OPERACIONES ENTRE CONJUNTOS EN EL MARCO DEL MODELO DE VAN HIELE PARA ESTUDIANTES DE I SEMESTRE DE LICENCIATURA EN HUMANIDADES Y LENGUA CASTELLANA

JORGE ALISANDY RANGEL LIZCANO

UNIVERSIDAD DE PAMPLONA

ESPECIALIZACIÓN EN PEDAGOGÍA UNIVERSITARIA

PAMPLONA

2019

OPERACIONES ENTRE CONJUNTOS EN EL MARCO DEL MODELO DE VAN HIELE PARA ESTUDIANTES DE I SEMESTRE DE LICENCIATURA EN HUMANIDADES Y LENGUA CASTELLANA

JORGE RANGEL LIZCANO

Trabajo de grado presentado como requisito para obtener el título de

Especialista en Pedagogía Universitaria

DIRECTORA

DRA. LENIS YELITZA SANTAFÉ ROJAS

UNIVERSIDAD DE PAMPLONA

ESPECIALIZACIÓN EN PEDAGOGÍA UNIVERSITARIA

PAMPLONA

2019

DEDICATORIA.

***A Dios**.*

Por haberme permitido llegar hasta este punto y haberme dado salud para cumplir mis metas, además de su infinita bondad y amor.

A mis maestros.

Dra. Lenis Santafé por su gran apoyo y motivación para la elaboración de este proyecto; a la Mg. Carmen Edilia Villamizar por su apoyo ofrecido en este trabajo.

A mi madre.

Que cada día con su apoyo incondicional me motiva a continuar, esforzándome por ser mejor hijo, amigo, profesional y, sobre todo, mejor persona.

Tabla de contenido.

Resumen

Los niveles de Van Hiele, ayudan a secuenciar los contenidos y las fases organizan las actividades que podemos diseñar en las unidades didácticas. El trabajo se debe al matrimonio formado por Dina y Pierre Van Hiele, aunque, la prematura muerte de Dina provocó que fuese su marido el encargado de su mayor difusión.

La idea básica de partida, dicho de forma sencilla y rápida, es que *"el aprendizaje de la Geometría se hace pasando por unos determinados niveles de pensamiento y conocimiento"*, *"que no van asociados a la edad"* y *"que sólo alcanzado un nivel se puede pasar al siguiente"*.

Antes de señalar los niveles concretos, es importante señalar algunas ideas previas al modelo y referidas a los estudiantes que, basadas en la experiencia del trabajo con ellos y ellas del matrimonio Van Hiele, marcan el diseño del modelo.

Podemos señalar entre otras que, en la base del aprendizaje de la Geometría, hay dos elementos importantes *"el lenguaje utilizado"* y *"la significatividad de los contenidos"*. Lo primero implica que los niveles, y su adquisición, van muy unidos al dominio del lenguaje adecuado y, lo segundo, que sólo van a asimilar aquello que les es presentado a nivel de su razonamiento. Si no es así se debe esperar a que lo alcancen para enseñarles un contenido matemático nuevo.

Para terminar estos previos Van Hiele señala que *"no hay un método panacea para alcanzar un nivel nuevo, pero, mediante unas actividades y enseñanza adecuadas se puede predisponer a los estudiantes a su adquisición".*

1. El Problema.

Planteamiento del problema.

Desde la experiencia docente, se ha observado que las actividades involucradas en los procesos de enseñanza y de aprendizaje, revelan una desarticulación entre las matemáticas escolares con los contextos sociales propios de los estudiantes. También se ha observado que, la ausencia de sentidos en los procesos algebraicos puede constituirse una de las causas del fracaso escolar.

El maestro debe conocer las causas y características de estas dificultades para poder tratarlas adecuadamente como son el bajo rendimiento en la asignatura de Competencias Matemáticas, muy regulares resultados en un gran porcentaje de los parciales de cada corte, quices y talleres con notas bajas, etc.

Hay que destacar, por tanto, el papel tan importante que juega la formación con qué cuenta el docente para abordarlas, pero también su implicación a la hora de dar respuesta a la atención a la diversidad; por este motivo se ha pretendido conocer la metodología utilizada por algunos maestros en la enseñanza de las Matemáticas, así como su formación, preocupaciones y expectativas con respecto a estas dificultades. El docente debe conocer las aptitudes de los estudiantes con respecto a las Matemáticas, pero también sus creencias y actitudes hacia las mismas, ya que pueden dificultar el aprendizaje de la materia. Por ello se ha considerado necesario encuestar a algunos estudiantes para poder valorar sus respuestas y que sirvan de base para cumplir el objetivo fundamental del presente trabajo que es ofrecer a los maestros de Educación Superior una serie de talleres por niveles (ver anexo 2) que faciliten la enseñanza de estos escolares para que puedan obtener los mejores resultados y que, en definitiva, sean felices.

Conceptos básicos como los de las operaciones entre conjuntos (Unión, Intersección, Diferencia, Diferencia Simétrica y Complemento), son necesarios para abordar este tema de conjuntos, De manera que son varios los interrogantes que surgen a la hora de revisar la enseñanza del mismo, como, por ejemplo: ¿Cómo se evalúa las operaciones entre conjuntos? ¿Es adecuada la forma de evaluar este tema? ¿Se usan diferentes estrategias para evaluar las operaciones entre conjuntos?, ¿Las operaciones entre conjuntos es un tema abordado solo desde la teoría? Desde esta perspectiva y observando estas cuestiones, surge esta propuesta didáctica de investigación en el que el planteamiento principal es el diseño de unos talleres por niveles en las operaciones entre conjuntos bajo el marco teórico del modelo de Van Hiele.

Esta propuesta se inicia de los resultados obtenidos en una prueba diagnóstica (ver anexo 1) aplicada a los estudiantes de I semestre de la Licenciatura en Humanidades y Lengua Castellana de la Universidad de Pamplona que están matriculados en la asignatura de Competencias Matemáticas, la cual arrojó evidencias del cómo, por qué y para qué se enseña las operaciones entre conjuntos, de manera que lo que se quiere es evaluar este tema partiendo desde una nueva perspectiva de evaluación a través de talleres por niveles (ver anexo 2) evaluativos didácticos en el aula con actividades enmarcadas bajo el modelo de Van Hiele.

Formulación del problema.

¿Cómo diseñar una propuesta didáctica para aprendizaje de las operaciones entre conjuntos a través del modelo de Van Hiele en estudiantes de I semestre de LHLC?

Subpreguntas

¿Cuáles son las operaciones entre conjuntos presentes en situaciones en contexto?

¿Cuáles son las características de los niveles de razonamiento del modelo de Van Hiele?

¿En qué nivel de razonamiento se encuentran los estudiantes de I semestre de la Licenciatura en Humanidades y Lengua Castellana (LHLC)?

Objetivos.

Objetivo General.

- ✓ Diseñar una propuesta didáctica en el marco del modelo de Van Hiele sobre el tema de operaciones entre conjuntos para estudiantes de I semestre de LHLC

Objetivos específicos.

- ✓ Realizar una revisión teórica del modelo de Van Hiele con el fin de comprender sus niveles y sus fases.
- ✓ Hacer una revisión teórica sobre las operaciones entre conjuntos a nivel superior.
- ✓ Identificar los niveles de razonamiento de Van Hiele en los que se encuentran los estudiantes de I semestre de la Licenciatura en Humanidades y Lengua Castellana.

Justificación.

La evaluación de la calidad de la educación es un proceso en el que se involucran los estudiantes, los docentes, la familia y la sociedad, es decir, toda la comunidad educativa. Decir que se posee un alto índice de calidad en la educación y que posee las habilidades y destrezas requiere de la aplicación de instrumentos que lo demuestren.

Los maestros, como una parte importante o un eslabón importante en esta cadena, necesitan conocer los presupuestos teóricos que sustentan dicha evaluación; en tal sentido el trabajo refiere una reflexión a partir del estudio de documentos de organismos internacionales como la ONU y la UNICEF, el MEN así como de los diferentes grupos de trabajos sobre evaluación de la calidad de la educación, donde se resumen importantes presupuestos.

Muy a menudo se observa cómo la mayoría de nuestros estudiantes demuestran una actitud de rechazo hacia el estudio de las matemáticas.

Con gran desilusión notamos que nuestros esfuerzos fracasan al tratar de lograr que ellos desarrollen competencias y habilidades en la resolución de problemas matemáticos. Esto es debido en parte por la manera en que se han venido enseñando los contenidos de esta disciplina desde las primeras incursiones sistemáticas llevadas a cabo por las instituciones educativas hasta los niveles más avanzados de escolaridad: “La experiencia que vivan los niños al estudiar matemáticas en la escuela puede traer como consecuencias el gusto o el rechazo, la creatividad para buscar soluciones o la pasividad para escucharlas y tratar de reproducirlas, la búsqueda de argumentos para validar los resultados o la supeditación de éstos al criterio del maestro” (Lizcano L. , 2015, pág. 8)

Es común que nos preguntemos por qué nuestros estudiantes fracasan en la resolución de problemas si desde muy pequeños se les ha ido enseñando estas poderosas herramientas; por qué son poco creativos en el uso de herramientas matemáticas; por qué en la resolución de problemas, aplican mal los algoritmos y fórmulas que ya les fueron enseñados.

La forma en que los docentes concebimos y enseñamos matemáticas, en forma tal como fuimos educados; el no permitirles la flexibilidad en el manejo de recursos y estrategias de solución; y el enseñar separadamente los algoritmos de los problemas propiamente dichos, responde de una u otra manera a los cuestionamientos anteriores y nos proporciona razones de sobra para entender el por qué los escolares se sienten abrumados por tantos requerimientos formalistas de las matemáticas. No le encuentran sentido, significado y funcionalidad a lo que aprenden.

Esto nos coloca ante la necesidad imperante de redirigir nuestras acciones en forma tal que logremos superar esta gran problemática. Planes y programas de estudio actuales, investigaciones y proyectos específicos se planean, diseñan y desarrollan con este objetivo.

La presente propuesta tiene a bien tratar de iniciar un proceso de innovación de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas encaminadas a desarrollar habilidades en la resolución de problemas, los niveles de pensamiento y conocimiento de Van Hiele, en la presentación de actividades entretenidas, variadas, divertidas e interactivas, y con la incorporación de las TIC para el diseño y desarrollo de las mismas, con la participación de los estudiantes de Licenciatura en Lengua Castellana y Comunicación de primer semestre de la Universidad de Pamplona.

2. Marco Referencial.

2.1 Antecedentes de la Investigación.

2.1.1 Internacionales.

En la tesis de doctorado titulada: La teoría de Van Hiele: niveles de pensamiento geométrico, de Fernando Barrera Mora, Doctor en ciencias en la Universidad de Arizona, México 2015.

Se abordaron los elementos centrales de la teoría de van Hiele, la cual es útil para analizar el proceso de crecimiento cognitivo de los estudiantes. Se describen cinco niveles de pensamiento por los que se transita durante el aprendizaje de la geometría, así como las fases de enseñanza necesarias para que los estudiantes logren un entendimiento conceptual de las ideas geométricas.

Este trabajo sirvió como referente para la investigación porque resalta el hecho de que esta teoría permite explicar por qué los estudiantes muestran diversas dificultades de comprensión y aporta elementos útiles para diseñar escenarios de instrucción que favorezcan el desarrollo de procesos cognitivos de alto nivel.

En la tesis de maestría titulada: El modelo de Van Hiele y la enseñanza de la geometría, de Gilberto Vargas Vargas, Universidad Nacional de Costa Rica, 2013.

El presente artículo trata de la aplicación del Modelo de Razonamiento Geométrico de Van Hiele y la enseñanza de la geometría. Se reflexiona sobre la importancia de estudiar geometría y lo que esto significa para la sociedad moderna; analiza, además, las concepciones y dificultades que se dan en la forma de enseñar y el aprender geometría. Introduce el Modelo de Van Hiele explicando la evolución del razonamiento geométrico a través de cinco niveles consecutivos y del apoyo que brindan sus fases a la organización del currículo, así como a partir de una comparación con la teoría del desarrollo de Piaget.

Este trabajo sirvió como referente para la investigación porque el Modelo de razonamiento geométrico de Van Hiele es un modelo de enseñanza y aprendizaje que brinda la posibilidad de identificar las formas de razonamiento geométrico y pautas a seguir para fomentar la consecución de niveles más altos de razonamiento. Al usar este modelo, el docente debe hacer una evaluación inicial que identificará el nivel en el que se encuentra cada uno de los estudiantes. Esto le permita describir el avance del razonamiento geométrico de cada uno de ellos luego de aplicar las actividades programadas. Dado que la evaluación en el modelo de Van Hiele no es del tipo tradicional, ya que da importancia a lo que los alumnos contestan y el porqué de sus respuestas, para obtener resultados confiables tras su aplicación, es importante usar los instrumentos de evaluación con sumo cuidado. El modelo de Van Hiele da importancia al desarrollo del lenguaje, pues este es crucial en el paso de un nivel a otro. Por esto, los docentes deben establecer actividades en las que el estudiante tenga la oportunidad de comunicar sus ideas matemáticas, en un ambiente que le permita aprender de sus errores y mejorar en el uso del lenguaje matemático.

2.1.2 Nacionales.

En la tesis de maestría titulada: Enseñanza de polígonos a través del reconocimiento de invariantes usando el modelo Van Hiele en el grado octavo de la institución educativa finca la mesa, de María Cristina Ruiz Puerta. Magister en Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales en la Universidad Nacional de Colombia, 2016

Este trabajo sirvió como referente para la investigación porque propone una estrategia de intervención en el aula para la enseñanza de las matemáticas, dando principal importancia al conocimiento conceptual, propuesta que consiste en el reconocimiento de invariantes por parte del estudiante a partir de sus ideas previas y de sus propios descubrimientos, los cuales surgen como respuesta a la realización de actividades diseñadas teniendo en cuenta modelo Van Hiele para la enseñanza de la geometría y en las que se favorecen procesos de análisis y razonamiento, que lleven al estudiante a movilizar el pensamiento geométrico y desarrollar un aprendizaje significativo.

Para el desarrollo del trabajo se plantean una serie de actividades fundamentadas en el modelo propuesto por los esposos Van Hiele para la enseñanza de la geometría, en las cuales se tiene en cuenta el nivel de razonamiento, la estructura cognitiva del estudiante y aquello que desde la misma interacción social y académica el estudiante conoce de la temática.

En la tesis de maestría titulada: La circunferencia. una propuesta didáctica usando modelo de Van Hiele y geometría dinámica, de Jhon Willy Carmona Moreno, Magister en Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales en la Universidad Nacional de Colombia, 2011

Este trabajo sirvió como referente para la investigación porque se fundamenta en una propuesta didáctica que utiliza la geometría dinámica, la visualización y el Modelo de Van Hiele para mejorar los procesos de enseñanza-aprendizaje en el aula de clases para la apropiación del concepto de circunferencia por parte de los estudiantes y un aporte a la profundización del tema para los docentes. El desarrollo del enfoque utiliza la geometría sintética como base para abordar la circunferencia, sus nociones, proposiciones y teoremas básicos. La construcción del concepto se realiza desde una perspectiva histórico-epistemológica y disciplinar, fortaleciéndolo con la aplicación de teorías y Modelos didácticos que facilitan el desarrollo del pensamiento geométrico, convirtiéndose es una herramienta didáctica para que los docentes potencien e innoven las prácticas pedagógicas en la escuela.

2.1.3 Regionales.

En la tesis de maestría titulada: La función cuadrática en el marco del modelo de Van Hiele utilizando geogebra para el fortalecimiento del proceso de aprendizaje de los estudiantes del grado noveno del instituto técnico municipal los patios, de Dimar Emilio Acosta Galván, universidad autónoma de Bucaramanga, maestría en educación, 2016.

Este trabajo sirvió como referente para la investigación porque aborda los razonamientos que tienen los estudiantes del grado quinto sobre el concepto de proporcionalidad, según el modelo educativo de van Hiele; por lo tanto, el estudio permitió establecer unos descriptores de nivel que caracterizaron y determinaron el nivel de razonamiento en que se encontraban razonando dichos estudiantes. Este estudio se desarrolló en el marco del programa de Maestría en Educación, en la línea de educación matemática, que se desarrolla en una de las sedes regionales de la Universidad de Antioquia, con la participación del grupo de investigación EDUMATH.

En la tesis de Especialización titulada: Enseñanza de la optimización bajo el modelo de van hiele haciendo uso del software geogebra, de Angy Melissa Díaz Lizarazo, Especialista en Pedagogía Universitaria de la Universidad de Pamplona, 2016.

Este trabajo sirvió como referente para la investigación porque se dirige principalmente a mejorar la enseñanza de la optimización en el cálculo diferencial mediante la resolución de problemas con ayuda del modelo de Van Hiele y las TIC, de tal manera que el estudiante consolide sus conocimientos al resolver problemas de aplicación inherentes a sus carreras.

También proponen actividades didácticas que se proponen en este trabajo utilizando el software Geogebra, tienen como objetivo orientar al estudiante a una comprensión de los conceptos de manera distinta a la que pueda enfrentarse en una clase tradicional apoyados por lo general en libros de texto.

2.2 Bases Teóricas.

2.2.1. Operaciones entre conjuntos.

Un conjunto es una colección de objetos. Ejemplos

A = {Laura, Gabriela, Diana}

B = {Cuadrado, rectángulo, rombo, trapecio}

C = {2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, . . .}

D = {x| x es un estudiante activo de la UP}

2.2.1.1. Conjuntos determinados por extensión y por comprensión.

Cuando un conjunto es descrito por una propiedad que comparten sus elementos se dice que está determinado por comprensión.

Cuando damos una lista explicita de los elementos del conjunto, decimos que está determinado por extensión.

Ejemplos:

A = {x | x es un número impar positivo, menor que 30}

A = {1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19, 21, 23, 25, 27, 29}

B = {x | x es un entero mayor que − 3}

B = {−2, −1, 0, 1, 2, 3, . . .}

C = {x | x es un entero mayor o igual que − 3}

$C = \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \ldots\}$

$D = \{x \mid x$ es un número par y primo$\}$

$D = \{2\}$

$E = \{x \mid x$ es un número impar y primo$\}$

$E = \{3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, \ldots\}$

Consideremos el conjunto

$G = \{x \mid x$ es par, primo y mayor que 5$\}$

El conjunto que no tiene elementos se conoce como el conjunto vacío y se acostumbra a notar por $\emptyset$ o $\{\ \}$.

OJO $\{\emptyset\}$ NO es el conjunto vacío, es un conjunto con un elemento.

2.2.1.2. Pertenencia.

Definición.

Consideremos una relación binaria denotada por $\in$, definida entre un elemento a y un conjunto A.

Decimos que a pertenece a A si a es un elemento de A, lo cual denotamos por $a \in A$.

En caso contrario, decimos que a no pertenece a A y lo escribimos $a \notin A$.

2.2.1.3. Conjunto de referencia o conjunto universal.

Definición.

Consideremos el conjunto $A = \{x|\ x \text{ es primo}\}$, ¿hay un conjunto de referencia? ¿letras? ¿colores?

¿reales? ¿naturales?

El conjunto referente donde se puede hablar de la propiedad del conjunto lo tomamos como el conjunto universal.

2.2.1.4. Conjunto de referencia o conjunto universal

Ejemplos:

Son ejemplos de conjuntos universales:

U : N U : Z U : R

U : Estudiantes activos de la Universidad Nacional

U : Habitantes de Colombia

2.2.1.5. Subconjuntos.

Definición.

Consideremos dos conjuntos A y B. Decimos que A es un subconjunto de B si todo elemento de A es

también elemento de B, lo cual se nota por $A \subseteq B$ y se lee A está contenido en B. En otras palabras $(\forall x)\ (x \in A \longrightarrow x \in B)$.

Para decir $A \subseteq B$ negamos la proposición anterior, así $\sim (\forall x)\ (x \in A \rightarrow x \in B) \Longleftrightarrow$

$(\exists x)\ (x \in A \wedge x \notin B)$

Diagrama de Venn

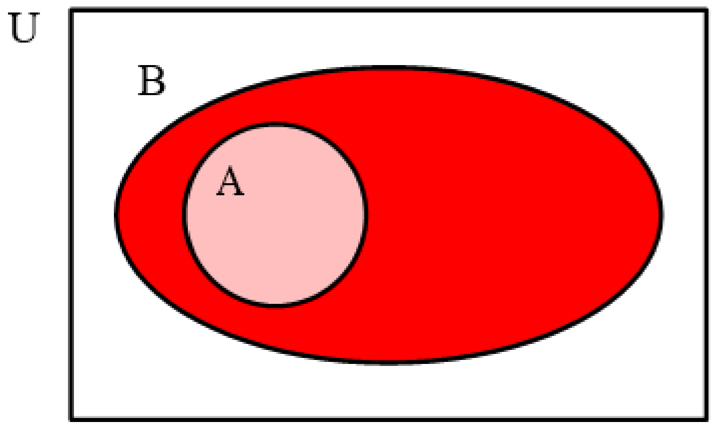


Figura: $A \subseteq B$

Subconjuntos.

Propiedades.

Dado un conjunto A se tiene que $\emptyset \subseteq A$.

Pues de no ser así, existiría $x \in \emptyset$ tal que $x \notin A$, lo cual contradice el hecho de que vacío no tiene elementos.

