjales, I. (1999). Deficit de atención con hiperactividad. "Manual para padres y educadores". Madrid.
- Ortíz, A. y Arias, R. (2012). GeoGebra como herramienta para la Enseñanza de la Matemática: Resultados de un curso de capacitación. Universidad Nacional.
- Oxford Dictionary (2015). Conceptos de aprendizaje. Disponible en:
<https://es.oxforddictionaries.com/definicion/aprendizaje>
- Oviedo, G. (2004). La definición del concepto de percepción en psicología con base en la teoría de Gestalt. Revista de estudios sociales, 89-96.
- Páez, G. (2016). Generación de ambientes escolares en el aula para procesos de enseñanza-aprendizaje por competencias mediante el uso del Software GeoGebra en la institución educativa Enrique Pardo Farelo del municipio El Carmen, Norte de Santander-Colombia.
<https://es.slideshare.net/GermanPaezFranco/udes-doc-tesis-generacin-ambientes-en-el-aula>

Paredes, C. (2013). “Recursos Tecnológicos y su incidencia en el aprendizaje significativo de la Matemática de los estudiantes del bachillerato del Instituto Tecnológico Rumiñahui de la Ciudad de Ambato.”. Recuperado de:

<http://repositorio.uta.edu.ec/jspui/handle/123456789/5428>

Piaget, J. (1985). Psicología y Pedagogía. Barcelona.

Pizarro, R. (2009). Las TICs en la enseñanza de las Matemáticas. Aplicación al caso de Métodos Numéricos. Recuperado de:

http://postgrado.info.unlp.edu.ar/Carreras/Magisters/Tecnologia_Informatica_Aplicada_en_Educacion/Tesis/Pizarro.pdf

Pineda, D. (1996). Disfunción ejecutiva en niños con trastorno por déficit de atención con hiperactividad. Revista neurológica colombiana, 16-25.

Pinel, J. (2005). Biopsicología. México: Editorial Rustica.

Pinto, A., Cortés, O. y Alfaro, C. (2017). Hacia la transformación de la práctica docente: modelo espiral de competencias TICTACTEP. Pixel-Bit(51), 37- 51. doi:10.12795/pixelbit

Pinzón, M. (2014). Matemáticas divertidas con las TICS. Proyecto de aula. Recuperado de:

<https://www.slideshare.net/luzmyreya/matematicas-divertidas-con-las-ticsproyecto-de-aula>. P. 12

Piñeiro, E., Ibáñez, M. y Ortega, T. (2014). Trigonometría. Síntesis editorial S.A. Madrid. E

PISA (2015). Resultados internacionales. Recuperado de: <https://www.oecd.org/pisa/pisa-2015-results-in-focus-ESP.pdf>

Ponce, H. (2000). Enseñar y aprender matemática: propuestas para el segundo ciclo. Editorial novedades educativas, argentina.

- Portilla, M. (2016). Música y Lectura. Obtenido de <http://www.cantoalegre.co>
- Portilla, J. (2014). Uso de GeoGebra como recurso didáctico para la enseñanza de funciones gráficas en 1º Bachillerato de Ciencia y Tecnología.
- Prada, A (1968). Piedecuesta, Pasado y Presente. Consejo Municipal, 23-24.
- Preiner, J. (2008). Technology in Mathematics Education. En línea. Consultado de: <https://archive.GeoGebra.org/static/publications/jpreiner-dissertation.pdf>
- Price, M. y Henao, J. (2011). Influencia de la percepción visual en el aprendizaje. Universidad de La Salle. Fundación Universitaria del Área Andina, 9(1), 89.
- Quecedo, L. y Castaño, C. (2002). Introducción a la metodología de investigación cualitativa. Revista de Psicodidáctica (14), 5-39.
- Quiroga, G. (2006). Métodos alternativos de conflictos: perspectiva multidisciplinar. En q. Gonzalo, métodos alternativos de conflictos: perspectiva multidisciplinar (p. 113 -129). Bosnia de Sarajevo: Editorial URG.
- Rodríguez, C., Pozo, T. y Gutiérrez, J. (2006). La triangulación analítica como recurso para la validación de estudios de encuesta recurrentes e investigaciones de réplica en Educación Superior. RELIEVE. Revista electrónica de Investigación y Evaluación Educativa, 12 (2), p. 289-305.
- Rodríguez, H., Gamboa, M., Rodríguez, M. y Díaz, O. (2016). La geometría asistida por GeoGebra. Dialnet, 62-69.
- Rodríguez, F. y Pozuelos, F. (2005). Aportaciones sobre el desarrollo de la formación del profesorado en centros TIC. Estudio de caso. Pixel-Bit, Revista de Medios y Educación, 35, 33-43. - (2009). Aportaciones sobre el desarrollo de la formación del profesorado en los centros TIC. Estudio de casos. PIXEL BIT Revista de Medios y Educación, 35, 33-43

- Rodríguez, G., Gil, J. y García, E. (1999). Metodología de la investigación Cualitativa. Málaga: Aljibe
- Rodríguez, L. (2012). GeoGebra como herramienta de aprendizaje. Pontificia del Ecuador, 1-3.
- Rojas, C., Castrillón, E. y Córdoba, F. (2015) Visualización Gráfica 3d en Geogebra para La Enseñanza – Aprendizaje de Las Ciencias Básicas. Disponible en:
<http://funes.uniandes.edu.co/10405/2/Rojas2015Visualizaci%C3%B3n.pdf>
- Roselli, N. (2011). Teoría del aprendizaje colaborativo y teoría de la representación social. Convergencias y posibles articulaciones. Revista Colombiana de Ciencias Sociales, 2(2), 173–191. Recuperado de <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=5123804>
- Sánchez, J. (2014). Aprendizaje visible, Tecnología invisible. Santiago de Chile-Chile. Ediciones Dolmen
- Santos, L. (2001). El uso de software dinámico en el desarrollo de significados y conexiones en el aprendizaje de las matemáticas. Conferencia internacional sobre el uso de tecnología en la enseñanza de las matemáticas (pp. 59 - 69). Morelia - México: universidad michoacana de san Nicolás de hidalgo.
- Sing, M. y Gallardo, M. (2014). La escuela rural en la sociedad globalizada: nuevos caminos de una sociedad silenciada. Revista de Curriculum y Formación del Profesorado, 15, 2, 141-153
- Scheel, J. y Laval, E. (2000). Roles alternativos de TIC en educación: sistemas de apoyo al proceso de enseñanza aprendizaje. Ribie.
- Soler, S. (2013). Los constructos en las investigaciones pedagógicas: cuantificación y tratamiento estadístico. Atenas, vol. 3, núm. 23, 2013, pp. 84-101 Universidad de Matanzas Camilo Cienfuegos Matanzas, Cuba.

Travers, R. (1982). *Essentials off learning: the new cognitive learning for students of education.*

Londres: MacMillan Publishing Company.

Velandia, C., Serrano, F. y Martínez, M. (2017). *Formative Research in Ubiquitous and Virtual Environments in Higher Education.* [La investigación formativa en ambientes ubicuos y virtuales en Educación Superior]. *Comunicar*, XXXV(51), 09-18. doi:10.3916/C51- 2017-0.

Viñals, A. y Cuenca, J. (2016). El rol del docente en la era digital. Recuperado de:

<https://www.redalyc.org/pdf/274/27447325008.pdf>

Vygotsky, L. (1997). *Pensamiento e linguagem.* Barcelona, Paidós.

Williams, J. y Goos, M. (2013). *Modelling with mathematics and technologies.* En m. Clements, a. J. Bishop, j. Kilpatrick, & f. Leung, *third international handbook of mathematics education* (pp. 549-569). New york: springer

Witrock, M. (1992). *Generative learning processes of the brain.* *Educational Psychologist*, 27(4), 531-541.

Zañartu, L. (2003). *Aprendizaje Colaborativo: una nueva forma de Diálogo Interpersonal y en Red.* *Contexto Educativo*, V(28), 1-12. Recuperado el 31 de Octubre de 2016, de [pedrochico.sallep.net/.../06%20%20Aprendizaje %20colaborativo%20dialogal.doc](http://pedrochico.sallep.net/.../06%20%20Aprendizaje%20colaborativo%20dialogal.doc)

Uno de los nutricionistas desea saber en qué periodo Amalia aumento más de peso. ¿Cuál procedimiento sugeriría usted al nutricionista para que pueda determinar este periodo?

- hacer la diferencia entre los pesos correspondientes al año final e inicial de cada periodo y luego elegir aquel periodo en donde la diferencia haya dado el mayor valor
- sumar los pesos correspondientes al año final e inicial de cada periodo, dividir esta suma entre dos y elegir aquel periodo en donde la división haya dado el mayor valor
- determinar el peso en cada año, comparar estos valores para conocer el aumento que existe entre año y año, luego sumar los aumentos correspondientes a los años que conforman cada periodo y elegir aquel periodo en donde la suma haya dado el mayor valor.
- sumar los pesos correspondientes a los años que conforman cada periodo, dividir esta suma entre el número de años por periodo y elegir aquel periodo en donde la suma haya dado el mayor valor.

8. El grupo de nutricionistas propone que se analice la evolución del peso de Amalia y Nicolás por periodos, los cuales distribuyen así:

- 1er periodo 0 - 3 años
- 2do periodo 3 - 11 años
- 3er periodo 11 - 15 años
- 4to periodo 15 - 20 años

Una de las conclusiones que da el grupo de nutricionistas, con base en su análisis, es

- el mayor aumento de peso tanto de Amalia como de Nicolás, se presentó en el segundo periodo, pues es el periodo que tiene mayor número de años
- en todos los periodos el peso de Nicolás siempre fue mayor al de Amalia, ya que cuando nacieron tenían el mismo peso y a los 20 años el peso de Nicolás fue mayor
- el único periodo en el que el aumento de peso de Amalia fue distinto al de Nicolás fue el cuarto periodo, pues empezaron pesando lo mismo y terminaron con una diferencia de casi 10 kg
- solo en el primer periodo, el aumento de peso año a año tanto para Amalia como para Nicolás fue el mismo, ya que sus pesos siempre coinciden en los mismos puntos

9. La siguiente gráfica representa el comportamiento del peso W en libras de una persona durante la vida de cierta persona x . Al determinar los intervalos en los que la función W es creciente y en los que es decreciente, se concluye que:

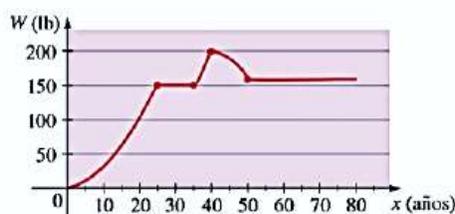
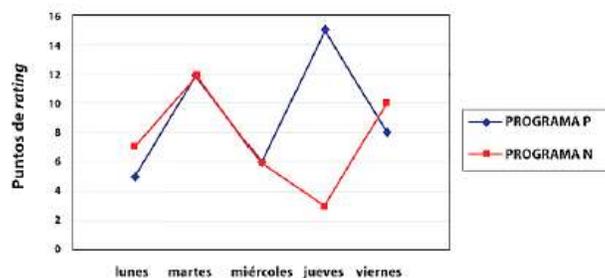


FIGURA 5 El peso como función de la edad



- a) W es creciente en $[0, 25]$ y $[25, 50]$. Es decreciente en $[40, 50]$
 b) W es creciente en $[25, 35]$ y $[35, 40]$. Es decreciente en $[50, 80]$
 c) W es creciente en $[10, 25]$ y $[40, 50]$. Es decreciente en $[50, 80]$
 d) W es creciente en $[0, 25]$ y $[35, 40]$. Es decreciente en $[40, 50]$

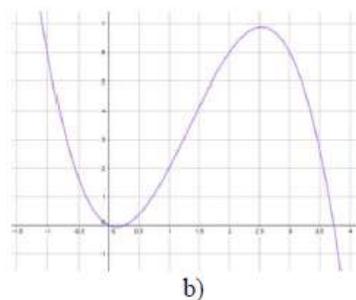
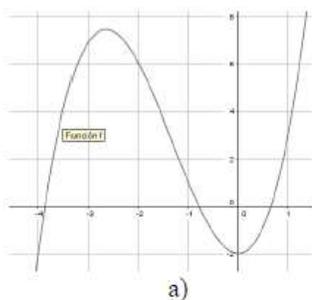
10. La siguiente gráfica muestra el rating -medición de sintonía-, de dos programas que se transmiten en dos canales de televisión de un mismo país a la misma hora. Ambos programas se emiten de lunes a viernes y la medición se hizo durante una semana.

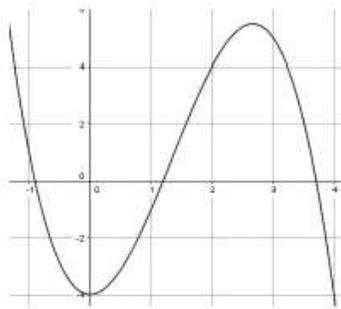


Sobre los puntos de rating de los programas P y N, ¿cuál o cuáles de las siguientes afirmaciones es o son verdadera(s)? **I.** El viernes, el programa P tuvo más puntos de rating que el programa N. **II.** Tanto el martes como el miércoles, ambos programas registraron la misma cantidad de puntos de rating. **III.** El jueves fue el día en que el programa P tuvo más puntos de rating.

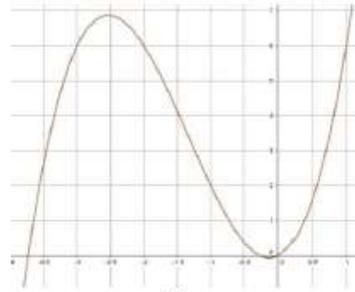
- a) I solamente.
 b) I y II solamente.
 c) II solamente.
 d) II y III solamente.

11. si al final de la clase, se plantea el ejercicio de relacionar funciones con alguno de sus puntos notables y su representación potencial. Entonces, siendo la función $f(x) = -x^3 + 4x^2 - x$, ¿cuál de las siguientes gráficas representa mejor su modelado?





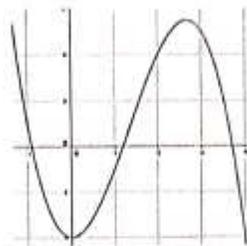
c)



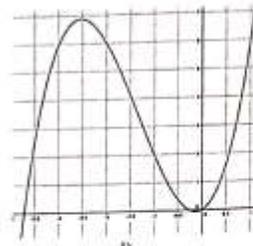
d)

Tabla de Respuestas											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
a											
b											
c											
d											

Anexo 4. Evidencias hojas de respuestas prueba de entrada académica



c)



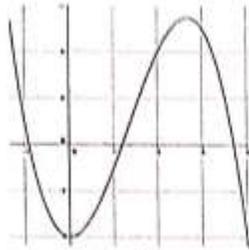
d)

Tabla de Respuestas											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
a	✓	✗					✗		✗		✗
b			✗					✗			
c				✗	✗						
d	✗	✓	✗	✓	✓	✗	✗	✗	✗	✗	✗

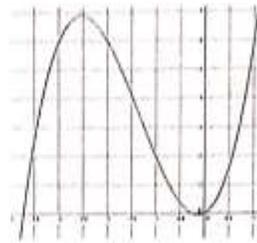
$\frac{3}{11}$

Yeison Fabian Romirez Suarez 1103

Yulety



c)



d)

Tabla de Respuestas											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
a	X	X					X				X
b										X	
c			X	X	X	X					
d								X	X		

7
11

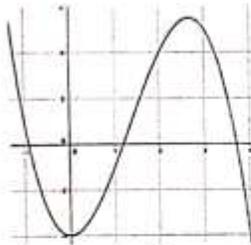
Yulety Doyana Sánchez Ramírez Grado = 7^o 03.

Acacia
 $\frac{1}{2} \cdot 100 \rightarrow 50 + 15000$
 Palmarosa
 $\frac{1}{5} \cdot 100 \rightarrow 20 + 15000$
 $(100)(20) + 15000$
 $2000 + 15000 = 17000$
 $(150)(20) + 15000$
 $3000 + 15000 = 18000$
 $(100)(40) + 15000$
 $4000 + 15000 = 19000$
 $(150)(40) + 15000$
 $6000 + 15000 = 19000$

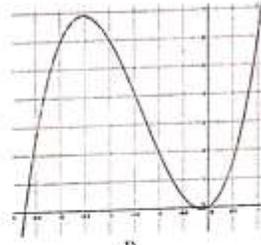
Acacia
 $(100)(20) + 15000$
 $2000 + 15000 = 17000$
 Palmarosa
 $(150)(20) + 15000$
 $3000 + 15000 = 18000$
 $(100)(30) + 15000$
 $3000 + 15000 = 18000$
 $(150)(30) + 15000$
 $4500 + 15000 = 19500$

Acacia
 $(100)(20) + 15000$
 $2000 + 15000 = 17000$
 Palmarosa
 $(150)(20) + 15000$
 $3000 + 15000 = 18000$
 $(100)(30) + 15000$
 $3000 + 15000 = 18000$
 $(150)(30) + 15000$
 $4500 + 15000 = 19500$

10 - 2 = 8 1er
 $30 - 10 = 20$ 2do
 $55 - 30 = 25$ 3er
 $A 60 - 55 = 15$
 $N 40 - 55 = 25$



c)



d)

Tabla de Respuestas											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
a											
b											
c											
d											

$\frac{2}{11}$

Menor: 61^2

$$\begin{array}{r} 2.0 \\ 2.0 \\ \hline 76.1 \\ 58 \\ \hline 8.41 \\ 2 \\ \hline 8.41 \\ \times 6 \\ \hline 50.46 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 600 \text{ g} \\ 20 \\ \hline 000 \\ 1200 \\ \hline 12000 \\ 30000 \\ \hline 42000 \end{array}$$

$b = 30,000$
 $n = 600$

$lodo = 2,9 \text{ cm}$

Volumen: L^3

$$\begin{array}{r} 2.9 \\ 2.9 \\ \hline 26.1 \\ 58 \\ \hline 8.41 \\ 2.9 \\ \hline \end{array}$$

$24,384$

$(-1) 825 - 1C \geq 415$

$-825 + 1C \leq 415$

$1C \leq 415 + 825$

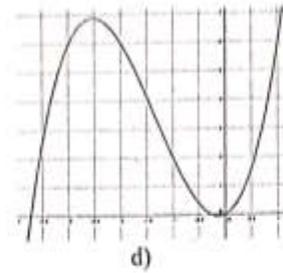
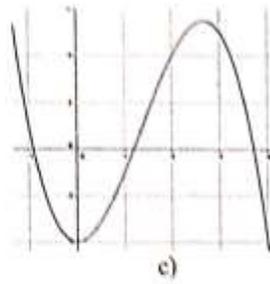
$C \leq \frac{1240}{1}$

$\frac{1}{2}$

$$\begin{array}{r} 11 \\ 1240 \overline{) 2} \\ 09 \quad 645 \\ \hline 10 \end{array}$$

$C \leq \frac{645}{2}$

$$\begin{array}{r} 211 \\ 645 \overline{) 2} \\ 04 \quad 3225 \\ \hline 05 \quad 10 \end{array}$$



Shaireth
Gizell

Tabla de Respuestas

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
a	X	X		X						X	X
b			X								
c					X	X	X				
d								X	X		

$\frac{4}{11}$

Shaireth Gizell Carvajal Sinaco 11-03.

$$100x + 15000 \leq 15000 + 13000$$

$$150000 - 13000 < 150x - 1000x$$

$$\frac{20000}{50} < 50x$$

$$40 < x$$

$$\frac{150}{50} = \frac{3}{1}$$

$$\frac{90}{200}$$

Anexo 5. evidencias fotográficas prueba de entrada académica



Anexo 6. Tabla control de respuestas Pretest

CÓDIGO		ESTUDIANTES	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8	P9	P10	P11	TC	TI										
E1	1	ANAYA CONTRERAS SAMEC ISAAC	C	C	I	C	I	I	I	I	C	I	I	4	7										
E2	2	ARDILA GOMEZ VALENTINA	I	C	I	C	I	I	I	I	C	C	I	4	7										
E3	3	ARGUELLO RUIZ JESSICA ALEJANDRA	I	I	I	I	I	I	I	I	I	I	I	0	11										
E4	4	AYALA CENTENO MARIA FERNANDA	C	C	I	C	C	I	C	I	C	I	C	7	4										
E5	5	BAUTISTA PEINADO DEIBY STIVAN	I	C	I	I	C	I	I	I	C	I	I	3	8										
E6	6	BENITEZ GOMEZ ANDRES CAMILO	I	C	I	I	I	C	I	I	C	I	I	3	8										
E7	7	CARVAJAL CARDENAS JUAN DAVID	I	C	I	I	C	I	I	C	C	I	I	4	7										
E8	8	CARVAJAL SINUCO SHAIRETH GIZELL	I	C	I	C	C	I	I	C	I	I	I	4	7										
E9	9	CRUZ JAIMES FARID SANTIAGO	I	C	I	C	I	I	I	I	I	I	I	2	9										
E10	10	DIAZ CRISTANCHO CARLOS DANIEL	I	I	I	C	C	I	I	I	C	C	I	4	7										
E11	11	DOTOR NIÑO LEIDY CATHERIN	I	C	I	I	C	C	I	I	I	C	I	4	7										
E12	12	DURAN GOMEZ MARIA PAULA	I	C	I	C	C	I	I	I	I	I	I	3	8										
E13	13	GAFARO AISLANT MARIA ALEJANDRA	I	C	I	C	C	I	I	I	C	C	C	6	5										
E14	14	GOMEZ REYES MARIA CAMILA	I	I	I	I	C	I	I	I	I	C	I	2	9										
E15	15	GONZALEZ TORRES JUAN ANDRES	I	C	I	I	I	C	I	I	C	I	I	3	8										
E16	16	HERRERA MANTILLA JHON SEBASTIAN	I	C	I	C	I	I	I	I	I	I	I	2	9										
E17	17	JEREZ RUEDA ANTONY ESTID	I	C	I	C	I	C	I	I	C	C	I	5	6										
E18	18	JIMENEZ ARIAS KAREN DANIELA	I	C	I	C	I	C	I	I	C	C	C	6	5										
E19	19	LIPEZ DUARTE MARIA CATALINA	I	C	I	C	C	I	I	I	C	C	I	5	6										
E20	20	MARTINEZ LOBO JUAN PABLO	C	I	C	C	I	I	C	I	I	I	I	4	7										
E21	21	MENDOZA RODRIGUEZ DAVID JAVIER	I	C	I	C	C	I	I	C	C	I	I	5	6										
E22	22	MIER ROJAS JOHAN SNEIDER	I	C	I	C	C	I	I	I	C	I	I	4	7										
E23	23	NIÑO PEÑA WENDY VANESSA	I	I	I	I	C	I	I	I	C	I	I	2	9										
E24	24	OLIVEROS CHIPAGRA CHIRLSLEY TATIANA	I	C	I	C	I	C	C	I	C	C	I	6	5										
E25	25	ORTIZ CHAPARRO YENIFER DAYANA	I	C	I	C	I	C	C	C	C	C	I	7	4										
E26	26	ORTIZ RODRIGUEZ BRANDOM STEVEN	I	C	I	C	C	I	I	I	I	C	I	4	7										
E27	27	ORTIZ VELASCO LUISA ALEJANDRA	I	C	I	C	I	C	I	I	C	C	I	5	6										
E28	28	PATIÑO VILLAMIZAR ESTEFANY	I	C	I	C	I	I	I	I	C	C	C	5	6										
E29	29	PEREIRA OVALLE MICHELL DANIELA	I	I	I	I	C	I	I	C	I	I	C	3	8										
E30	30	PEREZ FLORIAN LUISA ELENA	I	I	I	I	C	C	C	I	I	C	I	4	7										
E31	31	QUINTERO RODRIGUEZ NIKOL LORAYNE	I	I	I	C	I	I	I	I	C	I	I	2	9										
E32	32	QUINTERO VALDERRAMA ANDRES ESSNEIDER	I	C	I	C	C	I	I	I	I	C	I	4	7										
E33	33	RAMIREZ SUAREZ YEISON FABIAN	I	C	I	C	C	I	I	I	I	I	I	3	8										
E34	34	RAMIREZ VELASQUEZ JHEREMY EDUARDO	I	C	I	I	C	I	I	I	C	I	I	3	8										
E35	35	REYES ANDRES FELIPE	C	C	I	C	I	I	I	I	C	C	I	5	6										
E36	36	ROA JAIMES DIEGO ANDRES	I	I	I	C	C	I	I	I	C	C	C	5	6										
E37	37	SANCHEZ RAMIREZ YURETZY DAYANA	I	C	C	C	C	C	I	C	C	I	I	7	4										
E38	38	SANDOVAL PERICO BRAYAN	I	I	I	C	C	I	I	I	I	C	I	3	8										
E39	39	VEGA VESGA YEISON RICARDO	I	I	I	I	C	I	I	C	I	I	I	2	9										
E40	40	ZORRILLA GALENAO EDWIN DUBAN	I	C	I	C	C	C	I	I	C	C	I	6	5										
		C	CORRECTAS											4	29	2	28	24	11	5	7	25	19	6	4
		I	INCORRECTAS											36	11	38	12	16	29	35	33	15	21	34	
			P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8	P9	P10	P11												

Anexo 10. Evidencias fotográficas prueba emocional



Anexo 11. Grupo muestra.