Si $A \subseteq B$ y $B \subseteq C$ entonces $A \subseteq C$. Veamos

$$\left\{ \begin{array}{l} (\forall x)\ (x \in A \rightarrow x \in B\ ) \\ \\ (\forall x)\ (x \in B \rightarrow x\ C\ ) \end{array} \right. \qquad \Rightarrow (\forall x)\ (x \in A \rightarrow x \in C)$$

2.2.1.6. Igualdad entre conjuntos.

Dos conjuntos A y B son iguales si y solo si $A \subseteq B$ y $B \subseteq A$. En otras palabras $(\forall x)$ $(x \in A \longleftrightarrow x \in B)$

Ejemplo

Sean $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$, $B = \{2, 4, 6, 8\}$, $C = \{1, 3, 5, 7, 9\}$. Tenemos que $B \subseteq A$, pero $C \subseteq A$. ∕

2.2.1.7. Conjunto Potencia o conjunto de Partes.

Sea A un conjunto. Definimos la colección

$P(A) := \{X \mid X \subseteq A\}$

Se conoce como el conjunto de Partes de A, o el conjunto Potencia de A.

Ejemplo

Sea $A = \{a\}$. $P(A) = \{\emptyset, \{a\}\}$.

Sea $A = \{a, b\}$. $P(A) = \{\emptyset, \{a\}, \{b\}, \{a, b\}\}$.

Sea $A = \{a, b, c\}$.

$P(A) = \{\emptyset, \{a\}, \{b\}, \{c\}, \{a, b\}, \{a, c\}, \{b, c\}, \{a, b, c\}\}$.

Propiedades.

Si $A \subseteq B$ entonces $P(A) \subseteq P(B)$.

Si A es un conjunto finito con n elementos, entonces $P(A)$ tiene 2^n elementos.

2.2.1.7. Operaciones entre conjuntos.

Unión.

Sean A y B dos conjuntos, definimos la unión de A y B como $A \cup B = \{x \mid x \in A \vee x \in B\}$

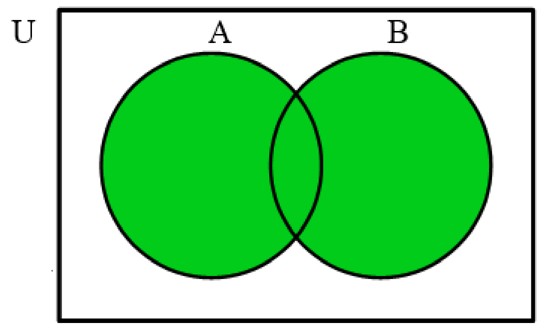


Figura: $A \cup B$

Intersección.

Sean A y B dos conjuntos, definimos la intersección de A y B como $A \cap B = \{x \mid x \in A \wedge x \in B\}$

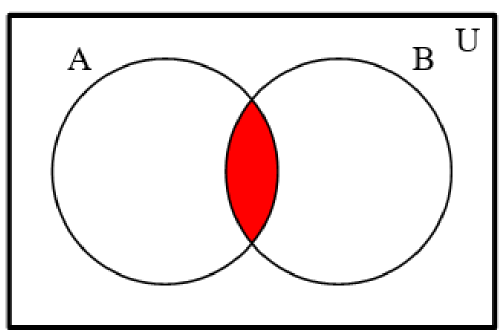


Figura: $A \cap B$

Propiedades de la Unión y de la Intersección.

$A \cap B = B \cap A$

$A \cup B = B \cup A$

$A \cap \emptyset = \emptyset$

$A \cup \emptyset = A$

$A \cup A = A$

$A \cap A = A$

$A \subseteq A \cup B$

$A \cap B \subseteq A$

$(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$

$(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$

$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$

$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$

Diferencia.

Sean A y B dos conjuntos. Definimos la diferencia de A y B como $A - B = \{x \mid x \in A \wedge x \notin B\}$

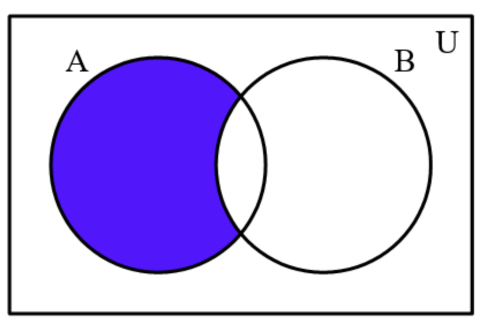


Figura: $A - B$

Propiedades.

$A - B = A \cap B'$

$A - A = \emptyset$

$A - \emptyset = A$

$A - B = A$ si y solo si $A \cap B = \emptyset$

$A - B = \emptyset$ si y solo si $A \subseteq B$

Diferencia Simétrica.

Sean A y B dos conjuntos. Definimos la diferencia simétrica de A y B como:

$A \triangle B = (A - B) \cup (B - A)$

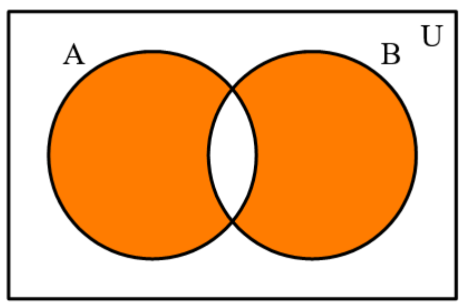


Figura: $A\triangle B$

Complemento.

Sea A un conjunto considerado como subconjunto de un conjunto universal U.

Definimos el complemento de A (con respecto a U) como $A' := \{a \in U \mid a \notin A\}$

El complemento de A se nota por A' o por A^C

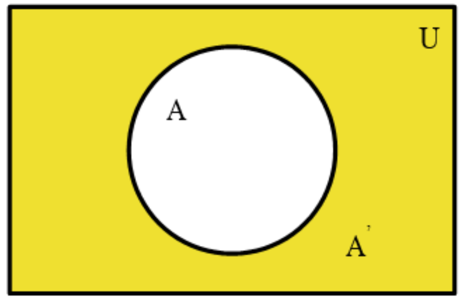


Figura: A'

Propiedades

$A'' = A$

$A \subseteq B$ si y solo si $B' \subseteq A'$

$(A \cap B)' = A' \cup B'$

$(A \cup B)' = A' \cap B$

2.2.2. Modelo didáctico de Van Hiele.

En este trabajo se asumió el modelo de Van Hiele como marco teórico; las actividades formuladas y planteadas se realizaron desde el punto de vista de dicha teoría. A continuación, se expondrán los principales conceptos.

La idea básica de partida, dicho de forma sencilla y rápida, es que "el aprendizaje de la Geometría se hace pasando por unos determinados niveles de pensamiento y conocimiento", "que no van asociados a la edad" y "que sólo alcanzado un nivel se puede pasar al siguiente". Es más, se señala que cualquier persona, y ante un nuevo contenido geométrico a aprender, "pasa por todos esos niveles y, su mayor o menor dominio de la Geometría, influirá en que lo haga más o menos rápidamente".

En el libro, señalado anteriormente, Van Hiele concreta que “alcanzar un nivel superior de pensamiento significa que, con un nuevo orden de pensamiento, una persona es capaz, respecto a determinadas operaciones, de aplicarlas a nuevos objetos”.

Antes de señalar los niveles concretos, es importante señalar algunas ideas previas al modelo y referidas a los estudiantes que, basadas en la experiencia del trabajo con ellos y ellas del matrimonio Van Hiele, marcan el diseño del modelo. Podemos señalar entre otras que, en la base del aprendizaje de la Geometría, hay dos elementos importantes “el lenguaje utilizado” y “la significatividad de los contenidos”. Lo primero implica que los niveles, y su adquisición, van muy unidos al dominio del lenguaje adecuado y, lo segundo, que sólo van a asimilar aquello que les es presentado a nivel de su razonamiento. Si no es así se debe esperar a que lo alcancen para enseñarles un contenido matemático nuevo. Para terminar estos previos Van Hiele señala que “no hay un método panacea para alcanzar un nivel nuevo, pero, mediante unas actividades y enseñanza adecuadas se puede predisponer a los estudiantes a su adquisición”.

2.2.2.1. Denominación y descripción.

Los niveles son cinco y se suelen nombrar con los números del 1 al 5, sin embargo, es más utilizada la notación del 0 al 4. Estos niveles se denominan de la siguiente manera:

Nivel 0: Visualización o reconocimiento

Nivel 1: Análisis

Nivel 2: Ordenación o clasificación

Nivel 3: Deducción formal

Nivel 4: Rigor

Dado que el nivel 4 se piensa que es inalcanzable para los estudiantes y muchas veces se prescinde de él, además, trabajos realizados señalan que los estudiantes no universitarios, como mucho, alcanzan los tres primeros niveles. Es importante señalar que, un o una estudiante puede estar, según el contenido trabajado, en un nivel u otro distinto. A continuación, vamos a describir cuáles son las características de cada nivel. Desde las perspectivas del aprendizaje de los estudiantes.

Nivel 0: Visualización o reconocimiento.

Tres son las características fundamentales de este nivel:

1) Los objetos se perciben en su totalidad como una unidad, sin diferenciar sus atributos y componentes.

2) Se describen por su apariencia física mediante descripciones meramente visuales y asemejándoles a elementos familiares del entorno (parece una rueda, es como una ventana, etc.) No hay lenguaje geométrico básico para llamar a las figuras por su nombre correcto.

3) No reconocen de forma explícita componentes y propiedades de los objetos motivo de trabajo

Nivel 1: Análisis.

1) Se perciben las componentes y propiedades (condiciones necesarias) de los objetos y figuras. Esto lo obtienen tanto desde la observación como de la experimentación.

2) De una manera informal pueden describir las figuras por sus propiedades, pero no de relacionar unas propiedades con otras o unas figuras con otras. Como muchas definiciones en Geometría se elaboran a partir de propiedades no pueden elaborar definiciones.

3) Experimentando con figuras u objetos pueden establecer nuevas propiedades

4) Sin embargo no realizan clasificaciones de objetos y figuras a partir de sus propiedades

Nivel 2: Ordenación o clasificación.

Antes de señalar las características del nivel conviene señalar que, en el anterior nivel, los estudiantes empiezan a generalizar, con lo que inician el razonamiento matemático, señalando qué figuras cumplen una determinada propiedad matemática pero siempre considerará las propiedades como independientes no estableciendo, por tanto, relaciones entre propiedades equivalentes. Alcanzar este nivel significa que...

1) Se describen las figuras de manera formal, es decir, se señalan las condiciones necesarias y suficientes que deben cumplir. Esto es importante pues conlleva entender el significado de las definiciones, su papel dentro de la Geometría y los requisitos que siempre requieren.

2) Realizan clasificaciones lógicas de manera formal ya que el nivel de su razonamiento matemático ya está iniciado. Esto significa que reconocen cómo unas propiedades derivan de otras, estableciendo relaciones entre propiedades y las consecuencias de esas relaciones.

3) Siguen las demostraciones, pero, en la mayoría de los casos, no las entienden en cuanto a su estructura. Esto se debe a que sus niveles de razonamiento lógico son capaces de seguir pasos individuales de un razonamiento, pero no de asimilarlo en su globalidad. Esta carencia les impide captar la naturaleza axiomática de la Geometría.

Nivel 3: Deducción formal.

1) En este nivel ya se realizan deducciones y demostraciones lógicas y formales, viendo su necesidad para justificar las proposiciones planteadas.

2) Se comprenden y manejan las relaciones entre propiedades y se formalizan en sistemas axiomáticos, por lo que ya se entiende la naturaleza axiomática de las Matemáticas.

3) Se comprende cómo se puede llegar a los mismos resultados partiendo de proposiciones o premisas distintas lo que permite entender que se puedan realizar distintas formas de demostraciones para obtener un mismo resultado. Es claro que, adquirido este nivel, al tener un alto nivel de razonamiento lógico, se tiene una visión globalizadora de las Matemáticas.

Nivel 4: Rigor.

1) Se conoce la existencia de diferentes sistemas axiomáticos y se pueden analizar y comparar permitiendo comparar diferentes geometrías.

2) Se puede trabajar la Geometría de manera abstracta sin necesidad de ejemplos concretos, alcanzándose el más alto nivel de rigor matemático.

2.2.2.2. Características de los niveles.

En un primer lugar hablamos de *"secuenciación"*, algo que, visto o explicado hasta ahora, no necesita más explicación, de *"jerarquización"* esto es, los niveles tienen un orden que no se puede alterar, lo cual es obvio visto también lo anterior y los niveles *"son recursivos"*. Esta última idea es importante y conviene explicarla y concretarla un poco más. Esta característica nos indica que *"lo que es implícito en un nivel se convierte en explícito en el siguiente nivel"*.

Un esquema, prescindiendo del último nivel, mediante una tabla de esta idea puede ser esclarecedor:

Tabla 1
Niveles de Van Hiele.

	ELEMENTOS EXPLÍCITOS	ELEMENTOS IMPLÍCITOS
Nivel 0	Figuras y objetos	Partes y propiedades de las figuras y Objetos
Nivel 1	Partes y propiedades de las figuras y objetos	Implicaciones entre propiedades de figuras y objetos
Nivel 2	Implicaciones entre propiedades de figuras y objetos	Deducción formal de teoremas
Nivel 3	Deducción formal de teoremas	Relación entre los teoremas (sistemas axiomáticos)

Datos tomados de (Corberan Salvado, 2002, pág. 65)

La segunda característica a señalar es *"el lenguaje"* específico para cada nivel. a progresión en y entre los niveles va muy unida a la mejora del lenguaje matemático necesario en el aprendizaje. No sé trata sólo de adquirir conocimientos matemáticos sino también mejoras y ampliar las capacidades referidas al lenguaje necesario en cada nivel. Como más tarde señalaremos en este modelo es muy importante el test-entrevista, es decir, que se da mucha importancia a que expliquen lo que saben y cómo lo saben no sólo que lo escriban en respuesta a un problema o un test de ítems más o menos abiertos.

La tercera idea es si el aprendizaje y, por tanto, el paso de nivel se hace de una manera *"continua o discreta"*. La idea, eterno dilema, es si el salto es repentino o se hace de forma gradual. Nos parece lógico pensar que se hace de forma continua mediante pequeños saltos que conexos que nos darán el paso final de nivel. Esto está más de acuerdo con las teorías cognitivas modernas del aprendizaje que señalan cómo creamos esquemas significativos de pensamiento, mejores pero cercanos a los que teníamos, que se interconectan entre sí y que, a su vez, podemos reemplazar por otros nuevos más sencillos y prácticos que los anteriores. Para construir o mejorar estos esquemas tiene mucha importancia la interacción estudiante - profesor/a.

Lo señalado en el párrafo anterior (test-entrevista) sería ya el punto de partida para conocer estos esquemas de pensamiento.

2.2.2.3. Cambios de nivel. Fases del paso entre niveles.

Lo visto hasta ahora, parece darnos pista de cómo podemos secuenciar los contenidos curriculares de Geometría cuando tenemos que construir o diseñar un currículo de Geometría para una determinada etapa educativa (EP, ESO, Bachillerato, etc.). Cuando trabajamos con currículos abiertos esto es primordial siempre que queramos diseñar un currículo propio conforme a nuestros criterios educativos. Lo que vamos a ver ahora nos puede dar pistas de cómo organizar las actividades dentro de una unidad didáctica, es decir, qué tipo de actividades vamos a hacer conforme al desarrollo de la unidad. En este punto conviene resaltar a qué nos referimos con "tipo de actividades" para no mezclar churras con merinas. A menudo se suele mezclar el "cómo y qué se hace" y "a qué va dirigida" una actividad con su contenido específico. Cuando hablamos de "a qué va dirigida" nos referimos a si se trata de una actividad de presentación de un tema, de refuerzo, de repaso o de profundización, de resumen, de grupo, individual, dinámica de grupos, etc. Sin embargo, cuando hablamos de "cómo y qué se hace" nos referimos al contenido propio de la actividad como resolver problemas abiertos, uso de instrumentos de medida, geometría inductiva, cálculos métricos o estimación, dibujos, construcciones con sólidos, etc.

Vamos entonces a dar pistas más para contestar a "cómo organizar las actividades" que al tipo concreto de ellas. En sus trabajos los Van Hiele enfatizan en la idea que *"el paso de un nivel a otro* *depende más de la enseñanza recibida que de la edad o madurez"*, es decir, dan una gran importancia a la organización del proceso de enseñanza-aprendizaje, así como a las actividades diseñadas y los materiales utilizados.

Las fases que postulan en su modelo son cinco y que, a continuación, se describen:

Fase 1a: Preguntas/información

Fase 2a: Orientación dirigida

Fase 3a: Explicación (explicitación)

Fase 4a: Orientación libre

Fase 5a: Integración

Fase 1a: Preguntas / información.

Se trata de determinar, o acercarse lo más posible, a la situación real de los estudiantes. Se cumpliría la famosa afirmación de Ausubel: *"Si tuviera que reducir toda la Psicología Educativa a un solo principio diría lo siguiente: el factor más importante que el influye en el aprendizaje es lo que el estudiante sabe. Averígüese esto y enséñese en consecuencia"* (Ausubel, 1986, pág. 18)

Está fase es oral y mediante las preguntas adecuadas se trata de determinar el punto de partida de los estudiantes y el camino a seguir de las actividades siguientes:

Se puede realizar mediante un test o preguntas individualizadas utilizando actividades del nivel de partida. Cabe señalar que muchas veces el nivel no lo marca tanto la pregunta coma la respuesta, es decir, diseñamos una pregunta pensando en un nivel concreto y, la respuesta recibida, nos puede señalar un nivel distinto del pensado inicialmente.

Fase 2a: Orientación dirigida.

Aquí es donde la importancia de la capacidad didáctica del profesor/a más se va a necesitar. De su experiencia señalan que el rendimiento de los estudiantes (resultados óptimos frente a tiempo empleado) no es bueno si no existen una serie de actividades concretas, bien secuenciadas, para que los estudiantes descubran, comprendan, asimilen, apliquen, etc, las ideas, conceptos, propiedades, relaciones, etc, que serán motivo de su aprendizaje en ese nivel.

Fase 3a: Explicación (Explicitación)

Es una fase de interacción (intercambio de ideas y experiencias) entre estudiantes y en la que el papel del profesor/a se reduce en cuanto a contenidos nuevos y, sin embargo, su actuación va dirigida a corregir el lenguaje de los estudiantes conforme a lo requerido en ese nivel.

La interacción entre estudiantes es importante ya que les obliga a ordenar sus ideas, analizarlas y expresarlas de modo comprensible para los demás.

Fase 4a: Orientación libre.

Aparecen actividades más complejas fundamentalmente referidas a aplicar lo anteriormente adquirido, tanto respecto a contenidos como al lenguaje necesario. Estas actividades deberán ser lo suficientemente abiertas, lo ideal son problemas abiertos, para que puedan ser abordables de diferentes maneras o puedan ser de varias respuestas válidas conforme a la interpretación del enunciado. Esta idea le obliga a una mayor necesidad de justificar sus respuestas utilizando un razonamiento y lenguaje cada vez más potente.

Fase 5a: Integración.

La primera idea importante es que, en esta fase, no se trabajan contenidos nuevos, sino que sólo se sintetizan los ya trabajados. Se trata de crear una red interna de conocimientos aprendidos o mejorados que sustituya a la que ya poseía. Como idea final podemos señalar como en esta estructura de actividades se pueden integrar perfectamente actividades de recuperación para los estudiantes que presenten algún retraso en la adquisición de los conocimientos geométricos y, por otra parte, rehaciendo adecuadamente los grupos, profundizar algo más con aquellos estudiantes de mejor rendimiento, aunque no se ha explicitado las actividades de evaluación, también se integrarían fácilmente en esta estructura de actividades.

Por otro lado, se debe tener en cuenta que no se puede enseñar al estudiante a razonar de una determinada forma, ya que se aprende a partir de la propia experiencia, pero sí se le puede ayudar a que llegue a razonar de una forma determinada.

Además, el docente debe tener en cuenta que el estudiante solamente podrá entender la parte de la geometría que se le presente de manera adecuada a su nivel de razonamiento (Corberan Salvado, 2002). Así mismo, cabe señalar que el modelo de Van Hiele tiene unas propiedades que son importantes de conocer para poder comprender mejor el modelo. Las propiedades que tiene el modelo de Van Hiele son: recursividad, secuencialidad, especificidad del lenguaje, continuidad y localidad. También, la evaluación es un aspecto clave en el modelo de Van Hiele porque asignar un nivel de razonamiento al estudiante y hacer un seguimiento de su avance en cada fase, debe realizarse a través de una evaluación adecuada. Tenemos a nuestra disposición tres tipos de herramientas para poder medir el nivel de razonamiento de los estudiantes: cuestionarios escritos de elección múltiple, cuestionarios escritos de respuesta libre y entrevistas clínicas (Corberan Salvado, 2002).

Han sido muchas las propuestas didácticas y teorías del aprendizaje de la geometría que tienen su base en el modelo de Van Hiele. Estas han despertado gran interés en los contextos educativos y han ido incorporándose en los currículos de varios países. Gracias a ello, se ha conseguido mejorar significativamente el proceso de enseñanza-aprendizaje. No obstante, el modelo de Van Hiele tiene algunas carencias tales como la ausencia de objetivos geométricos que debe alcanzar el estudiante a lo largo de su escolarización; investigaciones centradas exclusivamente en estudiantes mayores de nueve años, por lo que el modelo de Van Hiele ha aportado muy poco al estudio de razonamiento geométrico en las primeras etapas educativas; y la autolimitación, ya que el modelo se limita a ciertos grupos de contenidos.