Anexo 12. Taller 1



Taller 1: GEOGEBRA Y LA FUNCIÓN EXPONENCIAL

DBA

Comprende y usa el concepto de razón de cambio para estudiar el cambio promedio y el cambio alrededor de un punto y lo reconoce en representaciones gráficas, numéricas y algebraicas.

EVIDENCIAS DE APRENDIZAJE

Utiliza representaciones gráficas o numéricas para tomar decisiones, frente a la solución de problemas prácticos.

Determina la tendencia numérica en relación con problemas prácticos como predicción del comportamiento futuro.

Relaciona características algebraicas de las funciones, sus gráficas y procesos de aproximación sucesiva.

FUNCIONES EXPONENCIALES

Éstas son funciones, como $f(x) = 50^x$, donde la variable independiente está en el exponente y la base siempre debe cumplir como primera regla el ser un número real mayor a 0. Las funciones exponenciales se usan para modelar numerosos fenómenos del mundo real, como por ejemplo:

el crecimiento de una población



El crecimiento de una inversión que gana interés compuesto.



Una vez obtenido el modelo exponencial, se puede usar el modelo en la mayoría de las situaciones para predecir el tamaño poblacional o calcular la cantidad de una inversión para cualquier fecha futura.

(Ver y analizar en YouTube: ¿Cómo funciona el Crecimiento Exponencial? grupo The Black Eyed Peas.
<https://www.youtube.com/watch?v=Gjy-v-ATZID>)

Son muchas de las aplicaciones de la función exponencial, pero para su modelación debe cumplir ciertas reglas para también llegar a su representación en el plano cartesiano, que permite determinar fácilmente con ayuda de un software hacer predicciones a futuro.

GRÁFICAS DE FUNCIONES EXPONENCIALES

La función exponencial

$$f(x) = a^x \quad (a > 0, a \neq 1)$$

tiene dominio \mathbb{R} y rango $(0, \infty)$. La recta $y = 0$ (el eje x) es una asíntota horizontal de f . La gráfica de f tiene una de las siguientes formas.

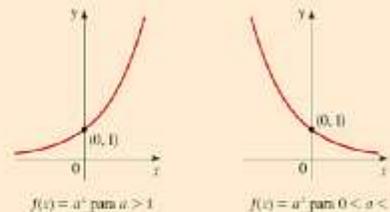


FIGURA 1: Precálculo: matemáticas para el cálculo

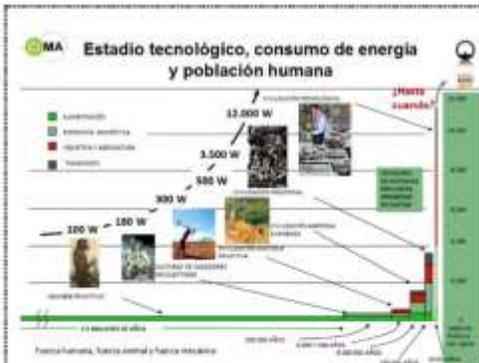


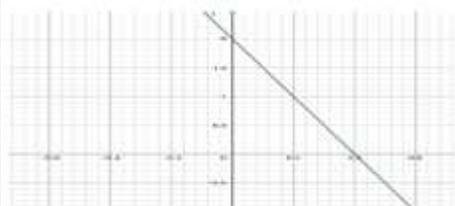
Figura 3. Evolución humana desde el punto de vista energético, expresada en vatios de potencia per cápita de las distintas culturas y estadios de dicha evolución, con discriminación de la energía invertida en satisfacer determinadas actividades humanas.

La función exponencial tiende a representar crecimientos que varían muy rápidamente en magnitudes significativas. En esta grafica se representa un estudio que muestra la población y su primer consumo, la comida. Después de iniciar la economía y la creación de herramientas todo empieza a evolucionar, aparecer y a crecer en grandes pasos a corto tiempo.

CARACTERISTICAS DE UNA FUNCIÓN:

Normalmente se identifican cuatro características para cada función que se trabaje; Comportamiento (creciente, decreciente o constante), puntos notables (corte en el eje x y en el eje y, vértices), dominio y rango.

Por ejemplo, si se toma $f(x) = 2 - 5x$, la gráfica es:



Si se observa de izquierda a derecha (siempre), la recta va bajando por lo tanto tiene un comportamiento Decreciente (Disminuye). Puntos notables: $C_x = (0.4, 0)$ y $C_y = (0, 2)$. Y el dominio y el rango son todos los números reales.

PRACTICA CON GEOGEBRA

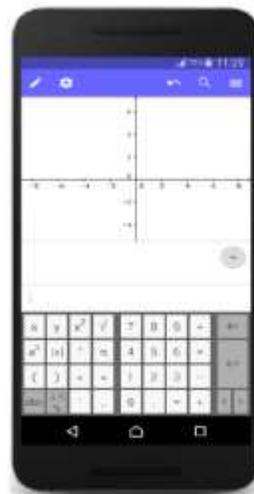
Es necesario llegar a una relación o comparación entre las funciones potencia y las exponenciales para identificar, según los puntos notables y comportamiento de cada una, siendo algebraicamente "solo un cambio de posición"

1. En un mismo plano representar cada par de funciones y luego, textualmente, explicar sus semejanzas y diferencias.

- a) $f(x) = x^2$
 $g(x) = 2^x$
- b) $f(x) = x^3$
 $g(x) = 3^x$
- c) $f(x) = x$
 $g(x) = 1^x$
- d) $f(x) = x^{1/2}$
 $g(x) = (\frac{1}{2})^x$
- e) $f(x) = x^{1/3}$
 $g(x) = (\frac{1}{3})^x$

NOTA: organizar en documento Word y enviar al correo, marcialo@gmail.com; portada, introducción, trabajo y conclusión de lo aprendido.

A continuación encuentras algunas indicaciones sobre Geogebra y el trabajo a realizar.



Para el celular se sigue un proceso sencillo de instalación y manejo.

Ver: **COMO USAR GEOGEBRA PARA ANDROID**
<https://www.youtube.com/watch?v=wpnbdMxpDqI&t=9s>

INSTALACIÓN. Para trabajos en Pc se realizará el siguiente proceso:



Figura 1 Página de descarga de GeoGebra

Fuente: Autor



Figura 3 Link de descarga de GeoGebra

Fuente: Autor



Figura 4 Cuadro de instalación de GeoGebra

Fuente: Autor



Figura 1 Acuerdo de licencia de GeoGebra

Fuente: Autor



Figura 6 Tipo de Setup de GeoGebra

Fuente: Autor



Figura 7 Barra de estado de instalación de GeoGebra

Fuente: Autor



Figura 8 Instalación finalizada

Fuente: Autor



Figura 9 Entorno inicial de GeoGebra

Fuente: Autor

Puede apoyarse en el video

<https://www.youtube.com/watch?v=iXB24rJem0w>

MENÚ PRINCIPAL

BARRA DE HERRAMIENTAS GEOMÉTRICAS; desde generar un punto (x,y), hasta generar sólidos y ejemplos de simetría

VISTA ALGEBRAICA: En ella aparece todo lo que haga en el software que se pueda representar de forma algebraica y/o numérica.

VISTA GRÁFICA
Con algunas herramientas puede modificar las escalas de los ejes, además cambiar color de todo lo que represente en ella. Puede modificar cuadrícula, zoom y ubicación del centro.

BARRA DE ENTRADA: permite el ingreso del lenguaje algebraico para luego representarlo en el plano.

Para escribir exponentes es necesario el símbolo "^^" y división "/";
 $x^2 = x^{\wedge}2$, $\frac{3}{2} = 3/2$, $3^{x-8} = 3^{\wedge}(x-8)$

PRUEBATE

2. Al preguntarle al grupo ¿Qué es una función exponencial? Ellos describen tres características:

- I. Es una función que a cada número real x le asigna una potencia a^x , donde a es diferente de 0.
- II. Es de la forma $F(x) = a^x$, siempre relacionando con Dominio y Rango todos los Reales.
- III. Es una función que es siempre creciente.

AL analizarlas sería adecuado afirmar:

- a. I es correcta.
- b. II y III son correctas
- c. II es correcta.
- d. I, II y III son correctas

3. Si la función exponencial modela crecimiento o decrecimiento en una relación de variables, se puede concluir sobre $f(x) = 1^x$:

- a. Es una función de constante de crecimiento 1.
- b. A pesar de tener la variable independiente en el exponente, el 1 elevado a cualquier número real siempre cera 1, por lo tanto la relación es constante y no es un modelo exponencial.

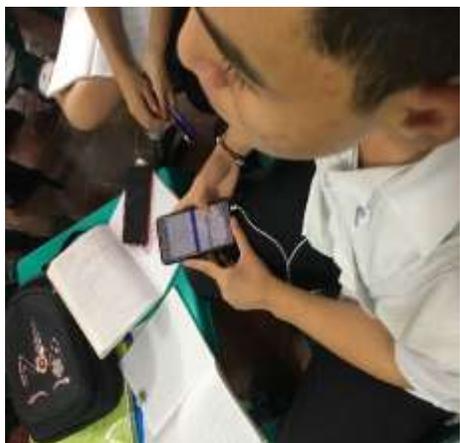
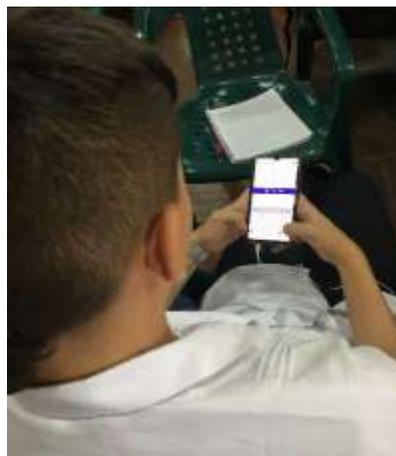
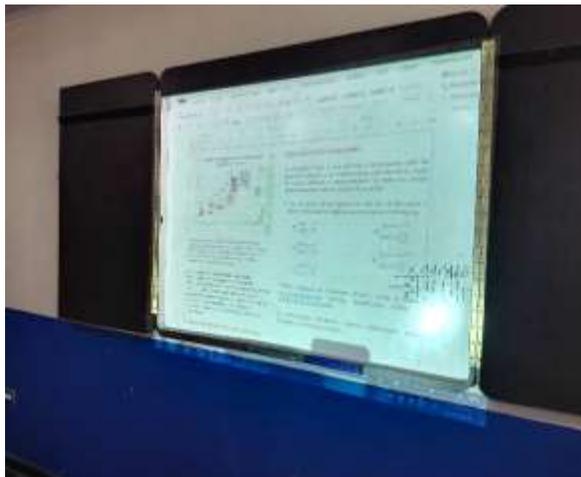
- c. tiene gráficamente un comportamiento decreciente, siendo solo crecientes las funciones con base $a > 0$.
- d. es una función que cumple con las Asintota horizontal en $y = 0$.

4. No es una propiedad de una función exponencial:
- a) Creciente si $a > 1$
 - b) No tiene puntos de inflexión.
 - c) No tiene máximos, ni mínimos.
 - d) Pasa por el punto (0,0).

TABLA DE RESPUESTAS				
	A	B	C	D
2				
3				
4				

¡Solo nuestro esfuerzo limita nuestros triunfos!

Anexo 13. Evidencias fotográficas taller 1



Introducción

En este trabajo hemos cambiado la metodología con la que siempre veníamos trabajando el área de matemáticas.

Se a usado la tecnología, mediante talleres de practica y análisis para desarrollar el tema de funciones exponenciales.

A continuación observaremos el desarrollo de 4 talleres diseñados por el profesor Marco Arley, cada taller propone actividades diferentes todas centradas en el comportamiento y explicación de las funciones exponenciales.

Desarrollo taller 1

Análisis del video

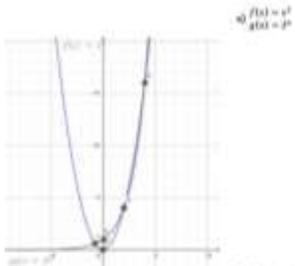
Matemáticamente: en el video vemos como al comienzo hay una sola persona bailando, y al pasar la canción se van animando más personas y más haciéndolo de una forma creciente, no proporcional.

Análisis personal: este es un claro ejemplo de que la aptitud, la alegría en este caso se puede contagiar entre nosotros. Hacer lo que otros hacen o dejar de hacer lo que queremos porque los demás no lo hacen, esta muy mal.

Practica con GeoGebra

TALLER #1

1. En un mismo plano representar cada par de funciones y luego, detalladamente, explicar sus semejanzas y diferencias.



Se diferencian en que en la primera mitad de la gráfica antes de que crucen el eje Y al $f(x)=x^2$ va de forma decreciente hasta tocar el punto de $(0,0)$ y al $g(x)=2^x$ varía de forma constante hasta el punto -4 que empieza a elevarse de forma creciente y hay un punto de corte en $(-1, \frac{1}{2})$ y $(2,4)$. Se asemejan en que después del eje Y ambas gráficas van de forma creciente donde hay un punto de corte en $(2,4)$.

TABLA DE RESPUESTAS				
	A	B	C	D
2				
3				
4				

0101x 0011x

0101x 0011x

0101x 0011x

TABLA DE RESPUESTAS				
	A	B	C	D
2			•	
3				•
4				•

1. Sobre la gráfica

$f(x) = x^2$
 $g(x) = x^2$
 $h(x) = x^2$
 $i(x) = x^2$

2. Sobre la gráfica

3. Sobre la gráfica

Ejercicio B

Vemos que una de las funciones sube y no pasa de 0 a negativa, en cambio la otra función sube hacia infinito positivo y también va hacia infinito negativo. Estas se cortan entre sí.

TABLA DE RESPUESTAS				
	A	B	C	D
2	✗			
3		✗		
4	✗			

Anexo 15. Taller 2.



Taller 2: MODELOS MATEMÁTICOS

DBA

Comprende y usa el concepto de razón de cambio para estudiar el cambio promedio y el cambio alrededor de un punto y lo reconoce en representaciones gráficas, numéricas y algebraicas.

EVIDENCIAS DE APRENDIZAJE

Utiliza representaciones gráficas o numéricas para tomar decisiones, frente a la solución de problemas prácticos.

Determina la tendencia numérica en relación con problemas prácticos como predicción del comportamiento futuro.

Relaciona características algebraicas de las funciones; sus gráficas y procesos de aproximación sucesiva.

MODELOS MATEMÁTICOS

Un **modelo matemático** es una descripción matemática (a menudo por medio de una función o una ecuación) de un fenómeno real, como el tamaño de una población, la demanda de un producto, la velocidad de un objeto que cae, la concentración de un producto en una reacción química, la esperanza de vida de una persona al nacer, o el costo de la reducción de las emisiones.

El propósito del modelo es comprender el fenómeno y tal vez hacer predicciones sobre su comportamiento futuro. El objetivo al modelar es representar algunas características de la cosa real, por ejemplo, un retrato de una persona, un maniquí y un cerdo pueden ser modelos de un ser humano. Y aunque ninguno es una copia perfecta de este, si posees ciertos aspectos en común con un ser humano. La pintura describe la apariencia física de un individuo en particular; el maniquí porta ropa tal como la persona y el cerdo está vivo, depende de cómo usemos el modelo: para recordar viejos amigos, Para compra de ropa para estudiar biología.

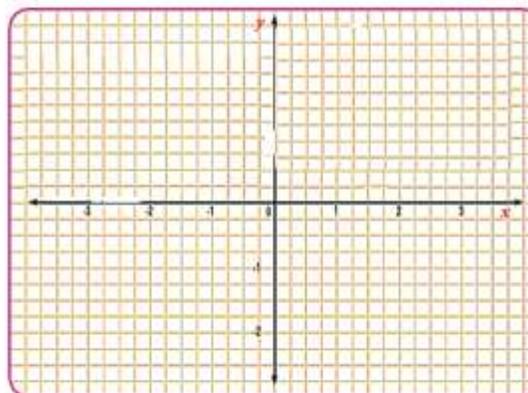
Un ejemplo de una función exponencial es el crecimiento de bacterias. Algunas bacterias se duplican cada hora. Si comienza con 1 bacteria y se triplica cada hora, tendrá 3^x bacterias después de x horas.

Esto se puede escribir como $f(x) = 3^x$.

COMIENZA

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
$y=3^x$	0.0625	0.125	0.25	0.5	1	2	4	8	16

¿Podrás graficar esta función?



Al entrar en problemas de aplicación ya no se manejan los valores estándar para la variable independiente, por lo tanto, su proceso de graficación se hace más tedioso y de cuidado en el manejo del rango del eje y en especial, así que el software Geogebra brinda la oportunidad de realizar dos posibles procesos:

- Si se tiene la función, generar una tabulación con un rango en el dominio que se desee y la correspondiente gráfica.
- Si solo se tiene una tabla de valores pero no la función, realizar unas "regresiones" para determinar la que más se ajusta y así mismo poder hacer estimaciones de ciertos valores a Futuro en la tabla trabajada.

REGRESIÓN:

El análisis de regresión consiste en encontrar un modelo que relaciona los valores medidos de un conjunto de variables.

Los valores medidos en el mundo real nunca se ajustan de forma perfecta a un modelo, debido en primer lugar a errores de medida, pero también a que cualquier modelo matemático es una simplificación del mundo real, y si tuviera en cuenta todos los factores que influyen en un conjunto de variables, sería inmanejable.

Por tanto, no tiene sentido aspirar a encontrar un modelo que prediga exactamente los valores medidos, y debemos admitir que el modelo cometerá un cierto error.

Para la tabla:

10	20	30	40	50	60	70	80	90
30	40	40	50	70	80	90	120	199

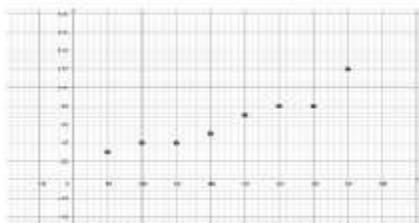


Figura 1: Diagrama de puntos en el plano.

Y en Regresión realizada por GeoGebra, se ha seleccionado como la más ajustada;

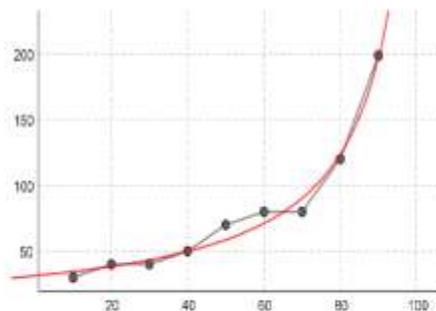


Figura 2: función-Regresión-polígono de puntos

Luego sería trabajar con la función que esta arroja y evaluarlo en el valor de x que se desee hacer la predicción.