A pesar de las carencias mostradas anteriormente, el interés por este modelo de razonamiento de Van Hiele ha sido creciente y se han realizado muchas investigaciones basadas en él. En 1976, Wirszup anunció que los educadores, metodologistas, y psicologistas de la Academia Soviética de Ciencias Pedagógicas tenían la intención de desarrollar una investigación profunda para poder comprobar la validez de los niveles de desarrollo descritos por Van Hiele, así como su aplicación. Entre los años 1960 y 1964 se confirmó la validez de la aplicación del modelo (citado en Livia, 1996). Además, como indica Jaime (1993), existen muchos trabajos de investigación que se fundamentan en las ideas del modelo de Van Hiele. En definitiva, en el modelo de van Hiele encontramos una metodología válida para hacer frente a las dificultades que aparecen en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la geometría, ya que nos muestra la existencia de diferentes niveles de razonamiento en el área de geometría, haciendo énfasis en que un estudiante que se encuentre un nivel determinado no será capaz de comprender elementos que pertenezcan a niveles superiores. Por ello, la enseñanza de la geometría debe partir del nivel en el que se encuentre el estudiante para poder ayudarle a progresar al nivel inmediatamente superior. De esta manera, se evitará que los estudiantes se enfrenten a situaciones que no puedan entender y se les ayudará a adquirir habilidades matemáticas que le permitirán evolucionar a lo largo de las diferentes etapas educativas. Por todo ello, podemos concluir diciendo que sería positivo que los docentes fueran conocedores del modelo de van Hiele, ya que es una estrategia metodológica que puede ayudar a solucionar los diferentes problemas que se encuentran en la didáctica de la geometría, teniendo en cuenta las ideas principales del modelo.

2.2.3. Procesos de Aprendizaje.

El proceso de aprendizaje es una actividad individual que se desarrolla en un contexto social y cultural. Es el resultado de procesos cognitivos individuales mediante los cuales se asimilan e interiorizan nuevas informaciones (hechos, conceptos, procedimientos, valores), se construyen nuevas representaciones mentales significativas y funcionales (conocimientos), que luego se pueden aplicar en situaciones diferentes a los contextos donde se aprendieron. Aprender no solamente consiste en memorizar información, es necesario también otras operaciones cognitivas que implican: conocer, comprender, aplicar, analizar, sintetizar y valorar. En cualquier caso, el aprendizaje siempre conlleva un cambio en la estructura física del cerebro y con ello de su organización funcional. Aprender no solamente consiste en memorizar información, es necesario también otras operaciones cognitivas que implican: conocer, comprender, aplicar, analizar, sintetizar y valorar. En cualquier caso, el aprendizaje siempre conlleva un cambio en la estructura física del cerebro y con ello de su organización funcional. Para aprender necesitamos de cuatro factores fundamentales: *inteligencia, conocimientos previos, experiencia y motivación.*

A pesar de que todos los factores son importantes, debemos señalar que sin motivación cualquier acción que realicemos no será completamente satisfactoria. Cuando se habla de aprendizaje la motivación es el «querer aprender», resulta fundamental que el estudiante tenga el deseo de aprender. Aunque la motivación se encuentra limitada por la personalidad y fuerza de voluntad de cada persona.

La experiencia es el «saber aprender», ya que el aprendizaje requiere determinadas técnicas básicas tales como: técnicas de comprensión (vocabulario), conceptuales (organizar, seleccionar, etc.), repetitivas (recitar, copiar, etc.) y exploratorias (experimentación). Es necesario una buena organización y planificación para lograr los objetivos.

Por último, nos queda la inteligencia y los conocimientos previos, que al mismo tiempo se relacionan con la experiencia; con respecto al primero, decimos que, para poder aprender, el individuo debe estar en condiciones de hacerlo, es decir, tiene que disponer de las capacidades cognitivas para construir los nuevos conocimientos.

También intervienen otros factores, que están relacionados con los anteriores, como la maduración psicológica, la dificultad material, la actitud activa y la distribución del tiempo para aprender.

La enseñanza es una de las formas de lograr adquirir conocimientos necesarios en el proceso de aprendizaje.

Existen varios procesos que se llevan a cabo cuando cualquier persona se dispone a aprender. Los estudiantes al hacer sus actividades realizan múltiples operaciones cognitivas que logran que sus mentes se desarrollen fácilmente. Dichas operaciones son, entre otras:

Una recepción de datos, que supone un reconocimiento y una elaboración semántico-sintáctica de los elementos del mensaje (palabras, iconos, sonido) donde cada sistema simbólico exige la puesta en acción de distintas actividades mentales: los textos activan las competencias lingüísticas, las imágenes las competencias perceptivas y espaciales, etc.

La comprensión de la información recibida por parte de los estudiantes que, a partir de sus conocimientos anteriores (con los que establecen conexiones sustanciales), sus intereses (que dan sentido para ellos a este proceso) y sus habilidades cognitivas, analizan, organizan y transforman (tienen un papel activo) la información recibida para elaborar conocimientos.

Una retención a largo plazo de esta información y de los conocimientos asociados que se hayan elaborado.

La transferencia del conocimiento a nuevas situaciones para resolver con su concurso las preguntas y problemas que se plateen.

2.2.3.1. Teorías de aprendizaje.

El aprendizaje y las teorías que tratan los procesos de adquisición de conocimiento han tenido durante este último siglo un enorme desarrollo debido fundamentalmente a los avances de la psicología y de las teorías instruccionales, que han tratado de sistematizar los mecanismos asociados a los procesos mentales que hacen posible el aprendizaje. Existen diversas teorías del aprendizaje, cada una de ellas analiza desde una perspectiva particular el proceso. Algunas de las más difundidas son:

Conductismo: Desde la perspectiva conductista, formulada por B.F. (Skinner, 1974) Condicionamiento operante hacia mediados del siglo XX y que arranca de los estudios psicológicos de Pavlov sobre Condicionamiento clásico y de los trabajos de Thorndike (Condicionamiento instrumental) sobre el esfuerzo, intenta explicar el aprendizaje a partir de unas leyes y mecanismos comunes para todos los individuos. Fueron los iniciadores en el estudio del comportamiento animal, posteriormente relacionado con el humano. El conductismo establece que el aprendizaje es un cambio en la forma de comportamiento en función a los cambios del entorno. Según esta teoría, el aprendizaje es el resultado de la asociación de estímulos y respuestas.

Teoría del procesamiento de la información: La teoría del procesamiento de la información, influida por los estudios cibernéticos de los años cincuenta y sesenta, presenta una explicación sobre los procesos internos que se producen durante el aprendizaje.

Aprendizaje por descubrimiento: La perspectiva del aprendizaje por descubrimiento, desarrollada por J. Bruner, atribuye una gran importancia a la actividad directa de los estudiantes sobre la realidad. (Bruner, 1998).

Aprendizaje significativo (Ausubel, 1986), postula que el aprendizaje debe ser significativo, no memorístico, y para ello los nuevos conocimientos deben relacionarse con los saberes previos que posea el aprendiz. Frente al aprendizaje por descubrimiento de Bruner, defiende el aprendizaje por recepción donde el profesor estructura los contenidos y las actividades a realizar para que los conocimientos sean significativos para los estudiantes.

Cognitivismo: La psicología cognitivista (Espinoza, 1989), basada en las teorías del procesamiento de la información y recogiendo también algunas ideas conductistas (refuerzo, análisis de tareas) y del aprendizaje significativo, aparece en la década de los sesenta y pretende dar una explicación más detallada de los procesos de aprendizaje. Constructivismo. Jean Piaget propone que para el aprendizaje es necesario un desfase óptimo entre los esquemas que el alumno ya posee y el nuevo conocimiento que se propone. "Cuando el objeto de conocimiento está alejado de los esquemas que dispone el sujeto, este no podrá atribuirle significación alguna y el proceso de enseñanza/aprendizaje será incapaz de desembocar”. Sin embargo, si el conocimiento no presenta resistencias y el alumno lo podrá agregar a sus esquemas con un grado de motivación el proceso de enseñanza/aprendizaje se logrará correctamente. • Socio-constructivismo. Basado en muchas de las ideas de Vigotsky, considera también los aprendizajes como un proceso personal de construcción de nuevos conocimientos a partir de los saberes previos (actividad instrumental), pero inseparable de la situación en la que se produce. El aprendizaje es un proceso que está íntimamente relacionado la sociedad.

Conectivismo. Pertenece a la era digital, ha sido desarrollada por George Siemens que se ha basado en el análisis de las limitaciones del conductismo, el cognitivismo y el constructivismo, para explicar el efecto que la tecnología ha tenido sobre la manera en que actualmente vivimos, nos comunicamos y aprendemos 4, EL MODELO DE DAVID KOLB Modelo de David Kolb, aprendizaje basado en experiencias. Desarrollado por: David Kolb a principios de los años 70's. David Kolb (citado en Guild y Garger, 1998), era un experto en administración de la Universidad Case Western Reserve, desarrolló un modelo de aprendizaje basado en experiencias. Para Kolb (citado en Alonso, et al.1997) "la experiencia se refiere a toda la serie de actividades que permiten aprender" (p. 69).

2.2.4. Licenciatura en Humanidades y Lengua Castellana.

La Licenciatura en Lengua Castellana y Comunicación, adscrita al Departamento de Lenguas y Comunicación de la Facultad de Educación, Universidad de Pamplona, propende por la formación de Licenciados competentes para su desempeño Pedagógico y Didáctico en el área en ambientes de aprendizaje.

El Proyecto Educativo del Programa Licenciatura en Lengua Castellana y Comunicación señala los parámetros Institucionales necesarios para formular el pensamiento y filosofía educativa que constituyen el marco estructural de la Licenciatura, acordes con la Misión y Visión de la Institución, y desde luego con respecto del Proyecto Educativo de la Universidad de Pamplona, marco directriz para exponer la naturaleza del programa, sus fundamentos Curriculares, Pedagógicos, Didácticos, Científicos, y sus alcances en el proceso de formación de formadores.

En tanto adscrito a la Facultad de Educación, el programa también interpreta la Misión y Visión de la Facultad, y se diseña desde la perspectiva de formar licenciados comprometidos con los procesos educativos y de formación de los ciudadanos entendiendo que las Facultades de Educación y los programas de Licenciatura adscritos a ellas tienen, por delegación, la responsabilidad social de interpretar y promover las políticas educativas del Ministerio de Educación Nacional, el programa acoge e interpreta en su configuración esas políticas educativas y los lineamientos curriculares generales, y los específicos que se hayan estipulado para la educación Básica y Media en general, y en particular, en cuanto corresponde al currículo de la Lengua Castellana y Comunicación, a la luz de las disposiciones vigentes.

La actualización científica y curricular, la Pedagógica y Cultural constituyen principio necesario para hacer sostenible la vigencia del programa.

2.2.4.1. Características Generales del Programa.

La Universidad de Pamplona en cumplimiento de la normatividad acoge e interpreta en sus programas las políticas educativas que el Ministerio de Educación Nacional mediante la Ley 30 de 1992, establece la organización del servicio público de Educación Superior, la cual enuncia sus principios y la define como un proceso permanente que posibilita el desarrollo de potencialidades del ser humano de una manera integral y tiene por objeto el pleno desarrollo de los estudiantes y su formación académica o profesional, inherente a la finalidad social del estado‖

El Decreto 092 de 1998 definió los objetivos misionales de las instituciones de Educación Superior docencia, investigación y proyección social.

En consonancia con el principio de la autonomía Institucional, enmarcadas dentro de la libertad de pensamiento, de enseñanza, de aprendizaje, de investigación y de cátedra, y pluralismo ideológico, la Universidad de Pamplona, reorganizó las concepciones de formación de licenciados, y actualizó sus denominaciones mediante la expedición del Acuerdo N°082 de 1995, Artículo 1° en el que se enuncia, entre otras, la de Licenciatura en Lengua Castellana y Comunicación (LLCC).

2.2.4.2. La denominación del programa y el título.

Institucionalmente, en concordancia con lo señalado mediante Acuerdo N°081 de 1995, la denominación adoptada para el programa contiene la especificación de la disciplina académica " Licenciatura en Lengua Castellana y Comunicación", según la Ley 115, Art. 23; y por contigüidad el título expedido en este caso particular es el de "Licenciado en Lengua Castellana y Comunicación". La expedición del título concuerda con lo señalado en la Resolución N°5443 de junio de 2010, Art. 3.3. Para efectos del ejercicio profesional, el título cumple con los dispuesto en La Ley 1297de 2009, Art. 1, sobre la modificación del Art.116 de la Ley 115 de 1994, y para el ejercicio en Educación Básica primaria, según lo señalado en el Parágrafo segundo de la misma norma, que dispone expresamente “Para ejercer la docencia en educación primaria, el título de normalista superior o el de licenciado en educación no requiere ningún énfasis en las áreas del conocimiento.

2.2.4.3. La denominación y la tradición histórica del programa.

El programa de Licenciatura en Lengua Castellana y Comunicación, surge como una transformación en los modos de cobertura exclusivamente presencial a las opciones de distancia, y como adecuación curricular de los programas existentes de licenciatura en la Universidad de Pamplona, así: primero el programa de Filología y Lenguas, luego Licenciatura en Español – Francés, a partir de 1976 se transforma en licenciatura en Lingüística y Literatura; los cuales se desarrollaron en la metodología presencial. Con la llegada de la formación superior a Distancia, la

Universidad de Pamplona acogió e implementó la modalidad a Distancia a partir de 1984, inicialmente con la licenciatura en supervisión educativa. En 1993, se inicia la apertura de las licenciaturas en Educación a Distancia y para el caso se procede a la creación del programa la Licenciatura en Español y Comunicación, mediante acuerdo N° 100 de 22 de noviembre de 1993. Este programa se somete al proceso de acreditación previa la cual se obtiene mediante resolución del MEN N° 2080 del 17 de julio de 2000, con la denominación de Licenciatura en Lengua Castellana y Comunicación, en correspondencia con lo dispuesto en la Ley General de Educación. En el año 2007 se hace una reestructuración del programa para cursarlo en diez semestres, según acuerdo N° 031 de 20 de marzo de 2007; y mediante acuerdo N° 042 de 10 de junio de 2010, se unificó el Plan de Estudios de la metodología presencial y Distancia.

De esta manera se aprecia que el programa tiene una tradición histórica que se articula a las políticas de Educación Superior a distancia, según las tendencias metodológicas, nacionales e institucionales e igualmente corresponde a una tradición académica de formación de docentes en el campo de la lengua, la literatura y la comunicación, para atender la formación escolarizada en el área de Lengua Castellana; desde una perspectiva que conjuga los componentes científico, pedagógico y didáctico. Esta Sistema de Autoevaluación y Acreditación formación a Distancia ha posibilitado la profesionalización de docentes en ejercicio.

La importancia de impartir formación en Lenguaje, se expresa en los Lineamientos Curriculares para el área en Estándares de Competencias del MEN, a propósito, de doble valor que tiene, el de lo subjetivo, porque es herramienta cognitiva del individuo, mediante el cual toma posesión de la realidad, le permite afirmarse como persona; y el valor de lo social porque le permite reconocer la realidad natural y socio-cultural, de la que forma parte, y en la que puede participar en procesos de construcción y transformación. Es imprescindible la formación en la lengua porque es a través de su mediación que el ser humano aprende a pensar, conocer, comunicar, representar y recrear sus vivencias de la objetiva y la realidad subjetiva.

2.3 Marco Legal.

2.3.1 Ley 115 de febrero 8 de 1994.

La ley 115 de educación señala las normas generales que regulan el Servicio Público de la Educación acorde a las funciones sociales, las necesidades e intereses de las personas, familias y de la sociedad. Se fundamenta en los principios de la Constitución Política sobre el derecho a la educación que tiene toda persona, en la liberta de enseñanza, aprendizaje, investigación y cátedra y en su carácter de servicio público

2.3.2. El congreso de la república de Colombia decreta:

ARTICULO 1o. Objeto de la ley. La educación es un proceso de formación permanente, personal, cultural y social que se fundamenta en una concepción integral de la persona humana, de su dignidad, de sus derechos y de sus deberes. La presente Ley señala las normas generales para regular el Servicio Público de la Educación que cumple una función social acorde con las necesidades e intereses de las personas, de la familia y de la sociedad. Se fundamenta en los principios de la Constitución Política sobre el derecho a la educación que tiene toda persona, en las libertades de enseñanza, aprendizaje, investigación y cátedra y en su carácter de servicio público. De conformidad con el artículo 67 de la Constitución Política, define y desarrolla la organización y la prestación de la educación formal en sus niveles preescolar, básica (primaria y secundaria) y media, no formal e informal, dirigida a niños y jóvenes en edad escolar, a adultos, a campesinos, a grupos étnicos, a personas con limitaciones físicas, sensoriales y psíquicas, con capacidades excepcionales, y a personas que requieran rehabilitación social. La Educación Superior es regulada por ley especial, excepto lo dispuesto en la presente Ley.

ARTICULO 5o. Fines de la educación. De conformidad con el artículo 67 de la Constitución Política, la educación se desarrollará atendiendo a los siguientes fines:

El pleno desarrollo de la personalidad sin más limitaciones que las que le imponen los derechos de los demás y el orden jurídico, dentro de un proceso de formación integral, física, psíquica, intelectual, moral, espiritual, social, afectiva, ética, cívica y demás valores humanos.

La formación en el respeto a la vida y a los demás derechos humanos, a l a paz, a los principios democráticos, de convivencia, pluralismo, justicia, solidaridad y equidad, así como en el ejercicio de la tolerancia y de la libertad.

La formación para facilitar la participación de todos en las decisiones que los afectan en la vi da económica, política, administrativa y cultural de la Nación.

La formación en el respeto a la autoridad legítima y a la ley, a la cultura nacional, a la historia colombiana y a los símbolos patrios.

La adquisición y generación de los conocimientos científicos y técnicos más avanzados, humanísticos, históricos, sociales, geográficos y estéticos, mediante la apropiación de hábitos intelectuales adecuados para el desarrollo del saber.

El estudio y la comprensión crítica de la cultura nacional y de la diversidad étnica y cultural del país, como fundamento de la unidad nacional y de su identidad.

El acceso al conocimiento, la ciencia, la técnica y demás bienes y valores de la cultura, el fomento de la investigación y el estímulo a la creación artística en sus diferentes manifestaciones.

La creación y fomento de una conciencia de la soberanía nacional y para la práctica de la solidaridad y la integración con el mundo, en especial con Latinoamérica y el Caribe.

El desarrollo de la capacidad crítica, reflexiva y analítica que fortalezca el avance científico y tecnológico nacional, orientado con prioridad al mejoramiento cultural y de la calidad de la vida de la población, a la participación en la búsqueda de alternativas de solución a los problemas y al progreso social y económico del país.

La adquisición de una conciencia para la conservación, protección y mejoramiento del medio ambiente, de la calidad de la vida, del uso racional de los recursos naturales, de la prevención de desastres, dentro de una cultura ecológica y del riesgo y la defensa del patrimonio cultural de la Nación.

La formación en la práctica del trabajo, mediante los conocimientos técnicos y habilidades, así como en la valoración del mismo como fundamento del desarrollo individual y social.

La formación para la promoción y preservación de la salud y la higiene, la prevención integral de problemas socialmente relevantes, la educación física, la recreación, el deporte y la utilización adecuada del tiempo libre.

La promoción en la persona y en la sociedad de la capacidad para crear, investigar, adoptar la tecnología que se requiere en los procesos de desarrollo del país y le permita al educando ingresar al sector productivo.

2.3.3. Ley 30 de diciembre 28 de 1992.

La educación superior es aquella impartida en universidades y otras instituciones de educación superior a las personas que deseen seguir su formación académica. En términos legales, se encuentra reglamentada de forma particular por la Ley 30 de 1992.

2.3.4. El Congreso de Colombia, Decreta: Título primero.

Fundamentos de la Educación Superior.

Artículo 6° Son objetivos de la Educación Superior y de sus instituciones:

Profundizar en la formación integral de los colombianos dentro de las modalidades y calidades de la Educación Superior, capacitándolos para cumplir las funciones profesionales, investigativas y de servicio social que requiere el país.

Trabajar por la creación, el desarrollo y la transmisión del conocimiento en todas sus formas y expresiones y promover su utilización en todos los campos para solucionar las necesidades del país.

Prestar a la comunidad un servicio con calidad, el cual hace referencia a los resultados académicos, a los medios y procesos empleados, a la infraestructura institucional, a las dimensiones cualitativas y cuantitativas del mismo y a las condiciones en que se desarrolla cada institución.

Ser factor de desarrollo científico, cultural, económico, político v ético a nivel nacional y regional.

Actuar armónicamente entre sí y con las demás estructuras educativas y formativas.

Contribuir al desarrollo de los niveles educativos que le preceden para facilitar el logro de sus correspondientes fines.

Promover la unidad nacional, la descentralización, la integración regional y la cooperación interinstitucional con miras a que las diversas zonas del país dispongan de los recursos humanos y de las tecnologías apropiadas que les permitan atender adecuadamente sus necesidades.

Promover la formación y consolidación de comunidades académicas y la articulación con sus homólogas a nivel internacional.

Promover la preservación de un medio ambiente sano y fomentar la educación y cultura ecológica.

Conservar y fomentar el patrimonio cultural del país.