PRACTICA CON GEOGEBRA

1. Para cada tabla de valores, generar las diferentes regresiones que permite la plataforma y elegir la más conveniente justificando y clasificándola según a la familia de funciones a la que pertenece.

a) **Crecimiento poblacional** La población P de Piedecuesta, Santander, desde 1985 se muestra en la tabla siguiente. (ESTIMACIONES DE POBLACIÓN 1985 - 2005 Y PROYECCIONES DE POBLACIÓN 2005 - 2020 TOTAL MUNICIPAL POR ÁREA-DANE) ¿cuál es su estimación para el 2020?

t	1985	1990	1995	2000	2005	2010	2015
P	50.853	70.243	87.466	102.845	117.405	132.725	149.248

b) **Cambio diario de temperatura** Las lecturas de temperatura T (en $^{\circ}\text{C}$) fueron registradas cada 2 horas del día hora militar en Piedecuesta, Santander, el 2 de Agosto de 2019. El tiempo t se midió en horas desde la medianoche.

t	6	9	12	15	18
T	20,1	23,2	25	24,6	22,7

NOTA: Organizar en documento Word y enviar al correo, marcialo@gmail.com; portada y trabajo. (Puede organizar un solo trabajo con los talleres a trabajar y al final envía un solo documento)

A continuación encuentras algunas indicaciones sobre Geogebra y el trabajo a realizar.

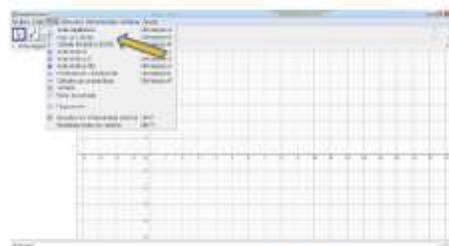


Figura 3: Vista-Hoja de Cálculo

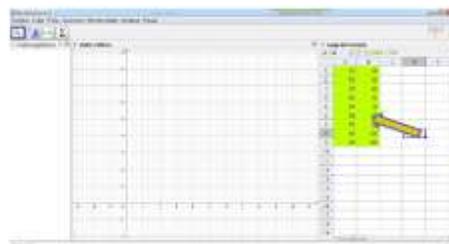


Figura 4: tabla de valores

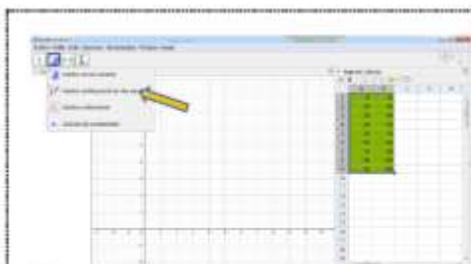


Figura 5: Análisis de Regresión (seleccionar tabla)

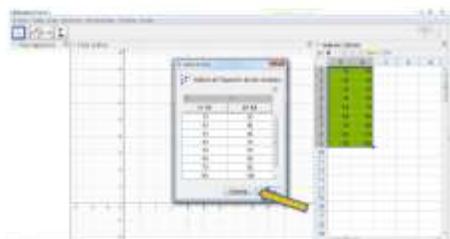


Figura 6: Analizar (verificar la tabla de datos)

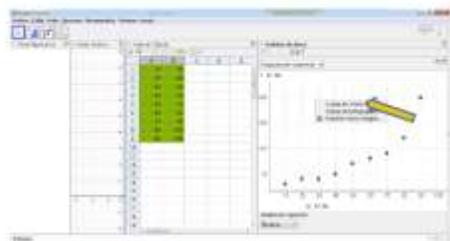


Figura 7: Copiar en Vista gráfica

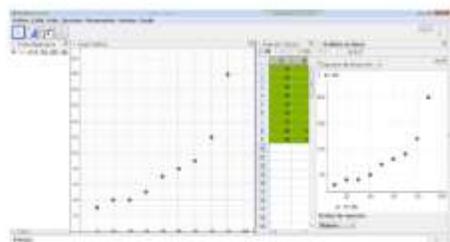


Figura 8: Verificar en vista gráfica



Figura 9: Seleccionar la regresión que se ajuste

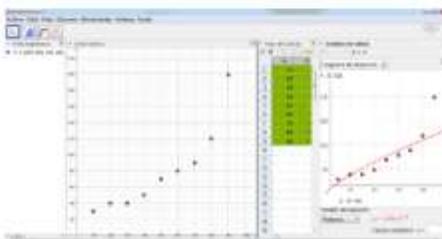


Figura 10: regresión- función potencia

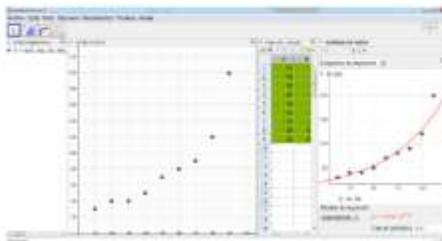


Figura 11: regresión- función exponencial.

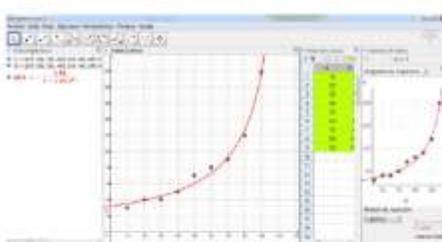


Figura 12: Copiar en Vista Gráfica la función seleccionada

Es un proceso que solo se puede hacer en computador, ya que la versión Mobile no tiene esa herramienta.

PRUEBATE

2. La población proyectada P de una ciudad está dada por $P = 125.000 (2)^{(t/20)}$ donde t es el número de años a partir de 1995. Para saber cuál es la población estimada para el año 2015, solo se debe reemplazar en la función el valor de t y calcular. Por lo tanto:

- Reemplaza $t = 2015$, para determinar el valor estimado de 2.6649×10^{35} personas.
- Reemplaza $t = 20$, para determinar un estimado de 125000 personas.
- Reemplaza $t = 2015$, lo divide en 20 y luego lo multiplica por 2 y por 125000 para obtener la estimación.
- Reemplaza $t = 20$, para determinar un estimado de 250000 personas.

3. para la siguiente tabla de valores que representan cual sería el modelo más adecuado:

T	0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5
V	4625	4625	3885	2960	1665	0

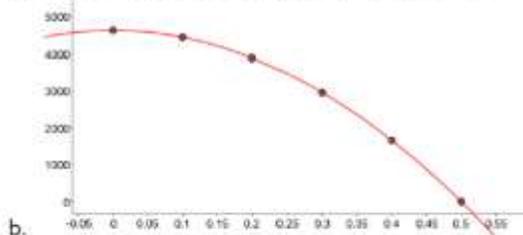
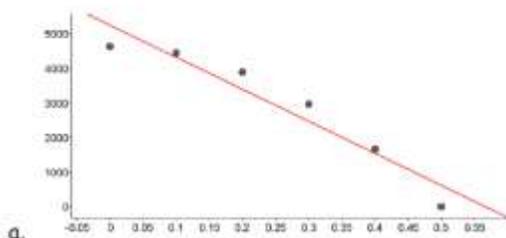
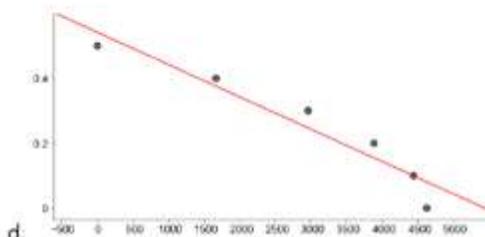
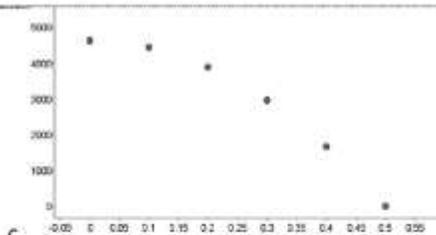
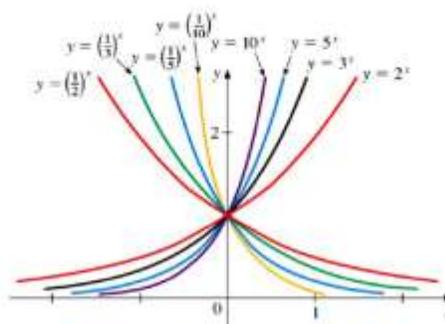


TABLA DE RESPUESTAS

	A	B	C	D
2				
3				
4				



4. En el siguiente plano se encuentran diferentes representaciones de funciones de la familia exponencial.



De esta representación, se pueden tomar tres características:

- Todas tienen punto de corte $(0,1)$ en el eje y .
- Cada función toma como asíntota horizontal al eje x .
- El dominio y Rango de cada función es el conjunto de números Reales.

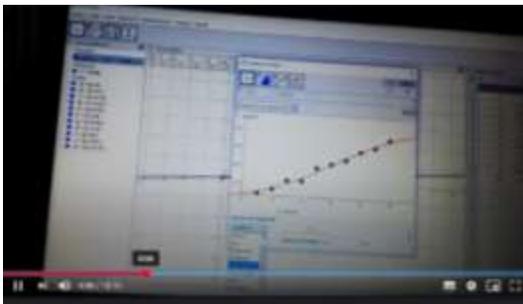
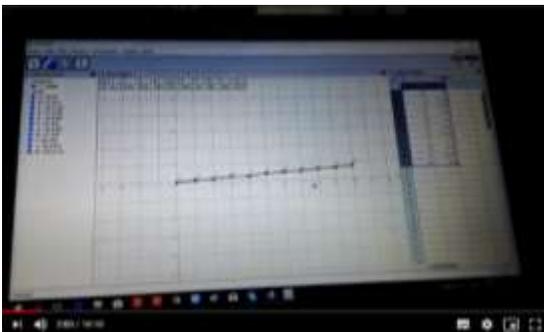
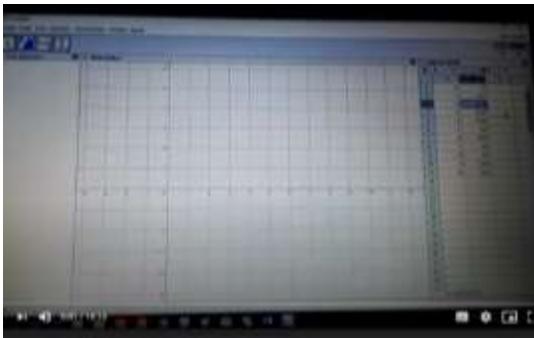
De las cuales se concluye que:

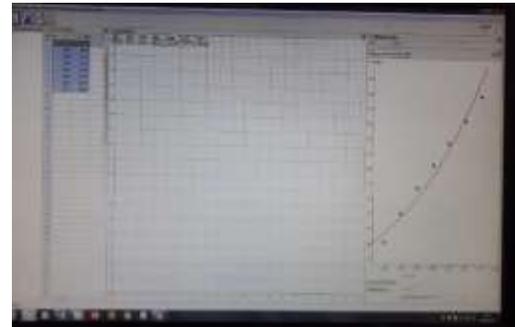
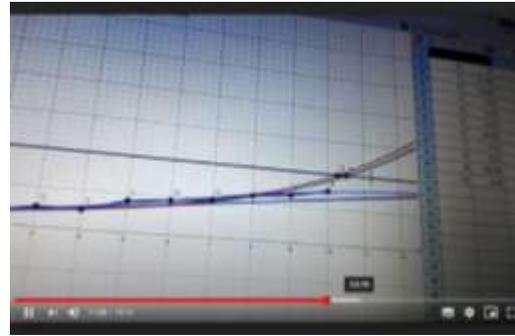
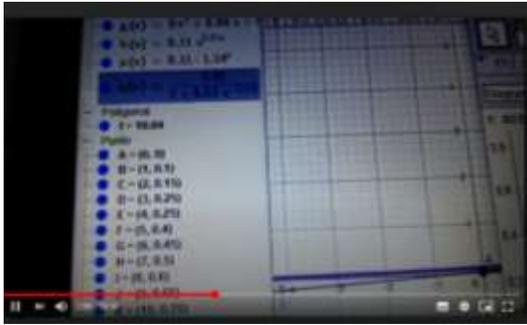
- I es correcta
- II es correcta
- I y II son correctas.
- I, II y III son correctas.

¡Solo nuestro esfuerzo limita nuestros triunfos!

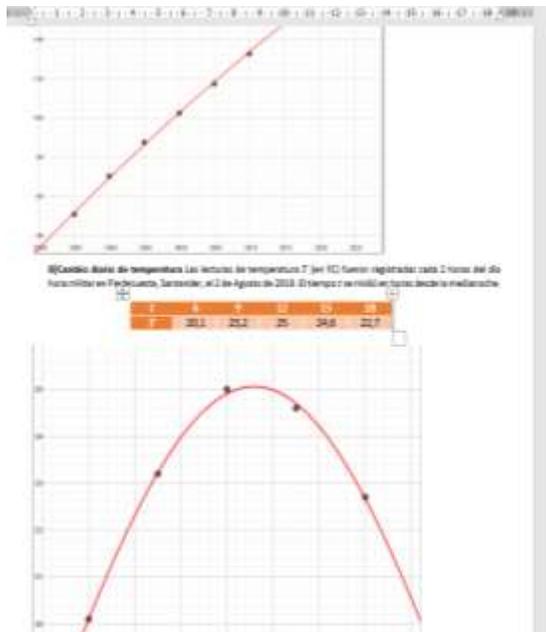
Anexo 16. Evidencias fotográficas (taller 2)





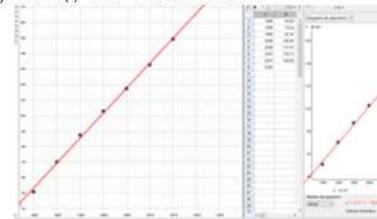


Anexo 17. Evidencias trabajos (taller 2)

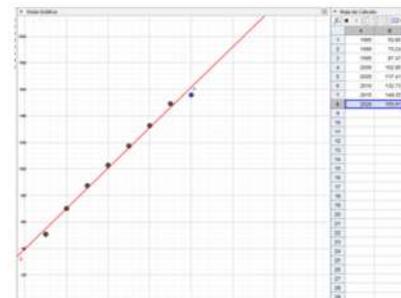


1.

a) Donde $h(x) = 3.21x - 6328.29$ de forma lineal



de acuerdo a esto, la estimación de población para el 2020 sería:
 $h(x) = 3.21(2020) - 6328.29$
 $h(x) = 6484.2 - 6328.29$
 $h(x) = 155.91$



The screenshots show a digital workspace with a ruler at the top. The workspace is divided into two columns. The left column contains four screenshots showing different graphs: a coordinate plane with a point, a coordinate plane with a vertical line, a coordinate plane with a parabola, and a coordinate plane with a vertical line. The right column contains three screenshots: a coordinate plane with a line, a coordinate plane with a line, and a coordinate plane with a line. Below the right column is a table titled 'TABLA DE RESPUESTAS'.

TABLA DE RESPUESTAS				
	A	B	C	D
2	x			
3		x		
4			x	

Taller 2: MODELOS MATEMÁTICOS

1. Una sala está de fábrica, pero los clientes requieren que permita la pintura y según la sala construida (en metros) y cuál será la según a la función de la sala es la que se muestra.

4. Construye y grafica la función $f(x)$ de la siguiente manera: $f(x) = 2x^2 - 12x + 18$ y $f(x) = -x^2 + 4x - 4$. ¿Cuál es el dominio de cada una de ellas?

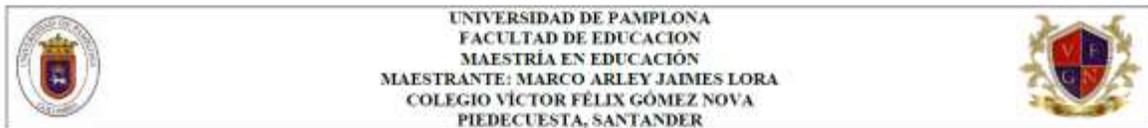
Problema: ¿Cuál es el dominio de la función $f(x) = 2x^2 - 12x + 18$?

Respuesta: El dominio de la función $f(x) = 2x^2 - 12x + 18$ es \mathbb{R} .

Problema: ¿Cuál es el dominio de la función $f(x) = -x^2 + 4x - 4$?

Respuesta: El dominio de la función $f(x) = -x^2 + 4x - 4$ es \mathbb{R} .

Anexo 18. Taller 3.



Taller 3: TRASLACIÓN DE LA EXPONENCIAL

DEA

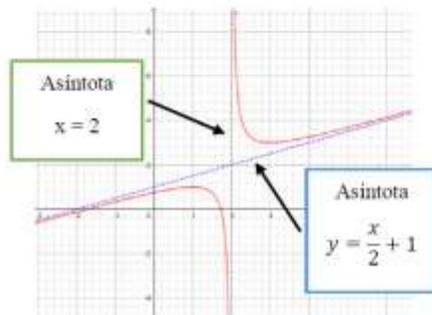
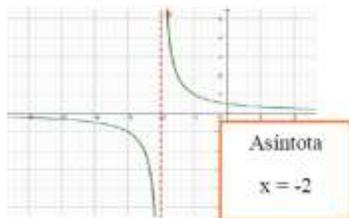
Comprende y usa el concepto de razón de cambio para estudiar el cambio promedio y el cambio alrededor de un punto y lo reconoce en representaciones gráficas, numéricas y algebraicas.

EVIDENCIAS DE APRENDIZAJE

Utiliza representaciones gráficas o numéricas para tomar decisiones, frente a la solución de problemas prácticos. Determina la tendencia numérica en relación con problemas prácticos como predicción del comportamiento futuro. Relaciona características algebraicas de las funciones, sus gráficas y procesos de aproximación sucesiva.

ASINTOTA

La **asintota** es una recta a la cual una función se aproxima indefinidamente ya sea de forma horizontal, vertical u oblicua (diagonal). Sucede normalmente en funciones tipo racional a las cuales se les deben aplicar procesos algebraicos para encontrarlas.



La gráfica de una función exponencial $f = a^x$ tiene una asíntota horizontal dada por $y = 0$, es decir, por más que se acerca la curva al eje x o la recta $y = 0$, nunca la tocará, esto debido a que no existe exponente que haga que una base se convierta en 0.

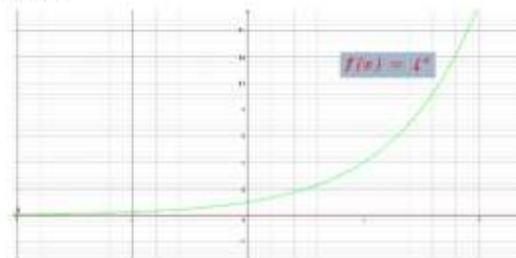
1. A verificarlo; realiza una tabla de valores para $f(x) = 3^x$ pero con números negativos variados y

x		-100	
$f(x)$			

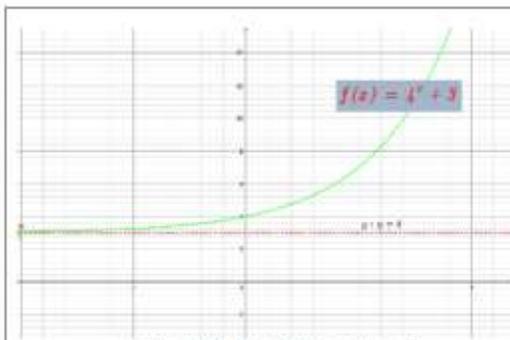


Para funciones que tienen un comportamiento tipo exponencial, pero para $x=0$, $y=0$, se debe hacer un ajuste tipo algebraico con una teoría basada en la traslación de las funciones a partir de la suma y resta:

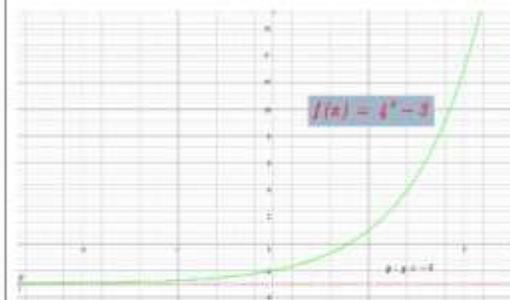
$y = f(x) + c$, sube la gráfica original c unidades.
 $y = f(x) - c$, baja la gráfica original c unidades.
 $y = f(x + c)$, mueve la gráfica original c unidades a la izquierda.
 $y = f(x - c)$, mueve la gráfica original c unidades a la derecha.



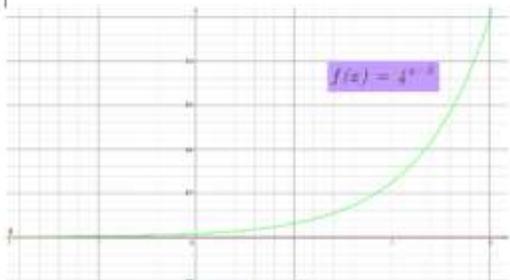
Original (corta en (0,1) y asíntota $y = 0$)



corta en (0,4) y asíntota en $y = 3$



corta en (0,-2) y la asíntota en $y = -3$



corta en (0, 0.02) y el punto (0,1) ahora está en (3,1)

Ahora si se observa desde el tema de modelación existen algunos ejemplos que muevan la gráfica hacia abajo y más pensando en punto de corte en (0,0). Normalmente sucede cuando la población o algo de caracterización que deba iniciar también en 0, como por ejemplo el crecimiento de moho en el pan, leche o fruta, es un experimento que empieza en (0,0) y empieza a pronunciarse exponencialmente llegando a un punto límite como lo es el espacio o área del alimento en análisis. Además, cuando se habla de tiempo para el eje x, se debe tener en cuenta que los valores negativos desaparecen.