2.4. Marco Contextual.

Esta investigación se realiza en una universidad pública de Colombia, la Universidad de Pamplona, fundada el 23 de noviembre de 1960. Su sede principal se ubica en el municipio de Pamplona, Norte de Santander. Cuenta con un número de treinta mil estudiantes aproximadamente a los cuales les ofrecen pertenecer a cualquiera de las siguientes ocho facultades: Artes y Humanidades, Ciencias Agrarias, Ingeniería y Arquitectura, Ciencias de la Salud, Ciencias Económicas y Empresariales, Ciencias de la Educación, Jurisprudencia y Ciencias Políticas y, por último, Ciencias Básicas.

Esta última facultad ofrece programas en formación docente de licenciatura en diferentes disciplinas como Química, Biología, Matemáticas y Física.

El departamento de matemáticas cuenta con un total de 29 profesores que apoyan el proceso de enseñanza en esta área a los estudiantes de la Universidad de Pamplona; con 4 profesores que tiene a cargo las materias de desarrollo del pensamiento proposicional, didácticas de las matemáticas, introducción al diseño de software y competencia matemática donde se realizó una prueba diagnóstica con la intensión de conocer las estrategias pedagógicas y métodos de enseñanza, formas de evaluación que se aplican cuando enseña las operaciones entre conjuntos.

Dicha información arrojada con la prueba diagnóstica (ver anexo 1) se toma como sustento para diseñar estrategias pedagógicas orientadas a la evaluación de las operaciones entre conjuntos en el marco del modelo de Van Hiele.

3. Marco Metodológico.

3.1. Enfoque de la Investigación.

Este trabajo de investigación surge como necesidad de proponer una alternativa para la enseñanza y aprendizaje del tema operaciones entre conjuntos para el programas de licenciatura en humanidades y lengua castellana de la Universidad de Pamplona, propuesta que surge del análisis de los resultados de una prueba diagnóstica (ver anexo1) aplicada a los estudiantes de este curso, la cual arrojó importantes datos que indican la urgencia de una reestructuración en el proceso de enseñanza y aprendizaje de esta temática.

3.2. Diseño de la Investigación.

Esta prueba diagnóstica, constaba de 8 preguntas clave para responder a los conceptos básicos sobre operaciones entre conjuntos, cada una de ella estaba adaptada a un o unos niveles (0, 1, 2, 3, 4) de Van Hiele que van desde:

El nivel 0 que corresponde a la VISUALIZACIÓN (pregunta 7), donde los estudiantes debían remitirse al gráfico presente en la prueba para poder responder a la pregunta planteada.

El nivel 1 Análisis (preguntas 3 y 5), donde los estudiantes deben comprender el contexto para que sean capaces de representarlo en un diagrama de Venn y poderlo transformar a un diagrama de barras donde emplee el porcentaje.

El nivel 2 clasificación (preguntas 6), donde los estudiantes debían estar en capacidad de asociar las operaciones entre conjuntos con su diagramación y su sombreado.

El nivel 3, que corresponden a Deducción (preguntas 1, 2, 4 y 8), donde los estudiantes deben estar en la capacidad de pasar del lenguaje común al lenguaje matemático las situaciones en contexto que se presentan en esas preguntas, también realizar inferencias, deducciones, cambios de datos para provocar procesos de pensamientos más generalizados, para que al final puedan sacar las conclusiones reales a los contextos de la vida real.

Esta materia es indispensable y obligatoria para carreras como: licenciaturas en humanidades, lengua castellana, en educación infantil y en lenguas extranjeras.

Es importante conocer también sobre las estrategias pedagógicas que usan los profesores. Que ellos empleen diferentes estrategias logra que el estudiante evidencie habilidades que éste como ser pensante tiene, sus conocimientos previos y la utilización de técnicas o hábitos de estudio, contribuyendo así al desarrollo de competencias para formar en ellos individuos íntegros, autónomos y reflexivos, que aportarán a la sociedad.

Parra, (2003) dice que las estrategias constituyen actividades conscientes e intencionales que guían las acciones a seguir para alcanzar determinadas metas de aprendizaje por parte del estudiante. Son procedimientos que se aplican de modo intencional y deliberado a una tarea y que no pueden reducirse a rutinas automatizadas, es decir, son más que simples secuencias o aglomeraciones de habilidades. Algunas estrategias en la enseñanza pueden ser de gran impacto en la adquisición de nuevo conocimiento, logrando un mayor procesamiento de información en profundidad en el aprendizaje de nuevos conceptos, prácticas o procesos, dados por el docente, con herramientas que ayudan a planear, organizar, pensar, analizar, reflexionar y aplicar, procedimientos y/o técnicas que facilitan la comprensión del conocimiento significativo conduciendo a los estudiantes a la obtención de resultados de calidad en el aprendizaje.

La noción que tienen la mayoría de los estudiantes sobre las operaciones entre conjuntos no es coherente con la definición formal del concepto matemático, presentándose en ellos dificultad para resolver problemas que no sean de tipo algorítmico; es decir, los estudiantes al presentar dificultades relacionadas con el aprendizaje de este concepto matemático, presentan dificultad con la resolución de problemas aplicados en contextos específicos. Por lo que el profesor debe capacitar al estudiante para que analice e identifique la mejor solución posible.

3.3. Tipo de Investigación.

Este proyecto se basa en una investigación cualitativa en el sentido en que la base para el diseño de las actividades innovadoras se centra en la prueba diagnóstica (Ver Anexo 1 y en los talleres por niveles (ver anexo 2) acorde a los niveles del modelo de enseñanza de Van Hiele (Ver Anexo 2, 3, 4, y 5) en la cual cada uno de los ítems planteados produce datos descriptivos: las propias palabras de las personas, habladas o escritas, y la conducta observable, ayudando a caracterizar a los estudiantes a los cuales se les aplicó la prueba.

La información necesaria para caracterizar a los estudiantes fue planteada en cada uno de los ítems ayudando a cumplir el objetivo general de la investigación, apoyando la evidencia en los roles, metodología, estrategias pedagógicas, métodos de enseñanza en las que se vive en el aula generando poco a poco regularidades que pueden explicar la conducta individual y grupal en forma adecuada. Cada uno de estos puntos ha sido reflexionado extrayendo aquellas características fundamentales que permiten destacar una comprensión exhaustiva sobre el proceso de enseñanza y evaluación de las operaciones entre conjuntos.

3.3.1. Investigación cualitativa.

Según el modelo "racionalista", la ciencia surge como una necesidad del ser humano por aprender sobre los fenómenos que ocurren a su alrededor y sus relaciones de causa y efecto, con el fin de poder interferir en ellos o utilizar este conocimiento a su favor.

Según (Jensen, 2010), la unidad de la ciencia se refiere a tres aspectos:

1) Unidad del lenguaje: todos los enunciados científicos deben satisfacer los requerimientos particulares del lenguaje de la física y, en consecuencia, toda observación científica debe conducir a la mensurabilidad de los fenómenos estudiados.

2) Unidad de las leyes: los hechos pueden ser explicados siguiendo principios similares.

3) Unidad del método: en la actualidad este aspecto es el que encuentra más apoyo cuando se aparta de la definición original del método científico (procedimientos de medición y evaluación), para convertirse en un concepto que se relaciona más bien con las formas y los medios con que se fundamentan las "pretensiones de validez"

Basados en las dos argumentaciones iniciales (unidad de lenguaje y unidad de leyes científicas), es comprensible que exista una clara preferencia por los métodos cuantitativos de investigación. Está tan arraigado el vínculo entre ciencia, método científico y cuantificación que es difícil incluso percatarse de su repercusión sobre el desarrollo de la praxis y la tendencia de otorgarle mayor credibilidad (Chavarria, 2011)

Sin embargo, estos dos pilares del empirismo lógico, muy apropiados para las ciencias exactas, son inconvenientes en las ciencias sociales donde la acumulación de hechos no es suficiente para explicar fenómenos socioculturales. Como bien lo indica (Jensen, 2010), cada vez más se busca el “pluralismo complementario” donde la verdad es investigada por grupos interdisciplinarios, para los cuales es difícil unificar el lenguaje o las leyes.

El lenguaje científico se fundamenta en la demostración objetiva de la causalidad lineal, pero ya se ha demostrado que no existe una separación sujeto-objeto, ya que las condiciones de observación (escogidas por el investigador) siempre determinan lo observado. Sistematizar resultados en entornos vivos, donde hay consecuencias de la indagación para las personas involucradas, es un proceso más difícil, largo e incierto que los de los estudios cuantitativos donde no se requiere ese grado de sensibilidad que exigen los estudios sociales (Chavarria, 2011).

(Boigje, 2010) sostiene que los científicos en ciencias sociales aprueban el uso de metodologías cualitativas en estudios constructivistas porque dan participación al ser humano (objeto de disertación), en lugar de tratarlo como un sujeto pasivo, como se hace en las investigaciones cuantitativas. Existe una necesidad de explorar los significados que las personas enlazan con la realidad social concreta.

Los estudios cualitativos se prefieren por sus propiedades explicativas y su poder exploratorio. Estos ayudan a esclarecer los resultados obtenidos en investigaciones cuantitativas o a generar teorías (que más tarde se deben de confirmar con los métodos cuantitativos) en campos poco explorados.

En este sentido, (Saunders, 2011), reconocen que la investigación cualitativa es particularmente válida para explorar relaciones y procesos que tienen lugar en las organizaciones.

Por último, sugieren que la investigación cualitativa parece la más adecuada para contestar aquellas cuestiones que requieren una descripción, una interpretación y una explicación, detallada del fenómeno a estudiar. Así, esta metodología será apropiada cuando, para realizar dichas tareas, se consideren más importantes los aspectos subjetivos de la conducta de los individuos, que las características objetivas del fenómeno a analizar, siendo necesario para ello estudiar la vida social dentro de su propio contexto (Swanborn, 2014).

3.4. Población.

La Universidad de Pamplona cuenta con ocho de facultades, las cuales están formadas por departamentos; el Departamento de Matemáticas pertenece a la Facultad de Ciencias Básicas. Dicho departamento está a cargo de los cursos de desarrollo del pensamiento proposicional, didácticas de las matemáticas, introducción al diseño de software y competencia matemática que ofrece la universidad, teniendo en total 8 cursos con aproximadamente 40 estudiantes cada uno.

Los estudiantes pertenecientes a los grupos de competencia matemática cuentan con edades en un rango promedio entre los 16 a los 25 años, además son grupos integrados por hombres y mujeres que provienen de diferentes regiones de Colombia y de países fronterizos como Venezuela, Ecuador y Brasil; por ende, cada uno de estos estudiantes posee rasgos característico propios de la región de procedencia, así como costumbres y comportamientos.

De los 29 profesores del departamento de matemáticas, 1 es el que está a cargo del curso ofrecido de competencia matemática, a este curso se les aplicó la prueba diagnóstica (Ver Anexo1) y del curso que tiene a cargo, se les aplicará la propuesta innovadora de talleres por niveles (ver anexo 2) sobre operaciones entre conjuntos en el marco del modelo de Van Hiele.

3.5. Muestra.

La Universidad de Pamplona cuenta con ocho de facultades, las cuales están formadas por departamentos; el Departamento de Matemáticas pertenece a la Facultad de Ciencias Básicas. Dicho departamento está a cargo de los cursos de desarrollo del pensamiento proposicional, didácticas de las matemáticas, introducción al diseño de software y competencia matemática que ofrece la universidad, teniendo en total 8 cursos con aproximadamente 40 estudiantes cada uno.

Los estudiantes pertenecientes a los grupos de competencia matemática cuentan con edades en un rango promedio entre los 16 a los 25 años, además son grupos integrados por hombres y mujeres que provienen de diferentes regiones de Colombia y de países fronterizos como Venezuela, Ecuador y Brasil; por ende, cada uno de estos estudiantes posee rasgos característico propios de la región de procedencia, así como costumbres y comportamientos.

De los 29 profesores del departamento de matemáticas, 1 es el que está a cargo del curso ofrecido de competencia matemática, a este curso se les aplicó la prueba diagnóstica (Ver Anexo1) y del curso que tiene a cargo, se les aplicará la propuesta innovadora de talleres por niveles (ver anexo 2) sobre operaciones entre conjuntos en el marco del modelo de Van Hiele.

3.6. Técnicas e instrumentos de recolección de datos.

3.6.1. Análisis de la prueba.

La prueba se aplicó a los estudiantes del curso de competencia matemática, 20 en total. Los resultados de la prueba se resumen en el cuadro y las conclusiones generales de la misma:

Tabla 1.

Resultados de la prueba diagnóstica.

No de pregunta \ Nivel	0 VISUALIACION		1 ANALISIS		2 CLASIFICACIÓN		3 DEDUCCIÓN	
	√	X	√	X	√	X	√	X
1. De la información presentada se puede afirmar que la cantidad de mujeres que realizaban a lo máximo 2 actividades eran:							• • • •	••• ••• ••• ••• ••••
2. Según esta información. ¿Cuántas mujeres veían películas románticas y telenovelas, pero no leían novelas de misterio?							•• •• ••	••• ••• ••• ••• ••
3. Teniendo en cuenta la anterior información el diagrama de Venn que representa los datos correctos del contexto es:			••• ••• ••• ••• ••••	• • • •				
4. Si del total de invitados se tiene conocimiento que el 20% de personas comieron carne blanca, este porcentaje representa a:							• • • •	••• ••• ••• ••• ••••
5. La mejor forma de representar la información es con el diagrama:			• • • •	••• ••• ••• ••• ••••				
6. El diagrama que representa la región sombreada del porcentaje de habitantes que NO leen solo 1 periódico, ni los 3 periódicos es:					••• ••• ••• •••	•• •• •• ••		
7. La cantidad de personas x que aprovecharon la promoción para los tres servicios es:	••• ••• ••• ••• ••••	• • • •						
8. El grafico que representa la cantidad de personas que usaron solo dos promociones es:							••• ••• •••• ••••	••• •••

Datos tomados de la prueba diagnóstica (Fuente: Elaboración propia)

La prueba diagnóstica permitió concebir las nociones que tienen los estudiantes a la hora de estudiar, los procesos de aprendizaje que aplican en las operaciones entre conjuntos. Es claro que para profundizar en un conocimiento matemático primero los profesores deben apropiarse de éste, reconociendo su epistemología, sus implicaciones didácticas y cognitivas, para luego poder introducir el tema y así no solo darles sentido a las nociones a enseñar, sino también como medios que propicien un aprendizaje como en el caso de la aplicación de los talleres por niveles en forma secuencial para la apropiación correcta del tema. Esta investigación aporta en el cambio de planeación de las clases de operaciones entre conjuntos, al incorporar no solo los talleres de niveles (ver anexo 2), sino también un nuevo modelo en la forma de evaluar dicha unidad temática, a través del modelo de Van Hiele.

4. Análisis de los datos recolectados en la prueba diagnóstica.

Para este capítulo se tomarán como referente los momentos expuestos en la metodología para el análisis de la prueba diagnóstica aplicada a la población estudiada mediante un análisis cualitativo de los datos.

4.1. Nociones y pre-saberes sobre las operaciones entre conjuntos.

Se muestra los resultados obtenidos a cerca de los conceptos de las operaciones entre conjuntos que tienen los estudiantes encuestados, estos se aprecian de la siguiente forma:

Pregunta 1. *De la información presentada se puede afirmar que la cantidad de mujeres que realizaban a lo máximo 2 actividades eran:*

En cuanto a la representa en un diagrama de Venn correctamente el contexto, la minoría de los estudiantes se encuentran ubicados en el nivel 3 (DEDUCCIÓN), lo realizaron en forma adecuada, también la misma cantidad de estudiantes fueron capaces de contextualizar el significado de la palabra a lo “máximo”, junto con la aplicación de las operaciones básicas matemáticas, desafortunadamente la mayoría de los estudiantes contestaron incorrectamente la pregunta.

Pregunta 2: *Según esta información. ¿Cuántas mujeres veían películas románticas y telenovelas, pero no leían novelas de misterio?*

Realizando el análisis de los resultados de esta pregunta se puede observar que a la minoría de los estudiantes están ubicados en el nivel 3 (DEDUCCIÓN), ya que representan correctamente la información el diagrama de Venn, junto con la interpretación de lo que significa en operaciones entre conjuntos la Intersección asociada a la Diferencia entre conjuntos. También se observa que a la mayoría de estudiantes contestaron equivocadamente.

Pregunta 3: *Teniendo en cuenta la anterior información el diagrama de Venn que representa los datos correctos del contexto es*

Acá se puede observar que la mayoría de los estudiantes contestaron correctamente a esta pregunta, ya que fueron capaces de ubicar el diagrama que representaba la información del contexto, acorde con el nivel de Van Hiele la mayoría de los estudiantes están ubicados en el nivel 1 (ANÁLISIS), ya que son de comprender el contexto y representarlo en un diagrama de Venn

Pregunta 4**:** *Si del total de invitados se tiene conocimiento que el 20% de personas comieron carne blanca, este porcentaje representa a:*

Se observa que a la minoría de los estudiantes contestaron correctamente a esta pregunta, ya que interpretaron adecuadamente los datos del contexto y lograron expresar la información de la gráfica en porcentaje, en este nivel 3, (DEDUCCIÓN), los estudiantes deben estar en la capacidad de pasar del lenguaje común al lenguaje matemático las situaciones en contexto que se presentan en esas preguntas, también realizar inferencias, deducciones, cambios de datos para provocar procesos de pensamientos más generalizados, para que al final puedan sacar las conclusiones reales a los contextos de la vida real.

Pregunta 5: *La mejor forma de representar la información es con el diagrama:*

Acá se puede observar que la minoría de los estudiantes contestaron correctamente a esta pregunta, ya que fueron capaces de ubicar el diagrama que representaba la información del contexto, acorde con el nivel de Van Hiele la minoría de los estudiantes están ubicados en el nivel 1 (ANÁLISIS), ya que son de comprender el contexto para que sean capaces de representarlo en un diagrama de Venn y poderlo transformar a un diagrama de barras donde emplee el porcentaje.

Pregunta 6: *El diagrama que representa la región sombreada del porcentaje de habitantes que NO leen solo 1 periódico, ni los 3 periódicos es:*

Se puede concluir que a la mayoría de los estudiantes fueron capaces de interpretar correctamente el contexto y compararlos con el diagrama sombreado realizando una asociación correcta de la pregunta, también se observa que la mayoría de los estudiantes fueron capaces de interpretar y pasar del lenguaje común al lenguaje matemático.

Acá los estudiantes están clasificados en el nivel 2 (CLASIFICACIÓN) donde debían estar en capacidad de asociar las operaciones entre conjuntos con su diagramación y su sombreado.

Pregunta 7**:** *La cantidad de personas x que aprovecharon la promoción para los tres servicios es:*

Acá se puede observar que la mayoría de los estudiantes contestaron correctamente a esta pregunta, ya que fueron capaces de totalizar los datos del contexto, acorde con el nivel de Van Hiele la mayoría de los estudiantes están ubicados en el nivel 0 (VISUALIZACIÓN), donde los estudiantes debían remitirse al gráfico presente en la prueba para poder responder a la pregunta planteada.

Pregunta 8: *El grafico que representa la cantidad de personas que usaron solo dos promociones es:*

Concluimos que a la mayoría de los estudiantes se les facilitó de pasar del lenguaje común al lenguaje matemático las situaciones en contexto que se presentan en esas preguntas, también realizar inferencias, deducciones, cambios de datos para provocar procesos de pensamientos más generalizados, para que al final puedan sacar las conclusiones reales a los contextos de la vida real, por tal motivo podemos aseverar que la mayoría de los estudiantes se encuentran ubicados en el nivel 3 (DEDUCCIÓN), porque los estudiantes deben comprender las expresiones matemáticas (Por lo menos, almenos, a lo máximo, a lo mas, 2 de 3, etc), y las que son propias de cada operación entre conjuntos (Solamente, y, o, etc), para expresarlas en forma cuantitativa (Deducir Formalmente).

4.2. Proyección previa sobre los niveles de van hiele de la prueba diagnóstica sobre operaciones entre conjuntos.

Pregunta 7: Se clasifica en el NIVEL 0, ya que todos los datos se perciben en su totalidad como una unidad, donde los estudiantes deben realizar operaciones básicas matemáticas (Adición, sustracción) y operaciones entre conjuntos como la diferencia.

Preguntas 3 y 5: Se clasifican en el NIVEL 1, ya que los estudiantes deben representar gráficamente la información del contexto, teniendo en cuenta los totales del conjunto universal y de los subconjuntos.

Pregunta 6: Se clasifica en el NIVEL 2, porque los estudiantes deben entender el lenguaje común, para expresarlo al lenguaje matemático. (Diagramación entre operaciones con conjuntos)

Preguntas 1, 2, 4, y 8: Se clasifican en el NIVEL 3, porque los estudiantes deben comprender las expresiones matemáticas (Por lo menos, almenos, a lo máximo, a lo mas, 2 de 3, etc), y las que son propias de cada operación entre conjuntos (Solamente, y, o, etc), para expresarlas en forma cuantitativa (Deducir Formalmente).

5. Conclusiones.

En el análisis de la prueba diagnóstica se pudo comprobar que lo aprendido durante los grados de escolaridad de los estudiantes en los niveles de primaria, bachillerato y media vocacional en el aula no satisface las necesidades educativas presentes en los mismos, pues estos piden a gritos un cambio en la enseñanza aprendizaje de las operaciones entre conjuntos.

Los estudiantes al no realizar de forma correcta las situaciones en contexto, no logran identificar operaciones como: unión, intersección, diferencia, diferencia simétrica y complemento, que le den desarrollo al problema planteado

En la prueba diagnóstica se pudo identificar las falencias al momento de graficar los diagramas de Venn, lo cual justifica la implementación de los talles por niveles en el marco de la teoría de Van Hiele.