PARA REPASAR Y PRACTICAR:

Para los siguientes ejercicios, monta en el trabajo final dos tipos de planteamiento y de desarrollo de ellos. Antes de ir a GeoGebra, toma octavo de cartulina y dividirlo en cuatro partes (sin cortar) y en cada parte con lapicero traza los cuatro planos cartesianos necesarios y luego toma lana y colbón de diferentes colores y crea las gráficas. (a recordar la primaria, dale!)

$$f(x) = 9^x + 5$$

$$f(x) = 12^x - 4$$

$$f(x) = (1/3)^x + 2$$

$$f(x) = (1/4)^x - 5$$

PRUEBATE

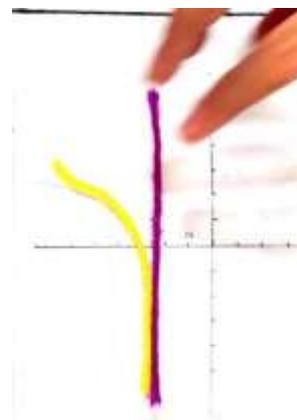
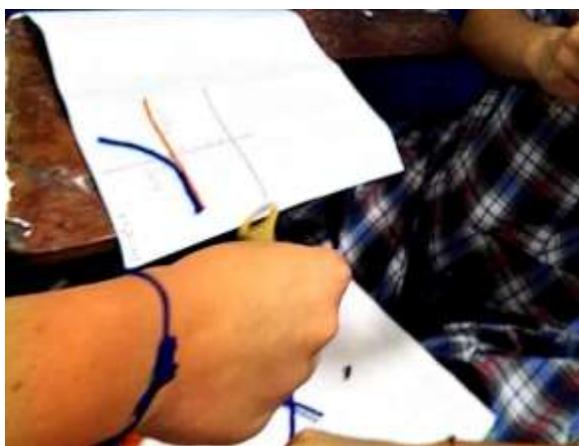
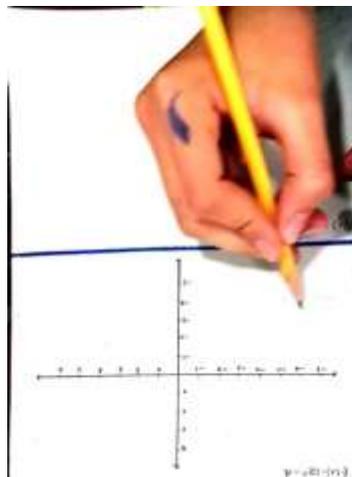
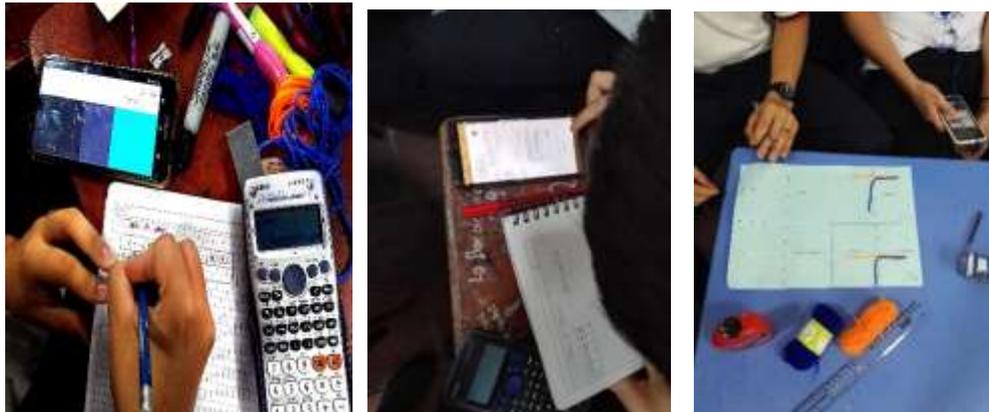
En esta etapa aparece un método diferente de demostrar lo que has aprendido, más que una prueba es un reto, consigue un grupo de compañeros para tratar de simular el crecimiento planteado en el video visto en el taller 1:

¿Cómo funciona el Crecimiento Exponencial? grupo The Black Eyed Peas. <https://www.youtube.com/watch?v=Gjv-y-ATZTD>

Puedes modificar la base del crecimiento a otro valor pero busca la manera de que su punto inicial sea (0,0) y al final debes mostrar la expresión algebraica que están aplicando.

¡Solo nuestro esfuerzo limita nuestros triunfos!

Anexo 19. Evidencias fotográficas (taller 3)





Anexo 20. Evidencias trabajos (taller 3)

Taller 3: TRASLACIÓN DE LA EXPONENCIAL

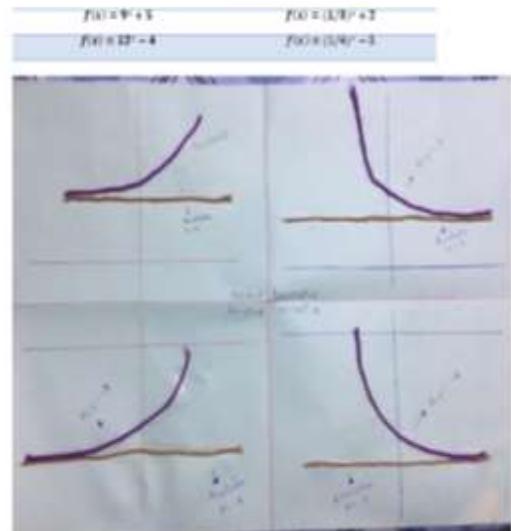
1. A verificación, realiza una tabla de valores para $f(x) = 2^x$ pero con números negativos variables y

x			-100
f(x)			

X	-10.2	-10.1	-100	-791
f(x)	2 ^{-10.2}	2 ^{-10.1}	2 ⁻¹⁰⁰	2 ⁻⁷⁹¹

PARA REPASAR Y PRACTICAR

Para los siguientes ejercicios, marca en el trabajo final dos tipos de planteamiento y de desarrollo de ellos. Antes de ir a GeoGebra, toma un plano de cartulina y divídalo en cuatro partes (de cartón) y en cada parte con lapicero traza los cuatro planos cartesianos necesarios y luego toma tinta y veñón de diferentes colores y con los gráficos (¿cómo lo quieres, qué?)



PRUEBATE

En esta etapa aparece un método diferente de demostrar lo que has aprendido, más que una prueba es un reto, consigue un grupo de compañeros para tratar de simular el crecimiento planteado en el video visto en el taller 1:

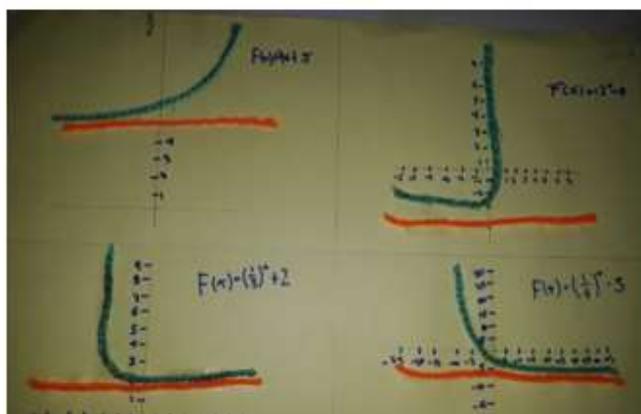
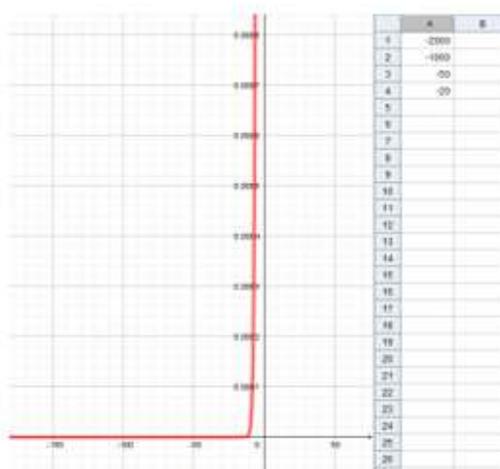
Para mi video yo utilice aproximadamente 30 monedas y me apoye en la canción de Queen [Eo https://www.youtube.com/watch?v=lkbP5OPQhdQ](https://www.youtube.com/watch?v=lkbP5OPQhdQ) el video comenzó con una moneda sola la cual era la voz líder y frente a ella otras 2 monedas las cuales le inician respondiendo, a medida q va pasando la canción fui agregando monedas poco a poco hasta llegar al fin de la canción. Se puede observar que es una función exponencial (crecimiento) por cada vez había más número de monedas como se observa en las imágenes.



Como se ve en las imágenes se comienza con una sola moneda para terminar con aproximadamente 30 monedas por lo cual podemos decir q es una función con crecimiento.

$f(x) = 3^x$

x	-2000	-1000	-100	-50
$f(x)$	0	0	0	0



ONCE 2020 VIFEGONO

Vídeo crecimiento exponencial

Integrantes:

- Derby Shivan Bautista Peinado
- Diego Andres Roa Jaimes

11-02

Visto por 112

Me gusta Comentar

ONCE 2020 VIFEGONO

Vídeo crecimiento exponencial

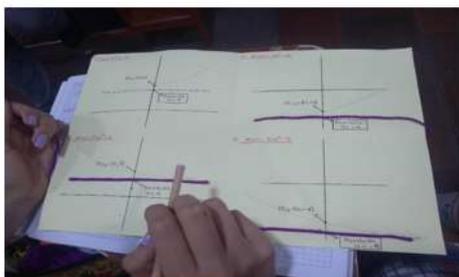
Integrantes:

- Derby Shivan Bautista Peinado
- Diego Andres Roa Jaimes

11-02

Visto por 112

Desarrollo taller 3

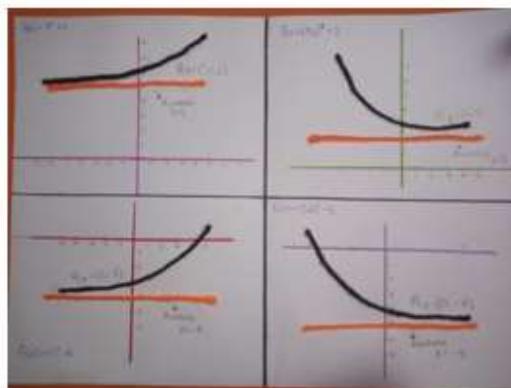
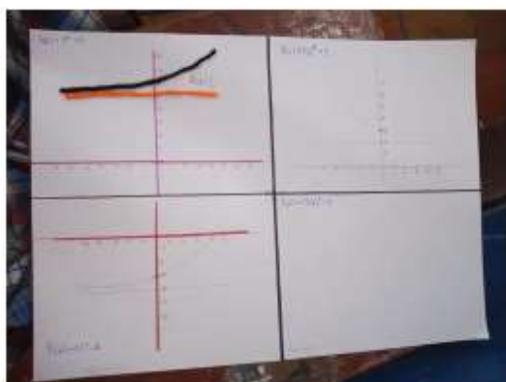


$$\begin{aligned} 100 &= 10^2 + 11 \\ 100 &= 10^2 + 11 \\ 100 &= 10^2 + 11 \\ 100 &= 10^2 + 11 \end{aligned}$$



- Este tipo de actividades como en este caso lo es utilizar lana y colbón, en el área de matemáticas no es común, pero el trabajar de una forma en que se salga de la monotonía de la clase es bueno para los alumnos, es divertido poder aprender matemáticas de una forma mas didáctica.

Practica con GeoGebra



PRUEBATE

2. Crecimiento exponencial. Efecto domino. (Evidencias del video)



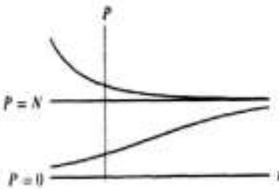
PRUEBATE

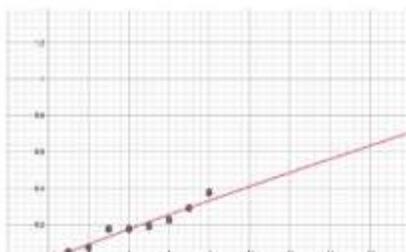
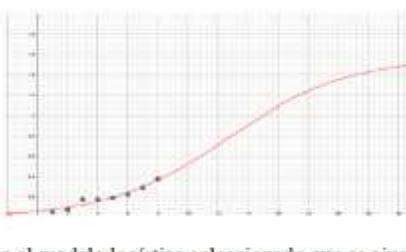
En esta etapa aparece un método diferente de demostrar lo que has aprendido, más que una prueba es un reto, consigue un grupo de compañeros para tratar de simular el crecimiento planteado en el video visto en el taller 1.

¿Cómo funciona el Crecimiento Exponencial? grupo **The Black Eyes Peas**
<http://www.youtube.com/watch?v=lyz6e3C>

CONCLUSION:
 Recordando este taller aprendimos la definición de asíntota (que es una recta a la cual una función se va aproximando indefinidamente cuando una de las variables (x o y) tienden al infinito), como puede ser el comportamiento en la gráfica para funciones de tipo exponencial, teniendo en cuenta que, si $a > 1$ es decreciente y si $a < 1$ es creciente. Y que generalmente surben en las funciones racionales.

Anexo 21. Taller 4.

 <p style="margin: 0;">UNIVERSIDAD DE PAMPLONA FACULTAD DE EDUCACION MAESTRÍA EN EDUCACIÓN MAESTRANTE: MARCO ARLEY JAIMES LORA COLEGIO VÍCTOR FÉLIX GÓMEZ NOVA PIEDICUESTA, SANTANDER</p> 	
Taller 4: MODELO DE VELOCIDAD DE MEMORIZACIÓN	
<p>DBA</p> <p>Comprende y usa el concepto de razón de cambio para estudiar el cambio promedio y el cambio alrededor de un punto y lo reconoce en representaciones gráficas, numéricas y algebraicas.</p> <p>EVIDENCIAS DE APRENDIZAJE</p> <p>Utiliza representaciones gráficas o numéricas para tomar decisiones, frente a la solución de problemas prácticos. Determina la tendencia numérica en relación con problemas prácticos como predicción del comportamiento futuro. Relaciona características algebraicas de las funciones, sus gráficas y procesos de aproximación sucesiva.</p> <p>Función exponencial logística.</p> <p>Para ajustar el modelo de crecimiento exponencial se debe tomar en cuenta un entorno o recursos limitados, en caso de una población se puede agregar algunas hipótesis:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Si la población es pequeña, la razón de crecimiento o de la población es proporcional a su tamaño. • Si la población es demasiado grande para ser soportada por su entorno y recursos, la población disminuirá. Es decir, la razón de crecimiento es negativa <div style="display: flex; align-items: center;">  <div style="margin-left: 20px;"> <p>Esta adaptación genera un modelo Logístico, en el cual tiene un tope límite de crecimiento.</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; width: fit-content; margin: 10px 0;"> $f(t) = \frac{c}{1 + ae^{-bt}}$ </div> <p>Todo ejercicio tiene un punto inicial P_0 para la variable independiente, si esta es mayor a N, límite logístico tenderá a disminuir la "población" o a aumentar si es menor.</p> </div> </div>	<p>APRENDIZAJE HUMANO</p> <p>El aprendizaje humano es un proceso extremadamente complicado. La biología y química del aprendizaje están aún muy lejos de entenderse completamente. Si bien los modelos simples no abarcan esta complejidad, si pueden iluminar los aspectos limitados del proceso de aprendizaje.</p> <p>El modelo se basa en la hipótesis de que la razón de aprendizaje es proporcional a la cantidad de material a aprender. A diferentes personas les toman cantidades de tiempo distintas para memorizar una lista. De acuerdo con el modelo, esto significa que cada individuo tiene su propio valor de coeficiente de aprendizaje que se llamará k. Este valor se puede determinar para cada persona por experimento.</p> <p>También depende del contenido a memorizar; texto encadenado o con sentido, palabras totalmente desconectadas o números también al azar, cada tipo con mayor complejidad.</p> <p>LABORATORIO EN PAREJAS</p> <p>1. En la tablas que encuentra más abajo se encuentran dos tipos de listas; encadenadas y al azar, se trabajará de la siguiente manera para cada estudiante;</p> <ol style="list-style-type: none"> Estudie durante un minuto una de las listas propuestas en la tabla, midiendo cuidadosamente el tiempo. (Pida ayuda de un compañero) Determine de la lista cuantas palabras ha memorizado usted, escribiendo las que recuerde en su orden correcto. Luego, el compañero califica su lista comparándola con la de la tabla. Estudie la lista durante un minuto más. Evalúese de nuevo. Tendrá un máximo de 5 intentos o hasta que se la aprenda.

Lista para sujeto número 1	11. Calle 12. Moto 13. Casa 14. Semáforo 15. Busetá 16. Accidente 17. Policía 18. Multa 19. Trabajo 20. Tardanza 21. Memorando 22. Mediodía 23. Almuerzo	Lista para sujeto número 2	11. Pito 12. Bebé 13. Novio 14. Matrimonio 15. Amor 16. Muerte 17. Viejo 18. Canas 19. Cicla 20. Bastón 21. Plata 22. Cilantro 23. Memoria																				
1. Cama 2. Alarma 3. Pijama 4. Baño 5. Ducha 6. Jabón 7. Toalla 8. Cepillo 9. Ropa 10. Desayuno		1. Perro 2. Cocina 3. Metro 4. Cama 5. Casa 6. Mercado 7. Colombia 8. Fútbol 9. Anillos 10. Sirena																					
<p>Después de realizar el proceso para cada estudiante debe crear una tabla de valores, tiempo vs memoria, donde el tiempo se contara en cada uno de los minutos utilizados para analizar la lista correspondiente, y para memoria se describe en forma fraccionaria</p> $\frac{\# \text{ de palabras aprendidas}}{\# \text{ de palabras totales}}$ <p>Luego se procede a llevar esta tabla a Geogebra y repetir el proceso de modelación del taller anterior.</p> <p>En un documento en Word puede ir anexando cada uno de los modelos que el software arroja, para al final usted decida cuál es el más ajustable a cada laboratorio.</p>		 <p>b.</p>  <p>c.</p>  <p>d.</p>																					
<p>PRUEBATE</p> <p>2. En un intento por aprender un texto de 200 palabras, Diego realizó un proceso de estudio por minuto, su hermano lo ayudo a contabilizar registrándolo en la siguiente tabla,</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th>t</th> <th>0</th> <th>1</th> <th>2</th> <th>3</th> <th>4</th> <th>5</th> <th>6</th> <th>7</th> <th>8</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>F</td> <td>0</td> <td>10/200</td> <td>15/200</td> <td>19/200</td> <td>23/200</td> <td>28/200</td> <td>33/200</td> <td>38/200</td> <td>43/200</td> </tr> </tbody> </table> <p>¿Cuál cree que sea el modelo logístico para Diego y su experimento de memorización?</p>  <p>a.</p>		t	0	1	2	3	4	5	6	7	8	F	0	10/200	15/200	19/200	23/200	28/200	33/200	38/200	43/200	<p>3. Según el modelo logístico seleccionado que se ajusta al experimento de Diego, Sara dice que aproximadamente tendría que hacer 26 intentos para aprenderse el texto ($\frac{200}{200} = 1$), esto afirmación es:</p> <ol style="list-style-type: none"> Correcta, ya que al observar la gráfica la curva pasa exactamente por el punto (26,1). Incorrecta, ya que al observar la gráfica la curva pasa exactamente por el punto (15,1). 	
t	0	1	2	3	4	5	6	7	8														
F	0	10/200	15/200	19/200	23/200	28/200	33/200	38/200	43/200														

- c. Admisible, aunque no se alcanza a precisar el valor del punto pero sí que está en un rango entre (24,27) en el eje x.
- d. Falsa, porque la curva ni siquiera llega al 1 en el rango mostrado, se debería analizar nuevamente directo en Geogebra, con más proyección.

4. Una enfermedad infecciosa empieza a propagarse en una ciudad pequeña de 10000 habitantes. Después de t días, el número de personas que han sido infectados por el virus está modelado por la función logística

$$v(t) = \frac{10000}{5 + 1245e^{-0.97t}}$$

Al realizar un trabajo numérico a esta función, se puede determinar:

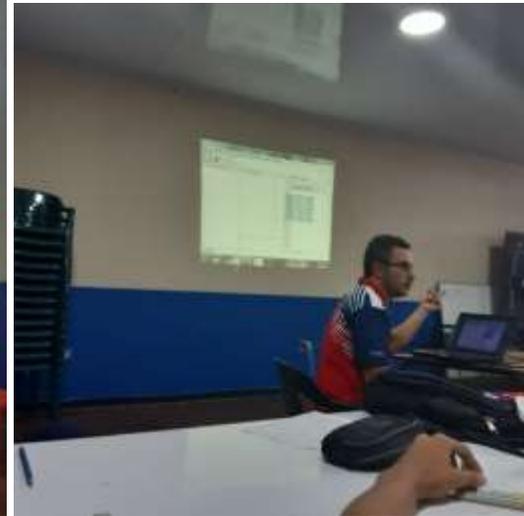
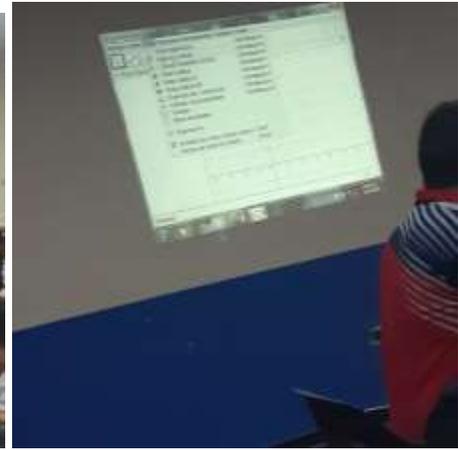
- El virus crecerá indefinidamente.
- Inicialmente la enfermedad la tienen 8 personas.
- Cuando el tiempo $t = 0$, el aún los habitantes no están infectados según el modelo.
- La función tendrá un valor cercano a cero al analizar valores para $t < 0$.

TABLA DE RESPUESTAS				
	A	B	C	D
2				
3				
4				

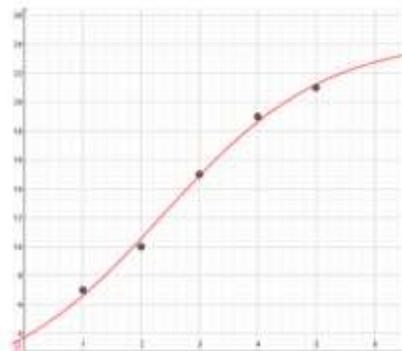
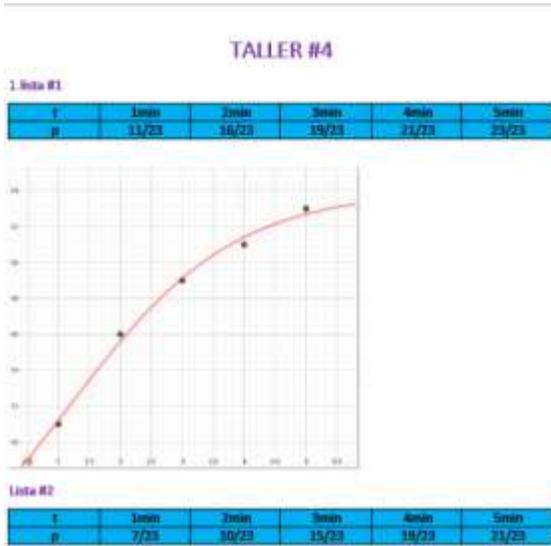
¡Solo nuestro esfuerzo limita nuestros triunfos!

Anexo 22. Evidencias fotográficas (taller 4)





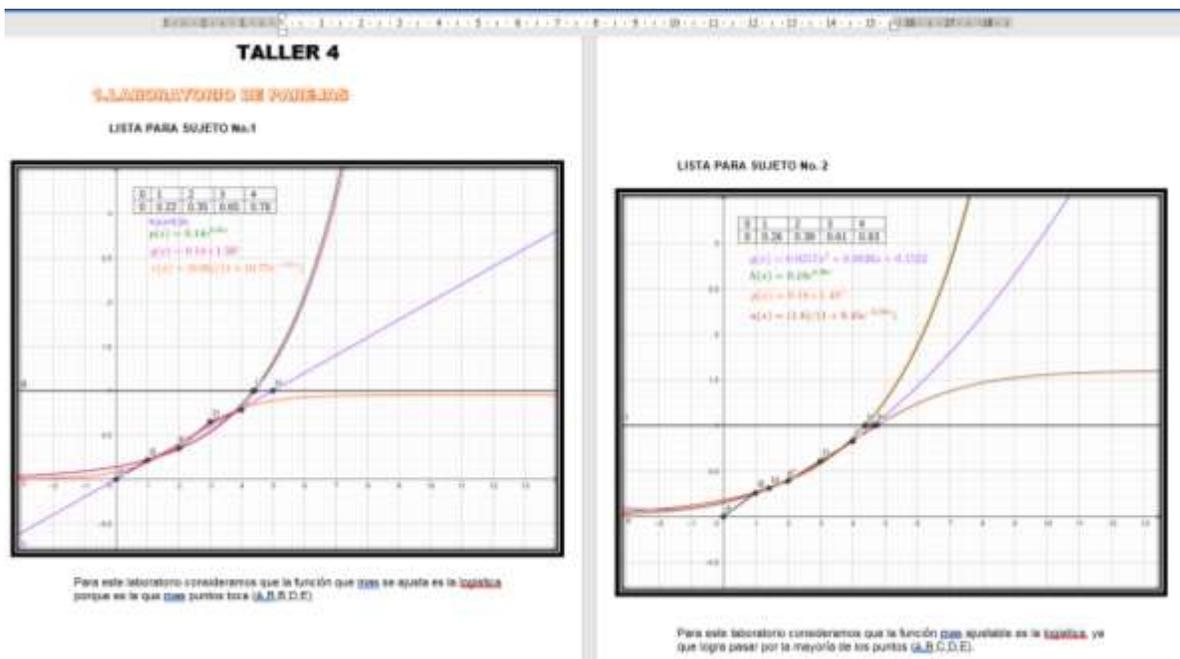
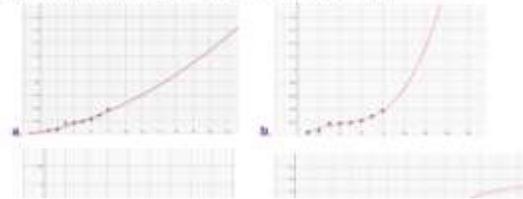
Anexo 23. Evidencias trabajos (taller 4)



PRUEBATE

2. En un intento por aprender un texto de 100 palabras, Diego realizó un proceso de estudio por minuto, su hermano lo ayudó a contabilizar registrándolo en la siguiente tabla.

¿Cuál cree que sea el modelo logístico para Diego y su experimento de memorización?



Taller 4

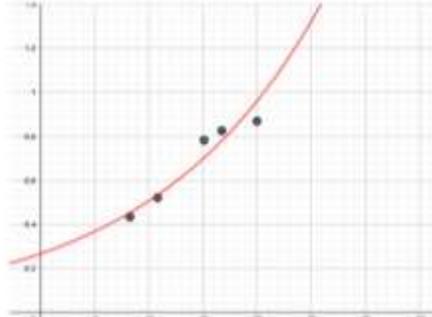
Sujeto 1

- (8.25, (10 / 23))
- (10.82, (12 / 23))
- (15.10, (18/23))
- (19.99, (20 / 23))
- (16.74, (19 / 23))

Sujeto 2

- (9.56, (11 / 23))
- (16.74, (19 / 23))
- (14.10, (18/23))
- (20.82, (22 / 23))
- (20.56, (23 / 23))

Gráfica sujeto 1



Gráfica sujeto 2

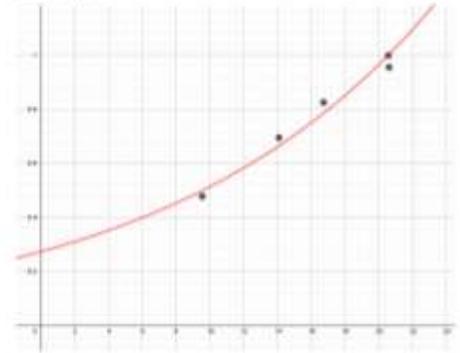
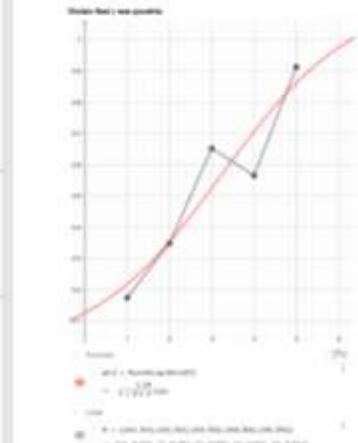
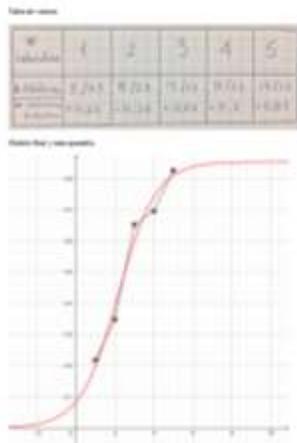


TABLA DE RESPUESTAS				
	A	B	C	D
J	•			
I	•			
I	•			

FILE | EDIT | VIEW | INSERT | WINDOW | HELP | 2003/10/26 10:00:00



Anexo 24. Taller 5.



UNIVERSIDAD DE PAMPLONA
FACULTAD DE EDUCACION
MAESTRIA EN EDUCACION
MAESTRANTE: MARCO ARLEY JAIMES LORA
COLEGIO VÍCTOR FÉLIX GÓMEZ NOVA
PIEDRECUESTA, SANTANDER



Taller 5: FUNCIÓN LOGARÍTMICA

DBA

Comprende y usa el concepto de razón de cambio para estudiar el cambio promedio y el cambio alrededor de un punto y lo reconoce en representaciones gráficas, numéricas y algebraicas.

EVIDENCIAS DE APRENDIZAJE

Utiliza representaciones gráficas o numéricas para tomar decisiones, frente a la solución de problemas prácticos. Determina la tendencia numérica en relación con problemas prácticos como predicción del comportamiento futuro. Relaciona características algebraicas de las funciones, sus gráficas y procesos de aproximación sucesiva.

Logaritmo como familia de la potencia.

Al analizar los procesos algebraicos para el manejo de ecuaciones y el despeje de incógnitas se conocen operaciones inversas (contrarias) como:

Suma \leftrightarrow Resta

Multiplicación \leftrightarrow División

Potenciación \leftrightarrow Radicación.

Cuando se desea analizar desde la potenciación

$$b^n = z$$

Si se tiene la base y el exponente para buscar el resultado se usa la potenciación. Si se tiene el resultado y el exponente para buscar la base se usa la radicación. Pero si se conoce la base y el resultado y se debe buscar el exponente se usa la **Logaritmación**.

$$\text{Log}_2(32) = 5 \quad \leftrightarrow \quad 2^5 = 2x2x2x2x2 = 32$$

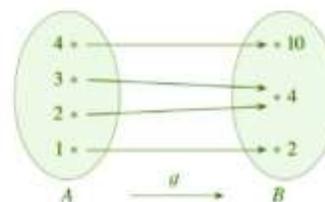
En forma general para estructurar la ecuación sería

$$\text{Log}_b z = n \quad \leftrightarrow \quad b^n = z$$

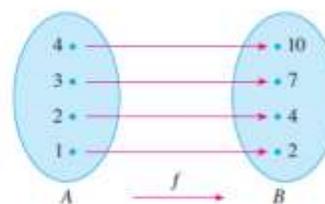
Función Inversa.

Para abordar el tema de funciones inversas es necesario reconocer cuando una función es *uno a uno*, también llamada *inyectiva*, la cual consiste en cumplir que cada elemento del conjunto de partida puede tener una sola imagen en el conjunto de llegada (para ser función) y cada elemento del conjunto de llegada puede ser elemento de un único elemento del conjunto de partida (Inyectiva).

El siguiente diagrama, representa la función $g: A \rightarrow B$, pero como el número {4} en el conjunto B, es imagen de los elementos {3} y {2} del conjunto A, g no es función *uno a uno*.



Para este ejemplo, la función $f: A \rightarrow B$, cumple con las reglas para ser función inyectiva, se observa que cada elemento de A tiene una sola pareja en B, y cada elemento de B es imagen de solo un elemento de A.



Por lo tanto, la definición general será:

1) Definición Una función f se llama *uno a uno* si nunca toma el mismo valor dos veces, esto es,

$$f(x_1) \neq f(x_2) \quad \text{siempre que } x_1 \neq x_2$$

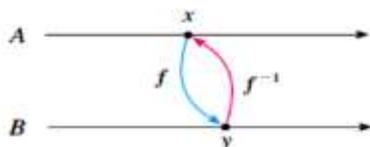
Ahora bien, era necesario saber esto sobre las funciones, ya que son las aquellas que poseen función inversa de acuerdo a la siguiente definición:

2 Definición Sea f una función uno a uno con dominio A y rango B . Entonces, la función inversa f^{-1} tiene dominio B y rango A y está definida por

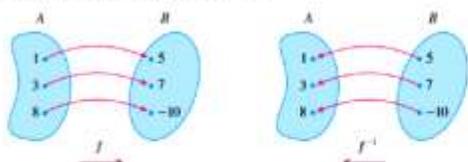
$$f^{-1}(y) = x \Leftrightarrow f(x) = y$$

para cualquier y en B .

No cometa el error de pensar en -1 en f^{-1} como un exponente. Es decir, $f^{-1}(x)$ no significa $\frac{1}{f(x)}$



Un ejemplo gráfico de como actúa la inversa en cuanto a valores puntuales sería el siguiente:



Es decir:

$$\begin{array}{l} f(1) = 5 \quad \longleftrightarrow \quad f^{-1}(5) = 1 \\ f(3) = 7 \quad \longleftrightarrow \quad f^{-1}(7) = 3 \\ f(8) = -10 \quad \longleftrightarrow \quad f^{-1}(-10) = 8 \end{array}$$

ENCONTRAR FUNCIÓN INVERSA

Cómo encontrar la función inversa de una función f uno a uno:

Paso 1: Escribir $y = f(x)$.

Paso 2: Despejar x en esta ecuación, pasar x en términos de y (si es posible).

Paso 3: Para expresar f^{-1} en función de x , intercambiamos x por y . La ecuación resultante es $y = f^{-1}(x)$.

EJEMPLO 1:

Encuentre la función inversa de

$$f(x) = \frac{x^5 - 3}{4}$$

Para iniciar entonces se cumple el primer paso:

$$y = \frac{x^5 - 3}{4}$$

El paso 2, consiste en despejar así que el proceso es el siguiente:

$$y = \frac{x^5 - 3}{4}$$

$$4y = x^5 - 3$$

$$4y + 3 = x^5$$

$$\sqrt[5]{4y + 3} = x$$

Ahora el paso 3 pide intercambiar las variables

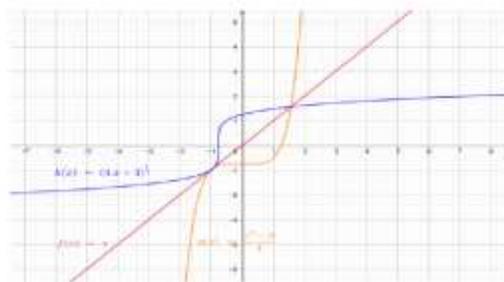
$$\sqrt[5]{4x + 3} = y$$

Por lo tanto la función inversa es

$$f^{-1}(x) = \sqrt[5]{4x + 3}$$

Para entender este proceso de manera gráfica se llevan las dos funciones a Geogebra, comparándolas con $y = x$ y teniendo en cuenta que para una raíz se coloca exponente fraccionario

$$\sqrt[5]{4x + 3} = (4x + 3)^{(1/5)}$$



Por reglas matemáticas, se expresa que para verificar una función y su inversa se deben hacer reflejo sobre la recta $y = x$, la cual representa simetría. Se debe cumplir que a cada punto (a, b) de f , debe estar en la gráfica de f^{-1} el punto (b, a) que están igual distanciados de la recta $y = x$.

Función Logarítmica, Función Inversa de la Exponencial.

Si se analiza la función exponencial para obtener su función inversa, en el momento de despeje entra el logaritmo con las siguientes propiedades:

$$\log_a(a^x) = x \quad \text{para toda } x \in \mathbb{R}$$

$$a^{\log_a x} = x \quad \text{para toda } x > 0$$

De forma algebraica, se crea un nuevo logaritmo, el cual consiste en que la base es exactamente el número irracional e

$$\log_e x = \ln x$$

Este es llamado *Logaritmo Natural*.

Por lo tanto es el inverso a $e^x = y$. Cuando se desee hacer el despeje se podrán aplicar las siguientes propiedades;

$$\ln(e^x) = x \quad x \in \mathbb{R}$$

$$e^{\ln x} = x \quad x > 0$$

Ejemplo 2

Determine la función inversa para $g(x) = e^{2x+7}$

Proceso coordinado por los tres pasos designados.

$$y = e^{2x+7}$$

$$\ln(y) = \ln(e^{2x+7})$$

$$\ln(y) = 2x + 7$$

$$\ln(y) - 7 = 2x$$

$$\frac{\ln(y) - 7}{2} = x$$

La función inversa es $f^{-1}(x) = y = \frac{\ln(x)-7}{2}$

Ejemplo 3:

Determine la función inversa para $f(x) = \text{Log}_3(x-2) + 3$.

Por lo tanto se repiten los tres pasos de despeje:

$$y = \text{Log}_3(x-2) + 3$$

$$y - 3 = \text{Log}_3(x-2)$$

$$3^{(y-3)} = 3^{\text{Log}_3(x-2)}$$

$$3^{(y-3)} = (x-2)$$

$$3^{(y-3)} + 2 = x$$

Siendo la inversa $f^{-1}(x) = y = 3^{(x-3)} + 2$

PRACTICA CON GEOGEBRA

Para anexar operaciones de forma racional (fraccionaria) el lenguaje para PC en el software es el siguiente:

$$\frac{5^x + 6}{9} = (5^x + 6)/(9)$$

Y para digitar logaritmos con base a

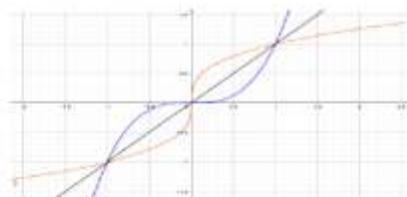
$$\log_a(x) = \log(a, x)$$

1. Determine la función inversa para cada una de las siguientes funciones de forma algebraica y representela en GeoGebra haciendo la comparación según la recta $y = x$.

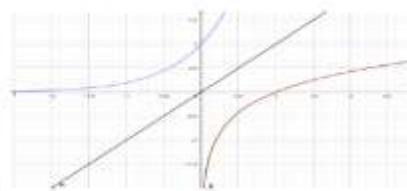
- $f(x) = 6^x$
- $g(x) = 4^{5-7x}$
- $h(x) = \ln x$
- $f(x) = \log_2(5x - 1)$

PRUEBATE

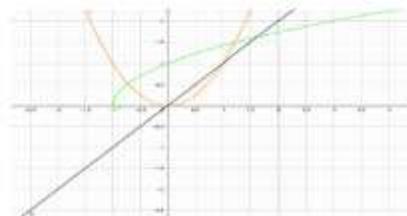
2. Cuál de las siguientes representaciones gráficas no expresa relación de funciones con sus inversas según la comparación de la recta $y = x$



a.



b.



c.

d.

4. Al preguntar a un grupo de 3 estudiantes que dicen conocer la gráfica de una función exponencial con base $a > 1$, sobre las características gráficas de su inversa, ellos concluyen lo siguiente:

- I. Tiene un comportamiento Decreciente.
- II. Pasa por el punto $(1,0)$.
- III. No tiene alguna asíntota al contrario de la exponencial.

Por lo tanto se puede afirmar que:

- a. III es correcta
- b. II es correcta
- c. I es correcta
- d. Todas son correctas

3. al profesor pedir Sofia que por favor realice en el tablero el proceso necesario para encontrar la función inversa de $f(x) = 5 + 2^{x-1}$, ella acepto y realizó el siguiente procedimiento:

$$y = 5 + 2^{x-1}$$

$$y - 5 = 2^{x-1}$$

$$\ln(y - 5) = \ln(2^{x-1})$$

$$\ln(y - 5) = x + 1$$

$$\ln(y - 5) - 1 = x$$

Cambio de variables

$$y = \ln(x - 5) - 1$$

$$f^{-1}(x) = \ln(x - 5) - 1$$

Es preciso concluir que el procedimiento es:

- a. Correcto, ya que aplico todos los pasos designados la determinación de funciones inversas.
- b. Correcto, puesto que aplico adecuadamente las relaciones de operaciones para el despeje e hizo el cambio de variables al final.
- c. Incorrecto, porque al comienzo del despeje primero tenía que aplicar el logaritmo antes que pasar el 5 a restar.
- d. Incorrecto, porque cometió dos errores en él, siendo uno de ellos que cuando canceló la base con el logaritmo le cambio el signo al 1.

TABLA DE RESPUESTAS				
	A	B	C	D
2				
3				
4				

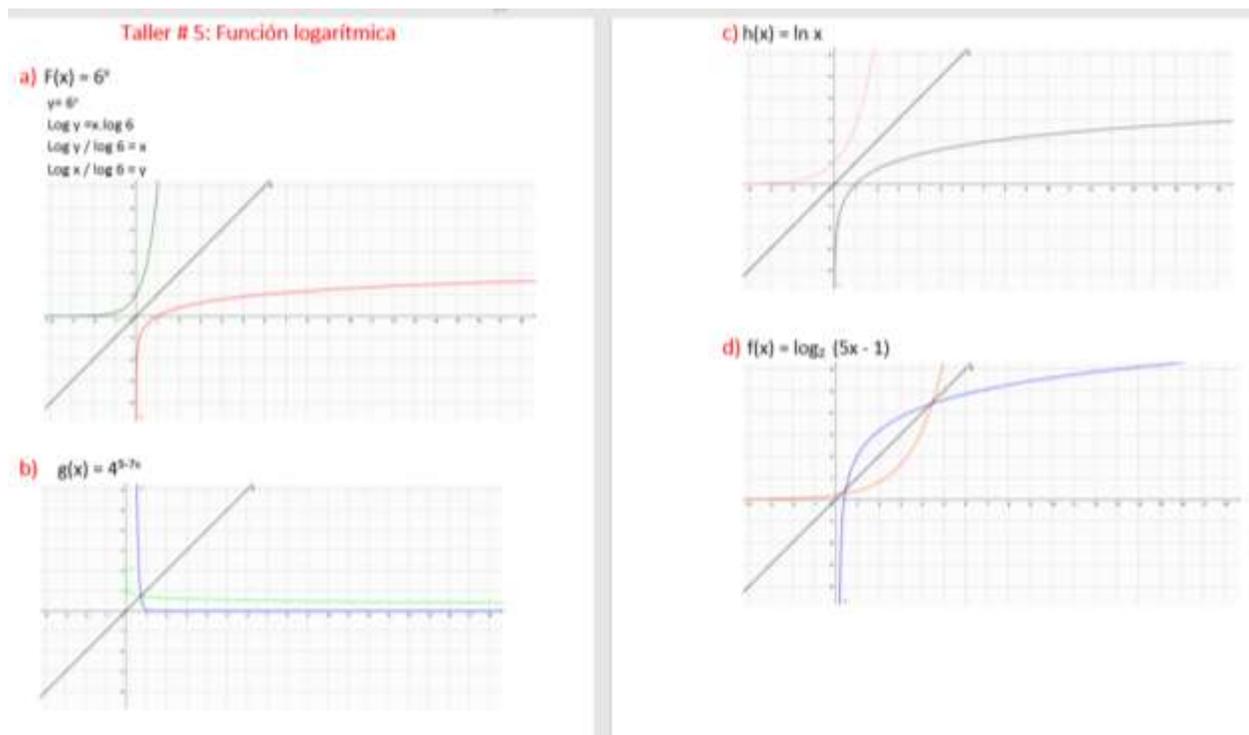
¡Solo nuestro esfuerzo limita nuestros triunfos!