Es importante el proceso de evaluación en la formación de los estudiantes, pero debe ser de una manera secuencial, de los más básico a lo más complejo (método inductivo), por tal razón se plantea implementar los talleres por niveles para mejor sustancialmente dicho proceso.

Es fundamental en la etapa de evaluación, implementar situaciones en contexto, con el fin de involucrar a los estudiantes en problemáticas reales, con el fin de que le den una solución acorde a su vida, para que sea significativa a largo plazo.

6. Recomendaciones.

Aplicar los talleres por niveles a los estudiantes que cursan la asignatura de Desarrollo del Pensamiento Proposicional de las carreras de Licenciaturas de la Universidad de Pamplona para que los mismos adquieran de manera comprensiva los conocimientos básicos necesarios con los que debe trabajar cada docente a cargo de la misma, y así centrar su actividad en aprender a utilizarlos y combinarlos, creando en los estudiantes el aprendizaje de las operaciones entre conjuntos de acuerdo a los niveles y fases que nos plantea Van Hiele .

7. Bibliografía.

Arnal, J. (2006). *Teoria de conjuntos y estructuras algebraicas.* España: CLUB UNIVERSITARIO.

Ausubel, D. (1986). *La teoría del aprendizaje significativo.* Mexico: TRILLAS.

Boigje, H. (2010). *Ben-Elia, E., Boeije, H. and Ettema, D. (2010) Qualitative analy ... - Core.* Obtenido de http://www.civil.ist.utl.pt/wctr12_lisboa/proceedings.htm

Brousseau, G. (1986). *Fundamentos Y Métodos De La Didáctica De La Matemática.* Argentina: UNIVERSIDAD DE CORDOBA.

Bruner, J. (1998). *Desarrollo Cognitivo y Educación.* Madrid: MORATA S.A.

Canfux, V. (1996). *Tendencias Pedagógicas Contemporáneas.* Colombia: UNIVERSIDAD DE IBAGUÉ.

Chavarria. (2011). *Ciencia, ideología e investigación social.*

Chaves, López, H. H. (2004). *Introducción al Cálculo.* Colombia: SANTILLANA.

Colombia Aprende. (s.f.). Obtenido de http://www.colombiaaprende.edu.co/html/mediateca/1607/article-130442.html

Consejo Nacional de Acreditación. (28 de Diciembre de 1992). Obtenido de Ley 30: http://www.cna.gov.co/1741/articles-186370_ley_3092.pdf

Corberan Salvado, R. M. (2002). *Didáctica de la Geometría.* España: UNIVERSITAD DE VALENCIA.

Crowley, M. (Marzo de 2003). *El Modelo Van Hiele de desarrollo de pensamiento geométrico.* Obtenido de http://www.anuies.mx/ modelovanhiele.htm.

Espinoza, J. (1 de Enero de 1989). *Introduction to Cognoscitive Differential Psychology.* Obtenido de https://doi.org/10.1080/02109395.1989.10821122

Fernandez Bravo, J. A. (2019). *Desafios Matemáticos 11*. Colombia: SANTILLANA.

Gómez, M. (2008). *Estilos de enseñanza y modelos pedagógicos* . Colombia: UNIVERSIDA PILOTO DE COLOMBIA.

Jensen, H. (2010). *La investigación interdisciplinar.* Revista de la Escuela de Estudios Generales.

Joya Vega, A. d. (2010). *Los Caminos del Saber 11*. Colombia: SANTILLANA.

Ley 115 de 1994. (1994). Colombia.

Lizcano, L. (2015). *Los Matemáticos de 6°.* Buenos Aires: SANTILLANA.

Morales, Piñeros, M. d. (2010). *Hipertexto 11*. Colombia: SANTILANA.

Saunders. (2011). *Research Onion – Explanation of the Concept - UK Essays.* Obtenido de https://www.ukessays.com/essays/psychology/explanation-of-the-concept-of-research-onion-psychology-essay.php

Skinner, F. (1974). *Conductismo y Condicionamiento Operante.* España: Primer Indistria gráfica s.a.

UNESCO. (1998). *Informe mundial sobre la educación.* SANTILLANA: España.

unipamplona.edu.co. (6 de abril de 2019). Obtenido de http://www.unipamplona.edu.co/unipamplona/portalIG/home_161/publicacion/publicado/index.htm

8. Anexos

8.1 Prueba diagnóstica: Anexo 1.

UNIVERSIDAD DE PAMPLONA FACULTAD DE EDUCACIÓN DOCENTE: JORGE RANGEL LIZCANO

PRUEBA DIAGNÓSTICA SOBRE OPERACIONES ENTRE CONJUNTOS

NOMBRES COMPLETOS: ____ CODIGO: __________

RESPONDA LAS PREGUNTAS 1 Y 2 DE ACUERDO CON LA SIGUIENTE INFORMACION.

En una encuesta realizadas a 350 mujeres casadas se obtuvieron los siguientes resultados: 150 mujeres veían películas románticas, 190 mujeres leían novelas de misterios, 160 mujeres escuchaban música para meditar y un grupo mujeres preferían ver telenovelas, además de estos datos algunas de damas anexaron lo siguiente: 90 mujeres preferían ver películas románticas y leer novelas de misterio, 75 mujeres disfrutaban de escuchar música y leer novelas de misterio, 68 mujeres veían películas románticas y escuchaban música para meditar, 30 veían tanto películas románticas, escuchaban música para meditar y leían novelas de misterio, 15 veían telenovelas y leían novelas de misterio.

1. De la información presentada se puede afirmar que la cantidad de mujeres que realizaban a lo máximo 2 actividades eran:

a. 230
b. 330
c. 220
d. 320

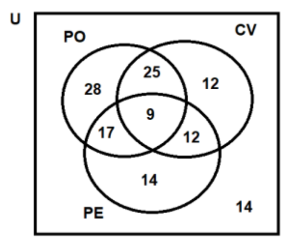
2. Según esta información. ¿Cuántas mujeres veían películas románticas y telenovelas, pero no leían novelas de misterio?

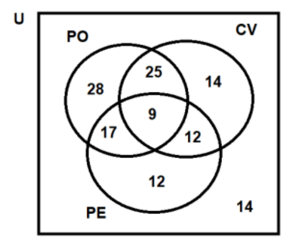
a. 15
b. 53
c. 0
d. 22

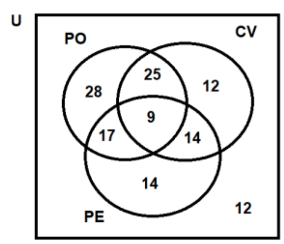
RESPONDA LAS PREGUNTAS 3 Y 4 DE ACUERDO CON LA SIGUIENTE INFORMACION.

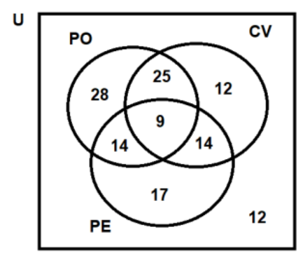
En una fiesta a la que asistieron 131 invitados, una persona que estaba aburrida observó que de los 79 invitados que comieron pollo (PO), 28 comieron solamente pollo. Entre las 60 personas que comieron carne vacuna (CV), hubo 21 invitados que también comieron pescado (PE). De los 50 que comieron pescado, 12 comieron sólo pescado. Por alguna razón, 9 comieron las tres cosas.

3. Teniendo en cuenta la anterior información el diagrama de Venn que representa los datos correctos del contexto es:









4. Si del total de invitados se tiene conocimiento que el 20% de personas comieron carne blanca, este porcentaje representa a:

5 invitados

2 invitados

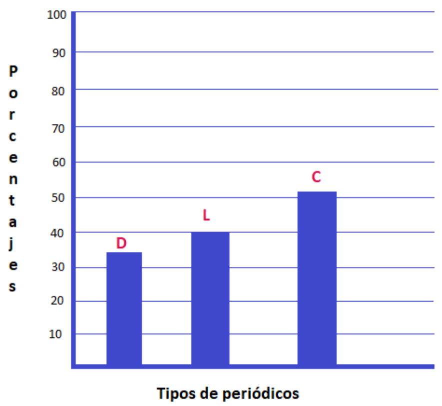
4 invitados

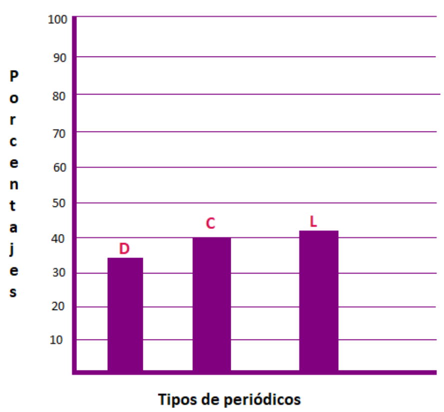
6 invitados

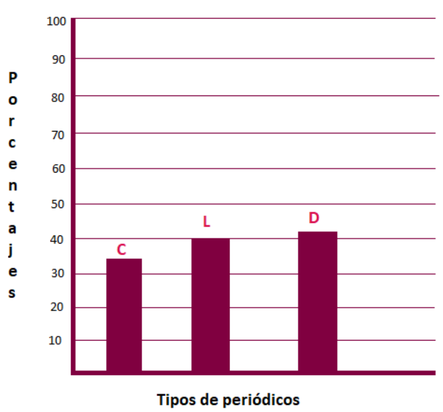
RESPONDA LAS PREGUNTAS 5 Y 6 DE ACUERDO CON LA SIGUIENTE INFORMACION.

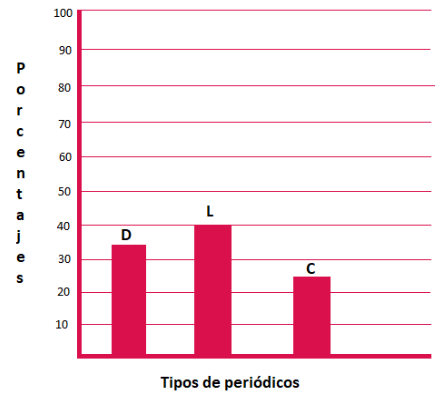
En una ciudad hay tres periódicos “Digo la verdad (D)”, “Losé todo (L)” y “El chisme (C)”. El 35% de los habitantes de la ciudad lee “Digolaverdad”, el 40% lee “Losétodo”; el 13% lee “Digolaverdad” y “Losétodo”, el 16% lee “Losétodo” y “Elchisme”, el 15% “Digolaverdad” y “El chisme”; el 7% lee los tres periódicos y el 75% lee “Losétodo” o “El chisme”.

5. La mejor forma de representar la información es con el diagrama:

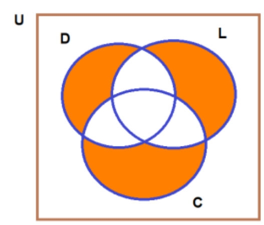
a.


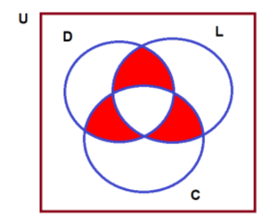
b.


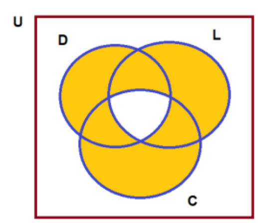
c.


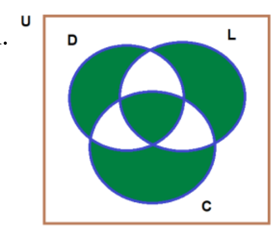
d.


6. El diagrama que representa la región sombreada del porcentaje de habitantes que NO leen solo 1 periódico, ni los 3 periódicos es:

a.


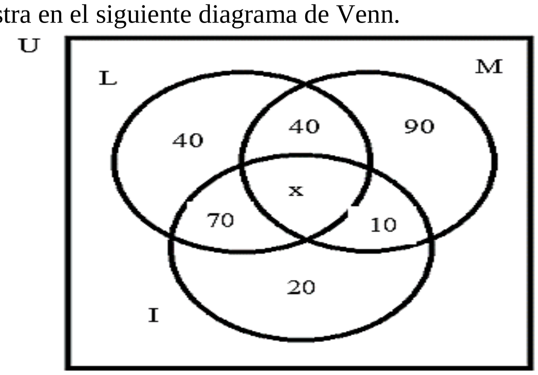
b.


c.


d.


RESPONDA LAS PREGUNTAS 7 Y 8 DE ACUERDO CON LA SIGUIENTE INFORMACION.

Cuatrocientos usuarios de telefonía celular recibieron una promoción para llamadas a celular (L), envío de mensajes de texto (M) y navegación por internet (I). La cantidad de personas que aprovechó la promoción por servicio se muestra en el siguiente diagrama de Venn.

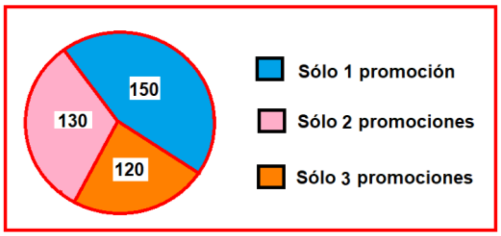


7. La cantidad de personas x que aprovecharon la promoción para los tres servicios es:

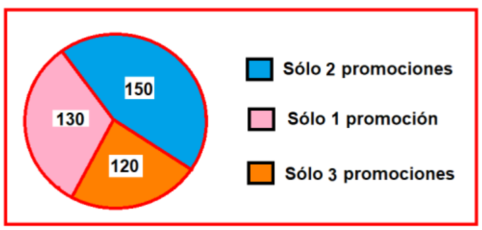
   1. 120
   2. 110
   3. 130
   4. 140

8. El grafico que representa la cantidad de personas que usaron solo dos promociones es:

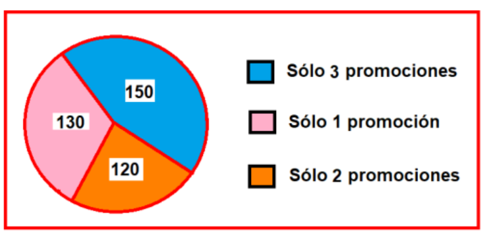
a.



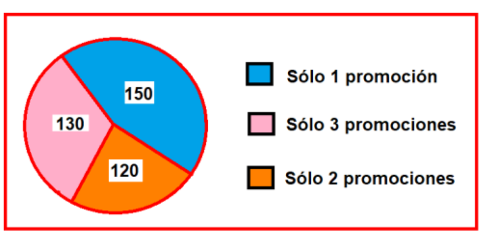
b.



c.



d.



HOJA DE RESPUESTAS

NOMBRESCOMPLETOS

____

	a	b	c	d
1.	○	○	○	○
2.	○	○	○	○
3.	○	○	○	○
4.	○	○	○	○
5.	○	○	○	○
6.	○	○	○	○
7.	○	○	○	○
8.	○	○	○	○

8.2 Talleres por niveles, Anexo 2:

8.2.1. Nivel 0. Visualización o Reconocimiento.

UNIVERSIDAD DE PAMPLONA FACULTAD DE EDUCACIÓN DOCENTE: JORGE RANGEL LIZCANO

TALLER No 1. DEFINICIONES DE LAS OPERACIONES ENTRE CONJUNTOS

NOMBRES COMPLETOS: ____ CODIGO: ______________

Responda las preguntas 1 a la 5, de acuerdo con la siguiente información:

Un científico estaba experimentando con tres medicinas naturales para curar la tos. La medicina A contenía agua (a), limón (l), sal (s), aceite (ac). La medicina B contenía agua, panela(p) y limón; y la medicina C, contenía agua, panela, canela(c) y tomillo(t). Finalmente, el científico encontró la cura para la tos mezclando dos medicinas.

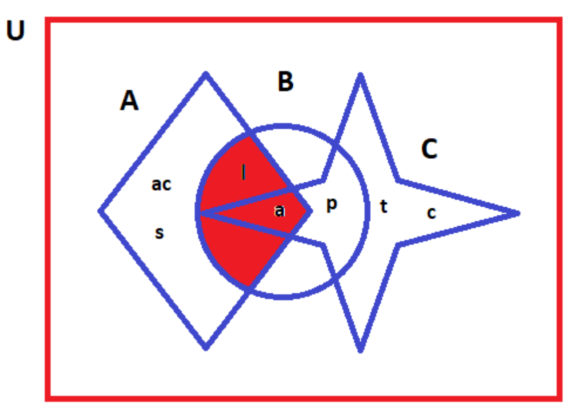
1. Realiza un diagrama de Venn para los dos frascos de medicina que mezcló, si la cura contiene limón, agua, panela, canela y tomillo.

2. Según el texto la palabra que indica la operación de unión entre conjuntos es:

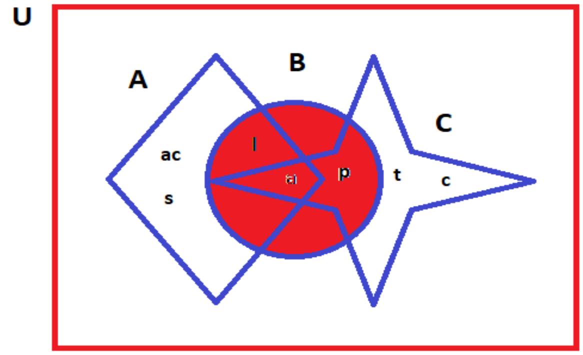
   a. Contenía.
   b. Cura.
   c. Mezclando.
   d. Encontró.

3. El diagrama que representa la mezcla para curar la tos de las medicinas naturales A y B es

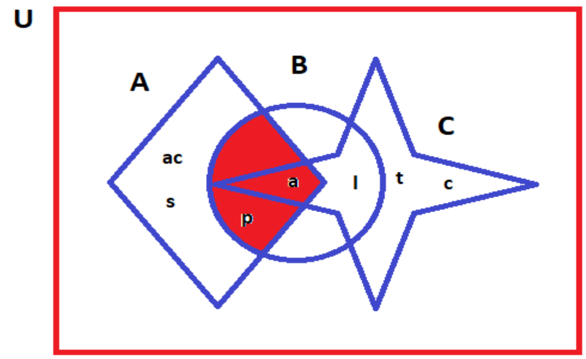
a.



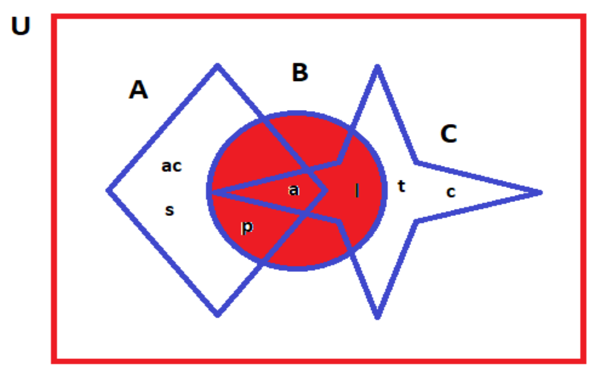
b.



d.

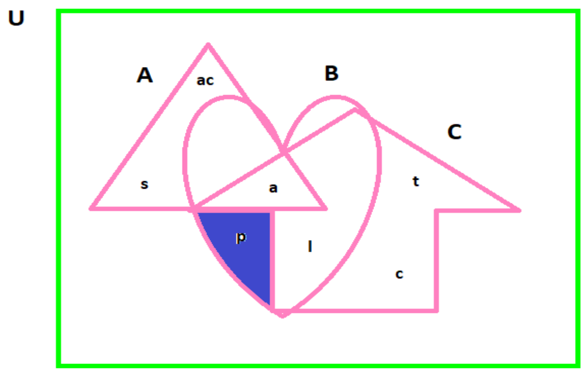


d.

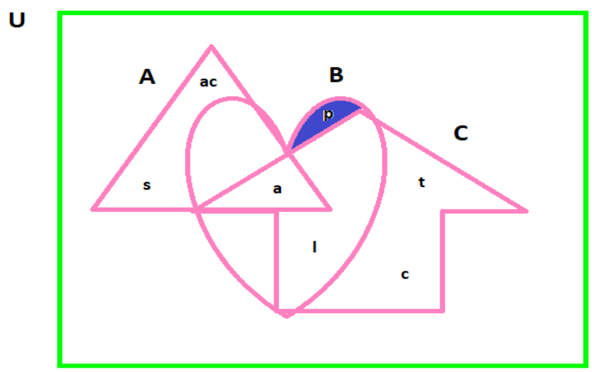


4. Si en las pruebas que realizó el científico, descubrió en los pacientes que el único medicamento natural que los curaba era la panela, la anterior situación se representa en un diagrama de Venn así

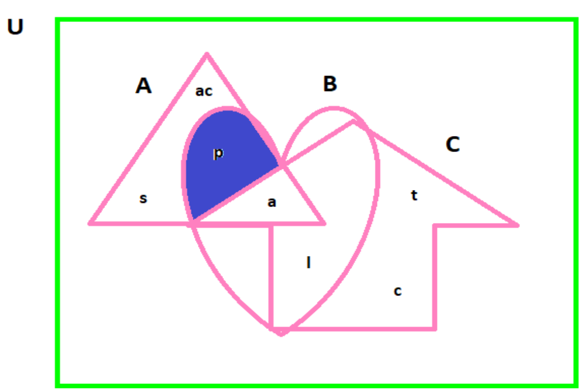
a.