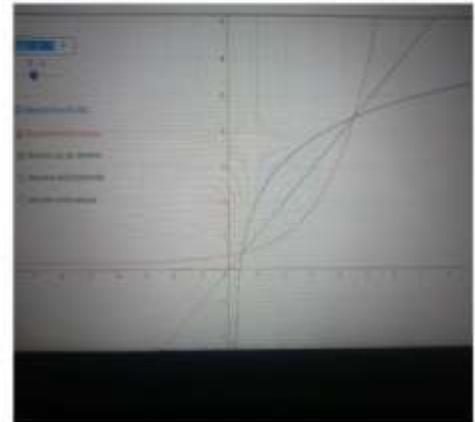
Anexo 25. Evidencias Fotográficas





Anexo 26. Evidencias trabajos (taller 5).





$$f(x) = 4^{x-1}$$

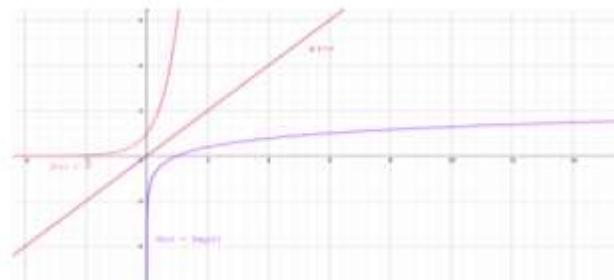
$f(1) = 4^{1-1} = 4^0 = 1$
 $f(2) = 4^{2-1} = 4^1 = 4$
 $f(3) = 4^{3-1} = 4^2 = 16$
 $f(4) = 4^{4-1} = 4^3 = 64$
 $f(5) = 4^{5-1} = 4^4 = 256$
 $f(6) = 4^{6-1} = 4^5 = 1024$
 $f(7) = 4^{7-1} = 4^6 = 4096$



Inversa es:

$$f^{-1}(x) = \frac{5 - \log_4(x)}{7}$$

$f(x) = \log_4(x)$
 $f(1) = \log_4(1) = 0$
 $f(4) = \log_4(4) = 1$
 $f(16) = \log_4(16) = 2$



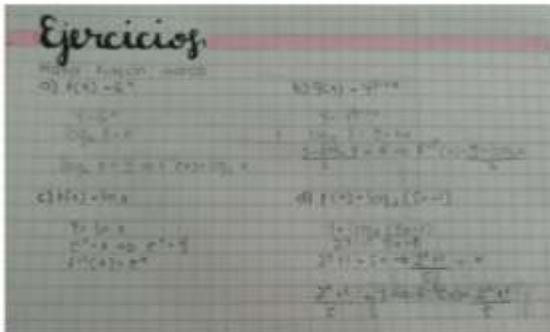
Inversa es:

$$f^{-1}(x) = \log_4(x)$$

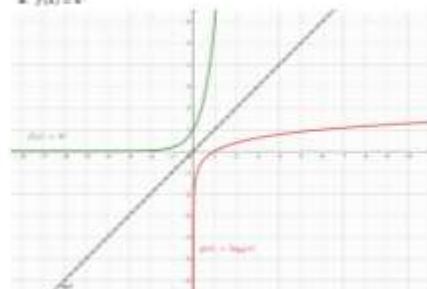
TALLER 5

1. Determine la función inversa para cada una de las siguientes funciones de forma algebraica y representelas en GeoGebra haciendo la comparación según la recta $y = x$.

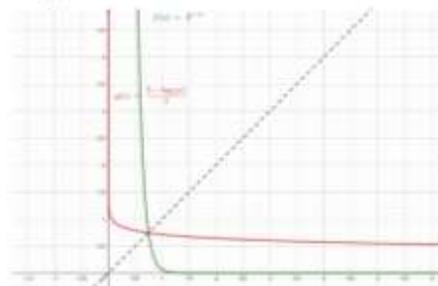
- a. $f(x) = 4^x$
- b. $g(x) = 4^{x-1}$
- c. $h(x) = 3e^x$
- d. $f(x) = \log_2(3x - 1)$



a. $f(x) = 4^x$



b. $g(x) = 4^{x-1}$



$$y - 5 = 2^{x+1}$$

$$\ln(y - 5) = \ln(2^{x+1})$$

$$\ln(y - 5) = x + 1$$

$$\ln(y - 5) - 1 = x$$

Cambio de variables

$$y = \ln(x - 5) + 1$$

$$f^{-1}(x) = \ln(x - 5) - 1$$

Es preciso concluir que el procedimiento es:

- a. Correcto, ya que aplico todos los pasos designados la determinación de funciones inversas.
- b. Correcto, puesto que aplico adecuadamente las relaciones de operaciones para el despeje e hizo el cambio de variables al final.
- c. Incorrecto, porque al comienzo del despeje primero tenía que aplicar el logaritmo antes que pasar el 5 a restar.
- d. Incorrecto, porque comencé dos errores en él, siendo uno de ellos que cuando cancelé la base con el logaritmo le cambio el signo al 1.

4. Al preguntar a un grupo de 3 estudiantes que dicen conocer la gráfica de una función exponencial con base $a > 1$, sobre las características gráficas de su inversa, ellos concluyeron lo siguiente:

- I. Tiene un comportamiento Decreciente.
- II. Pasa por el punto (1,0).
- III. No tiene alguna asíntota al contrario de la exponencial.

Por lo tanto, se puede afirmar que:

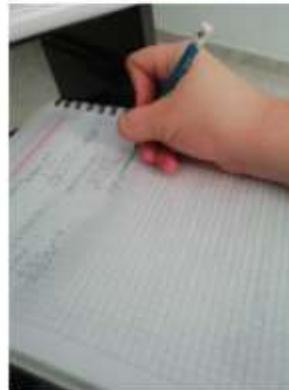
- a. III es correcta
- b. II es correcta
- c. I es correcta
- d. Todas son correctas

• TABLA DE RESPUESTAS				
	A	B	C	D
7			X	
8			X	
9			X	

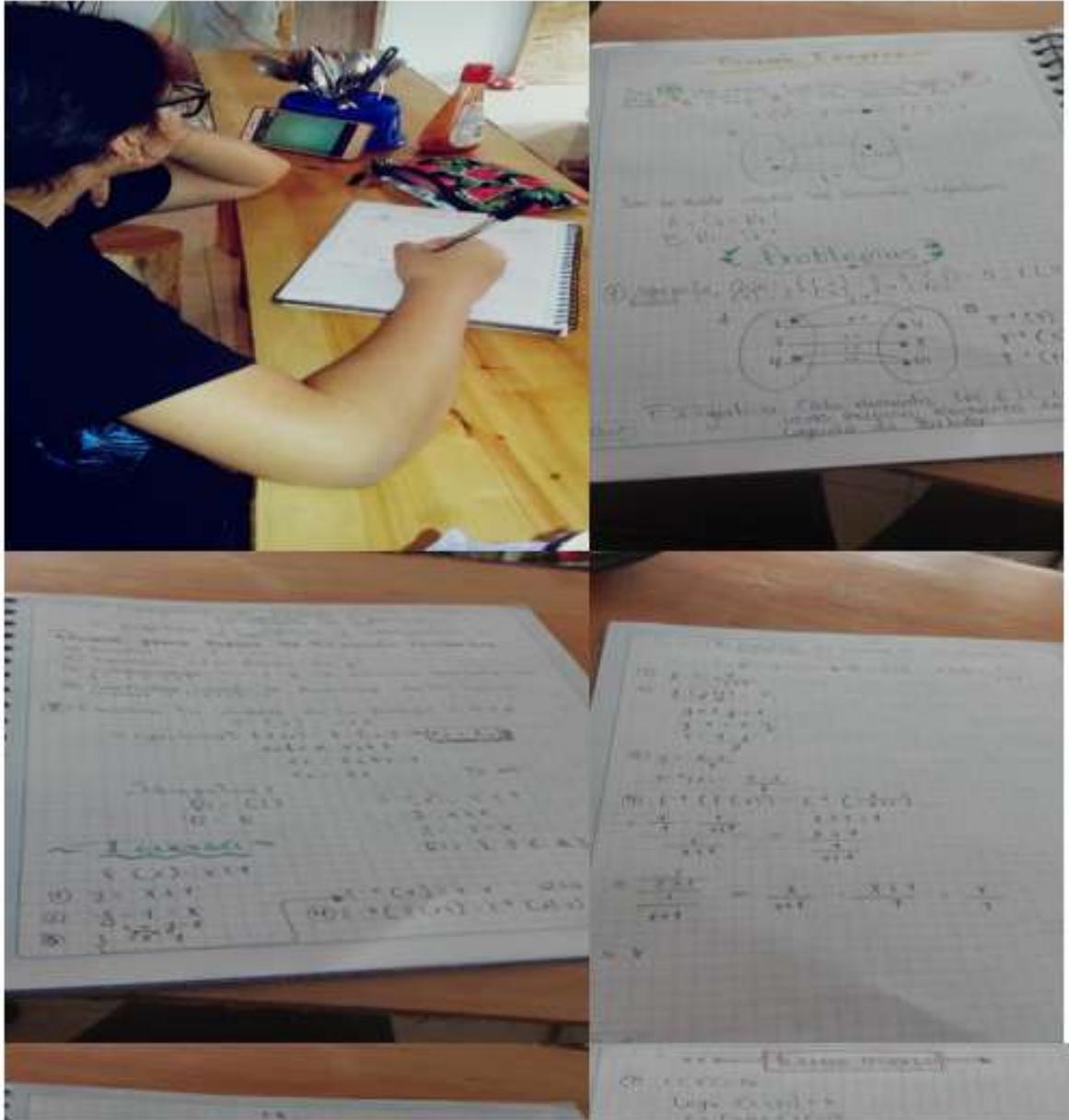
¡Solo muestra algunas de las muchas formas!

CONCLUSION:

Solucionando este taller aprendimos y nos quedó claro el concepto de función inversa, y cómo podemos hallar estas funciones siguiendo el procedimiento dado, también a como representelas en GeoGebra y a comparar las funciones con la recta $y=x$.



RESUMEN EVIDENCIAS:



Anexo 27. Taller 6.



Taller 6: MODELOS LOGARITMICOS

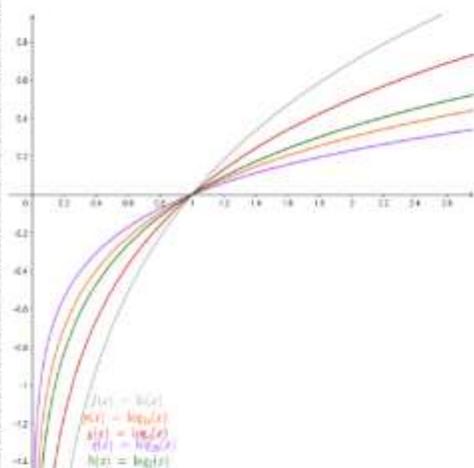
DBA

Comprende y usa el concepto de razón de cambio para estudiar el cambio promedio y el cambio alrededor de un punto y lo reconoce en representaciones gráficas, numéricas y algebraicas.

EVIDENCIAS DE APRENDIZAJE

Utiliza representaciones gráficas o numéricas para tomar decisiones, frente a la solución de problemas prácticos. Determina la tendencia numérica en relación con problemas prácticos como predicción del comportamiento futuro. Relaciona características algebraicas de las funciones, sus gráficas y procesos de aproximación sucesiva.

MODELOS LOGARÍTMICOS



La función logaritmo tiene, a partir del estudio de su representación gráfica, un comportamiento creciente cuando su base $a > 1$.

Su dominio y Rango, al ser función inversa de la exponencial quedan invertidos, Dominio es $(0, \infty)$ y el Rango los \mathbb{R} . También se invierte la Asíntota, siendo ahora el eje y o $x = 0$.

Un modelo logarítmico es una función de la forma

$$y = a + b \ln x$$

Numerosas relaciones entre variables en el mundo real pueden ser modeladas por este tipo de función.

Uno de los ejemplos más usados es el siguiente:

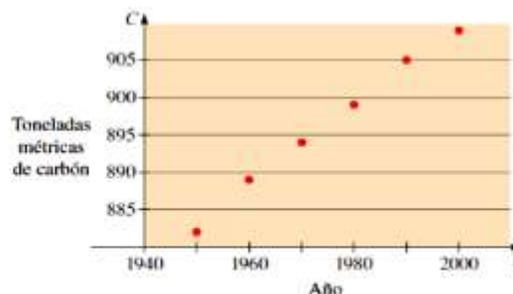
La tabla y gráfica de dispersión siguientes muestran la producción de carbón (en toneladas métricas) de una pequeña mina en el norte de la Columbia Británica.

Año	Toneladas métricas de carbón
1950	882
1960	889
1970	894
1980	899
1990	905
2000	909

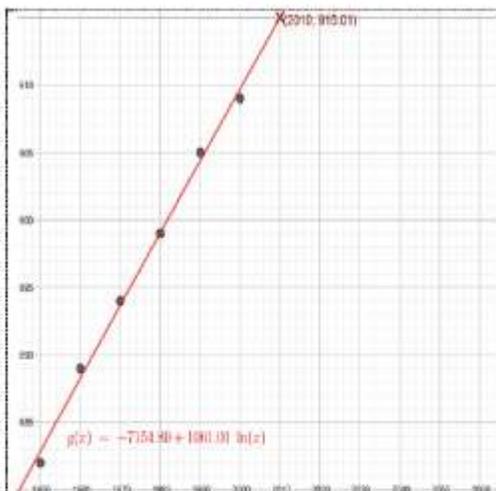
(a) Use el comando LnReg de su calculadora para hallar un modelo logarítmico para estas cifras de producción. (se cambiara por el software GeoGebra)

(b) Use el modelo para predecir la producción de carbón extraído de esta mina en 2010.

(c) también se pedirá que muestre en el modelo cuando la producción era 0 toneladas.

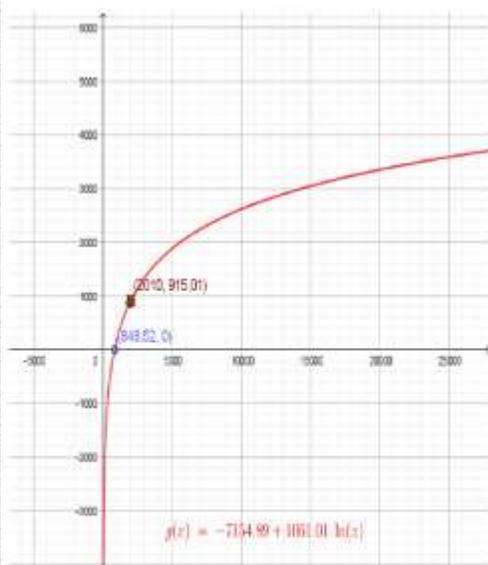


Entonces se procede a llevar la tabla a Geogebra y seguir los pasos para una regresión donde solo se escoja el modelo Log.



Esta es la primera vista que arroja el software del modelo donde también está representado un punto que estima el valor en toneladas preguntados en el inciso b.

A través de este modelo se estima que en el 2010 habría una producción de 915,01 toneladas.



Y cambiando la escala visual, se observa que si se comporta como un logaritmo y además ubicando otro punto para el inciso c. se podría decir que solo entre los años 848 y 849 se inició la producción de carbón.

Se puede verificar cada uno de los resultados tomando el modelo arrojado

$$g(x) = -7154.89 + 1061.01 \ln(x)$$

Aunque ese modelo tiene valores graduados a dos decimales el resultado en una calculadora arroja un valor muy cercano al gráfico:

b.

$$g(2010) = -7154.89 + 1061.01 \ln(2010) =$$

c. en este caso se debe igualar a 0 la función lo que indica producción de 0 toneladas de carbón y luego despejar la ecuación para determinar el valor de x

$$g(x) = -7154.89 + 1061.01 \ln(x) = 0$$

$$1061.01 \ln(x) = 0 + 7154.89$$

$$\ln(x) = \frac{7154.89}{1061.01}$$

$$e^{\ln(x)} = e^{\frac{7154.89}{1061.01}}$$

$$x = e^{\frac{7154.89}{1061.01}} =$$

Logrando hacer una comparación entre la información arrojada por GeoGebra y el proceso apoyado con el despeje antes aprendido y uso de calculadora.

PRACTICA CON GEOGEBRA

- Para las siguientes tablas de valores generar el modelo logarítmico y a partir de éste, completar las tablas realizando la comparación entre el proceso algebraico necesario y los resultados en GeoGebra.

a.

X	F(x)
	0
5	44,1415
10	54,5387
15	60,6207
20	64,9359
25	68,2813
30	71,0179
50	

b.

x	G(x)
	0
5	-38,8413
10	-12,5017
15	2,9059
20	13,8378
25	22,3172
30	29,2455
100	

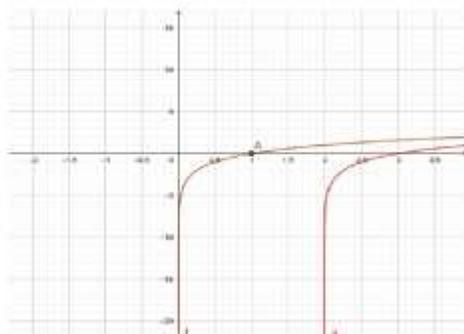
PRUEBATE

2. En procesos gráficos que se pueden analizar conociendo la función original, son los traslados o movimientos hacia arriba, abajo, izquierda o derecha, según los puntos notables.

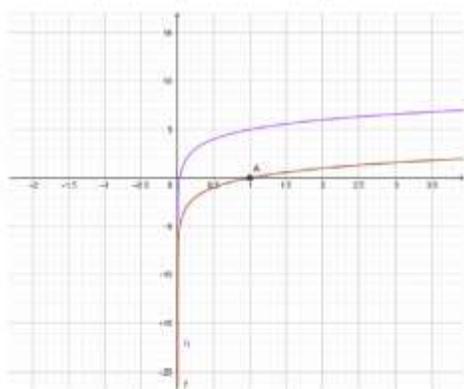
Para una función $f(x)$:

- $f(x) + c$, sube la gráfica c puntos.
- $f(x) - c$, baja la gráfica c puntos.
- $f(x + c)$, traslada la gráfica c puntos a la izquierda.
- $f(x - c)$, traslada la gráfica c puntos a la derecha.

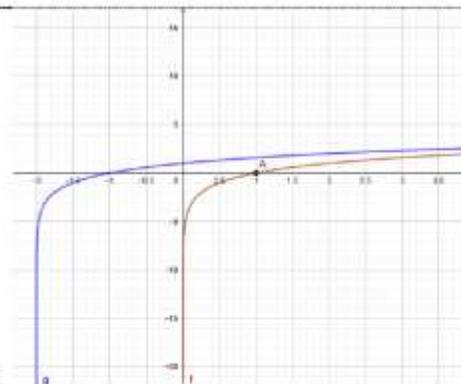
Por lo tanto, si $f(x) = \log_2(x)$, la gráfica para $g(x) = \log_2(x) - 5$ es:



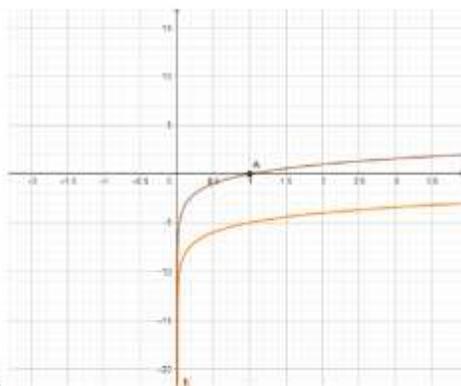
a.



b.



c.



d.

3. La magnitud de un terremoto se define mediante la fórmula $\log E = 11,8 + 1,5M$ donde M es la magnitud del terremoto en la escala de Richter (0 a 10) y E es la energía liberada (expresada en ergios) A la pregunta, ¿Qué magnitud tendría un terremoto que liberará 10^{16} ergios?, Sara Realiza el siguiente proceso algebraico:

$$\begin{aligned} \log E &= 11,8 + 1,5M \\ \log(10^{16}) &= 11,8 + 1,5M \\ 16 &= 11,8 + 1,5M \\ 16 - 11,8 &= 1,5M \\ \frac{16 - 11,8}{1,5} &= M \\ M &= 2,8 \end{aligned}$$

Este proceso se evalúa como:

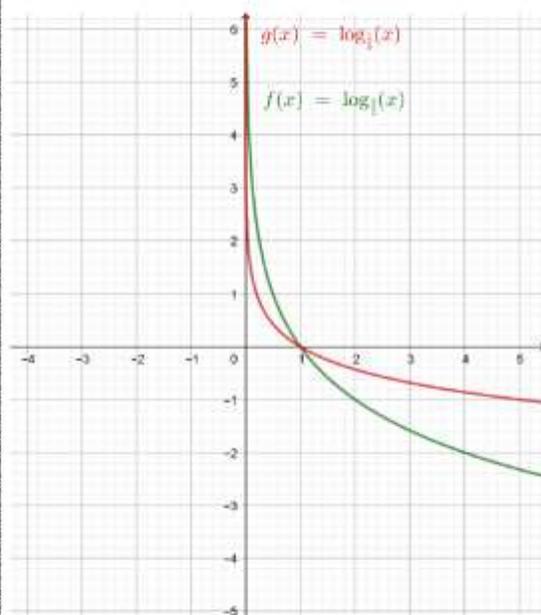
- a. Incorrecto, porque el $\log E$ de la función al no tener base, se toma como si fuera $\log_2 E$.

b. Correcta, aplicando un correcto despeje tomando el $\log E = \log_{10} E$ y cada una de las operaciones con sus procesos inversos.

c. Incorrecta, porque en el primero paso se debía realizar la suma $11,8 + 1,5M = 13,3M$ y luego el 13,3 pasarlo a dividir.

d. Correcta, porque es lo mismo hacer esta suma al comienzo y luego dividir, $11,8 + 1,5M = 13,3M$, que primero pasar a restar y luego dividir como lo hizo Sara.

4. Para la función $\log_a(x)$, para $0 < a < 1$, está representada por



De la cual Lucia analiza y propone las siguientes propiedades:

- I. El dominio y rango son todos los reales.
- II. Su comportamiento es decreciente.
- III. El punto de corte en el eje x es el (1,0) tendiendo como asíntota el eje y.

De las cuales se puede concluir que:

- a. I y II son correctas.
- b. I y III son correctas.
- c. II y III son correctas.
- d. Todas son correctas.