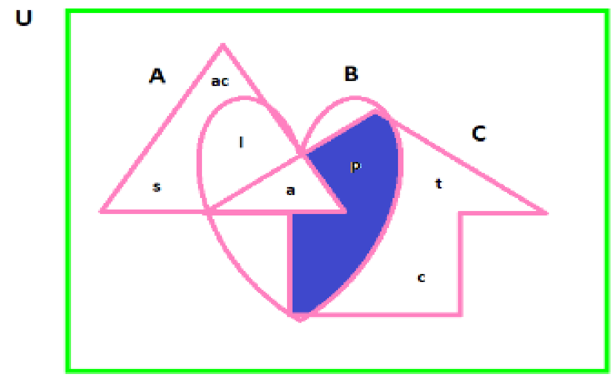
b.



c.

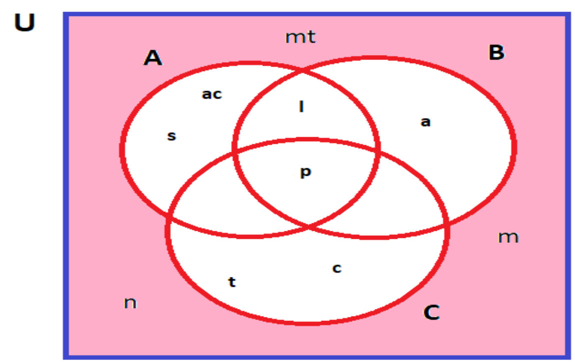


d.

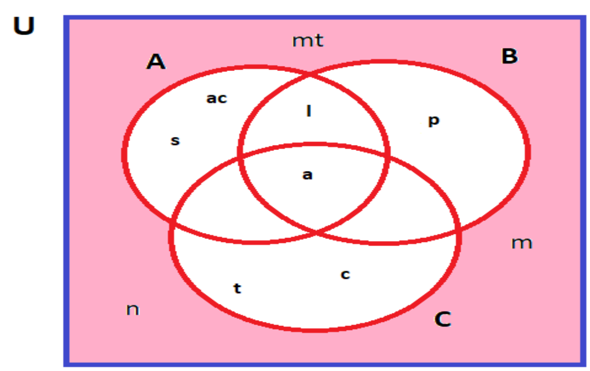


5. Si el científico utilizo otras medicinas naturales (miel de abeja (m), naranja (n) y menta (mt)), descubrió que los pacientes se curaban más rápido de la tos, el diagrama de Venn que representan la información correcta es

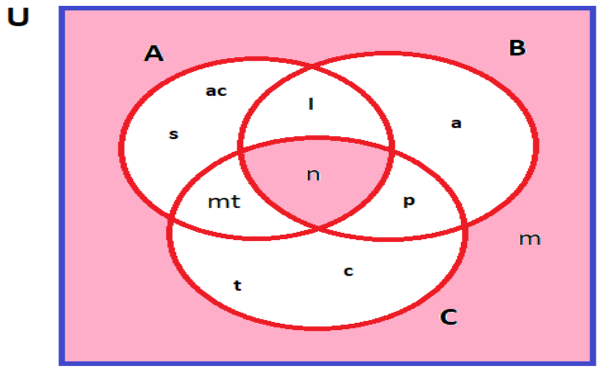
a.



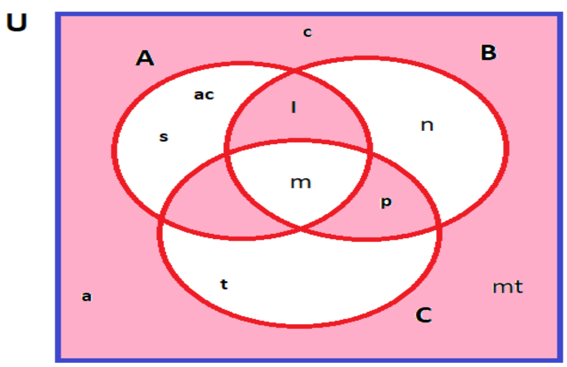
b.



c.



d



8.2.1.1. Respuestas al taller No 1.

Punto 1

1. Se identifican los conjuntos presentes en la situación en contexto.

Los conjuntos son A, B y C

2. Se establecen las relaciones entre los conjuntos presentes en la situación.

✓ Elementos comunes a los 3 conjuntos = agua

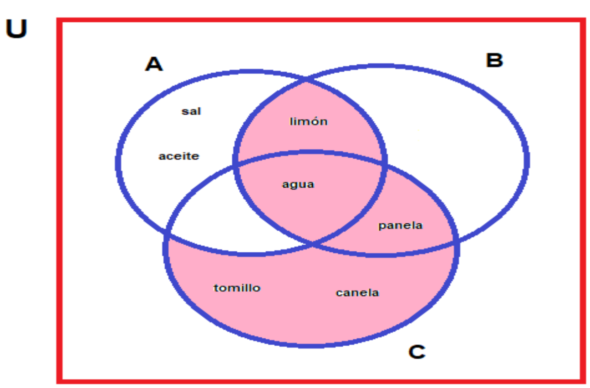
✓ Elementos comunes a los 2 conjuntos:

- ❖ A y C = agua
- ❖ A y B = limón
- ❖ B y C = agua, panela, limón

✓ Elementos que solo pertenecen a un conjunto:

- ❖ A = sal, aceite
- ❖ B = { }
- ❖ C = canela, tomillo

✓ Diagramar la situación.

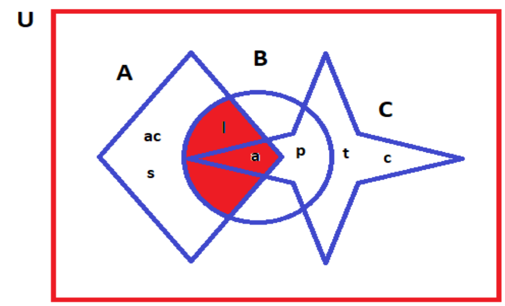


Punto 2

La palabra que tiene relación con la operación Unión entre conjuntos es la palabra mezclando.

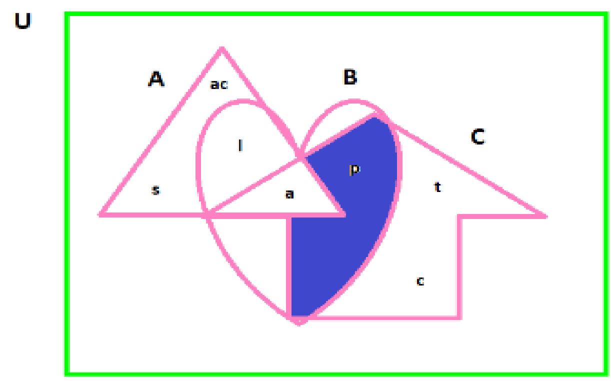
Punto 3

Como se está preguntando por las mezclas de las medicinas naturales A y B, se debe tener en cuenta que se está preguntando por la operación Intersección entre esos conjuntos y se debe tener en cuenta los elementos comunes a los mismo. $A \cap B = \{$ limón, agua $\}$



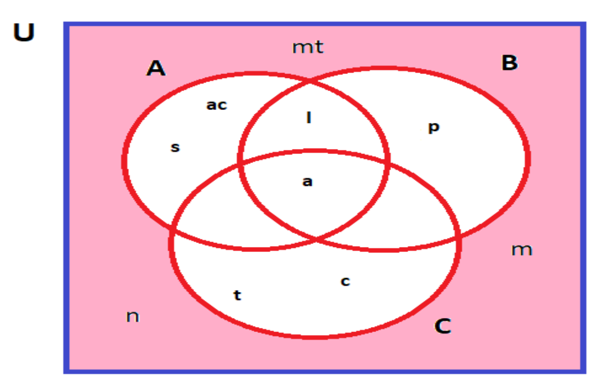
Punto 4

Se debe tener en cuenta el gráfico que solo tiene la región sombreada perteneciente al elemento panela del conjunto C



Punto 5

Se debe tener en cuenta que los elementos (miel de abeja (m), naranja (n) y menta (mt) deben estar situados en la región que pertenece únicamente al conjunto Universal (U)



8.2.2 Nivel 1. Análisis.

UNIVERSIDAD DE PAMPLONA FACULTAD DE EDUCACIÓN DOCENTE: JORGE RANGEL LIZCANO

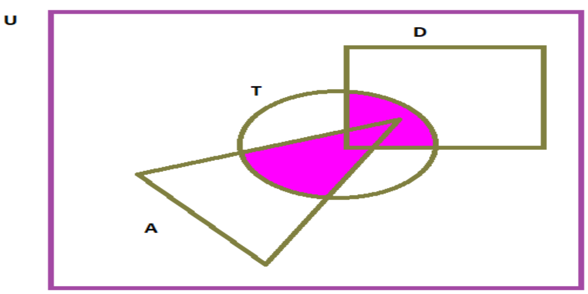
TALLER No 2. OPERACIONES ENTRE CONJUNTOS

NOMBRES COMPLETOS: ____ CODIGO: _______________

Responda las preguntas 1 a la 5, acuerdo con la siguiente información:

En una encuesta realizada a personas en una sala de cine se encontró que el 4% de los asistentes no les gustan las películas, al 8% sólo le gustan las películas de dibujos animados (D), al 12% solo les gustan las películas de terror(T), al 5% sólo les gustan las películas de acción (A), al 40% sólo les gustan las películas de dibujos animados y las de terror, al 15% sólo les gustan las películas de acción y terror, al 10% sólo les gustan las películas de acción y de dibujos animados.

1. ¿Cuál es la operación que representa la región sombreada?

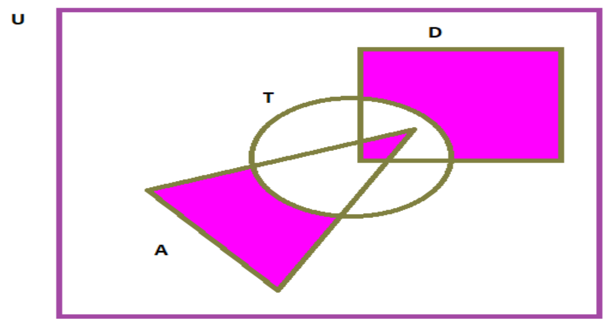


2. Diagrame la expresión que representa a las personas que les gustan ver películas de acción y dibujos animados, pero no de terror.

3. La operación que representa a las personas que solo les gustan ver una única película es

   a. $(A\ U\ D\ U\ T) - [(A \cap D) U (A \cap T) U (D \cap T)]$
   b. $(A \cap D \cap T)\ U\ [(A \cap D) U (A \cap T) U (D \cap T)]$
   c. $(D\ \Delta\ T)\ U\ (T\ \Delta\ A)$
   d. $(A\ U\ D\ U\ T)'U\ (A\ \Delta\ D\ \Delta\ T)$

4. La región sombreada representa a las personas que



   a. prefieren ver solamente películas de dibujos animados o películas de acción y las tres películas.
   b. prefieren ver solamente películas de dibujos animados y películas de acción y las tres películas.
   c. prefieren ver películas de dibujos animados o películas de acción o las tres películas.
   d. prefieren ver solamente películas de dibujos animados o películas de acción o las tres películas.

5. La expresión equivalente a *"las personas que les gustan ver películas de acción y dibujos animados, pero no de terror"* es

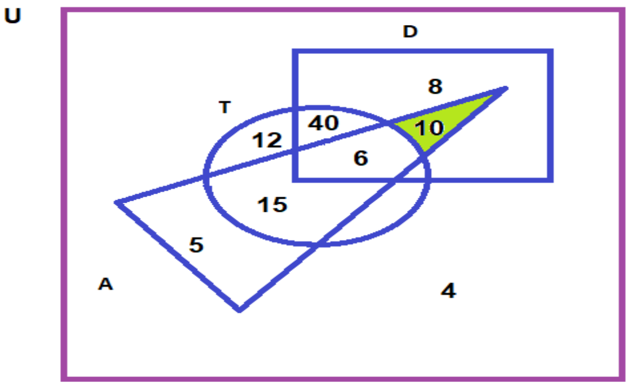
   a. A lo máximo a 2 personas les gustan ver 2 películas.
   b. Por lo menos a las personas les gustan ver solo 2 películas.
   c. Las personas que les gustan ver solo películas de acción y terror.
   d. Las personas que les gustan ver únicamente películas de acción o terror.

8.2.2.1. Respuestas al taller No 2.

Punto 1

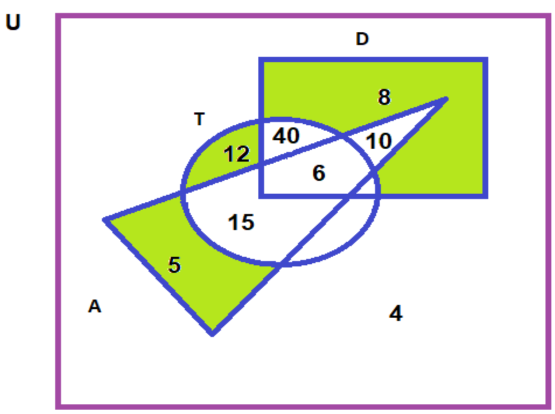
Como se puede observar en el diagrama, la sombra hace referencia a los elementos comunes entre los conjuntos T y A o T y D, esta es la operación de Intersección entre conjuntos y se escribe así: $(\boldsymbol{T} \cap \boldsymbol{D}) \cup (\boldsymbol{T} \cap \boldsymbol{A})$

Punto 2



Punto 3

Este es el procedimiento grafico de la respuesta, ya que es la unión de solo las personas que les gusta ver una solo película.



a. $(A\ U\ D\ U\ T) - [(A \cap D)U(A \cap T)U(D \cap T)]$

Punto 4

Como se puede observar en el diagrama, las regiones sombreadas hacen referencia a las regiones únicamente de ver películas de Dibujos animados o de Acción o las tres, por tal motivo la operación presente en este ejercicio es la Unión entre conjuntos de las regiones por separado.

a. que prefieren ver solamente películas de dibujos animados o películas de acción o las tres películas.

Punto 5

Este enunciado se refiere a tener en cuenta la intersección de los conjuntos de películas de Dibujos animados y de Acción y le debe quitar todos los elementos del conjunto de películas de Terror.

c. Las personas que les gustan ver solo películas de acción y terror.

8.2.3 Nivel 2. Clasificación 1.

UNIVERSIDAD DE PAMPLONA FACULTAD DE EDUCACIÓN DOCENTE: JORGE RANGEL LIZCANO

TALLER No 3. PORCENTAJES Y PROMEDIOS

NOMBRES COMPLETOS: ____ CODIGO: _______________

Los estudiantes de cuatro cursos dedican varias horas a la preparación de un examen internacional de inglés. La tabla muestra la información recogida sobre este número de horas.

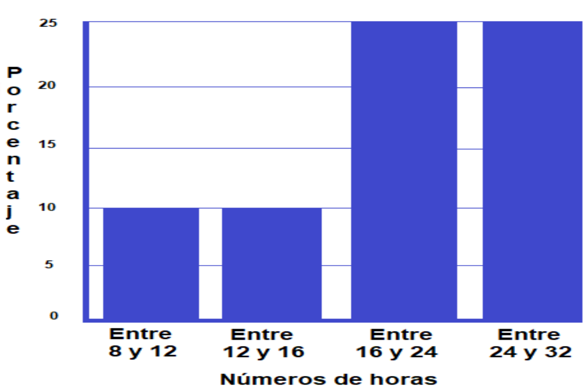
Por ejemplo, el valor coloreado en la tabla indica que en el curso II el 75% de los estudiantes dedica 27 horas o menos a la preparación del examen.

Porcentajes acumulados	**Cursos (número de horas de preparación)**			
	I	II	III	IV
Mínimo	9	3	8	10
25%	20	23	12	15
50%	26	25	16	20
75%	28	27	24	35
Máximo	33	32	32	40

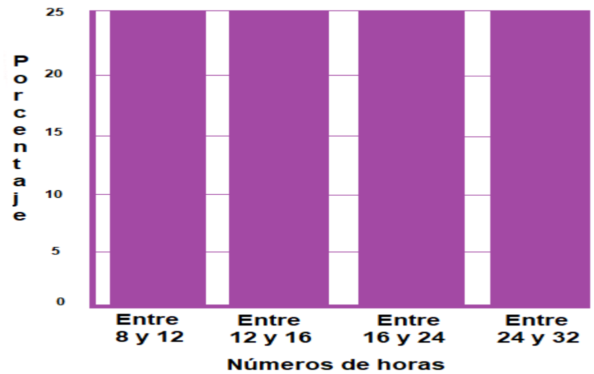
1. Según la tabla, ¿En cuál curso, exactamente el 25% de los estudiantes dedica 20 horas o menos a la preparación del examen?
   a. I
   b. II
   c. III
   d. IV

2. Teniendo en cuenta la información del curso III dada en la tabla 1, ¿cuál de las siguientes gráficas corresponde al porcentaje de estudiantes y su tiempo de dedicación?

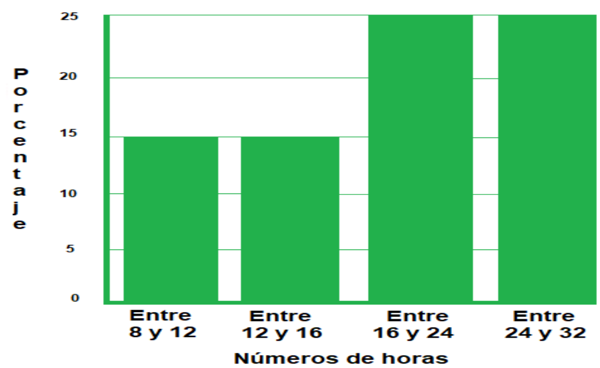
a.



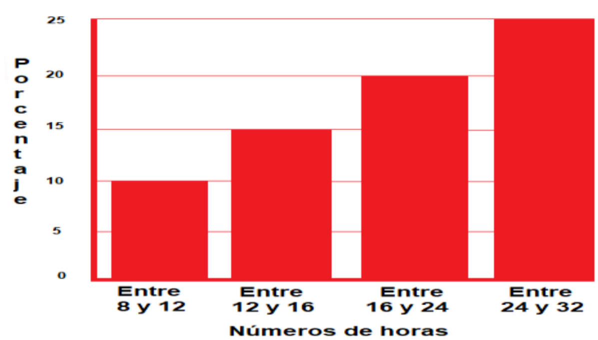
b.



c.



d.



3. Cuatro cursos, cada uno con igual número de estudiante, presentan anualmente una prueba de matemáticas. La tabla muestra el puntaje promedio obtenido por cada curso.

Promedio de los puntajes en el examen por cursos.

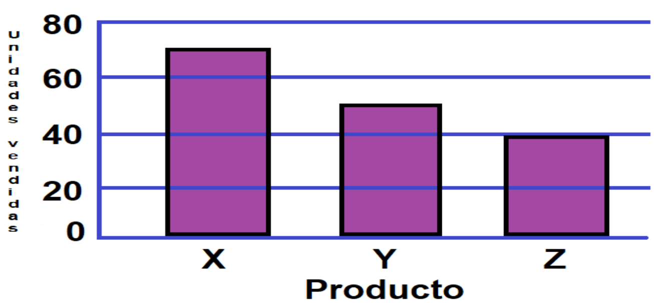
Curso	I	II	III	IV
Promedio año anterior	63	61	50	53
Promedio año actual	65	45	53	54

Tabla

Al revisar los puntajes de la tabla. Una persona afirma que hubo un aumento en el puntaje respecto al año anterior. Esta afirmación es

a. Correcta, ya el promedio de la mayoría de los cursos aumentó respecto al año anterior.
b. Incorrecta, ya que el promedio total en el año anterior es superior al promedio total en el año actual.
c. Correcta, ya que, al observar todos los promedios, el mayor corresponde al curso I en el año actual.
d. Incorrecta, ya que se necesita el puntaje de cada estudiante para realizar la comparación.

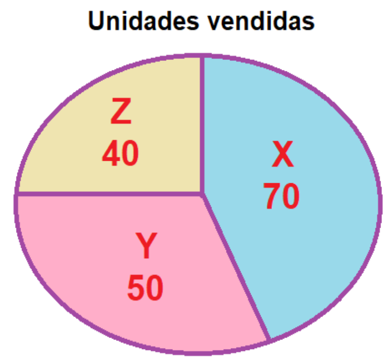
4. La gráfica 1 muestra el número de unidades vendidas de los únicos tres productos que comercializa un almacén.



Gráfica 1.

Unidades vendidas de cada producto

El dueño del almacén le pide a uno de sus empleados que con esta información construya una gráfica en la que se muestre la distribución de las ventas de cada producto sobre el total de unidades vendidas de todos los productos. El empleado construye la gráfica 2.



Gráfica 2. Propuesta del empleado

La gráfica propuesta por el empleado NO es correcta porque

a. Estos valores representan unidades vendidas y no la proporción que representa cada producto.
b. Es imposible transformar un gráfico de barras en un diagrama circular.
c. Se deben mostrar los valores en forma de fracción, pues solo así es una gráfica correcta.
d. En un diagrama no se puede mostrar porcentajes sobre las ventas totales.