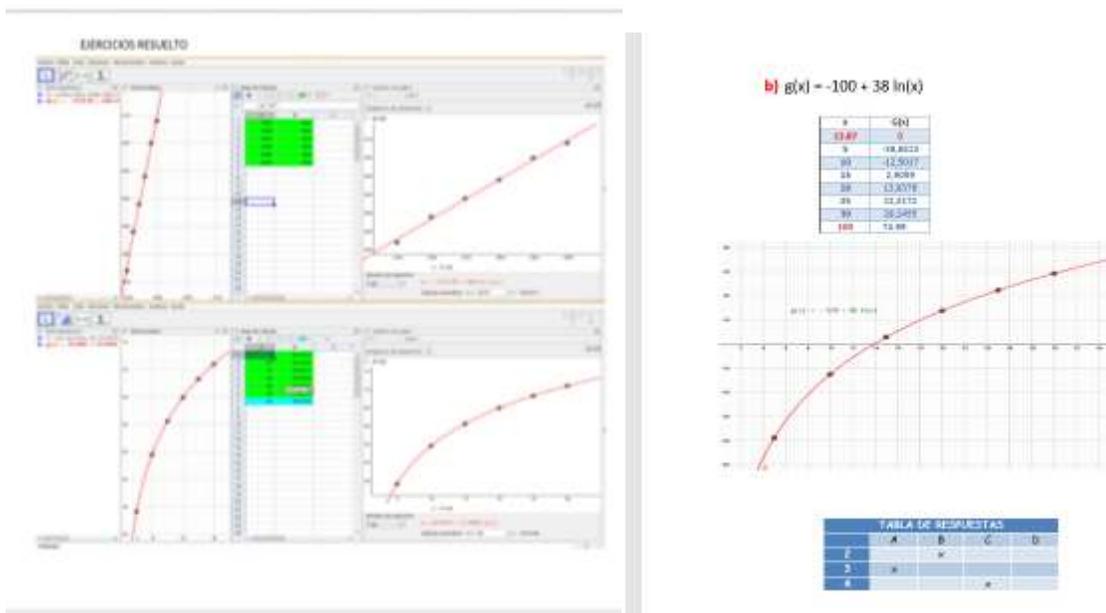
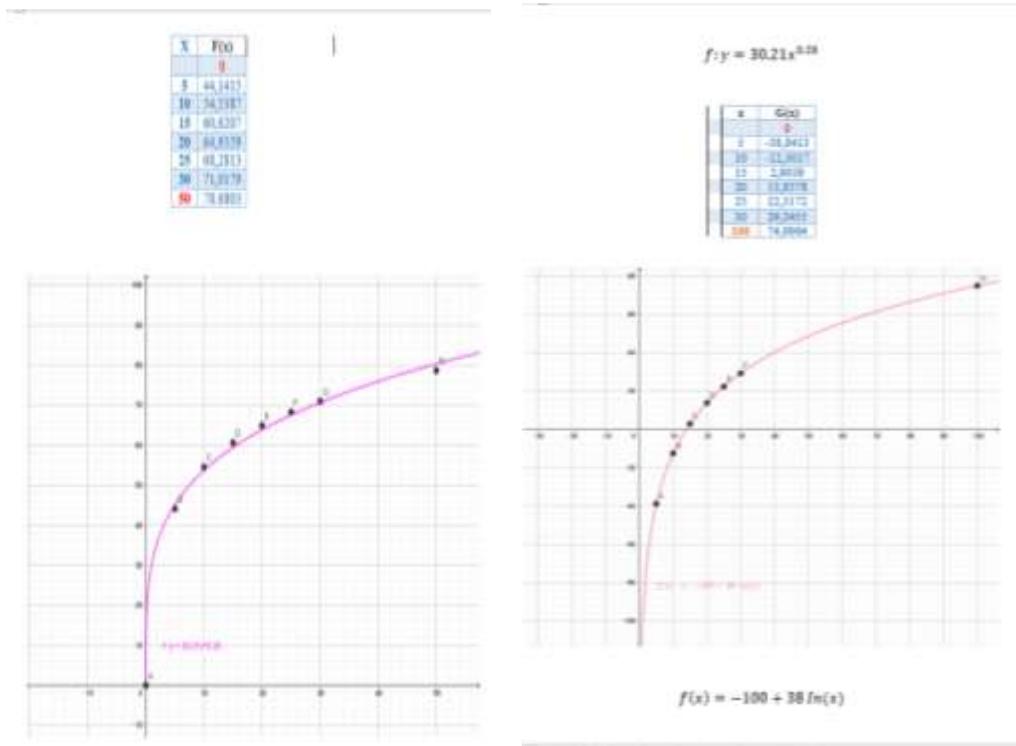
TABLA DE RESPUESTAS				
	A	B	C	D
2				
3				
4				

¡Solo nuestro esfuerzo limita nuestros triunfos!

Anexo 28. Evidencias fotográficas (taller 6)



Anexo 29. Evidencias trabajos (taller 6)



Anexo 30. Taller 7.



Taller 7: COMPETENCIA INFLUENCER

DBA

Comprende y usa el concepto de razón de cambio para estudiar el cambio promedio y el cambio alrededor de un punto y lo reconoce en representaciones gráficas, numéricas y algebraicas.

EVIDENCIAS DE APRENDIZAJE

Utiliza representaciones gráficas o numéricas para tomar decisiones, frente a la solución de problemas prácticos. Determina la tendencia numérica en relación con problemas prácticos como predicción del comportamiento futuro. Relaciona características algebraicas de las funciones, sus gráficas y procesos de aproximación sucesiva.

INFLUENCER

“Sabías que el 53% de las población mundial está conectada a Internet? Son más o menos 4.000 millones de personas, de las 7.600 que tiene el planeta. Se estima que el 52% de los usuarios se conectan a través de dispositivos móviles (teléfonos); el 43%, de laptops o desktops; el 4%, en tabletas; y un 0,14% en otros dispositivos (según cifras de *We Are Social y Hootsuite*)”. 29 de julio 2018,

El espectador. Estilo de vida

Un **influencer** es una persona que cuenta con cierta credibilidad sobre un tema concreto, y por su presencia e influencia en redes sociales puede llegar a convertirse en un prescriptor interesante para una marca

Después de *Facebook*, que reina con casi 2.200 millones de personas, está *Instagram*, una especie de hijita de la primera, con una cifra que no es nada despreciable: 1.000 millones de seguidores. Se ha vuelto la red social de moda. Es dinámica, atractiva, fresca y ha cambiado la comunicación.

Las **tendencias**, ir a la última, conocer gente y caer en gracia, son algunos de los requisitos mínimos para ser aceptado dentro de la comunidad **influencer**. En definitiva, la popularidad que tenga en el círculo en el que se mueva, será la clave para convertirse en **influencer** y no morir de éxito en el intento.

Saber cuál es su punto fuerte y en lo que se destaca sin duda le ayudará a diferenciarse del resto. Existen millones de personas que saben cantar, que juegan a videojuegos, que visten siempre a la última moda... entonces, es importante encontrar aquello que lo diferencia de ellos. Recuerda, ver siempre lo mismo a los usuarios les acaba aburriendo.

Otra manera de clasificar los tipos de **Influencers** se basa en su número de seguidores: **Microinfluencers**: menos de 10.000 seguidores. **Influencers**: entre 10.000 y 100.000 seguidores. **Macroinfluencers**: entre 100.000 y 500.000 seguidores.

Si se revisa el top 5 en Colombia, según la página “*Las 2 Orillas*” en su publicación del 06 de marzo del 2019, dice “*El mínimo son 5 millones cada vez que aparecen con una marca y quienes han coronado como Pautips y El Mindo pueden pedir montones*”.

“El ranking de Rank social es una herramienta bastante usada por las marcas para buscar **Influencers** de sus campañas. Hace la clasificación entre los hombres más seguidos y las mujeres más seguidas en Instagram. Llama la atención el hecho de que las mujeres tienen más seguidores que los hombres. Sin embargo, figuras como Maluma, J Balvin, Shakira o Sofia Vergara, pese a ser colombianos, están fuera de las listas porque sus seguidores son de todas partes del mundo y su audiencia es global.

Las marcas en el país prefieren **influenciadores** cuya audiencia esté mayormente concentrada en Colombia. Aunque los precios sean negociables y dependan mucho del tipo y cantidad de posts, ninguno baja su tarifa de 5 millones por post fijo. Los más caros pueden cobrar hasta 20 millones por un solo post. Contrario a lo que podría creerse, los que más caro cobran no son necesariamente los más seguidos. El porcentaje de engagement y el reconocimiento del personaje influyen bastante en la negociación”:

HOMBRES (los 4 primeros):

Mateo Carvajal
2,3 millones de seguidores.



Lincoln Palomeque
2,3 millones de seguidores.



Luciano D Alessandro
2 millones de seguidores



El Mando
1,9 millones de seguidores



MUJERES (las 4 primeras)

Greeny Rondón
7,6 millones de seguidores



Pantips
7,2 millones de seguidores



Daniela Ospina
5,4 millones de seguidores



Jessica Cepiel
5,4 millones de seguidores



Siendo listas que para la fecha actual, ya han aumentado e incluso, de pronto, hasta variado, se debe esperar el siguiente reporte.

Por otra parte en el mundo sobresalen, como lo muestra la página MEGA RICOS, en su publicación "Los influencers más poderosos con más de 100 millones de seguidores en Instagram 2019 | TOP 15" (septiembre 25, 2019), los mejores atletas del mundo, cantantes pop y las Kardashians al dominar la exclusiva lista.

A continuación podrás ver solo los 4 mejores:

1. CRISTIANO RONALDO: 184 millones de seguidores



2. ARIANA GRANDE: 165 millones de seguidores



3. DWAYNE "THE ROCK" JOHNSON: 158 millones de seguidores



4. SELENA GOMEZ: 157 millones de seguidores



Lo curioso, es que solo National Geographic con 122 millones de seguidores (puesto 10) se mete en la lista con personajes famosos.



PRUEBATE

Al hacer una regresión de forma exponencial, ya sea base "a" o base "e", el proceso de determinar la inversa ayuda para hacer conjeturas hacia el pasado o futuro del fenómeno en estudio, pero si el modelo seleccionado es válido en gran porcentaje, podrá determinar valores en sentido opuesto. Es decir:

Al relacionar el crecimiento de una población con respecto al tiempo, se puede preguntar por el total de sujetos al cabo de cierto tiempo más adelante, pero también hacer una estimación de cuánto tiempo se tardará en llegar a un límite de población, obviamente sin tener en cuenta factores externos que normalmente influyen en los fenómenos, como sería tasa de mortalidad y otras.

Para esta prueba se desea que utilices alguna de tus redes sociales (la de más seguidores), y publiques algo tipo **INFLUENCER**, puede ser una foto o un video (permitido por tus padres), y les pidas en el encabezado a todos ellos que le den "Me gusta" y lo califiquen de 1 a 10 según el nivel de satisfacción y gusto, siendo "1 = no me gustó" y "10 = me encanto o fascinó".

Luego en un cuaderno toma cada hora, durante 12 horas, el control de la cantidad de personas que han participado y el puntaje acumulado que llevas.

Hora control	<u>Me gusta</u> acumulados	Puntaje en la hora	Puntaje acumulado
1			
2			
3			
4			
5			
6			
7			
8			
9			
10			
11			
12			

Para el informe, debes tomar pantallazo por cada hora control, que verifique los datos. (en Word). Y después pasa el siguiente proceso:

1. Con la tabla realiza el modelo exponencial o de crecimiento para la cantidad de Me gusta.
2. Manualmente determina la inversa y compárala con la que arroja el software geogebra. (anexa foto al informe)
3. Anexa al informe la información de ambas funciones: (exponencial y logarítmica).
4. Responde:
 - a. Cuantas horas tardaría en que todos tus seguidores dieran Me gusta.
 - b. Cuantos Me gusta conseguirías en 24 horas.

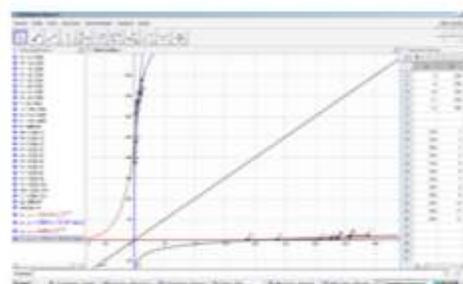
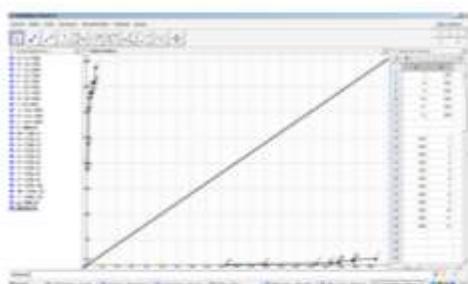
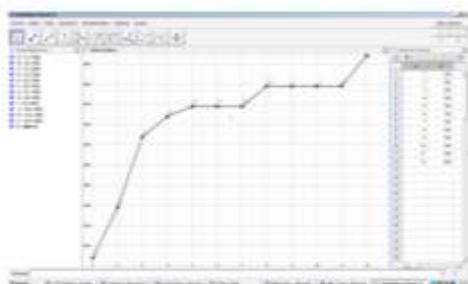
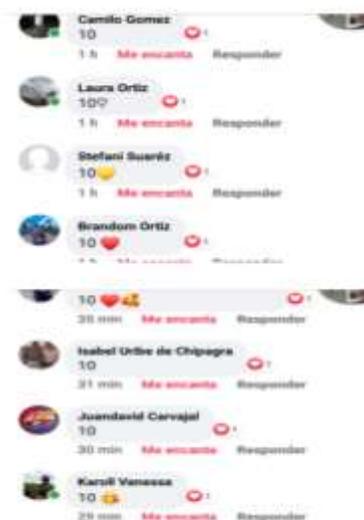
Realiza el mismo proceso para el puntaje acumulado y en el 4. responde:

- a. Cuanto tardía en llegar a 10000 puntos.
- b. Cuantos puntos conseguiría en 24 horas.

Crea conclusiones con respecto al taller, la prueba en particular y sobre todo en los resultados arrojados para las preguntas de los encisos 4, (serán creíbles o no esas estimaciones; si, no, por qué?)

¡Solo nuestro esfuerzo limita nuestros triunfos!

Anexo 31. Evidencias trabajos (taller 7)



Fare llegar a mil puntos tenía que decirle a casi todos mis compañeros y amigos de Facebook que comentar lo que será casi imposible.

Los puntaje que conseguí serían el doble de los que conseguí en las diez horas o menos.

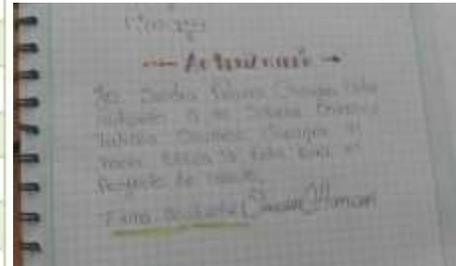
CONCLUSION:

Concluyendo este trabajo puedo afirmar que para nuestras vidas diarias podemos utilizar el crecimiento exponencial y todo lo visto en esta taller, como por ejemplo lo que afecta a nuestro mundo hoy en día, gracias a geometría pudimos analizar más perfectamente los trabajos y graficar los talleres propuestos.

Este proceso se puede evaluar fácilmente si todos tuvieran la accesibilidad a internet.

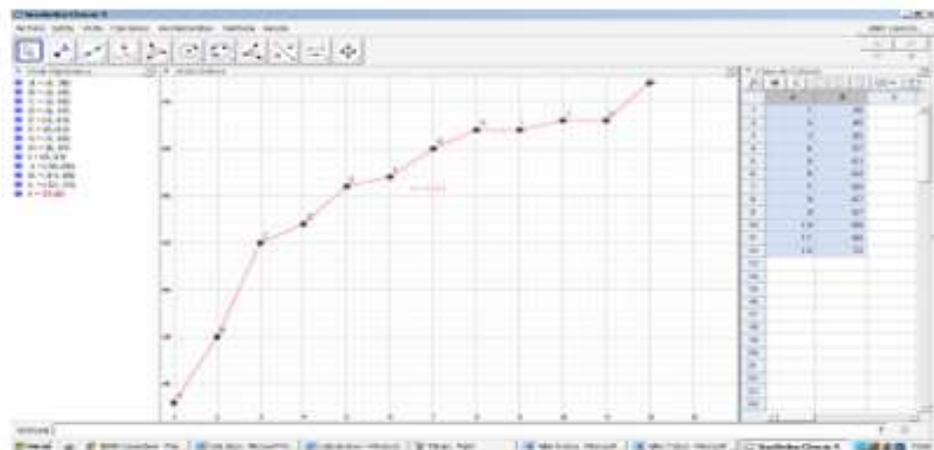
El geometría nos da los procesos fáciles y cómodos para graficar.

Hora control	<u>Me gusta</u> acumulados	Puntaje en la hora	Puntaje acumulado
1	38	188	188
2	45	50	238
3	55	70	308
4	57	20	328
5	61	10	338
6	62	0	338
7	65	0	338
8	67	20	358
9	67	0	358
10	68	0	358
11	68	0	358
12	72	30	388

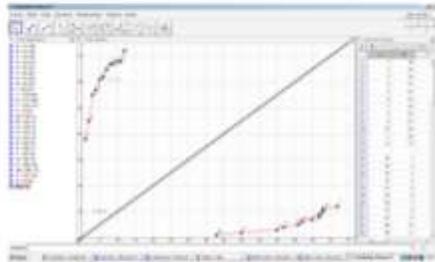


Para el informe, debes tomar pantallazo por cada hora control, que verifique los datos. (en Word). Y después pasa el siguiente proceso:

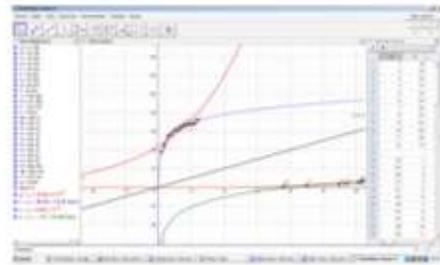
1. Con la tabla realiza el modelo exponencial o de crecimiento para la cantidad de Me gusta.



2. Manuamente determina la inversa y compárala con la que arroja el software geogebra. (anexa foto al informe)



3. Anexa al informe la información de ambas funciones: (exponencial y logarítmica).



1. Responde
 - a. Cuantas horas tardaría en que todos tus seguidores dieran like guafa

Muchísimo tiempo tal vez sea incalculable porque no todos mis amigos de Facebook están activos y presentes en la red social tal vez sea incalculable.

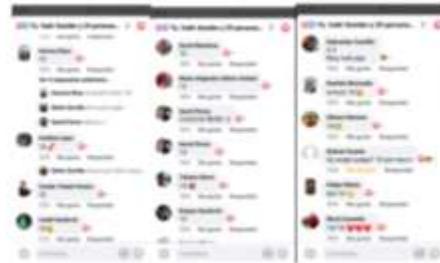
- b. Cuantos like guafa conseguirías en 24 horas.

Tal vez la misma cantidad de más que conseguí las primeras doce horas.

Realiza el mismo proceso para el purique acumulado y en el 4. Responde

Taller 7: COMPETENCIA INFLUENCER

hora	Estadig	Purique en la hora	Purique acumulado
1	3	50	50
2	13	120	170
3	13	120	290
4	10	100	390
5	18	180	570
6	21	210	780
7	28	280	1060
8	25	250	1310
9	30	300	1610
10	21	210	1820
11	32	320	2140
12	32	320	2460



4.

¿Cuántas horas tardaría en que todos tus seguidores dieran me gusta?

48 horas, más o menos

¿Cuántos me gusta conseguirías en 24 horas?

12 → 339me
24h → 338me
24h → x

Puntaje acumulado

¿Cuánto tardaría en llegar a 10.000 puntos?

12h → 2810p
x → 10.000p
12h → 2810p
24h → x

¿Cuántos puntos conseguirías en 24 horas?

12h → 2810
24h → x
12h → 2810p
24h → 3910p
5.210p

En el capture se encuentra la función exponencial (color naranja) e inversa (color morado)

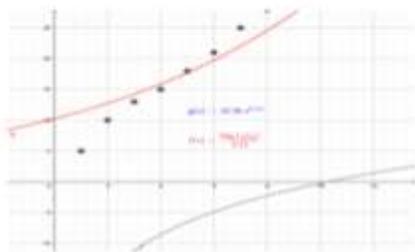


RESPUESTA:

- a. Tardaría aproximadamente 34 horas (siguiendo la función exponencial) en conseguir que todos mis seguidores le dieran me gusta a mi publicación.
- b. Y según la misma gráfica en 24 horas tendría 340 me gusta.

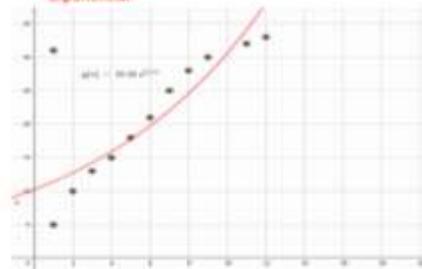
2.

$$\begin{aligned}
 y(x) &= 3000 \cdot e^{0.05x} \\
 y &= 3000 \cdot e^{0.05x} \\
 y/3000 &= e^{0.05x} \\
 \ln(y/3000) &= \ln(e^{0.05x}) \\
 \ln(y/3000) &= 0.05x \cdot \ln(e) \\
 \ln(y/3000) &= 0.05x \cdot 1 \\
 \ln(y/3000) &= 0.05x \\
 \ln(y/3000) \cdot 20 &= 0.05x \cdot 20 \\
 \ln(y/3000) \cdot 20 &= x
 \end{aligned}$$

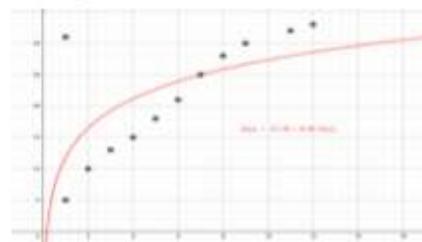


3.

exponencial



logarítmica



En el rectángulo se encuentra la función exponencial (color naranja) e inversa (color azul)

RESPUESTA:
 a. Tardaría 24 horas en llegar a 10 mil puntos.
 b. En 24 horas tardaría 1700 puntos.