8.2.3.1. Respuestas al talle No 3.

Punto 1

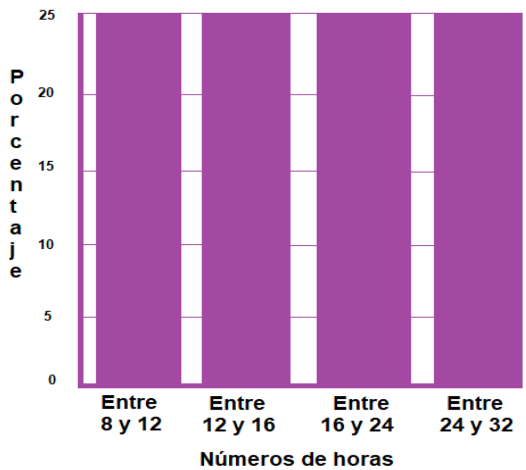
Se busca en la tabla de información el valor correspondiente al número 20 exactamente que corresponda al 25% acumulado

b. II

Punto 2

Se observa en la tabla que todos los porcentajes aculados están de 25 en 25 y se ubica el nivel III que va en intervalos: de 8 a12, de 12 a 16, de 16 a 24, y de 24 a 32

b.



Punto 3

Al comparar los promedios totales, se observa que el promedio total del año actual es 54,28 con el del año anterior 56,75 y por tal razón la afirmación es

b. Incorrecta, ya que el promedio total en el año anterior es superior al promedio total en el año actual.

Punto 4

a. Estos valores representan unidades vendidas y no la proporción que representa cada producto.

8.2.4 Nivel 2. Clasificación 2.

UNIVERSIDAD DE PAMPLONA FACULTAD DE EDUCACIÓN DOCENTE: JORGE RANGEL LIZCANO

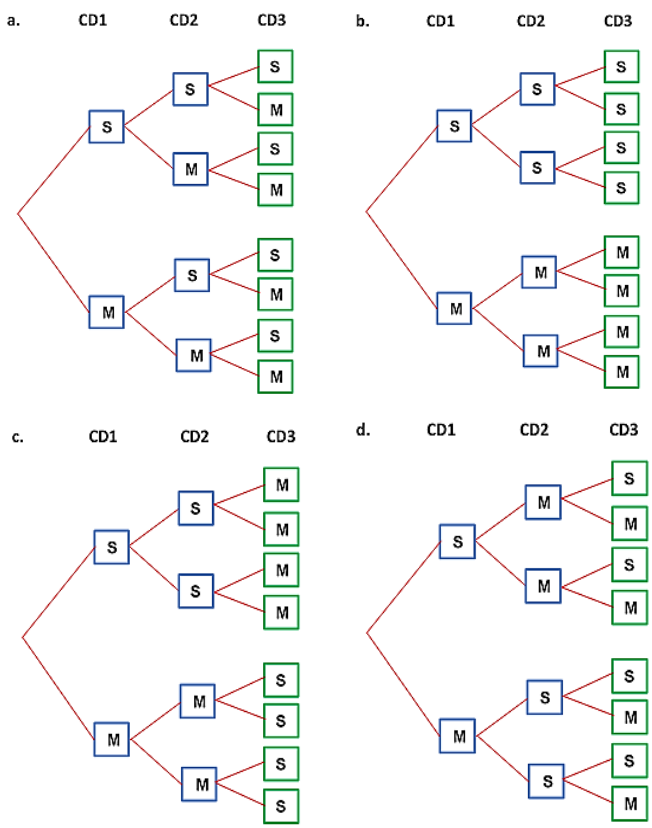
TALLER No 4. COMBINACIONES Y PERMUTACIONES

NOMBRES COMPLETOS: ____ CODIGO: ____________

1. A una ceremonia asistieron 24 señoritas con cartera, 28 varones con corbata, 40 portaban saco, 17 varones con corbata no tenían saco, 9 señoritas portaban saco, pero no tenían cartera. ¿Cuántos varones con saco no llevaron corbata, si 16 señoritas no llevaron cartera ni saco y 28 señoritas no llevaron saco?

   a. 10
   b. 9
   c. 8
   d. 11

2. Para ambientar musicalmente una reunión, se cuenta con tres CD, cada uno de ellos tiene canciones de salsa (S) y merengue (M). ¿Cuál de los siguientes diagramas representa la situación de seleccionar al azar una canción del CD1, luego del CD2 y finalmente una del CD3?



3. Un almacén de pinturas ofrece a sus clientes diferentes tipos de mezclas, de acuerdo con la calidad de las pinturas y con la disponibilidad de colores como se muestra en las tablas 1 y 2.

Mezclas
Tipo 1: Pinturas de calidad M mezcladas con pintura de calidad O
Tipo 2: Pinturas de calidad N mezcladas con pintura de calidad O

Tabla 1

Colores
Calidad M: 3 colores
Calidad N: 7 colores
Calidad O: 9 colores

Tabla 2

4. ¿Con cuál de las siguientes expresiones se puede calcular el total de mezclas que ofrece el almacén?

   a. (M multiplicado por N multiplicado por O)
   b. (M multiplicado por O) unido con (N multiplicado por O)
   c. (M unido con O) multiplicado por (N unido con O)
   d. M unido con N unido con O

5. En una clase de 50 alumnos, se practica tres deportes: Atletismo, Básquet y Fútbol.
   - ✓ Los que practican atletismo o fútbol, pero no básquet son 30.
   - ✓ Los que practican básquet o fútbol, pero no atletismo son 27.
   - ✓ Los que practican atletismo y fulbito son 7.
   - ✓ Los que practican fútbol, pero no atletismo o básquet son 15.
   - ✓ Los que no practican estos deportes son la cuarta parte de los que practican básquet y fútbol, pero no atletismo.
   - ✓ 4 practican atletismo y básquet, pero no fulbito.
   - ✓ Los que practican básquet, pero no atletismo o fulbito son 4.

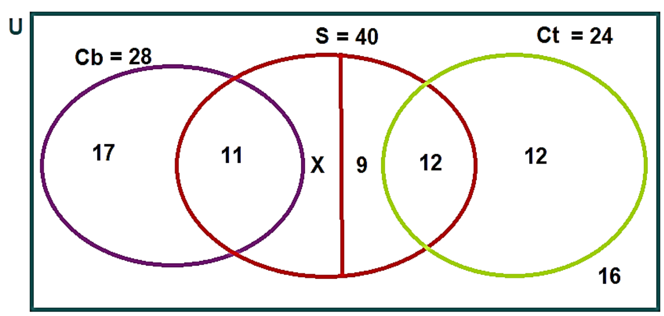
6. ¿Cuántos practican solo dos deportes o no practican ninguno?

   a. 21
   b. 17
   c. 18
   d. 19

8.2.4.1. Respuestas al taller No 4

Punto 1

Los datos se representan en el siguiente diagrama de Venn:



Del anterior se puede concluir que:

40 = 11 + x + 9 + 12

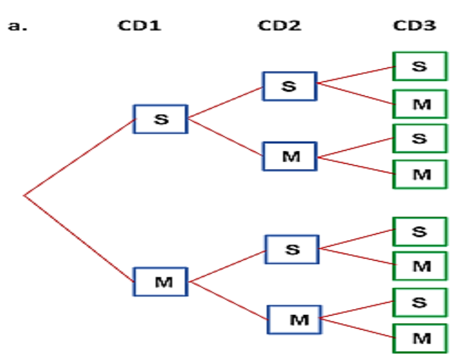
40 = x + 32

x = 40 – 32

<u>*x = 8*</u>

Punto 2

Se debe tener en cuenta que de cada CD se deriva una canción de salsa(s) y una de merengue(m), por tal razón la respuesta es:

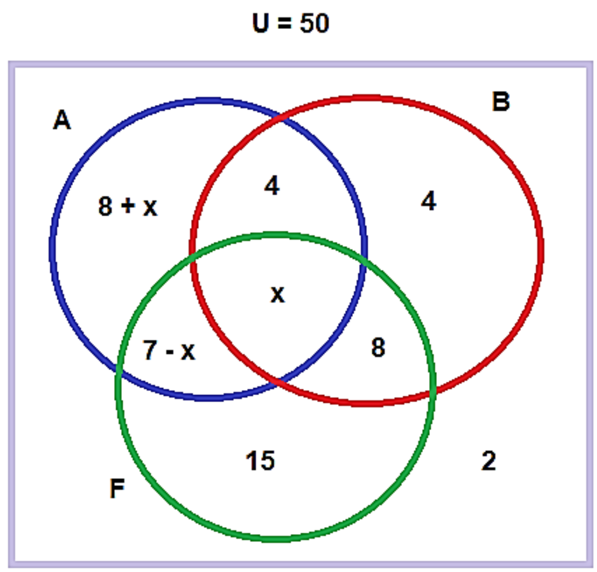


Al realizar la combinación se puede comprender que las pinturas M y N se mezclan con la pintura O y al final se deben totalizar las mezclas obtenidas, es decir,

(3 x 9) + (7 x 9) o (M multiplicado por O) unido con (N multiplicado por O).

Punto 4

Los datos se representan en el siguiente diagrama de Venn:



De donde:

50 = 15 + 8 + (7+x) + x + 8 + x + 4 + 4 + 2

x = 50 - 48 = 2

Por lo tanto, solo 2 deportes o ninguno de los tres:

5 + 4 + 8 + 2 = <u>*19*</u>

8.2.5 Nivel 2. Clasificación 3.

UNIVERSIDAD DE PAMPLONA FACULTAD DE EDUCACIÓN DOCENTE: JORGE RANGEL LIZCANO

TALLER No 5. ESTADÍSTICA

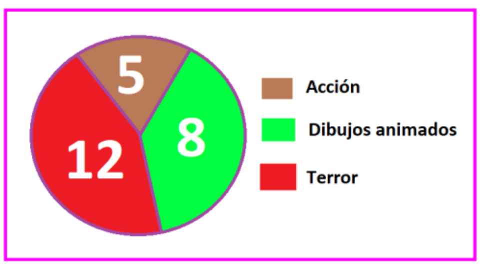
NOMBRES COMPLETOS: ____ CODIGO: _______________

Responda las preguntas 1 a la 5, acuerdo con la siguiente información:

En una encuesta realizada a personas en una sala de cine se encontró que el 4% de los asistentes no les gustan las películas, al 8% sólo le gustan las películas de dibujos animados (D), al 12% solo les gustan las películas de terror(T), al 5% sólo les gustan las películas de acción (A), al 40% sólo les gustan las películas de dibujos animados y las de terror, al 15% sólo les gustan las películas de acción y terror, al 10% sólo les gustan las películas de acción y de dibujos animados.

1. La gráfica que representa a las personas que únicamente ven una película es:

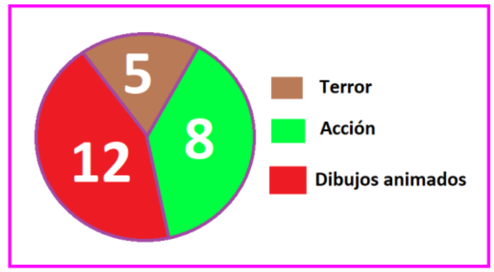
a.



b.

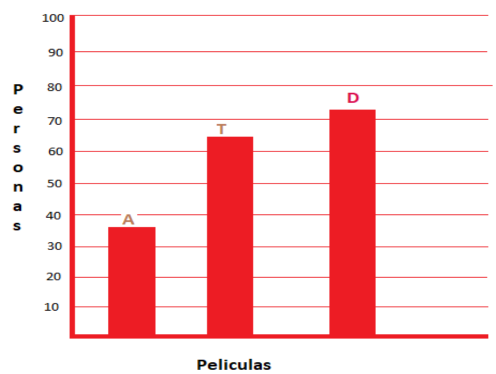
c.

d.

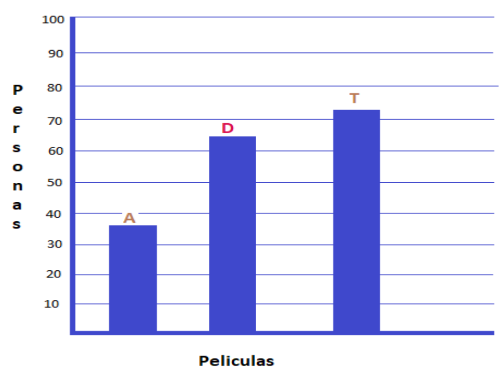


2. La mejor forma de representar los datos del contexto es con la grafica

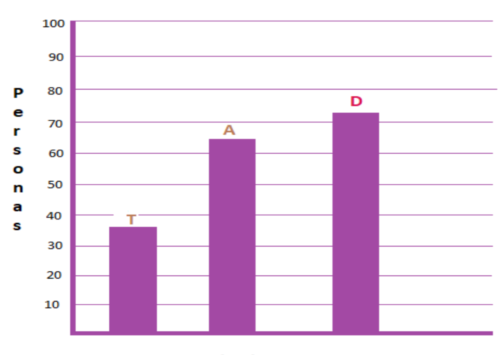
a.



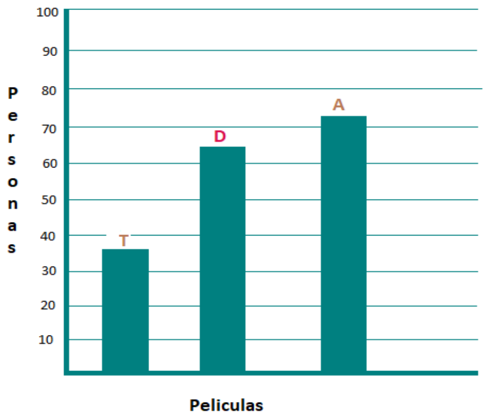
b.



c.

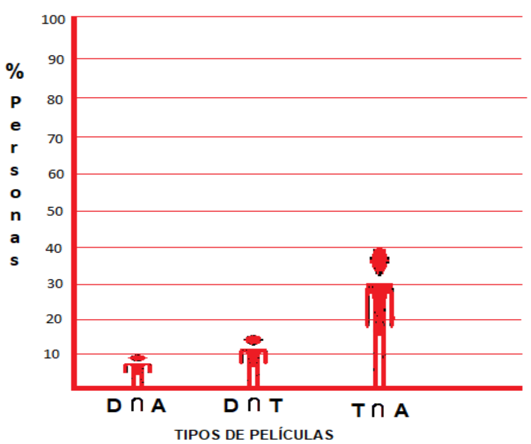


d.

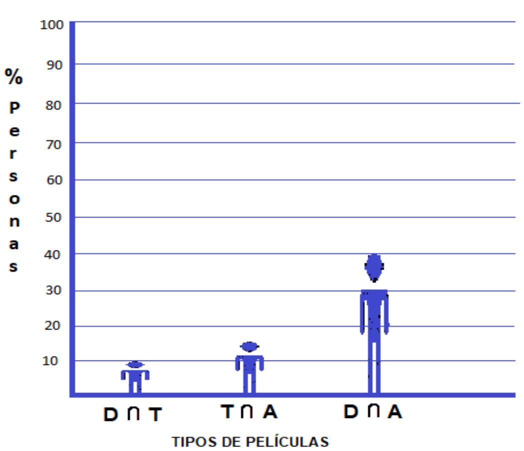


3. La gráfica correcta que representa al porcentaje de personas que solo ven dos películas corresponde a

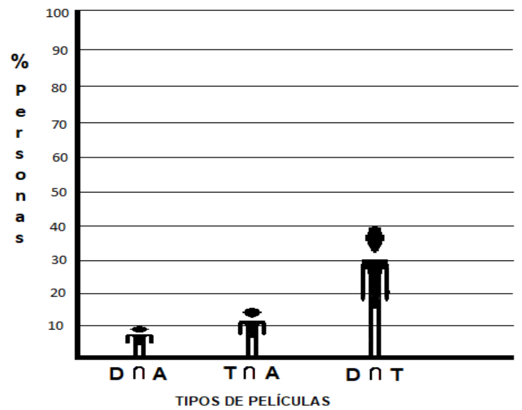
a.



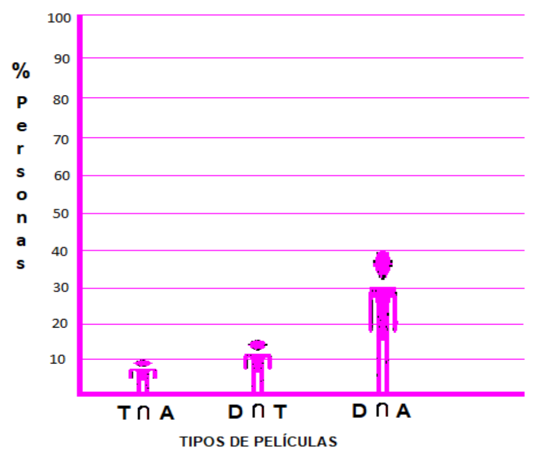
b.



c.

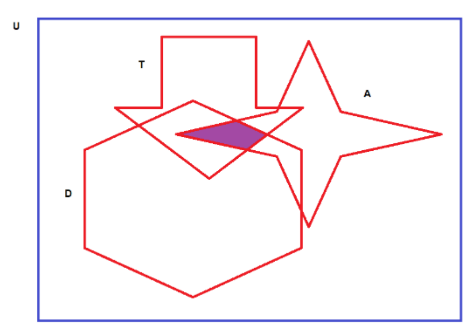


d.

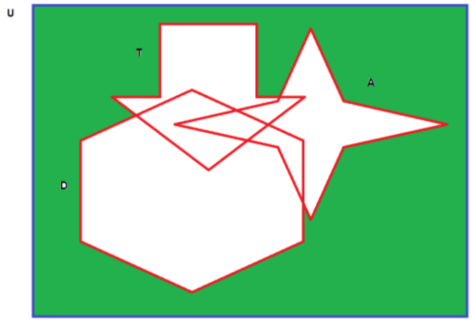


4. El diagrama que Venn que representa el porcentaje de personas que les gustan las tres películas o las que no le gustan ninguna de ellas, es

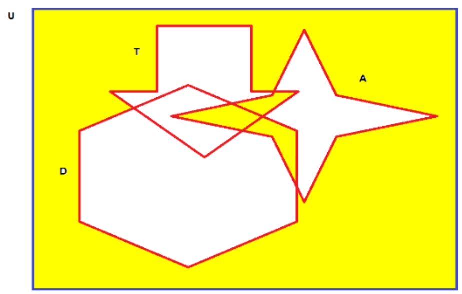
a.



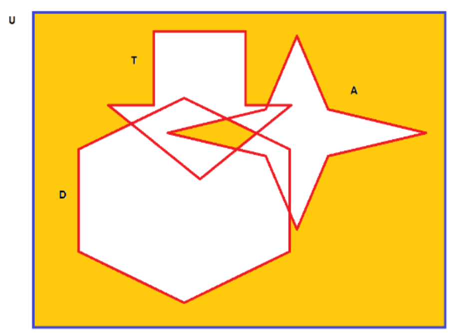
b.



c.



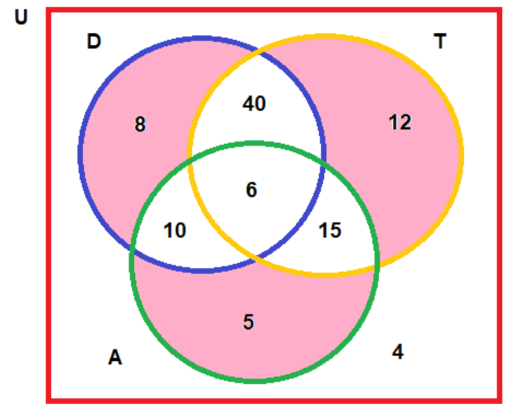
d.



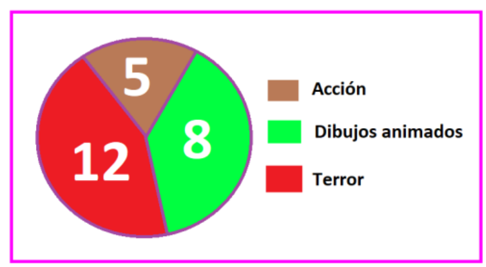
8.2.5.1. Respuestas al taller No 5.