RESULTADO FINAL

En conclusión: Desde mi punto de vista sería cierto lo que estoy refractando más arriba en las preguntas ya que la mayoría de cosas que subo al Facebook son fotos o algunas veces contenido de mi pasa tiempo favorito que es realizar animaciones 3D con el programa source filmmaker (Fuente de cine) el tiempo que tardaría que las personas, todas las que tengo como amigos y seguidores, le dieran me gusta sería aproximadamente entre 1 y 2 horas en total



INSTRUMENTO POST TEST

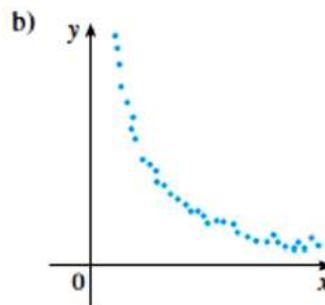
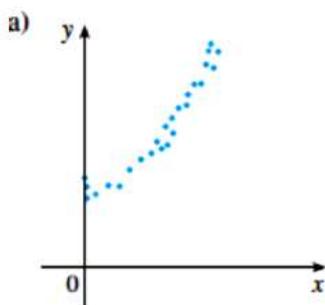
UNIVERSIDAD DE PAMPLONA
 FACULTAD DE EDUCACION
 MAESTRÍA EN EDUCACIÓN
 MAESTRANTE: MARCO ARLEY JAIMES LORA

OBJETIVO: Valorar la efectividad de las actividades diseñadas e implementadas en la propuesta didáctica en la apropiación de aprendizajes significativos por parte de los estudiantes

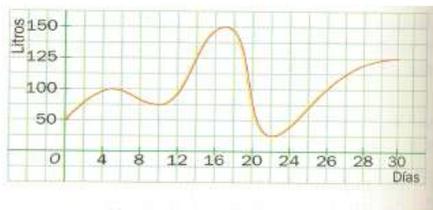
PRUEBA DE SALIDA

La siguiente prueba debe ser contestada en la tabla de respuestas que está al final de la misma, puede utilizar los múltiples espacios que este paquete tiene en blanco para efectuar procesos matemáticos que lo ayuden a contestar.

- Sea el conjunto $M = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$ la abscisa a través de la relación $R: M \rightarrow N$, para cumplir que la ordenada sea el resultado de la familia de 4^n con n como la Abscisa, es decir $R = \{(x, y) : y = 4^x\}$. Santiago expresa la solución para el conjunto de las ordenadas como $N = \{1, 4, 16, 64, 256, 512\}$ el cual se puede decir que
 - Es incorrecto, ya que ninguno de los valores concuerda con la relación.
 - Correcta, ya que para ser relación la regla es que los elementos del conjunto de partida no tengan más de una imagen.
 - Es incorrecto, porque uno o algunos de los elementos del conjunto de partida queda sin relación en el conjunto de llegada.
 - Correcta, ya que todos los elementos del conjunto N son relación de alguno de los del conjunto M .
- Para cada una de las siguientes gráficas de dispersión, se le pregunto al salón ¿qué tipo de función elegiría como un modelo para los datos?, cuatro estudiantes tomaron la palabra para dar su opinión, pero solo 1 tuvo la razón:

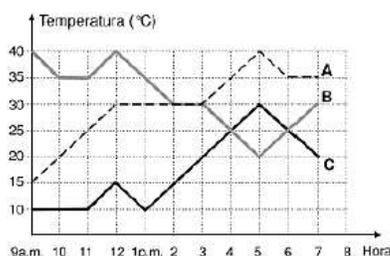


- a) Sebastián dice que son las dos son exponenciales.
 b) María concluye que la primera puede ser exponencial y la otra racional
 c) Leidy etiqueta exponencial y logarítmica.
 d) Daniel sugirió un modelo cuadrático y un exponencial con base menor que 1.}
3. El gasto de agua de una casa durante el último mes está dado por la gráfica adjunta. Si se desea indicar el dominio y el recorrido que sigue matemáticamente, entonces se podría decir que:



- a) $Dom = [0, 30]$ y $Re = [25, 150]$, tomándolos como intervalos cerrados porque si llegan a esos límites máximos y mínimos.
 b) $Dom = [0, 17]$ y $Re = [0, 150]$, tomándolos como intervalos cerrados porque si llegan a esos límites en los ejes ordenados
 c) $Dom = (0, 30)$ y $Re = (0, 150)$, tomándolos como intervalos abiertos porque la curva no alcanza esos límites.
 d) $Dom = (0, 17)$ y $Re = (25, 150)$, se debe tener en cuenta que en el recorrido el punto mínimo no llega a 0.

4. El gráfico siguiente muestra la variación de la temperatura en tres ciudades de Santander:



¿Entre qué horas las ciudades "A" y "C", tienen una temperatura mayor que la "B" al tiempo?

- a) Entre las 9am y las 4pm.
 b) Entre las 4 y 7 pm.
 c) Entre la 1 pm y las 6 pm.
 d) Entre las 4 y las 6 pm.

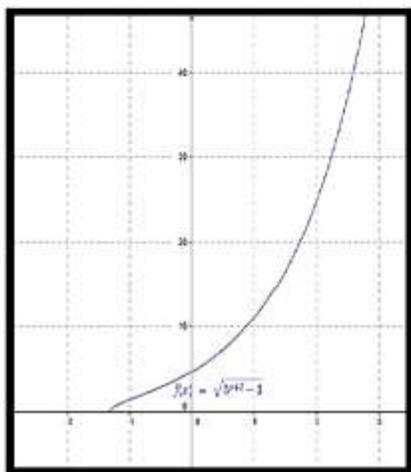
5. Brandon y María José van a jugar al "banco" y establecen las siguientes equivalencias con fichas:

○○○ valen lo mismo que ●
 ●●● valen lo mismo que ○⊗

¿Qué fichas valen lo mismo que ●⊗ ?

- a) ⊗⊗○
 b) ●●●⊗
 c) ⊗⊗○○
 d) ●●○○

6. En busca de determinar la continuidad de la función $g(x) = \sqrt{5^{x+2}} - 3$, primero se debe encontrar su dominio y aunque se puede hacer gráficamente como lo muestra la gráfica, es necesario también hacer un proceso algebraico para que sirva como soporte. ¿Cuál de los siguientes procesos es el correcto, si recordamos que para una raíz par su función interna debe ser mayor o igual a 0?:



<p>a)</p> $5^{x+2} - 3 \geq 0$ $5^{x+2} \geq 0 - 3$ $5^{x+2} \geq -3$ $x + 2 \geq \log_5(-3)$ $x \geq \log_5(-3) - 2$	<p>b)</p> $5^{x+2} - 3 \geq 0$ $5^{x+2} \geq 0 + 3$ $5^{x+2} \geq 3$ $x + 2 \geq \log_5(3)$ $x \geq \log_5(3) - 2$
<p>c)</p> $5^{x+2} - 3 \geq 0$ $5^{x+2} \geq 0 + 3$ $5^{x+2} \geq 3$ $x + 2 \geq \log(3)$ $x \geq \log(3) - 2$	<p>d)</p> $5^{x+2} - 3 \geq 0$ $5^{x+2} \geq 0 + 3$ $5^{x+2} \geq 3$ $x + 2 \geq \ln(3)$ $x \geq \ln(3) - 2$

7. Para la regresión de una tabla de valores, el docente, apoyado en sus estudiantes, obtuvo en el software GeoGebra la Función $f(x) = \log_3(2x - 7)$. En este caso, al querer generar una mejor tabulación primero se debe reconocer el dominio ya que por definición los logaritmos, sin importar la base, no se pueden evaluar en valores menores o iguales a 0. Con esto en el tintero resolvemos

PASO 1: Considerar desde el comienzo que no se aceptan soluciones tales que $2x - 7 \leq 0$

PASO 2: Despejar la inecuación lineal empezando con el 7 que está restando.

PASO 3: terminar despejando el 2 que acompaña a la variable y reducir.

Por el cual se dieron llegaron a:

- a) $x \leq 7/2$, por lo tanto, no se pueden tomar valores menores o iguales a $7/2$.
- b) $x \leq 7/2$, por lo tanto, se deben tomar solo valores menores o iguales a $7/2$.
- c) $x \leq 5$, por lo tanto, no se pueden tomar valores menores o iguales a 5.
- d) $x \leq 14$, por lo tanto, se pueden tomar valores menores o iguales a 14.

8. En el mundo de los cubos Rubik ya existen una gran variedad de diseños tanto en formas, como colores y cantidad de subdivisiones.



Se han vuelto para muchos de sus practicantes, un instrumento indispensable en bolso al salir de casa, tanto que ya se han creado pequeños tipo llaveros que también se pueden armar. Por lo tanto, si se compara su escala normal a la reducción y el espacio suficiente que se necesita para poderlo permutar, se habla de una reducción general a la cuarta parte. Es decir, si el cubo normal tiene un volumen total de $166,375 \text{ cm}^3$, este se reduce a su cuarta parte. Al pedirle a la estudiante Daira Cruz que determine el volumen del cubo pequeño y la medida de la arista de un cuadrado de las capas.

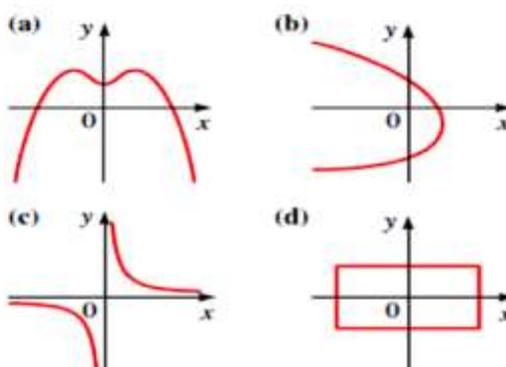
Sus respuestas fueron:

- I. Volumen aproximado $\approx 41,60 \text{ cm}^3$
- II. Arista total $\approx 3,47 \text{ cm}$
- III. Arista de un cuadrado de capa: $\approx 1,16$

Al ser analizados por sus compañeros se concluye que:

- a) Solo la I es correcta.
- b) Solo la III Es correcta.
- c) Solo I y II son correctas.
- d) I, II y III son correctas.

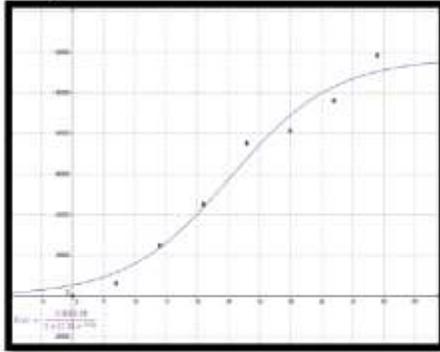
9. Juan Pablo, en la prueba de admisión para entrar a la Universidad de su elección tuvo que recordar el proceso de verificación de si una curva en una gráfica, representa una función o solo una relación. Si el selecciono una curva que no representa una función, pero si una relación abierta, entonces el escogió: (*gráfica tomada del libro de precálculo de Stewart 6e.*)



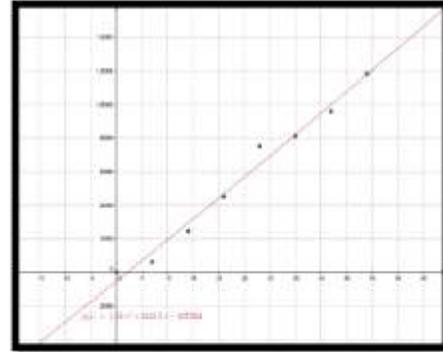
10. Sin hacerse extraño el tocar el tema en auge en el mundo, COVID 19, se tiene hasta la fecha una tabla de contagios en el mundo, dando la posibilidad a un posible modelo matemático, si se toman los datos y sin pensar en agentes y factores externos que distorsionen la constante de crecimiento uno de los posibles modelos sería (tomando registro cada 7 días partiendo del 22 de enero):

fecha	positivos
22 de enero	7
29 de enero	6100
5 de febrero	24600
12 de febrero	45200
19 de febrero	75200
26 de febrero	81200
4 de marzo	96100
11 de marzo	118400

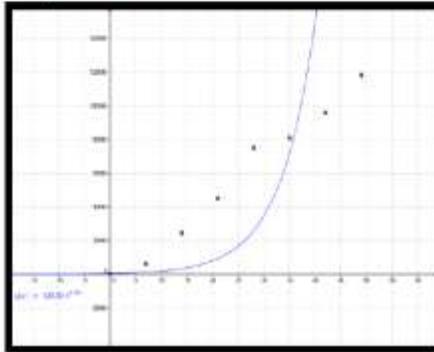
a) Logística.



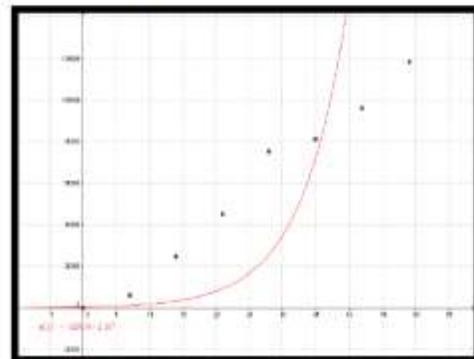
b) Polinómica



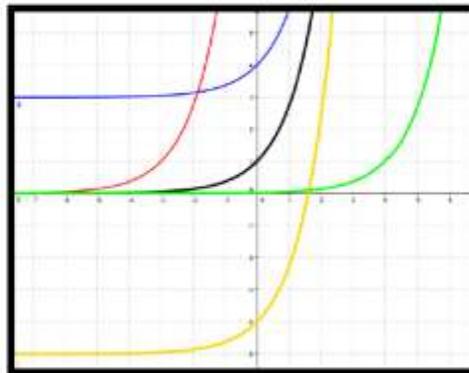
c) Exponencial



d) Crecimiento



11. De la teoría de traslados de las funciones en el plano cartesiano a partir de las operaciones básicas de suma y resta de constantes, ya sea de forma interna (izquierda, derecha) y/o externa (arriba, abajo), se deduce, para la siguiente gráfica:



Siendo identificada con el color negro la función original $f(x) = e^x$, el orden correspondiente para las operaciones y traslaciones definidas por las funciones;

$$g(x) = e^x - 5; \quad h(x) = e^x + 3; \quad m(x) = e^{x+3}; \quad p(x) = e^{x-4}.$$

- a) Verde, rojo, amarillo, azul
- b) Rojo, amarillo, azul, verde.
- c) Amarillo, azul, rojo, verde
- d) Azul, amarillo, rojo, verde.

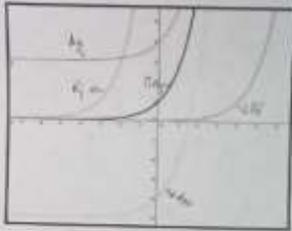
Tabla de Respuestas											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
a											
b											
c											
d											

Anexo 33. Evidencias fotográficas.





Anexo 34. Evidencias de hojas de respuestas (post test)



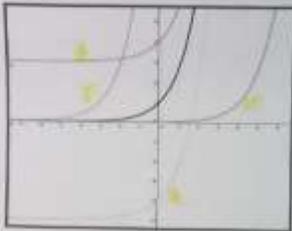
Siendo identificada con el color negro la función original, al orden correspondiente para las operaciones y transformaciones de función por las funciones:

Verde, rojo, amarillo, azul
 Azul, amarillo, azul, verde
 Amarillo, azul, rojo, verde
 Azul, amarillo, rojo, verde

E-77

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
a											
b											
c											
d	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓

// ✓



Siendo identificada con el color negro la función original, al orden correspondiente para las operaciones y transformaciones de función por las funciones:

Verde, rojo, amarillo, azul
 Rojo, amarillo, azul, verde
 Amarillo, azul, rojo, verde
 Azul, amarillo, rojo, verde

E-77

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
a											
b											
c											
d	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓	✓

// ✓

Anexo 35. Tabla control de respuestas Post test

ESTUDIANTES												TC	TI	
	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8	P9	P10	P11			
E1	C	C	I	C	C	I	C	C	C	I	I		7	4
E2	C	I	C	C	C	I	C	C	C	C	C		9	2
E3	I	C	I	C	C	C	C	C	C	I	C		8	3
E4	C	C	C	C	C	I	C	C	C	I	C		9	2
E5	C	C	C	C	C	I	C	C	C	C	I		9	2
E6	C	I	C	C	C	C	C	C	C	C	C		10	1
E7	C	C	I	C	C	C	C	C	C	C	C		10	1
E8	C	C	I	C	C	C	C	C	C	I	C		9	2
E9	C	I	C	C	C	I	C	C	C	I	I		7	4
E10	C	C	C	C	C	I	C	C	C	C	C		10	1
E11	C	C	C	C	I	C	C	C	C	I	C		9	2
E12	I	C	C	C	I	C	C	C	C	C	C		9	2
E13	C	C	C	C	C	C	C	C	C	I	C		10	1
E14	C	C	C	C	C	I	C	C	C	C	I		9	2
E15	C	C	C	C	I	I	C	C	C	C	C		9	2
E16	C	I	C	C	C	C	C	C	C	C	C		10	1
E17	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C		11	0
E18	C	C	C	C	I	C	C	C	C	C	C		10	1
E19	C	C	I	C	I	C	C	C	C	C	C		9	2
E20	C	C	C	C	I	C	C	C	C	C	C		10	1
E21	C	C	C	I	C	C	C	C	C	C	C		10	1
E22	C	C	C	C	I	C	C	C	C	C	C		10	1
E23	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C		11	0
E24	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C		11	0
E25	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C		11	0
E26	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C		11	0
E27	C	C	C	C	I	C	C	C	C	C	C		10	1
E28	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C		11	0
E29	C	C	C	C	C	C	C	C	I	C	C		10	1
E30	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C		11	0
E31	C	C	C	C	I	C	C	C	I	C	C		9	2
E32	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C		11	0
E33	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C		11	0
E34	C	C	C	C	I	C	C	C	I	C	C		9	2
E35	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C		11	0
E36	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C		11	0
E37	C	C	C	C	I	C	C	C	I	I	C		8	3
E38	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C		11	0
E39	C	C	C	C	C	C	C	I	C	I	C		9	2
E40	C	C	C	C	I	C	C	C	I	I	C		8	3
CORRECTAS	38	36	35	39	28	32	40	39	35	30	36			
INCORRECTAS	2	4	5	1	12	8	0	1	5	10	4			
	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8	P9	P10	P11			

Conclusión

Al trabajar en herramientas como videos, imágenes y la app de GeoGebra se ha comprobado que podemos trabajar matemáticas de una forma distinta a la tradicional y obtener muy buenos resultados.

La metodología empleada para desarrollar el tema de funciones exponenciales a sido acertada en nuestro caso, ya que consideramos aprendido el tema de funciones trascendentales.

Conclusión

Como grupo pudimos aprender sobre las funciones exponenciales y no solo eso también aprendimos excelentemente a utilizar la App Geogebra, aprendimos también a crear tablas de valores y juntos con ellas sus funciones y gráficas, aprendimos a ubicar las asíntotas y hallar perfectamente los puntos de corte tan en X como en Y. También aprendimos a utilizar gráficas o numéricas para tomar decisiones, frente a la solución de problemas prácticos, sabemos identificar cada función, como también las podemos graficar como se debe. Por ultimo aprendimos que para ajustar el modelo de crecimiento exponencial se debe tomar en cuenta un entorno o recursos limitados.

CONCLUSIÓN

Los trabajos que vimos, en unos si me compliqué, por ejemplo en el 5, no supe sacar unas funciones inversas; y en si el taller no estaba tan complicado pero algunas cosas se me dificultaban, y en el taller 7, en el video o foto que teníamos que hacer como influencer me pareció muy divertido, algo diferente que pudimos hacer, y educativo a la vez.

CONCLUSION:

Este taller tuvo una dinámica diferente, no podemos negar que en un principio si nos dio pena subir una foto pidiendo que nos dieran [like](#) y que comentaran, pero una vez que lo hicimos, nos gustó. Después de todo nos pareció chévere desarrollar este taller, y logramos saber el crecimiento exponencial y resolverlas preguntas dadas, gracias a GeoGebra y analizando las [graficas](#).

CONCLUSION GENERAL

Nos gustó mucho desarrollar todos estos talleres, realmente nos pareció interesante, diferente y divertido este método de enseñanza, ya que para nosotros fue una forma distinta de aprender y comprender las distintas funciones, su importancia y uso para nuestra vida, además de que le dimos un uso adecuado a la tecnología con la que contamos hoy en día.

En conclusión podemos afirmar que la función inversa invierte todo lo que la ecuación nos afirma, como lo dice esta misma es inversa, afirmamos que la inversa es la sombra opuesta de la ecuación, en este taller pudimos desarrollar los problemas sin ningún problema gracias a geogebra, aunque también podemos hallar la inversa por medio de procesos en el cuaderno y también es muy sencillo.

¿Podemos evaluar por medio de estos métodos?

Al utilizar esto métodos para evaluar y que el estudiante, este más informado aún más en el donde del tema, creería que si sería factible que se evaluara por estos medios y tipos de talleres.

¿Se me dificulta?

La verdad al principio los temas eran un poco confusos pero después de ver videos y explicaciones se hacen muy sencillos.



INSTRUMENTO DIARIO DE CAMPO

UNIVERSIDAD DE PAMPLONA
FACULTAD DE EDUCACION
MAESTRÍA EN EDUCACIÓN
MAESTRANTE: MARCO ARLEY JAIMES LORA

DIARIO DE CAMPO	
Actividad No.:	Fecha:
Tipo de Actividad:	
Objetivo:	
Listado de los participantes en el trabajo de investigación:	
Contexto:	
Recursos:	
Tiempo estimado:	Tiempo adicional:
No. de estudiantes presentes:	No. de estudiantes ausentes:
Intervenciones	

DESCRIPCIONES	REFLEXION (ANALISIS)	MEMOS
<p>Narración de las diferentes actividades en orden de tiempos. Se describen las tareas, además de la información que se recoge de las tareas, lo que se observa en los estudiantes, las actitudes y aptitudes, las dificultades y la forma como se resuelven.</p>	<p>Espacio para dar relevancia a los aprendizajes significativos o poco significativos, o sobre las competencias, actitudes, emociones observables en los estudiantes. Es en este espacio donde se hace reflexión sobre su quehacer pedagógico y los resultados de la aplicación de las estrategias implementadas en los participantes.</p>	<p>Datos relevantes, cómo códigos de análisis según las categorías y subcategorías</p>