Punto 1

Representando los datos correctamente en un diagrama de Venn:



Se puede concluir que se están preguntas por el porcentaje de personas que solo ven 1 película así:



Punto 2

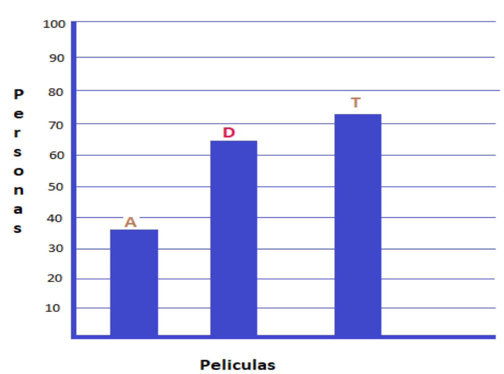
Como se puede observar del diagrama del punto 1, procedemos a sumar los porcentajes de cada conjunto así:

A = 15 + 10 + 6 +5 = 36

D = 40 + 10 + 8 + 6 = 64

T = 40 + 15 + 12 + 6 = 73

Por lo tanto, la gráfica es:



Punto 3

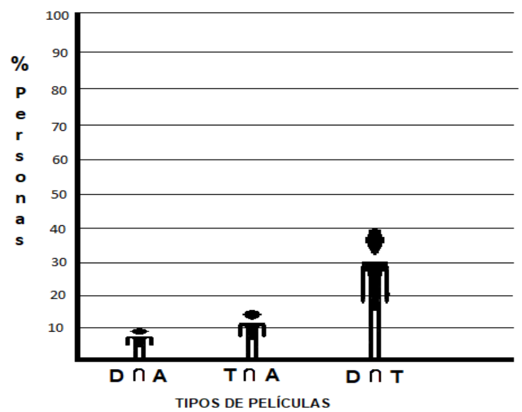
Como se puede observar del diagrama del punto 1, procedemos a ubicar los porcentajes de cada solo 2 conjuntos así:

Solo D y T = 40

Solo D y A = 10

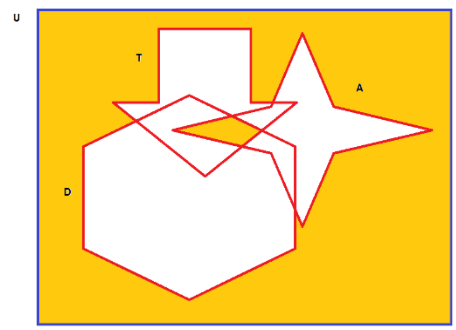
Solo T y A = 15

Por lo tanto, la respuesta es:



Punto 4

Para representar el porcentaje de las personas que les gustan las 3 películas se debe tener en cuenta que se está haciendo referencia a la operación Intersección entre los conjuntos presentes en el contexto y de igual manera cuando se nombra al porcentaje de personas que no les gustan las películas, se está haciendo referencia a los elementos que solo pertenecen al conjunto Universal. Por lo tanto, el diagrama que cumple con las condiciones dadas es:



8.2.6. Nivel 3. Deducción 1.

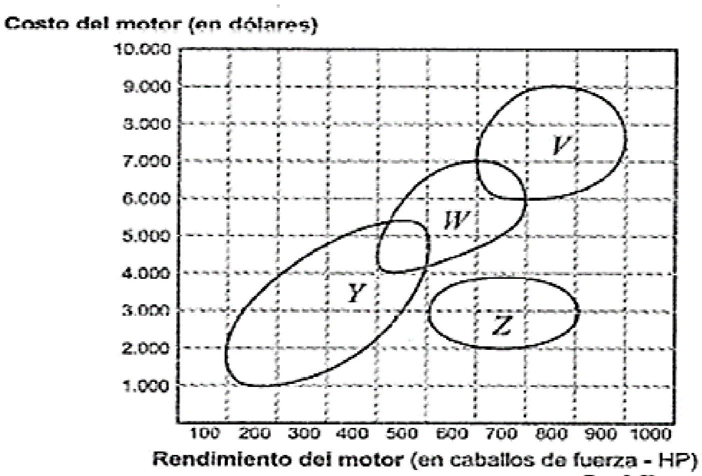
UNIVERSIDAD DE PAMPLONA FACULTAD DE EDUCACIÓN DOCENTE: JORGE RANGEL LIZCANO

TALLER No 6. OPERACIONES ENTRE CONJUNTOS

NOMBRES COMPLETOS: ____ CODIGO: ___________

Responda las preguntas 1 a 4 de acuerdo con la siguiente información

La gráfica muestra datos de (4) tecnologías para producir cierto tipo de motor en una compañía.



Gráfica

Cada tecnología se representa en la gráfica por una letra (*V, W, Y, Z*) y por un campo cerrado. Un punto se encuentra dentro del campo correspondiente a un tipo de tecnología de producción si es posible construir un motor con el costo y rendimiento de ese punto usando la tecnología seleccionada. Por ejemplo, con la tecnología *Y* es posible construir un motor cuyo costo sea 2.000 dólares y tenga un rendimiento de 300 caballos de fuerza.

1. Suponga que se necesita construir un motor con un rendimiento de 500 HP para un nuevo vehículo que saldrá al mercado próximamente. ¿Cuáles tecnologías pueden emplearse para logra este rendimiento?

   a. Solamente la tecnología *Y*, pues esta es la única que considera todos los rendimientos inferiores a 550 HP.
   b. Cualquiera de las tecnologías *V, W, Y, Z* porque aumenta el número de opciones de asegurar el rendimiento deseado.
   c. Cualquiera de las tecnologías *Y o W*, porque 550 HP está en la región correspondiente a cada una de estas dos tecnologías.
   d. Únicamente la tecnología *W*, pues esta contiene el rendimiento deseado y comparte características con otras dos (2) tecnologías.

2. De acuerdo con la gráfica, se puede afirmar correctamente que la mejor relación *costo rendimiento* la ofrece

   a. La tecnología *V*
   b. La tecnología *Y*
   c. La tecnología *W*
   d. La tecnología *Z*

3. Un trabajador afirma que con una cantidad fija de dinero entre 4.000 dólares y 7.000 dólares es posible construir un motor con tecnología *W*, cuyo rendimiento sea cualquiera entre 400 HP y 700 HP.

   La información del trabajado es

   a. Correcta, pues todos los valores corresponden exactamente a los valores extremos de la región *W*.
   b. Incorrecta, pues no se puede construir un motor con la tecnología *W* cuyo rendimiento sea 450 HP y cuyo costo sea 6.500 dólares.
   c. Correcto, pues un motor construido con la tecnología *W*, cuyo costo es de 5.000 dólares, tendrá un rendimiento de 500 HP.
   d. Incorrecto, pues la afirmación del trabajador es válida no solo para la tecnología *W* sino para cualquiera.

4. Si la compañía produce (4) motores usando cualquiera de estas tecnologías, el costo máximo de hacerlo es igual a

   a. La suma de los máximos de los costos de cada una de las tecnologías.
   b. El promedio de los máximos de los costos de cada una de las tecnologías.

c. Multiplicar por cuatro el costo máximo de la tecnología de mayor rendimiento.
d. Cuatro veces el costo de la tecnología cuyo rendimiento es máximo a menor costo.

5. Los bloques lógicos son un juego que se utiliza para ayudar a desarrollar el pensamiento lógico matemático de los niños. Un juego de estos consta de fichas con 3 formas, 4 colores, 2 tamaños y 3 texturas diferentes, una por cada combinación posible. ¿Cuántas fichas diferentes tiene un juego de bloques lógicos?

a. 4
b. 11
c. 24
d. 48

Responda las preguntas 6 y 7 de acuerdo con la siguiente información

La tabla 1 muestra la distribución por estrato socioeconómico de 50 empleados de una fábrica.

ESTRATO	NUMERO DE EMPLEADOS
A	7
B	10
C	20
D	8
E	5
F	0

Tabla 1

La tabla 2 muestra la clasificación por estrato que hace la empresa.

ESTRATO	CLASIFICACIÓN
A y B	Bajo
C y D	Medio
E y F	Alto

Tabla 2

Para llevar a cabo un proyecto de bienestar, la fábrica necesita formar grupos de tres trabajadores (uno de cada estrato socioeconómico bajo – medio – alto)

6. El número de grupos posibles, en estas condiciones y teniendo en cuenta la cantidad de trabajadores de cada estrato, se halla calculando

a. (7 unido con 10) multiplicado por (20 unido con 8) multiplicado por (5 unido con 0)
b. (7 multiplicado por 10) unido con (20 multiplicado por 8) unido con (5 unido con 0)
c. 7 unido con 10 unido con 20 unido con 5 unido con 0
d. 7 multiplicado por 10 multiplicado por 20 multiplicado por 8 multiplicado por 5

En la tabla se registran las calificaciones de 4 estudiantes, las cuales se entregan cada periodo de año.

Estudiante	Periodo 1	Periodo 2	Periodo 3	Periodo 4
1	3,5	3,0	3,5	3,0
2	2,5	3,5	3,0	4,5
3	4,5	2,5	4,5	2,5
4	2,5	5,0	2,5	3,0

7. Al finalizar el año, el plantel educativo quiere premiar al estudiante con el mejor promedio de notas en los 4 periodos. ¿Cuál estudiante ganará este premio?

a. Estudiante 1
b. Estudiante 2
c. Estudiante 3
d. Estudiante 4

8. En una población se realizó un estudio sobre las preferencias de vivienda de hombres y mujeres.

La tabla resume los resultados de la encuesta en términos de la preferencia que tienen los encuestados por vivir en una casa o en un apartamento.

	Mujeres	Hombres
Casa	70%	60%
Apartamento	30%	40%

A partir de esa tabla, un ciudadano concluye que más del 50 % de todos los encuestados prefería vivir en un apartamento. ¿Es cierta esta afirmación?

a. No, porque a partir de los datos que se encuentran en la tabla no se ´puede concluir nada acerca de las preferencias del total de la población.

b. Sí, porque los resultados por columna son iguales, entonces a la mayoría de los encuestados le es indiferente si vive en una casa o en un apartamento.
c. No, porque tanto hombres como mujeres prefieren vivir en una casa, así que se puede concluir que la mayoría de encuestados prefiere vivir en una casa.
d. Sí, porque si se suman los porcentajes de hombres y mujeres, se obtiene el total de la población que le gustaría vivir en un apartamento.

8.2.6.1. **Respuestas al taller No 6**.

Punto 1

En el gráfico se puede observar que el punto de un motor con rendimiento de 500 HP está ubicado entre las tecnologías Y y W, por tal razón:

Cualquiera de las tecnologías *Y o W*, porque 550 HP está en la región correspondiente a cada una de estas dos tecnologías

Punto 2

La tecnología Z es la mejor que tiene la relación costo – rendimiento ya que se encuentra ubicada es los más altos rendimientos y los bajos precios en dólares.

Punto 3

Incorrecta, pues no se puede construir un motor con la tecnología *W* cuyo rendimiento sea 450 HP y cuyo costo sea 6.500 dólares

Punto 4

Cuatro veces el costo de la tecnología cuyo rendimiento es máximo a menos costo.

Punto 5

Realizando las posibles combinaciones podemos obtener: 3 x 4 x 2 x 2 = 48, pero en el contexto se está afirmando que es una por cada combinación posible, de donde limita la combinación y por la tanto solo se puede realizar: 4 + 3 + 2 + 2 = 11

Punto 6

Analizando la información del contexto y teniendo en cuenta que vamos a combinar son personas ya que ellas no se pueden multiplicar en los estratos socioeconómicos solo sumarlos, y al final los resultados de esas sumas las debemos multiplicar para obtener el número de grupos posibles así:

(7 unido con 10) multiplicado por (20 unido con 8) multiplicado por (5 unido con 0) y de forma numérica asi:

(7 + 10) x (20 + 8) x (5 + 0)

Punto 7

Se debe realizar una suma de cada estudiante por los cuatro periodos y luego una división del resultado de esa suma entre 4, por lo tanto, el estudiante 3 es el que obtuvo el mayor promedio durante los 4 periodos (4,5 + 2,5 + 4,5 + 2, 5 = 14 / 4 = 3.5)

Punto 8

No, porque tanto hombres como mujeres prefieren vivir en una casa, así que se puede concluir que la mayoría de encuestados prefiere vivir en una casa.

8.2.7. Nivel 3. Deducción 2.

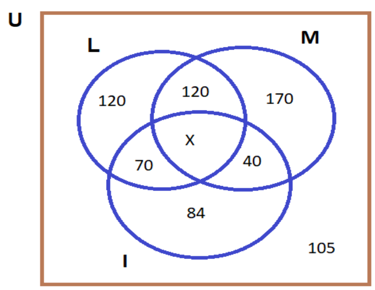
UNIVERSIDAD DE PAMPLONA FACULTAD DE EDUCACIÓN DOCENTE: JORGE RANGEL LIZCANO

TALLER No 7. OPERACIONES ENTRE CONJUNTOS

NOMBRES COMPLETOS: ____ CODIGO: _______________

1. Setecientos cincuenta usuarios de telefonía celular recibieron una promoción para llamadas a celular (L), envío de mensajes de texto (M) y navegar por internet (I). la cantidad de personas que aprovechó la promoción por servicios se muestra en el siguiente diagrama de Venn.

La cantidad de personas que usaron la navegación en Internet es



a. 390
b. 290
c. 235
d. 194

Responde las preguntas 2, 3 y 4, de acuerdo a la siguiente información

La secretaría de educación municipal requiere la provisión de 29 cargos docentes en las siguientes áreas:

13 profesores en matemáticas, 13 profesores en física y 15 en sistemas. Para el cubrimiento de los cargos se requiere que: 6 dicten matemáticas y física, 4 dicten física y sistemas y 5 profesores dicten matemáticas y sistemas.

2. Elaborar un diagrama de Venn que represente la información dada.

3. De la información presentada se puede afirmar que la cantidad de profesores que dictan las tres áreas son

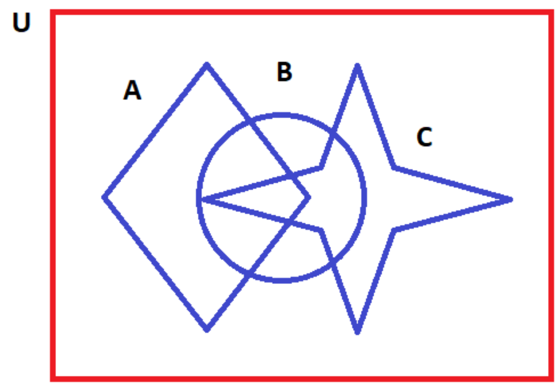
a. 0
b. 3
c. 2
d. 4

4. Según esta información ¿Cuántos profesores se requiere para dictar matemáticas únicamente?

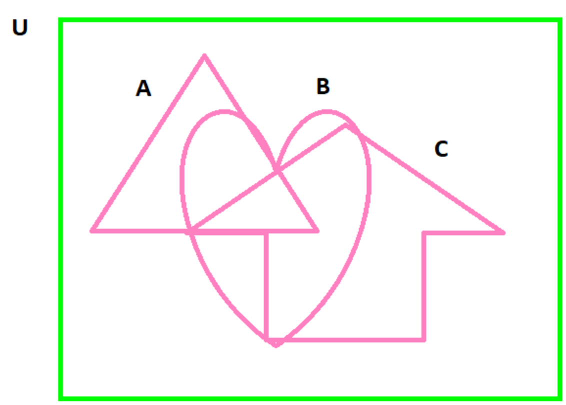
a. 3
b. 4
c. 2
d. 5

Sombree en forma correcta las siguientes operaciones entre conjuntos.

5. $[(A \cap B)U(B \cap C)U(A \cap C) - (A \cap B \cap C)U(AUBUC)^C]$



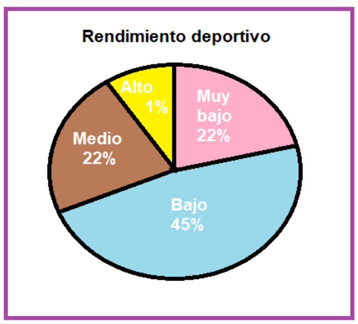
6. $[B^C - (A \Delta B) - (A \cap B \cap C)^C]$



7. La tabla muestra las mediciones del rendimiento deportivo tomadas a un deportista durante 9 ensayos, las cuales se categorizaron en: Muy bajo, Bajo, Medio y Alto.

Rendimiento deportivo	
Ensayos	Clasificación
1	Muy bajo
2	Muy bajo
3	Bajo
4	Bajo
5	Bajo
6	Bajo
7	Medio
8	Medio
9	Alto

Se elaboró la gráfica con información de la tabla.

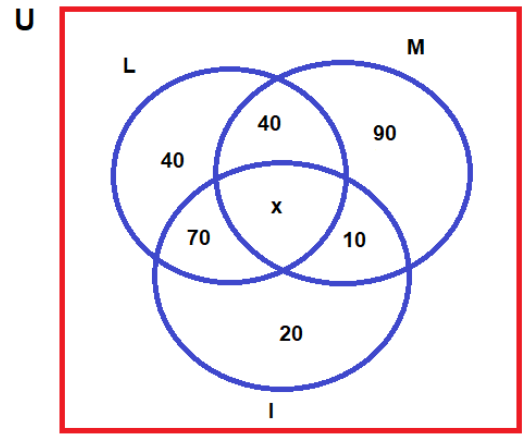


De estas dos representaciones de los datos, se puede afirmar correctamente que

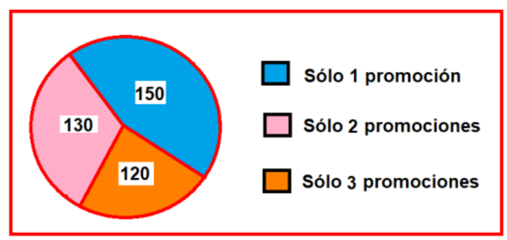
a. La tabla y la gráfica contienen exactamente la misma información.
b. La tabla posee más información que la gráfica
c. La gráfica posee más información que la tabla
d. No es posible comparar la información de la gráfica y de la tabla.

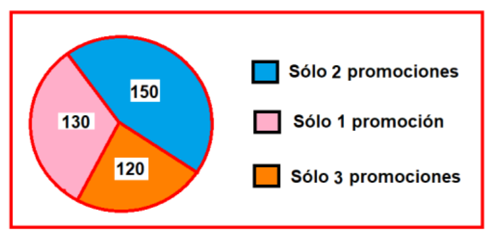
Responda la pregunta 8 de acuerdo a la siguiente información

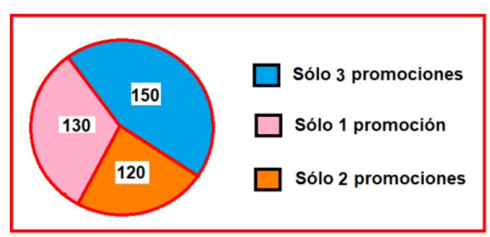
Cuatrocientos usuarios de telefonía celular recibieron una promoción para llamadas a celular (L), envío de mensajes de texto (M) y navegación por internet (I). La cantidad de personas que aprovechó la promoción por servicio se muestra en el siguiente diagrama de Venn

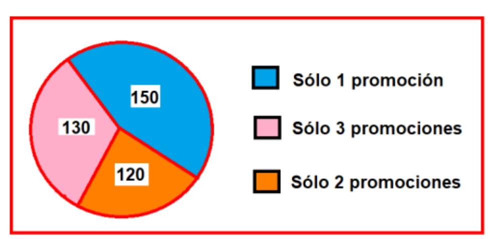


8. El grafico que representa la cantidad de personas que usaron solo dos promociones es:

a.


b.


c.


d.


8.2.7.1. Respuestas al taller No 7.

Punto 1

Teniendo en cuenta el diagrama de Venn podemos ver que

750 = 120 + 120 +70 + x +170 + 40 + 84 + 105

750 = x + 709

x = 750 – 701

x = 41

como ya se encontró el valor de la incógnita podemos averiguar el total de los usuarios que usuran la navegación por internet, así:

I = 70 + 41 + 40 + 84

I = 235

Punto 2

Realizando el diagrama de Venn con los datos de la situación:

Se identifican los conjuntos presentes en la situación en contexto.

- ✓ Los conjuntos son M, F y S
- ✓ Se establecen las relaciones entre los conjuntos presentes en la situación.
- ✓ Elementos comunes a los 3 conjuntos = ?
- ✓ Elementos comunes a los 2 conjuntos:

M y F = 6

F y S = 4

M y S = 5

- ✓ Elementos que solo pertenecen a un conjunto:

U = 29

M = 13

B = 13

S = 15

Entonces:

Para hallar el número de profesores que dictan las tres áreas se procede de la siguiente manera:

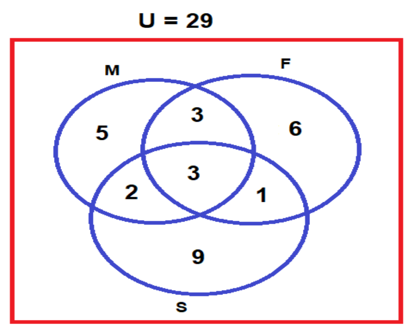
Sumamos los cargos de matemáticas con física y con sistemas: 13 + 13 + 15 = 41

Luego, sumamos los cargos comunes: 6 + 4 + 5 = 15

Después realizamos una resta para hallar los que dictan las tres áreas:

41 – 15 = 26 cargos

Como sabemos que se necesitan 29 cargos y hasta ahora solo se están empleando 26, es decir, faltan 3 cargos que corresponde la intersección de los tres conjuntos, entonces el diagrama de Venn queda de la siguiente manera:



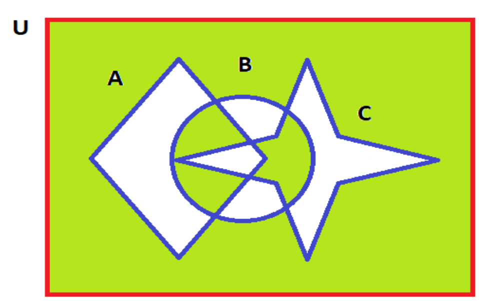
Punto 3

Teniendo como base el diagrama de Venn, podemos observar que 3 son los profesores que dictan las tres áreas.

Punto 4

Teniendo como base el diagrama de Venn, podemos observar que 5 son los profesores que dictan solo el área de matemáticas.

Punto 5



Punto 7

Como se puede observar en la pregunta y en los gráficos: diagrama de barras y diagrama circular, se puede concluir que el diagrama circular posee más información específica del contexto.

Punto 8

Como se puede observar en el gráfico:

Las personas que usaron solo una promoción son: 40 + 90 + 20 = 150

Las personas que usaron solo dos promociones son: 70 + 40 + 10 = 120

Las personas que usaron las tres promociones son:

400 = 40 + 40 + 70 + x +90 + 10 + 20

400 = x + 270

x = 400 – 270

<u>x = 130</u>

Por lo tanto, el grafico que corresponde a las personas que solo usaron dos promociones es: