

MANUAL PARA LA ELABORACION DE DIAGRAMAS MOMENTO-CURVATURA DE
SECCIONES DE CONCRETO REFORZADO

DAVID FERNANDO GARCIA SANABRIA

UNIVERSIDAD DE PAMPLONA
FACULTAD DE INGENIERIAS Y ARQUITECTURA
INGENIERIA CIVIL
PAMPLONA

2017

MANUAL PARA LA ELABORACION DE DIAGRAMAS MOMENTO-CURVATURA DE
SECCIONES DE CONCRETO REFORZADO

DAVID FERNANDO GARCIA SANABRIA

TESIS DE GRADO PARA OPTAR AL TITULO DE INGENIERO CIVIL

DIRECTOR DE TESIS:

DEAN ANDERSSON MONTAÑEZ TORRES

ING. CIVIL

UNIVERSIDAD DE PAMPLONA

FACULTAD DE INGENIERIAS Y ARQUITECTURA

INGENIERIA CIVIL

PAMPLONA

2017

2

AGRADECIMIENTOS

Primero agradezco a Dios por darme las capacidades necesarias para obtener un logro más en mi vida y por hacer posible mi crecimiento personal e intelectual.

A mis padres Yolanda y Pablo, a mis hermanos Pablo, Nancy y German gracias por su apoyo y confianza que siempre demostraron en todo este camino para lograr obtener el título de Ingeniero Civil.

Un agradecimiento especial a mi primo Julián Cruz quien fue un gran apoyo y mi compañero, quien me ayudo a salir adelante en muchas situaciones adversas.

Agradezco a mis amigos más cercanos quienes me apoyaron y con quienes viví grandes experiencias durante mi vida universitaria.

Agradecimiento al Ingeniero Dean Andersson Montañez quien confió en mis capacidades para poder realizar este trabajo y fue un excelente director de trabajo de grado.

Un agradecimiento enorme a la Universidad de Pamplona y a los profesores del programa de Ingeniería Civil quienes se esforzaron día a día en compartir sus conocimientos y experiencias que servirán en mi vida profesional.

Por último, agradezco a esas personas que de una u otra manera aportaron en mi crecimiento integral durante la estancia en la ciudad de Pamplona.

DEDICATORIA

Este gran logro en mi vida lo dedico a mis padres y hermanos quienes siempre creyeron y desearon lo mejor para mí. Dedico este nuevo logro a una persona muy especial que me acompaña desde el cielo, mi abuelo Justo Pastor Sanabria. Son ellos los que me impulsaron a seguir adelante cada día y obtener este nuevo e importante logro en mi vida, una nueva etapa inicia llena de oportunidades y puertas abiertas.

TABLA DE CONTENIDO

PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA.....	14
JUSTIFICACION.....	16
OBJETIVOS.....	17
OBJETIVO GENERAL	17
OBJETIVOS ESPECIFICOS	17
INTRODUCCION	18
1. MARCO REFENCIAL	20
1.1. MARCO HISTORICO	20
1.2. MARCO CONCEPTUAL.....	22
1.2.1. DISEÑO SISMO RESISTENTE POR DESEMPEÑO.....	22
1.2.2. MODELOS DE ESFUERZO-DEFORMACIÓN DE MATERIALES.....	23
1.2.3. RELACIÓN MOMENTO-CURVATURA.....	23
1.2.4. CURVATURA	25
1.2.5. DUCTILIDAD	26
1.2.6. DIAGRAMAS MOMENTO – CURVATURA	26
1.3. MARCO TEORICO	27
1.3.1. COMPORTAMIENTO DE LAS ESTRUCTURAS DE CONCRETO REFORZADO	

1.3.1.1	TIPOS DE FALLA EN SECCIONES DE CONCRETO REFORZADO.	29
1.3.1.2	ESTADOS LÍMITE DE DISEÑO DE LA SECCIÓN.	31
1.3.2.	DIAGRAMAS ESFUERZO-DEFORMACIÓN DE LOS MATERIALES.....	33
1.3.2.1	LEY CONSTITUTIVA DE HOGNESTAD.....	33
1.3.2.2	LEY CONSTITUTIVA DE KENT Y PARK.	34
1.3.2.3	LEY CONSTITUTIVA DE MANDER.....	36
1.3.3.	CARACTERÍSTICAS Y MODELOS DE ESFUERZO-DEFORMACIÓN DEL ACERO DE REFUERZO	37
1.3.4.	DIAGRAMAS NUMÉRICOS DE MOMENTO-CURVATURA ANTE CARGAS MONOTÓNICAS	38
1.3.4.1	PRINCIPIO DE EQUILIBRIO DE FUERZAS INTERNAS	38
1.3.4.2	METODOLOGÍA DE CONSTRUCCIÓN DE DIAGRAMAS MOMENTO- CURVATURA	39
1.3.5.	MODELOS DE APROXIMACIÓN BILINEAL DE DIAGRAMAS DE MOMENTO-CURVATURA	42
1.3.5.1	MODELO PROPUESTO POR PRIESTLEY	42
1.3.5.2	MODELO ADOPTADO POR CALTRANS Y AASHTO.....	43
1.3.6.	APLICACIONES DE LA RELACIÓN MOMENTO – CURVATURA.....	45

1.3.6.1 DUCTILIDAD POR CURVATURA.....	45
1.3.6.2 RESERVA DE DUCTILIDAD POR CURVATURA.....	45
1.3.6.3 REDISTRIBUCIÓN DE MOMENTOS	46
1.3.6.4 INERCIA AGRIETADAS.....	47
1.3.6.5 ÍNDICES DE DAÑO SÍSMICO LOCAL.....	48
1.3.6.6 RÓTULA PLÁSTICA	49
2. METODOLOGIA	51
2.1. FASE 1. DETERMINACION DE LOS MODELOS CONSTITUTIVOS A UTILIZAR.	
51	
2.1.1 MODELO CONSTITUTIVO DE MANDER PARA EL CONCRETO CONFINADO Y NO CONFINADO	52
2.1.1.1 MODELO PARA EL CONCRETO CONFINADO.....	52
2.1.1.2 MODELO PARA EL CONCRETO NO CONFINADO.....	55
2.1.2 MODELO DE KING PARA EL ACERO DE REFUERZO	55
2.2 FASE 2. PROGRAMACION DEL CODIGO FUENTE EN MATLAB®	57
2.2.1. INGRESO DE DATOS.....	57
2.2.1.1 Ingresar las dimensiones de la sección	58
2.2.1.2 Ingresar las dimensiones de la sección y detalles del refuerzo.	58

2.2.1.3 Propiedades de los materiales	59
2.2.1.4. Carga aplicada a la sección	60
2.2.2 OBTENCION DE DATOS DE DIAGRAMAS DE ESFUERZO-DEFORMACION DEL CONCRETO Y EL ACERO DE REFUERZO	61
2.2.3 DIAGRAMA MOMENTO-CURVATURA.....	61
2.2.3.1 Aproximación bilineal	64
2.2.4 SALIDA DE DATOS.....	64
2.2.4.1 DATOS DE LA SECCION Y PROPIEDADES DE LOS MATERIALES	65
2.2.4.2 RESULTADOS DEL ANALISIS DE LA SECCION.....	65
2.2.4.2.1 Datos del diagrama momento-curvatura	65
2.2.4.2.2 Aproximación Bilineal	66
2.2.4.2.3 Valores clave	66
2.3 FASE 3. APLICACIÓN DEL PROGRAMA REALIZADO.....	66
2.3.1 SECCION 1. COLUMNA RECTANGULAR DE 40cm*50cm.....	67
2.3.1.1 Calculo manual de un punto del diagrama momento-curvatura para la sección analizada.....	73
2.3.2 SECCION 2. COLUMNA CIRCULAR DE DIAMETRO 60cm.....	78

2.4	FASE 4. APLICACIÓN DEL SOFTWARE RESPONSE 2000 PARA LA OBTENCION DE LOS DIAGRAMAS MOMENTO-CURVATURA.....	84
2.4.1	SECCION 1. COLUMNA RECTANGULAR DE 40cm*50cm, RESPONSE 2000. 85	
2.4.2	SECCION 2. COLUMNA CIRCULAR DE DIAMETRO 60cm, RESPONSE 2000. 87	
3.	ANALISIS DE DATOS Y RESULTADOS	89
3.1	COMPARACION GRAFICA DE DATOS OBTENIDOS POR LOS PROGRAMAS UTLIZADOS.	89
3.1.1	COMPARACION DE DATOS DE LA SECCION 1.....	89
3.1.2	COMPARACION DE DATOS DE LA SECCION 2.....	91
3.2	RESULTADOS DE LA COMPARACIÓN DE DATOS.	92
3.3	FACTORES QUE INFLUYEN EN LA DUCTILIDAD POR CURVATURA DE LA SECCION RECTANGULAR ANALIZADA.	93
3.3.1.	INFLUENCIA DE LA CUANTIA DE ACERO A TRACCION.	93
3.3.2.	INFLUENCIA DE LA CUANTIA DE ACERO A COMPRESION.....	95
3.3.3.	INFLUENCIA DE LA BASE DE LA SECCION.	96
3.3.4.	INFLUENCIA DE LA RESISTENCIA A COMPRESION DEL CONCRETO.....	97
3.3.5.	INFLUENCIA DE LA ZONA DE CONFINAMIENTO.	98

CONCLUSIONES 101

RECOMENDACIONES 103

BIBLIOGRAFÍA..... 104

LISTA DE FIGURAS

Figura 1. Relaciones momento curvatura para secciones de viga simplemente reforzadas.....	24
Figura 2. Representación gráfica de la Curvatura de una sección de H.A.	25
Figura 3 . Distribución de deformaciones para cada uno de los tres tipos de falla	30
Figura 4 Estados Límite de Diseño de Secciones de H.A.	33
Figura 5 Ley constitutiva propuesta por Hognestad para el concreto	34
Figura 6 Ley constitutiva propuesta por Kent y Park para el concreto	35
Figura 7 Ley constitutiva propuesta por Mander para el concreto.....	36
Figura 8 Ley constitutiva propuesta por Park y Paulay para el acero	37
Figura 9 Metodología para cálculo de un punto del diagrama momento-curvatura.	40
Figura 10 Diagrama momento-curvatura de sección rectangular 40x70 cm.	41
Figura 11 Diagrama momento-curvatura bilineal idealizado propuesto por Priestley.....	43
Figura 12 Diagrama momento-curvatura bilineal idealizado adoptado por Caltrans y AASHTO	44
Figura 13 Modelo Trilineal y un Momento actuante ante un sismo severo	46
Figura 14 Formación de Rótula Plástica y Longitud de Penetración.....	50
Figura 15 Modelo de esfuerzo – deformación de Mander para concreto confinado y no confinado.	52
Figura 16 Modelo de esfuerzo – deformación de King para el acero de refuerzo.	55
Figura 17 Valores estadísticos para las barras ensayadas.	60
Figura 18 Sección y geometría de columna rectangular de 40*50.	67
Figura 19 Ingreso de datos de la sección 1.....	69
Figura 20 Modelo para concreto confinado y no confinado sección 1.	70
Figura 21 Modelo para el acero de refuerzo sección 1.	70

Figura 22 Relación Momento - Curvatura sección 1	71
Figura 23 Hoja de resultados, análisis de columna sección 1. Fuente: CIVIL-UP.	72
Figura 24 Sección 1 con diagrama de deformaciones y esfuerzos para una deformación unitaria en el concreto $\epsilon_c = 0.0002$	73
Figura 25 Resultados obtenidos por el programa para la sección 1, cuando $\epsilon_c = 0.0002$	77
Figura 26 Sección y geometría de columna circular. Sección 2.	78
Figura 27 Ingreso de datos de la columna circular sección 2.....	80
Figura 28 Modelo para concreto confinado y no confinado columna circular sección 2.	81
Figura 29 Modelo para acero de refuerzo de columna circular sección 2.....	81
Figura 30 Relación Momento - Curvatura columna circular sección 2.	82
Figura 31 Hoja de resultados análisis de columna circular. Sección 2.	83
Figura 32 Sección de columna rectangular. Response 2000.	85
Figura 33 Diagrama momento curvatura de la sección 1. Response 2000.	85
Figura 34 Resultados del análisis de la sección 1. Response 2000.	86
Figura 35 Sección de columna circular. Response 2000.....	87
Figura 36 Diagrama momento-curvatura de la sección 2. Response 2000.	87
Figura 37 Resultados del análisis de la sección 2. Response 2000.	88
Figura 38 Comparación modelos del concreto. Sección 1.	89
Figura 39 Comparación modelos del acero. Sección 1.	90
Figura 40 Comparación de diagramas momento-curvatura sección 1.	90
Figura 41 Comparación de modelos del concreto. Sección 2.	91
Figura 42 Comparación modelos del acero. Sección 2.	91
Figura 43 Comparación de diagramas momento-curvatura sección 2.	92
Figura 44 Influencia del área de refuerzo a tracción en la ductilidad de la sección 1.....	94

Figura 45 Influencia del área de refuerzo a compresión en la ductilidad de la sección 1.....	95
Figura 46 Influencia del incremento del ancho de la base en la ductilidad de la sección 1.....	96
Figura 47 Influencia de la resistencia del concreto en la ductilidad de la sección 1.....	97
Figura 48 Influencia del confinamiento en la ductilidad de la sección 1.....	98
Figura 49 Influencia del confinamiento y tipo de refuerzo transversal en la ductilidad de la sección 2.....	99

PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

Los sismos o terremotos son uno de los eventos naturales más devastadores que causan grandes pérdidas de vidas y de bienes materiales. La época moderna y la implementación de nuevas tecnologías han impulsado e incrementado en gran número los diseños arquitectónicos innovadores, estas estructuras requieren métodos de diseño sísmico más eficientes para proteger la vida y los bienes de las personas; esto ha puesto en evidencia la necesidad de adoptar nuevos métodos de diseño sísmico. Además, el avance tecnológico en el área de la Ingeniería Sísmica, ha rebasado las metodologías actuales de diseño sísmico.

Por las debilidades detectadas en el comportamiento de las estructuras frente a determinados sismos, es que ha motivado a las normas y códigos sísmicos a cambiar de una forma de diseño estructural fundamentado en la resistencia a una filosofía más eficiente y adecuada de Diseño por Desempeño. Con este nuevo criterio se hace ver que un aumento en la resistencia global de la estructura no garantiza en su totalidad la seguridad de la misma, sino que más importante es la distribución de la resistencia en toda la estructura que el mismo cortante basal de diseño. Esta filosofía establece, el garantizar la formación de las rótulas plásticas en las vigas y no en los pilares (columna fuerte - viga débil) y que la resistencia de los elementos estructurales a cortante sea mayor que a flexión.

El diseño por desempeño recomienda la necesidad que desde un inicio del proceso de diseño el ingeniero considere de manera explícita los niveles de daños esperados durante la vida de la estructura para un determinado sismo. Para poder caracterizar estos niveles de daños, códigos y normas sísmicas (SEAOC Comité Vision 2000, 1995) definen distintos niveles de comportamiento de las estructuras los cuales están asociados a diferentes umbrales de estados de daño.

Existen distintas metodologías para medir el daño, una de estas son los índices de daño de (PARK R. y PAULAY T., 1975) que permite la caracterización del daño a través del empleo del análisis de paso a paso en el tiempo, pero tienen el inconveniente de ser muy costosos computacionalmente. A pesar de que se han hecho arduas investigaciones en torno a la evaluación y cuantificación del daño, los investigadores no han unificado aún un criterio común para establecer los umbrales o límites que definen los distintos estados de daños.

Observando las incertidumbres que hay para medir el grado de detrimento en las estructuras, es bueno considerar el daño global como un promedio ponderado de los daños en los elementos estructurales.

Es por esta razón que antes de hablar de un Sistema Estructural es de suma importancia estudiar por separado el desempeño de los elementos que conforman dicho sistema, lo que conlleva a determinar la capacidad de absorción de momento, la ductilidad por curvatura, y el tipo de falla que cada elemento diseñado presenta; consecuentemente el diagrama momento-curvatura del elemento nos proporciona la información necesaria. (MARTE, 2014).

Para hacer el análisis en cada elemento estructural de forma económica y así cuantificar el daño presente en la estructura se utilizarán y estudiarán los diagramas de momento-curvatura los cuales son un insumo básico para el diseño basado en desempeño y con los cuales se pueden establecer los índices de daño existente en cada elemento estructural para definir el daño global de la estructura.

Por lo anteriormente expuesto, se hace necesario buscar una alternativa que no genere grandes costos de operación y ejecución computacional y sea fácil de implementar para obtener los diagramas de momento-curvatura.

JUSTIFICACION

La temática planteada en la presente tesis es de gran interés técnico para aquellos ingenieros civiles que opten por realizar estudios de postgrado aplicados en la línea de las estructuras ya que ofrece conocimientos básicos muy importantes para entender el comportamiento de la estructura en el rango elástico y no elástico, basándose en la nueva filosofía del diseño basado en el desempeño estructural y utilizando un sistema fácil de entender e implementar como es la relación momento-curvatura.

Este trabajo tiene la finalidad de profundizar el fundamento teórico visto en las materias de Estructuras haciendo un análisis de la nueva filosofía del diseño basada en el desempeño en las estructuras construidas bajo criterios sísmicos y para entender el comportamiento de las secciones de concreto reforzado en todos los elementos de la estructura.

Actualmente existen programas para poder cuantificar estos niveles de daño presentes en la estructura, pero estos generan grandes obstáculos para la comunidad estudiantil, ya que para acceder a ellos se genera un gran costo computacional; por esto es necesario buscar una buena alternativa para empezar a entender este fenómeno utilizando los diagramas de momento-curvatura con los cuales se pueden establecer los distintos niveles de daños existentes en cada uno de los elementos para definir el daño global de la estructura.

El propósito de este trabajo de investigación es elaborar una guía de aplicación para realizar diagramas momento-curvatura utilizando el software MATLAB[®] con el cual se creará un conjunto de códigos fuente, para obtener dichos diagramas. Los códigos serán realizados utilizando el lenguaje de programación (M), propio de la aplicación. Se realizará un manual donde se explicará el procedimiento detallado que ejecutará el programa para una fácil implementación e interpretación por parte del usuario.

OBJETIVOS

OBJETIVO GENERAL

Elaborar un manual para realizar diagramas de momento-curvatura de secciones rectangulares y circulares de concreto reforzado.

OBJETIVOS ESPECIFICOS

- Definir la relación esfuerzo deformación del concreto y del acero estructural.
- Programar un código fuente en MATLAB® para obtener los diagramas de momento-curvatura.
- Realizar un manual donde se encuentre el procedimiento detallado para obtener los diagramas.
- Determinar la influencia de las condiciones de la sección en el comportamiento dúctil del elemento estructural.

INTRODUCCION

De manera general, el diseño basado en el desempeño sísmico consiste en la selección de apropiados esquemas de evaluación que permitan el dimensionado y detallado de los componentes estructurales, no estructurales y del contenido, de manera que para un nivel de movimiento especificado y con diferentes niveles de confiabilidad, la estructura no debería ser dañada más allá de ciertos límites (BERTERO, 1993). Tiene por objeto el desarrollo de métodos que permitan concebir, diseñar, construir y mantener edificaciones que sean capaces de exhibir un desempeño predecible, cuando son afectadas por sismos.

Esto ha llevado a la investigación de nuevas tendencias de diseño que preserven el concepto principal de salvaguardar vidas pero además logren conseguir un comportamiento dinámico predecible para cualquier tipo de solicitación, ya sea un evento sísmico de menor intensidad o el sismo más intenso que sucederá una vez en 475 años (SEAOC Comite Vision 2000, 1995), esta nueva teoría de diseño establece que debemos diseñar para varios estados de servicio es decir para diferentes intensidades de movimientos telúricos.

En el proceso del diseño estructural es importante conocer la relación momento-curvatura de las secciones de los elementos estructurales, con el objetivo de saber cuál es la capacidad de ductilidad de curvatura y la máxima capacidad a flexión del elemento, para luego hacer una comparación entre estos valores y las demandas obtenidas en el diseño sismo-resistente de una estructura. Es fundamental conocer la relación $M - \theta$ para encontrar la rigidez de cada una de las ramas del diagrama histerético que se utiliza para definir la no linealidad del material. La relación $M - \theta$ es la base del análisis no lineal dinámico y del análisis no lineal estático.

Para el análisis no lineal: estático o dinámico, se necesita conocer las relaciones momento-curvatura o momento-rotación, para el caso de flexión y flexo compresión; de estos diagramas se

obtiene la rigidez de una sección de acuerdo al nivel de cargas que gravita sobre la misma. (AGUIAR Roberto, RODRIGUEZ Michael, MORA David, 2015,1).

Una herramienta que permite percibir directamente la capacidad de deformación de una sección y su comportamiento hasta el agotamiento, es el diagrama momento-curvatura. Esta herramienta describe la respuesta de una sección durante toda su historia de carga. (KWAN HG. y KIM SP., 2002).

El diagrama momento-curvatura es una representación gráfica del lugar geométrico definido por los momentos flectores y las curvaturas que les corresponden en la historia de carga de una sección. En el caso de secciones de concreto reforzado, los diagramas obtenidos son dependientes de la geometría y disposición de los materiales que los conforman. Así mismo, los diagramas dependen de las leyes constitutivas consideradas para el concreto, el refuerzo de acero, y el acero de los tendones post tensados. (CHANG, 2015).

Una de las aplicaciones más importantes de la relación momento-curvatura es la ductilidad por curvatura la cual ayuda a entender el comportamiento de la sección de determinado elemento estructural. Si una sección tiene muy poca ductilidad por curvatura va a presentar una falla frágil cuando la estructura ingrese al rango no lineal. Es importante obtener una buena ductilidad para disipar la mayor energía y así dar paso a la distribución de momentos. (AGUIAR, 2003)

El (ASCE 41, 2011), proporciona tablas que facilitan el cálculo de estos diagramas, pero estas tablas describen los comportamientos de las secciones de manera general. El cálculo con estas tablas implica evaluar algunos criterios y en la mayoría de los casos se debe interpolar con los valores de las tablas, esto genera un gran gasto de tiempo ya que debe hacerse de forma manual. Por esto es recomendable realizar los diagramas Momento-Curvatura específicos de cada sección utilizando un software el cual permitirá reducir el tiempo de ejecución y disminuirá significativamente el porcentaje de incertidumbre en los resultados.

1. MARCO REFENCIAL

1.1. MARCO HISTORICO

Para situarnos en el marco actual y global del diseño por desempeño debemos remitirnos al trabajo realizado por la comunidad científica de los Estados Unidos, en respuesta a los fuertes sismos que han enfrentado en su historia. Es preciso mencionar para efectos de situarnos en el tiempo de los avances logrados por investigadores de toda la nación, en particular de la University of California at Berkeley como el doctor Bertero, y de las agencias federales y asociaciones relacionadas con la seguridad y salvaguarda de la población norteamericana, entre ellas; la Agencia Federal de Administración de Emergencias (FEMA) que fue creada en 1979 y que ha sido responsable de editar y emitir los progresos del diseño sísmico en los Estados Unidos. Estos documentos han servido como referencia y han alentado a los códigos de diversas naciones a adoptar sus criterios u evolucionar de manera casi paralela.

Los principios del diseño por capacidad fueron introducidos en Nueva Zelanda por (PARK R. y PAULAY T., 1975), quienes consideraron que un incremento en la resistencia global de una estructura podría garantizar la seguridad y, por consiguiente, reduce el daño necesariamente. A partir de este momento se comenzó a desarrollar una nueva filosofía de diseño, en la cual la distribución de la resistencia a lo largo de toda la estructura era más importante que el valor global del cortante basal de diseño.

Un importante avance consistió en identificar que una estructura en portal podría comportarse mejor ante una acción sísmica, si pudiera garantizarse que las rótulas plásticas se formen en las vigas, y no en las columnas (mecanismo de viga débil-columna fuerte), y si la resistencia de cortante de los miembros excediera a la correspondiente resistencia a flexión. Estos dos aspectos

pueden ser considerados como el inicio de la nueva filosofía de diseño basada en el desempeño, por medio de la cual es posible controlar y predecir tanto el comportamiento de la estructura como el potencial de daño. (PRIESTLEY. M. J. N., 2007).

El enfoque principal de la mayoría de los códigos de diseño, incluyendo el actual Código Internacional de Construcción 2003, es asegurar la seguridad de la vida, sin embargo, se trabaja de manera cada vez más intensa en el desarrollo de métodos de análisis, evaluación y diseño lo suficientemente probados como para que en el futuro cercano puedan ser aceptados de implementarse en las normativas existentes. Mayormente estas metodologías hoy se utilizan para la evaluación y reparación de estructuras existentes.

Para todos los casos analizados las curvas $M - \phi$ presentan gran similitud con las curvas $\sigma - \epsilon$ del acero de refuerzo truncadas en los niveles de solicitación que alcanza el acero en el momento de fallar la cabeza de compresión del hormigón. La ductilidad de la sección (curvas $M - \phi$) es siempre menor que la ductilidad del refuerzo de acero (curvas $\sigma - \epsilon$) confirmando una propiedad que teóricamente debe cumplirse siempre en este tipo de elementos.

Mientras más larga y horizontal es la meseta de fluencia mayor será la ductilidad del elemento para un mismo grado de endurecimiento. Sin embargo, presenta dos problemas fundamentales: el primero es que el tamaño de las fisuras puede alcanzar valores inaceptables, y el segundo es que las cuantías máximas deben reducirse fuertemente para que las tensiones en el acero entren en la zona de endurecimiento antes de que falle el elemento por compresión en el hormigón. (LURDES SCH, 1983)

1.2. MARCO CONCEPTUAL

1.2.1. DISEÑO SISMO RESISTENTE POR DESEMPEÑO

El diseño basado en el desempeño sísmico consiste en la selección de apropiados esquemas de evaluación que permitan el dimensionado y detallado de los componentes estructurales, no estructurales y del contenido, de manera que para un nivel de movimiento especificado y con diferentes niveles de confiabilidad, la estructura no debería ser dañada más allá de ciertos límites (BERTERO, 1993)

Esto ha llevado a la investigación de nuevas tendencias de diseño que preserven el concepto principal de salvaguardar vidas pero además logren conseguir un comportamiento dinámico predecible para cualquier tipo de sollicitación, ya sea un evento sísmico de menor intensidad o el sismo más intenso que sucederá una vez en 475 años (SEAOC Comité Vision 2000, 1995), esta nueva teoría de diseño establece que debemos diseñar para varios estados de servicio es decir para diferentes intensidades de movimientos telúricos.

Es por esta razón que antes de hablar de un Sistema Estructural es de suma importancia estudiar por separado el desempeño de los elementos que conforman dicho sistema, lo que conlleva a determinar la capacidad de absorción de momento, la ductilidad por curvatura, y el tipo de falla que cada elemento diseñado presenta; consecuentemente el diagrama momento – curvatura del elemento nos proporciona la información necesaria. (MARTE, 2014).

Es así que se tiene como objetivo producir Sistemas Estructurales que sean capaces de resistir las excitaciones sísmicas por medio de un mecanismo plástico consistente y estable, que sea capaz de absorber demandas importantes de comportamiento plástico y disipar un gran porcentaje de la energía que la excitación sísmica introduce a la estructura. (PARK R. y PAULAY T., 1975)

1.2.2. MODELOS DE ESFUERZO-DEFORMACIÓN DE MATERIALES

En el caso de elementos de concreto reforzado convencional, el refuerzo consiste en barras de acero, usualmente dúctil. Durante el análisis de una sección es necesario contar con modelos que caractericen el comportamiento de los materiales que la conforman. Dichos modelos son conocidos como leyes constitutivas de los materiales o modelos esfuerzo-deformación.

Los modelos esfuerzo-deformación relacionan el esfuerzo al que se somete un material y la deformación unitaria que le corresponde. El comportamiento de los materiales es complejo por naturaleza y varía según la muestra y las condiciones de demanda a las cuales se someten. Por ello, es imposible representar perfectamente el comportamiento de un material mediante un modelo esfuerzo-deformación. No obstante, las leyes constitutivas pueden caracterizar a los materiales con suficiente precisión para ser útiles en el estudio analítico de secciones. (CHANG, 2015).

1.2.3. RELACIÓN MOMENTO-CURVATURA

La relación momento-curvatura en una sección de concreto reforzado es lineal solo para momentos flectores menores al momento de agrietamiento. Esta relación nos entrega información acerca de:

La capacidad nominal o sobre-resistencia de la sección.

Curvatura a la primera fluencia.

Curvatura última y ductilidad de la sección (o ductilidad de curvatura).

Curvaturas correspondientes a límites de desempeño de los materiales.

Si una sección tiene muy poca ductilidad por curvatura va a presentar una falla frágil cuando la estructura ingrese al rango no lineal. Es importante obtener una buena ductilidad para disipar la mayor energía y así dar paso a la distribución de momentos.

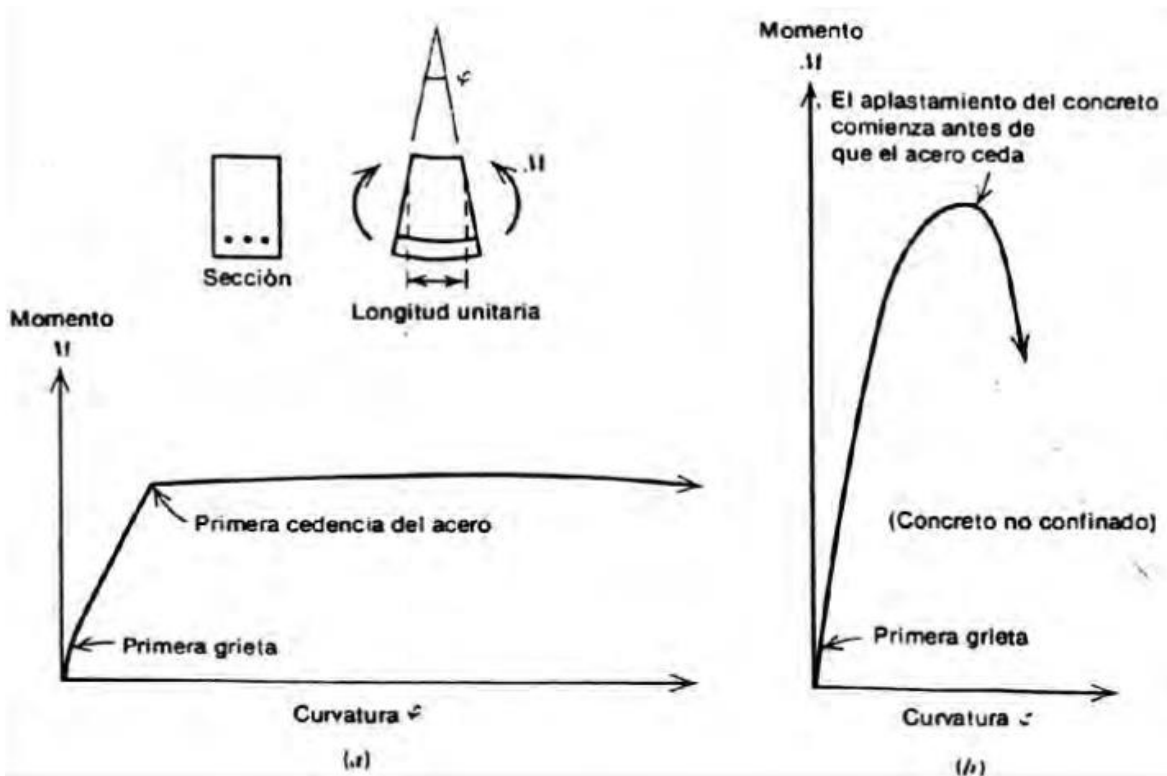


Figura 1. Relaciones momento curvatura para secciones de viga simplemente reforzadas
 (a) Sección que falla a tensión, $\rho < \rho_b$; (b) Sección que falla a compresión, $\rho > \rho_b$. (Park y Paulay, 1997).

Fuente: Manual del Idarc 2D, 2002

En el análisis no lineal es fundamental conocer la relación $M - \phi$, para encontrar la rigidez de cada una de las ramas del diagrama histerético y definir la no linealidad del material. La relación $M - \phi$ es la base del análisis no lineal estático y del análisis no lineal dinámico. (PARK R. y PAULAY T., 1975).

1.2.4. CURVATURA

Se conoce como curvatura de una sección de concreto reforzado a la relación entre la deformación específica del concreto y la distancia desde la fibra más comprimida del concreto al eje neutro, correspondiente a dicha deformación.

$$\phi = \frac{\xi_c}{c}$$

En donde ϕ es la curvatura, c la distancia desde la fibra más comprimida del concreto al eje neutro, y ξ_c la deformación específica del concreto. (PRIESTLEY. M. J. N., 2007)

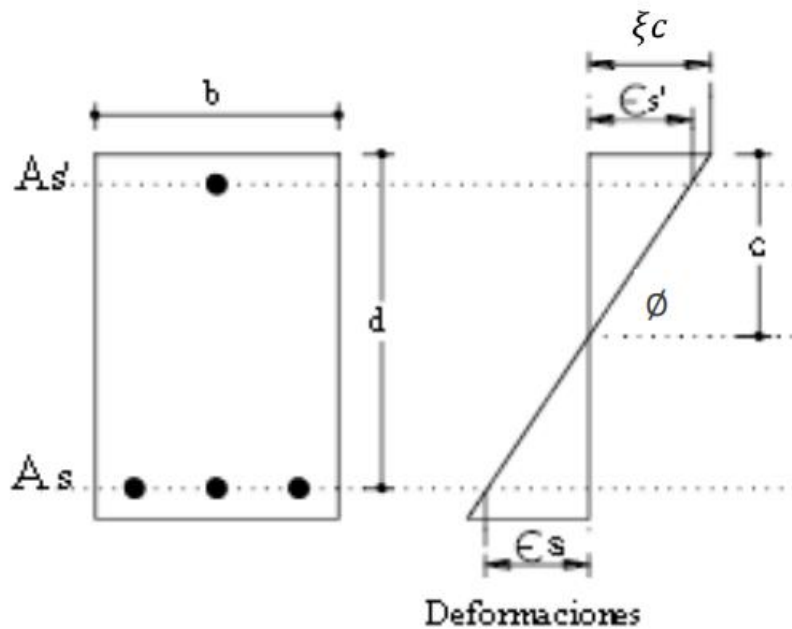


Figura 2. Representación gráfica de la Curvatura de una sección de H.A.

Fuente: MEDINA, W. "Guía de Diseño de Hormigón Armado"

1.2.5. DUCTILIDAD

Según la (NSR-10, 2010) la ductilidad es la capacidad que tiene un elemento estructural de resistir, sin fallar, deformaciones que lleven al material estructural más allá del límite elástico, o límite donde las deformaciones son linealmente proporcionales al esfuerzo o fuerza aplicada. La ductilidad por curvatura es cuando la ductilidad se mide con respecto a la curvatura de la sección. La ductilidad se define como la relación entre la deformación de agotamiento y la deformación que marca el inicio del comportamiento inelástico de un elemento o sección. La ductilidad permite expresar de manera cuantitativa la capacidad de deformación inelástica disponible, y puede entenderse como la capacidad de un elemento para soportar deformaciones inelásticas sin presentar una pérdida importante de capacidad. (CHANG, 2015).

Si un elemento posee poca capacidad de ductilidad de curvatura, lo más probable es que presente una falla de tipo frágil cuando la estructura ingrese al rango no lineal. Este tipo de falla no es deseable en estructuras sismo-resistentes. Un valor alto de ductilidad de curvatura hace que la edificación dé amplia advertencia de falla en el rango no lineal; además, hará posible la redistribución de momentos y la disipación de energía. (MEDINA ROBALINO, 2012)

1.2.6. DIAGRAMAS MOMENTO – CURVATURA

En el proceso del diseño estructural es importante conocer la relación Momento-Curvatura de las secciones de los elementos estructurales, con el objetivo de saber cuál es la capacidad de ductilidad de curvatura y la máxima capacidad a flexión del elemento, para luego hacer una comparación entre estos valores y las demandas obtenidas en el diseño sismo-resistente de una estructura.

En el análisis no lineal, es fundamental conocer la relación $M - \theta$ para encontrar la rigidez de cada una de las ramas del diagrama histerético que se utiliza para definir la no linealidad del material.

La relación $M - \emptyset$ es la base del análisis no lineal dinámico y del análisis no lineal estático. (MEDINA ROBALINO, 2012)

El diagrama momento-curvatura es la representación gráfica del lugar geométrico definido por los momentos flectores y las curvaturas asociadas a los mismos para una sección determinada. En el caso de elementos de concreto reforzado, los diagramas son dependientes de la geometría y disposición de los materiales que conforman la sección compuesta. Así mismo, los diagramas dependen de las leyes constitutivas consideradas para el concreto, el refuerzo de acero, y el refuerzo de preesfuerzo.

La construcción de diagramas momento-curvatura permite el estudio de la ductilidad de una sección y del elemento, así como permite entender el desarrollo de rótulas plásticas y redistribución de momentos flectores. Los diagramas momento-curvatura convencionalmente consideran deformaciones generadas por solicitaciones de flexión pura, lo cual es válido cuando estas son las predominantes en el elemento estructural en estudio. (CHANG, 2015).

1.3. MARCO TEORICO

1.3.1. COMPORTAMIENTO DE LAS ESTRUCTURAS DE CONCRETO REFORZADO

El comportamiento de los materiales que forman el concreto reforzado depende de muchas de variables, lo cual implica la existencia de muchos modelos con diversos grados de complejidad. La forma de aplicación de cargas, o la interacción entre cada uno de los materiales que conforman una sección, son algunas de las variables que justifican la existencia de una gran cantidad de leyes constitutivas diferentes. Para el caso de estos elementos, es necesario definir el comportamiento del concreto y el del acero de refuerzo. (CHANG, 2015).

El concreto tiene una considerable resistencia a la compresión, sin embargo, posee una muy baja resistencia a la tracción, la resistencia a la tracción es del orden de la décima parte de la resistencia a compresión. Pero, además, la capacidad resistente a tracción del concreto se ve afectada por otras razones. En primer caso, a diferencia del valor de la resistencia a la compresión, la resistencia a la tracción es muy variable, lo que no brinda valores confiables para su consideración en los procedimientos de cálculo.

La pequeña resistencia a la tracción del concreto es completamente despreciable al aparecer la primera fisura. Al producirse la primera fisura, el concreto pierde continuidad y todo incremento de carga sólo ampliará el ancho de la fisura con lo que el material pierde toda capacidad de absorber tracciones. Deben considerarse curvas esfuerzo-deformación diferentes para el caso del concreto confinado y no confinado ya que su comportamiento es diferente.

El comportamiento mecánico del acero se analiza a través de ensayos de tracción. Esto no significa que el acero tenga un comportamiento diferente a la compresión. Lo que ocurre es que debido a que la esbeltez de las secciones, las hace muy sensibles al fenómeno de pandeo reduciendo su resistencia, lo que llevaría a incrementar la sección del elemento. La forma del diagrama de tensiones-deformaciones del acero presenta un período elástico en el cual las tensiones son proporcionales a las deformaciones específicas.

Si aumentan las cargas se produce un efecto denominado fluencia por el cual crecen las deformaciones específicas sin incremento de tensiones. Es decir, la recta cambia bruscamente de dirección y sigue una trayectoria prácticamente horizontal.

Concluido este período existe un rango de grandes deformaciones plásticas, previas a la rotura. En el diagrama de tensión-deformación del acero tampoco se produce la rotura con una tensión máxima, pero esto se debe a que con anterioridad a la rotura se produce una reducción de la sección de la barra. (MEDINA ROBALINO, 2012).

1.3.1.1 TIPOS DE FALLA EN SECCIONES DE CONCRETO REFORZADO.

En el análisis de secciones de concreto reforzado es de suma importancia conocer los tipos de falla que estos pueden tener. Entre otras cosas esto depende de que el acero fluya antes o después de que el concreto falle, por lo tanto, la naturaleza de la falla es determinada por la cuantía de refuerzo y es de tres tipos (HARMSSEN, 2005):

- Falla por tensión: El acero fluye y el elemento exhibe una falla dúctil. Se aprecian grandes deflexiones y rajaduras antes del colapso lo cual alerta a los usuarios acerca del peligro inminente. Estas secciones son llamadas también sub reforzadas.
- Falla por compresión: El acero no tiene oportunidad de fluir y el concreto falla repentinamente. Estas secciones son llamadas sobre reforzadas. La resistencia de una sección sobre reforzada es mayor que la de otra sub reforzada de dimensiones similares. Sin embargo, la primera no tiene comportamiento dúctil y el tipo de colapso no es conveniente. En el diseño se evita este tipo de falla.
- Falla balanceada: Se produce cuando el concreto alcanza la deformación unitaria última de 0.003 simultáneamente al inicio de la fluencia del acero. Para cada sección existe una cuantía única de acero que ocasiona una falla balanceada la que se denomina cuantía balanceada o básica (ρ_b). Si la sección contiene una mayor cantidad de refuerzo fallará por compresión y si contiene menos cantidad la falla será por tracción. (MEDINA ROBALINO, 2012)

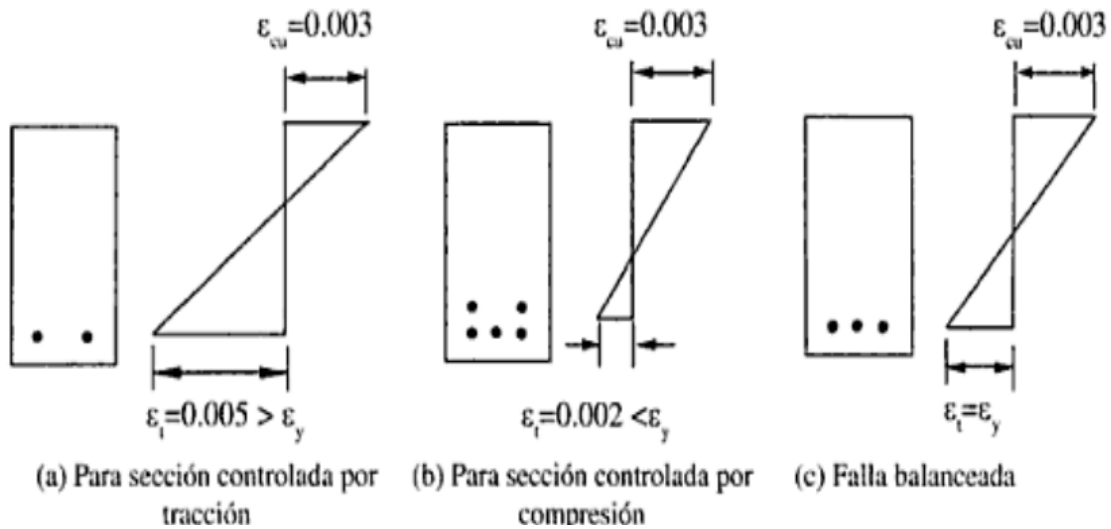


Figura 3 . Distribución de deformaciones para cada uno de los tres tipos de falla

Fuente: HARMSEN, T. “Diseño de Estructuras de Concreto Armado”

Para el diseño de estructuras de concreto reforzados se debe tener en cuenta que:

La cantidad máxima de refuerzo de tracción en elementos sometidos a flexión está limitada con el fin de asegurar un nivel de comportamiento dúctil. La resistencia nominal a la flexión de una sección se alcanza cuando la deformación unitaria en la fibra extrema en compresión alcanza la deformación unitaria última del concreto. Cuando se alcanza la deformación unitaria última del concreto, la deformación unitaria del refuerzo en tracción podría: alcanzar justo la deformación unitaria de la primera fluencia, ser menor que la deformación unitaria de fluencia (elástica) o exceder la deformación unitaria de fluencia (inelástica). La deformación unitaria en el acero cuando el concreto alcanza la deformación unitaria última depende de la relación entre las áreas del refuerzo y el concreto y la relación entre las resistencias de los materiales f_c' y f_y . Si ρ (f_y/f_c') es suficientemente baja, la deformación unitaria en el acero en tracción excederá en gran medida la deformación unitaria de fluencia cuando el concreto alcance su deformación unitaria última, con deflexión grande y amplia advertencias de falla inminente (condiciones de falla dúctil).

Con ρ (f_y/f_c') mayor, la deformación unitaria del acero en tracción puede no alcanzar la deformación de fluencia cuando el concreto alcance su valor último, con una deflexión pequeña del elemento y poca advertencia de falla inminente (condiciones de falla frágil). En el diseño, se considera más conservador restringir la condición de resistencia nominal de manera que se pueda esperar un modo de falla dúctil. A menos que se requieran cantidades no usuales de ductilidad, la limitación de $0.75\rho_b$ proporciona el comportamiento dúctil necesario para la mayoría de los diseños.

Para obtener comportamiento dúctil en vigas con refuerzo en compresión, únicamente debe limitarse aquella porción del total del refuerzo en tracción que es balanceado por la compresión en el concreto, la otra porción del total del refuerzo en tracción, cuya fuerza está balanceada por el refuerzo en compresión, no necesita ser limitada por el factor 0.75.

1.3.1.2 ESTADOS LÍMITE DE DISEÑO DE LA SECCIÓN.

Agrietamiento: Para los miembros de concreto el inicio del agrietamiento marca generalmente el punto de un cambio significativo en la rigidez. Para los miembros críticos que se espera que respondan en el rango inelástico al sismo de diseño, este estado límite tiene poca importancia pues es probable que sea excedido con una excitación sísmica menor a la EQ-I de VISION 2000. (PRIESTLEY. M. J. N., 2007).

Primera Fluencia: Un segundo cambio significativo en la rigidez de un elemento de concreto ocurre al inicio de la fluencia en la fibra extrema del reforzamiento. Este estado límite se utiliza para definir la rigidez elástica apropiada que será utilizada en el análisis de sistemas dúctiles usando reglas simplificadas de histéresis, como una respuesta bi-lineal. (PRIESTLEY. M. J. N., 2007).

Desprendimiento: El inicio del desprendimiento en el recubrimiento de un elemento de concreto es un estado límite significativo particularmente para secciones no confinadas o secciones sujetas a grandes cargas axiales, en donde el desprendimiento está asociado con el inicio de la rigidez incremental negativa y posible pérdida repentina de resistencia. La excedencia de este estado límite representa una condición local que requiere reparación. La resistencia puede seguir aumentando más allá de este estado límite. Conservadoramente, se puede asumir una deformación específica del concreto en compresión de $\xi_c = 0.003$. (PRIESTLEY. M. J. N., 2007).

Pandeo: El inicio del pandeo del acero longitudinal de un miembro de hormigón armado es un estado límite significativo. Más allá de este límite la acción a tomar a menudo requiere que se remueva y se reemplace el miembro. (PRIESTLEY. M. J. N., 2007).

Estado Límite Último: El punto del estado último de un miembro es algo subjetivo. Algunas veces corresponde a un evento físico crítico, como una fractura del refuerzo de confinamiento en una potencial zona de rótula plástica. Otra definición se relaciona con una caída en la resistencia (20% es utilizada a menudo) de la máxima resistencia lograda. Ninguna definición corresponde verdaderamente al estado límite último, dado que al menos un poco de resistencia residual se mantiene para un aumento adicional de desplazamiento. Un estado último verdadero se refiere a la inhabilidad de tomar cargas impuestas, como carga de gravedad en vigas o carga axial en columnas. Esta tiene potenciales consecuencias explosivas. (PRIESTLEY. M. J. N., 2007).

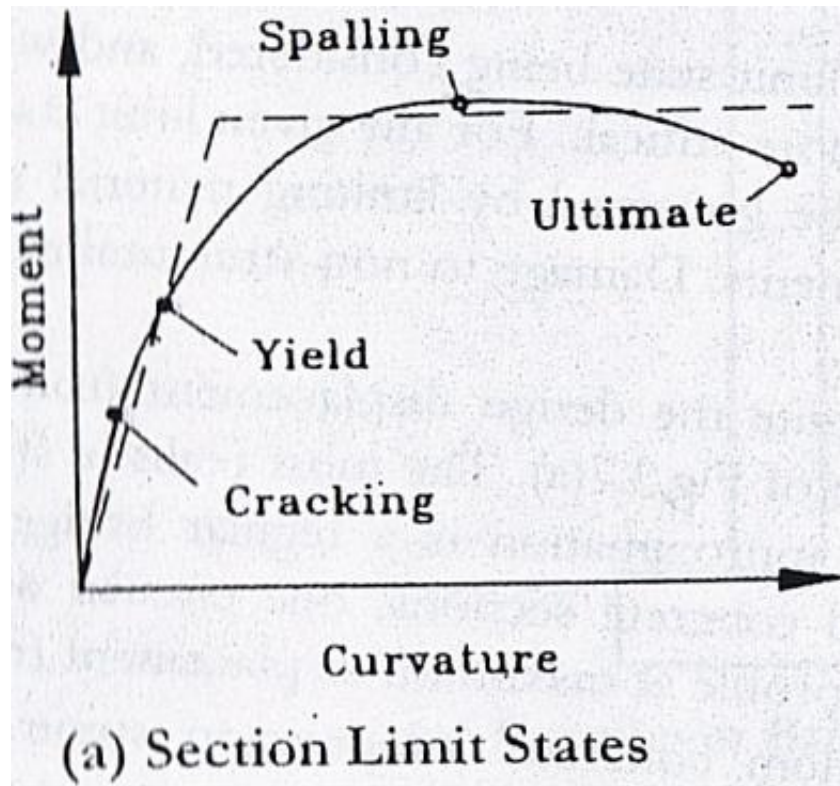


Figura 4 Estados Límite de Diseño de Secciones de H.A.

Fuente: PRIESTLEY "Displacement-Based Seismic Design of Structures"

1.3.2. DIAGRAMAS ESFUERZO-DEFORMACIÓN DE LOS MATERIALES.

El diagrama momento-curvatura de una sección es función de los modelos constitutivos que se utilizan para determinar la relación esfuerzo-deformación del concreto y del acero.

1.3.2.1 LEY CONSTITUTIVA DE HOGNESTAD

El modelo de esfuerzo-deformación de Hognestad, propuesto en 1951, representa el comportamiento del concreto ante cargas monotónicas de compresión por flexión en base al estudio experimental de columnas sometidas a carga axial excéntrica.

Este modelo describe una zona inicial con forma parabólica hasta alcanzar un esfuerzo máximo en función de la capacidad característica del concreto. Posteriormente continúa una zona de descenso lineal hasta alcanzar el esfuerzo de agotamiento con una pérdida de capacidad de 15%. La reducción de capacidad característica considera el efecto del régimen de deformaciones al que se somete el elemento real, y la diferencia en forma y tamaño de la zona en compresión (HOGNESTAD, 1951).

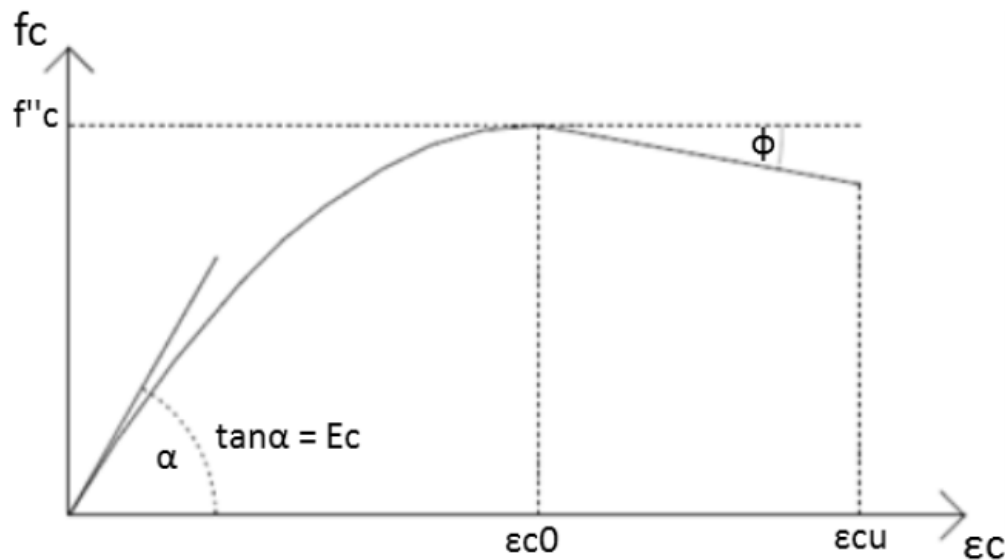


Figura 5 Ley constitutiva propuesta por Hognestad para el concreto

Fuente: (MÉNDEZ, 2012) “Efecto de las deformaciones por cortante en los diagramas momento-curvatura M-psi de secciones de concreto reforzado y sus implicaciones en la evaluación y diseño sísmico de estructuras”.

1.3.2.2 LEY CONSTITUTIVA DE KENT Y PARK.

El modelo de esfuerzo-deformación de Kent y Park, propuesto en 1971, representa el comportamiento del concreto ante cargas monotónicas de compresión por flexión. Se basa en el estudio de información experimental existente de columnas sometidas a carga axial concéntrica y

excéntrica. El modelo de Kent y Park tiene como uno de sus parámetros la cuantía volumétrica de refuerzo de confinamiento, y puede representar el comportamiento del concreto sin confinar y bajo diversos grados de confinamiento.

El modelo de Kent y Park describe una zona inicial parabólica similar a la propuesta por Hognestad, que alcanza el esfuerzo característico del concreto f'_c en una deformación unitaria $\epsilon_0 = 0.002$. Tras este punto continúa una zona decreciente lineal hasta una pérdida de capacidad de 80%, y cuya deformación queda definida en función a la deformación correspondiente a una pérdida de capacidad de 50%. En el caso de concreto confinado, tras alcanzar una pérdida de capacidad de 80%, el modelo de Kent y Park considera una capacidad remanente constante, que se considera válida hasta el agotamiento.

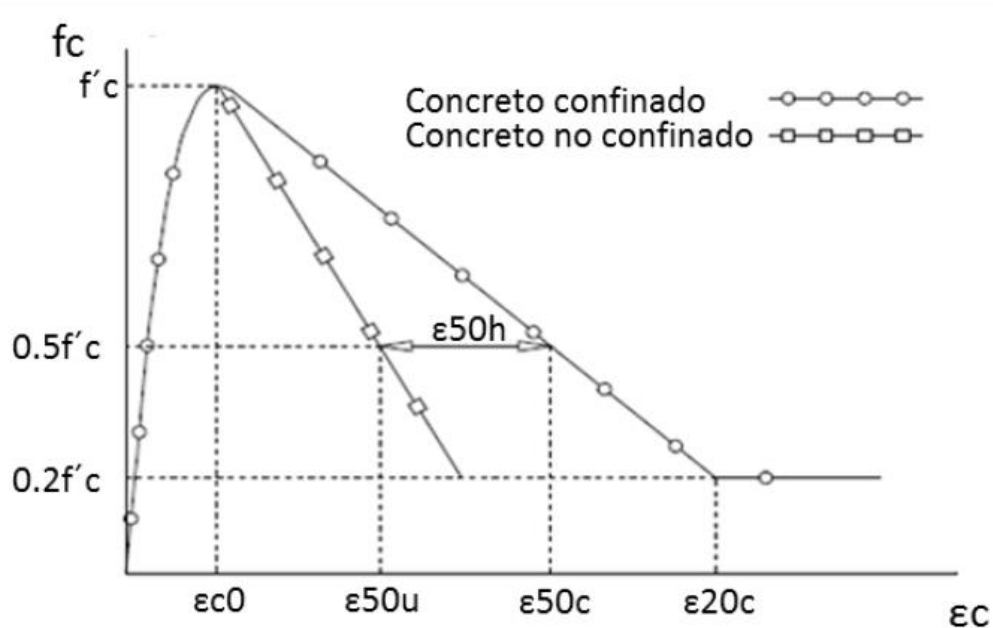


Figura 6 Ley constitutiva propuesta por Kent y Park para el concreto

Fuente: (MÉNDEZ, 2012) “Efecto de las deformaciones por cortante en los diagramas momento-curvatura M-psi de secciones de concreto reforzado y sus implicaciones en la evaluación y diseño sísmico de estructuras”.

1.3.2.3 LEY CONSTITUTIVA DE MANDER.

El modelo de esfuerzo-deformación de Mander, propuesto en 1988, representa el comportamiento del concreto ante cargas axiales de compresión, y considera el efecto de la cuantía y disposición del refuerzo de confinamiento. La ley constitutiva propuesta por Mander expresa el comportamiento del concreto mediante una única expresión continua, que puede considerar el efecto de historia de cargas tanto cíclicas como monotónicas. Para concreto no confinado el modelo de Mander es descrito por una curva continua. Dicha curva alcanza una capacidad máxima igual a la capacidad característica del concreto en una deformación $\epsilon_0 = 0.002$, tras lo cual describe una caída hasta alcanzar una deformación $2\epsilon_0$. Posteriormente, existe una zona de caída drástica que representa el efecto de pérdida de recubrimiento (spalling) que es descrita por una recta hasta alcanzar la pérdida total de capacidad para una deformación arbitraria ϵ_{sp} . (MANDER J.B., PRIESTLEY M.J.N., and PARK R., 1988).

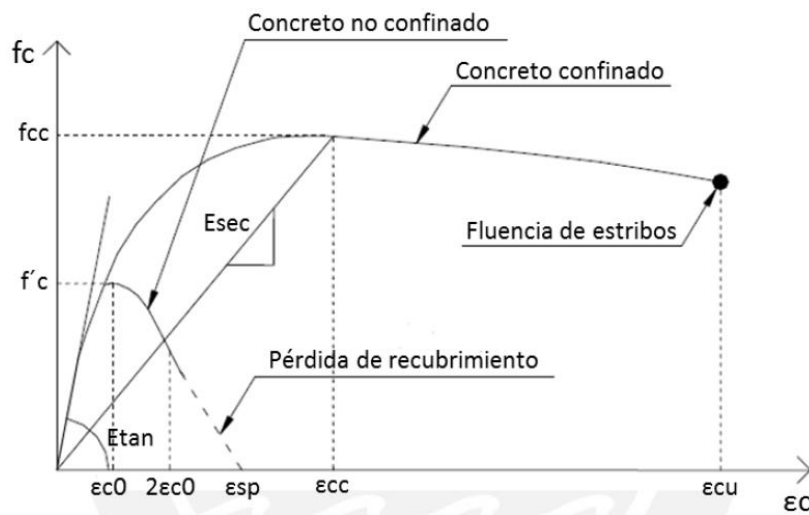


Figura 7 Ley constitutiva propuesta por Mander para el concreto

Fuente: (MÉNDEZ, 2012) “Efecto de las deformaciones por cortante en los diagramas momento-curvatura M-psi de secciones de concreto reforzado y sus implicaciones en la evaluación y diseño sísmico de estructuras”.

1.3.3. CARACTERÍSTICAS Y MODELOS DE ESFUERZO-DEFORMACIÓN DEL ACERO DE REFUERZO

El acero de refuerzo utilizado en el concreto armado es comúnmente representado por modelos basados en ensayos de barras de refuerzo sometidas a tracción pura. El comportamiento es usualmente supuesto como lineal elástico hasta el punto de fluencia, tras lo cual se considera un flujo plástico perfecto. Sin embargo, también son utilizados modelos más precisos que consideran el fenómeno de endurecimiento del acero. (King D.J., 1986).

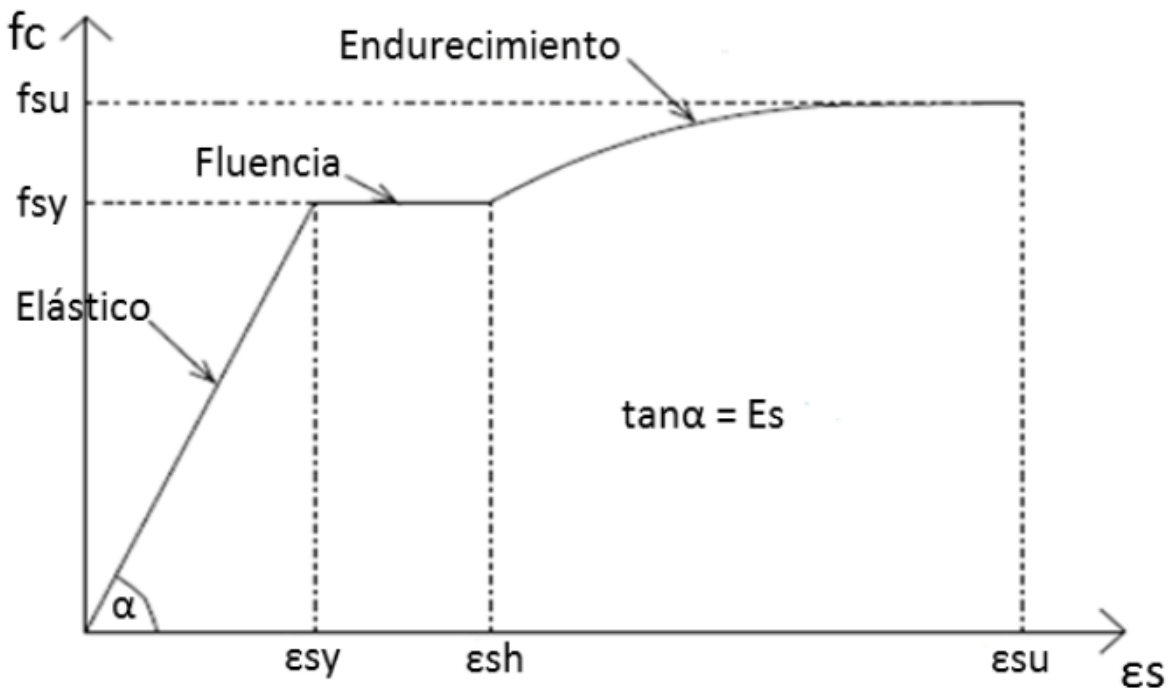


Figura 8 Ley constitutiva propuesta por Park y Paulay para el acero

Fuente: (MÉNDEZ, 2012) “Efecto de las deformaciones por cortante en los diagramas momento-curvatura M-psi de secciones de concreto reforzado y sus implicaciones en la evaluación y diseño sísmico de estructuras”.

1.3.4. DIAGRAMAS NUMÉRICOS DE MOMENTO-CURVATURA ANTE CARGAS MONOTÓNICAS

Los diagramas numéricos de momento-curvatura, a diferencia de los obtenidos de manera experimental, son aquellos contruidos de manera analítica en base al estudio de las fuerzas internas de secciones teóricas.

La presente tesis estudia diagramas numéricos de secciones de vigas sometidas a flexión pura con carga monotónica. La historia de cargas a la cual se somete el elemento analizado es incremental y lento, desde el estado inicial sin cargas externas hasta el agotamiento. Por ello, no se tienen en consideración efectos generados por sollicitaciones cíclicas, y cada punto del diagrama corresponde a un estado de equilibrio estático. (CHANG, 2015)

1.3.4.1 PRINCIPIO DE EQUILIBRIO DE FUERZAS INTERNAS

Al considerarse una aplicación de cargas lenta se puede aceptar que cada punto de un diagrama momento-curvatura corresponde a un estado en equilibrio estático.

Como las sollicitaciones sobre la sección estudiada se limitan a casos de flexión pura, las fuerzas internas de tracción y compresión en la sección deben de mantenerse en equilibrio.

Por otro lado, las fuerzas internas generan un momento libre que debe de ser igual al momento externo aplicado sobre la sección. No pueden existir otras respuestas, ya que de otro modo la sección estudiada no se encontraría en equilibrio estático. (CHANG, 2015)

1.3.4.2 METODOLOGÍA DE CONSTRUCCIÓN DE DIAGRAMAS MOMENTO-CURVATURA

La construcción de diagramas momento-curvatura es un proceso aproximado en donde se determinan puntos discretos de una sección, que en conjunto describen la historia continua de carga mediante su interpolación.

Para determinar cada punto se parte de un valor de deformación en la fibra extrema de concreto en compresión, para el cual existen un momento externo y una curvatura que satisfacen el equilibrio interno de la sección.

Para determinar qué estado de deformación cumple el equilibrio de fuerzas internas se asume una profundidad de eje neutro, lo cual define el estado de deformación de toda la sección. Con el estado de deformación definido se determinan las fuerzas internas de la sección, y se verifica si estos se encuentran en equilibrio. Una vez obtenida la ubicación del eje neutro que satisfaga el equilibrio mediante intentos sucesivos, se hallan el momento externo correspondiente y el giro de la sección.

La curvatura de la sección se determina mediante la siguiente ecuación:

$$\phi = \frac{\varepsilon_c}{c} = \frac{\varepsilon_s}{d - c} = \frac{\varepsilon_c + \varepsilon_s}{d}$$

El punto final del diagrama es aquel cuando el esfuerzo en compresión de la fibra extrema es el esfuerzo de agotamiento del concreto. El punto inicial es aquel donde el momento externo aplicado es nulo, y que en secciones de concreto no preesforzado corresponde a un giro y estado de deformación nulos. En secciones con preesfuerzo el punto inicial sí cuenta con un giro y esfuerzos internos, debido al momento de la fuerza de precompresión.

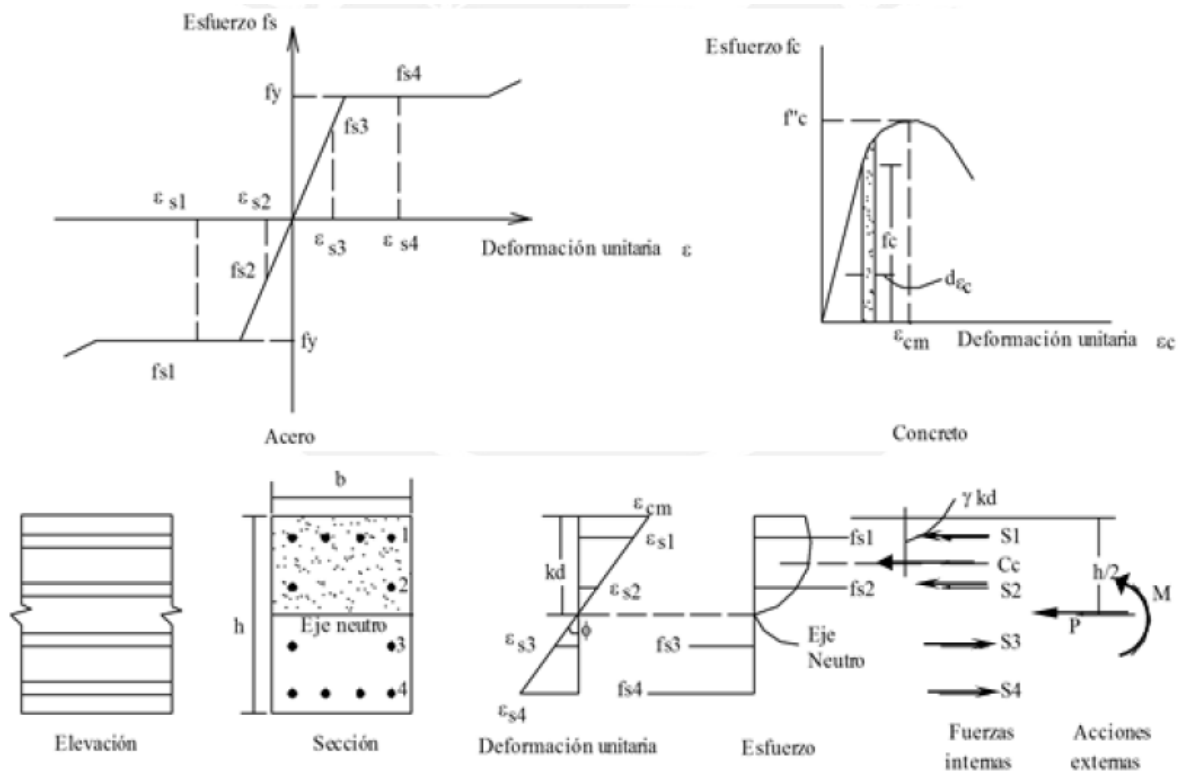


Figura 9 Metodología para cálculo de un punto del diagrama momento-curvatura.

Fuente: Lin T.Y., Burns N. (1981) Design of prestressed concrete structures.

Cuando el concreto está descrito por una ley constitutiva con caída de esfuerzo muy grande cerca a la rotura, es posible tener diagramas en los que la pérdida de resistencia de la sección cerca al agotamiento es grande. En los trabajos desarrollados en la presente tesis se desprecia la zona del diagrama posterior a una pérdida de 80% de la capacidad máxima, considerando que una pérdida mayor de capacidad se relaciona con un comportamiento inestable. (LIN T.Y., BURNS N., 1981)

Por otro lado, en casos de cuantía de refuerzo en tracción baja o de refuerzo con poca capacidad de deformación a la rotura, la sección puede alcanzar el agotamiento debido a la fractura del refuerzo.

Existen otros puntos importantes en un diagrama momento-curvatura, que corresponden a cambios marcados en el comportamiento de la sección. Uno se presenta al agrietarse el concreto, el cual

deja de trabajar en tracción y ocasiona un salto notorio en la rigidez. Otros puntos importantes se presentan cuando alguno de los aceros de refuerzo alcanza la fluencia, lo cual también genera pérdida de rigidez. En secciones convencionales con refuerzo en tracción concentrado en una sola profundidad, se presenta un solo punto de fluencia bien definido. Sin embargo, en casos de secciones con refuerzo distribuido en varias capas es imposible determinar un único punto de fluencia, ya que pueden existir tantos cambios de rigidez como capas de acero que entran en fluencia.

Se presenta en la Figura 10 el diagrama de momento-curvatura de una sección de concreto reforzado de 40x70 cm, con refuerzo superior e inferior de 20 cm² de acero. Se aprecia el punto de agrietamiento de concreto A, y un único punto de fluencia B, el punto de estado sin cargas externas o estado inicial O, y el punto final C cuando el concreto alcanza el agotamiento. (CHANG, 2015).

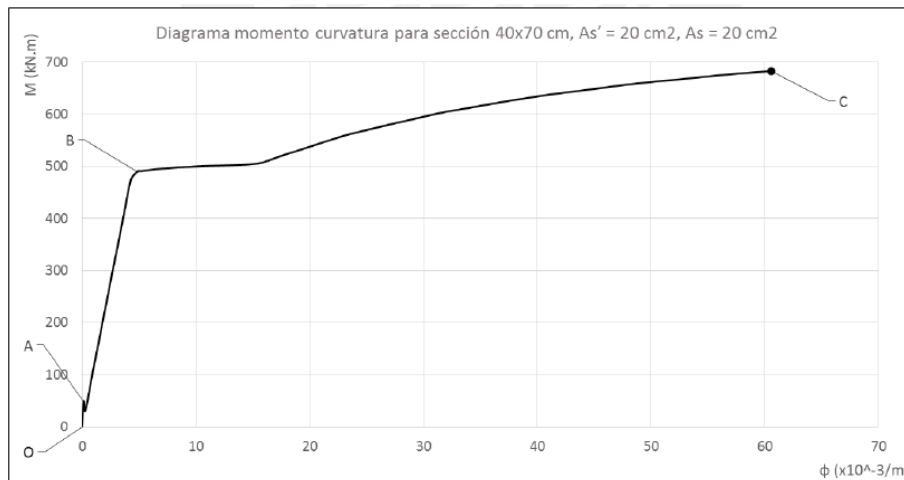


Figura 10 Diagrama momento-curvatura de sección rectangular 40x70 cm.

Fuente: CHANG Daniel (2015). “Estudio de relaciones momento-curvatura en secciones de concreto armado y concreto preesforzado sometidas a flexión”

1.3.5. MODELOS DE APROXIMACIÓN BILINEAL DE DIAGRAMAS DE MOMENTO-CURVATURA

Los diagramas momento-curvatura pueden ser simplificados convirtiéndolos en diagramas bilineales. En dichos diagramas simplificados se considera que el concreto en tracción inicia el proceso de carga en un estado agrietado, y se define un único punto de fluencia equivalente que marca el cambio de rigidez de la sección. Los modelos simplificados permiten estimar el comportamiento de la sección de manera rápida cuando se espera un solo punto de fluencia evidente, pues se puede construir el diagrama momento-curvatura con solo los puntos, de fluencia y de agotamiento. Usualmente la construcción de diagramas momento-curvatura se realiza con la asistencia de un computador, en cuyo caso no existe una diferencia importante entre el tiempo o trabajo utilizado para construir un diagrama simplificado o uno detallado.

En casos donde no existe un punto marcado de fluencia es útil poder definir el diagrama momento-curvatura bilineal, pues al definir un punto de fluencia equivalente único se puede determinar la ductilidad de curvatura. Para ello existen varios criterios para construir diagramas bilineales equivalentes descritos a continuación.

1.3.5.1 MODELO PROPUESTO POR PRIESTLEY

El modelo propuesto por (PRIESTLEY, 1993) supone un diagrama bilineal con una recta inicial que parte del punto inicial O y pasa por el punto de primera fluencia del acero Y. La recta inicial se extrapola hasta alcanzar el punto de fluencia equivalente A. El momento nominal M_n relacionado con el punto de fluencia equivalente A es el asociado a una deformación de la fibra extrema de concreto $\epsilon_c = 0.004$ o a una deformación del acero $\epsilon_s = 0.015$, la que ocurra primero.

La segunda parte del diagrama es una línea recta que conecta el punto A de fluencia equivalente y el punto final B asociado al agotamiento.

La idealización de Priestley puede utilizarse en secciones en flexión pura y secciones con carga axial. Por ello define el punto de primera fluencia Y como aquel en el cual se alcanza la primera fluencia del refuerzo, o en el que el concreto alcanza una deformación $\epsilon_c = 0.002$, el que ocurra primero. La deformación límite indicada para el concreto corresponde en la mayoría de los casos a la asociada a la máxima resistencia en compresión. (PRIESTLEY, 1993).

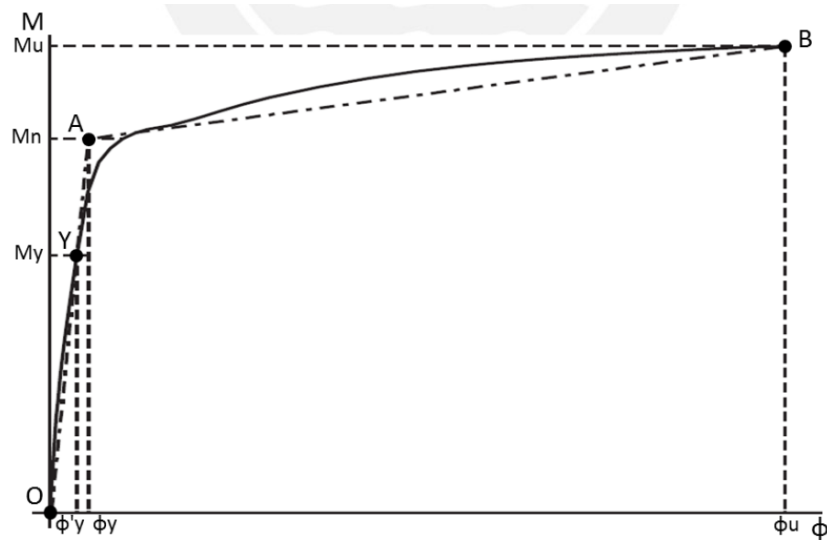


Figura 11 Diagrama momento-curvatura bilineal idealizado propuesto por Priestley

Fuente: PRIESTLEY (2003). “Myths and fallacies in earthquake engineering – Conflicts between design and reality”.

1.3.5.2 MODELO ADOPTADO POR CALTRANS Y AASHTO

El modelo que es utilizado por el Caltrans y el AASHTO en sus manuales de diseño se basa en el equilibrio de áreas. Parte de suponer que el diagrama es bilineal elastoplástico, con una recta antes de la fluencia del acero que conecta el punto inicial O y el punto de primera fluencia del acero Y,

y que se extiende hasta el punto de fluencia equivalente A. Posteriormente se tiene una recta horizontal de comportamiento plástico que conecta el punto A hasta alcanzar el punto final B en la curvatura de agotamiento (CALTRANS, 2006)

El punto de fluencia equivalente A se ubica de manera que se forman áreas balanceadas entre el diagrama real y el diagrama idealizado después de la fluencia del primer acero.

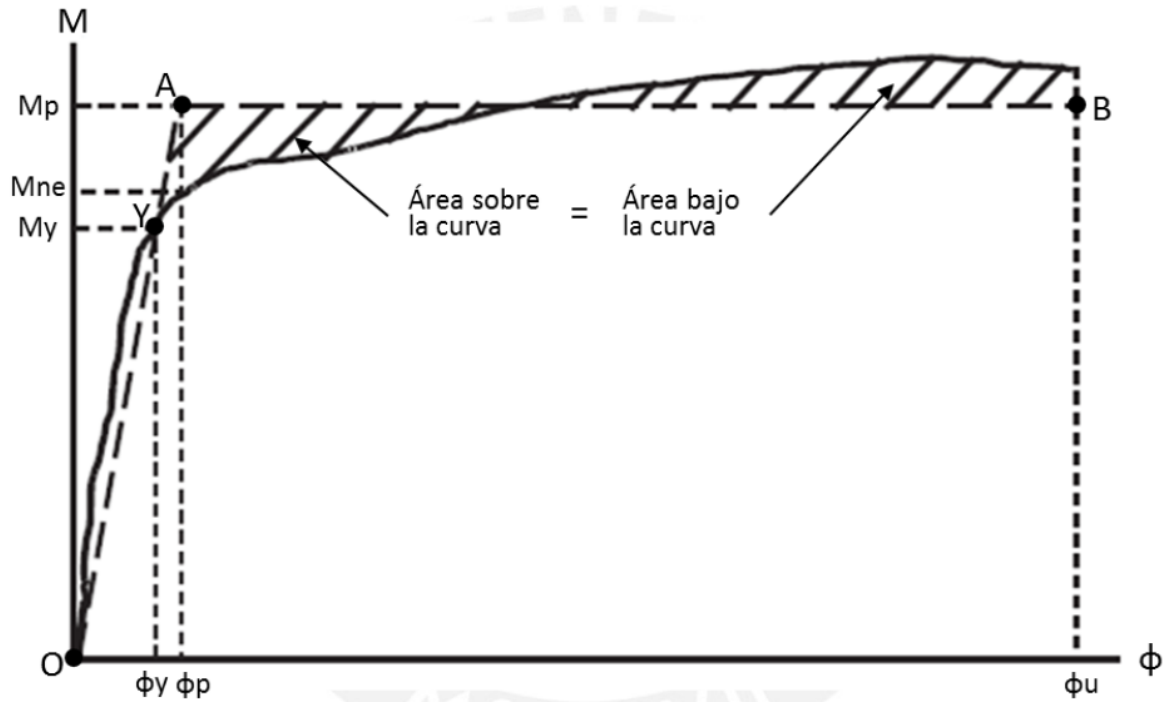


Figura 12 Diagrama momento-curvatura bilineal idealizado adoptado por Caltrans y AASHTO

Fuente: Caltrans (2006). "Seismic design criteria". California Department of Transportation

El procedimiento utilizado por Caltrans y AASHTO para definir el punto de fluencia es equivalente a definir una zona de plasticidad perfecta, en donde el momento plástico M_p es igual al momento promedio en el rango inelástico (AASHTO, 2009).

1.3.6. APLICACIONES DE LA RELACIÓN MOMENTO – CURVATURA

1.3.6.1 DUCTILIDAD POR CURVATURA

La ductilidad del elemento se mide por medio de la relación Momento-Curvatura ($M - \phi$) calculando la razón de ductilidad de curvatura (μ_y), que es el cociente entre el valor de la curvatura última (ϕ_u) y la curvatura cedente (ϕ_y) (ambos valores obtenidos a través de la curva momento-curvatura). Este parámetro (razón de ductilidad de curvatura), en definitiva, determina la capacidad de rotación plástica (θ_p) frente a un incremento de momentos flectores, caso que se presenta en un sismo. Los gráficos Momento-Curvatura de una sección transversal de columna de concreto reforzado alcanzan su importancia al ser una forma de observar el desempeño de dicho elemento y de medir su ductilidad cuando esté sujeto a cargas, en este caso momentos flectores que se incrementan hasta llegar a la falla (comportamiento monotónico), combinados con cargas axiales. (PRIESTLEY. M. J. N., 2007). La ductilidad por curvatura se define con la siguiente expresión:

$$\mu_y = \frac{\phi_u}{\phi_y}$$

1.3.6.2 RESERVA DE DUCTILIDAD POR CURVATURA

Ante los sismos denominados raro y muy raro que son muy severos la estructura va a ingresar al rango no lineal. Sea M_d el momento actuante debido a uno de los dos sismos indicados, el cual es mayor que M_y (momento de fluencia), asociado a M_d se tiene la curvatura ϕ_d . Se define la ductilidad por curvatura μ_d con la siguiente relación:

$$\mu_d = \frac{\phi_d}{\phi_y}$$

Por otra parte, se define la reserva de ductilidad por curvatura μ_y , como la diferencia entre la capacidad de ductilidad y la demanda de ductilidad, por curvatura.

$$\mu_y = \frac{\phi_u}{\phi_y} - \frac{\phi_d}{\phi_y}$$

Mientras más alta sea la reserva de ductilidad por curvatura de los diferentes elementos que conforman la estructura, mejor será el comportamiento sísmico que se espera de la edificación.

(AGUIAR, 2003).

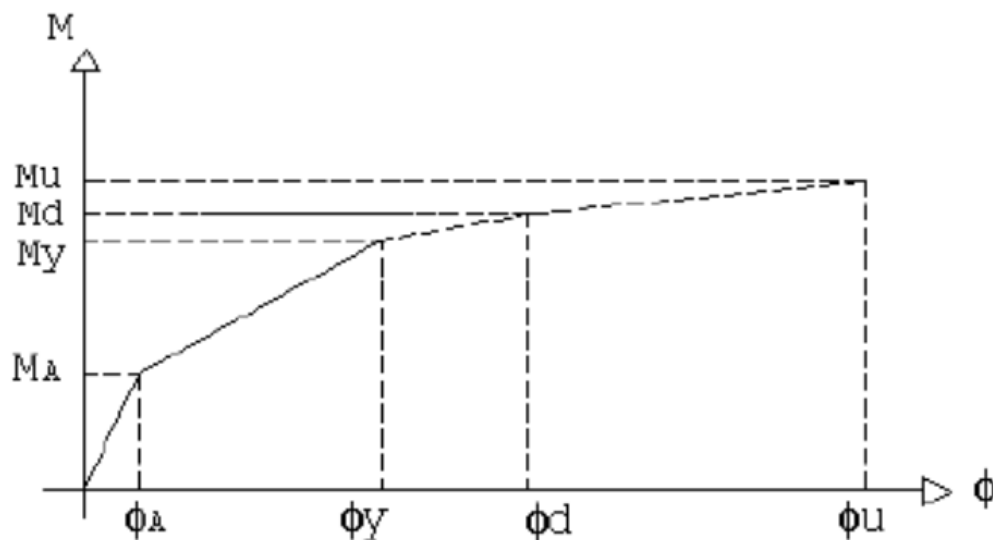


Figura 13 Modelo Trilineal y un Momento actuante ante un sismo severo

Fuente: AGUIAR, R. “Análisis Sísmico por Desempeño” 2003

1.3.6.3 REDISTRIBUCIÓN DE MOMENTOS

Para que se dé la redistribución de momentos, es necesario que los elementos tengan suficiente reserva de ductilidad por curvatura, en las secciones críticas que son los extremos de los elementos.

La redistribución se puede dar de la siguiente manera:

- Redistribución de momentos a través de un nudo. Es este caso si el momento negativo de un nudo se reduce en un determinado porcentaje, en el mismo porcentaje debe aumentarse el momento positivo del nudo en análisis.
- Redistribución de momentos en vigas que involucra redistribución de acciones entre las columnas. Se cambian los momentos en vigas, considerando el principio fundamental de la redistribución indicado anteriormente y luego, se debe buscar el equilibrio del nudo para el cual se modifica los momentos en las columnas y esto conduce a deducir unos nuevos cortantes que actuarán sobre las columnas.

Las secciones de las vigas, cuyos momentos se han reducido debido a la redistribución, ingresarán al rango no lineal en forma anticipada, pero tienen suficiente reserva de ductilidad por curvatura y esto implica que tienen suficiente reserva de ductilidad por rotación, lo que permite que el hormigón trabaje a grandes deformaciones y la sección rote inelásticamente transmitiendo las acciones a otros elementos. (AGUIAR, 2003).

1.3.6.4 INERCIAS AGRIETADAS

Una vez que se tiene la relación momento – curvatura de una sección, definida por un modelo numérico de cálculo, se puede encontrar la rigidez a flexión EI, para diferentes condiciones a las cuales puede estar sujeto el elemento.

- Si la sección no experimenta daño, significa que estrictamente el momento actuante es menor que MA en este caso se tiene:

$$EI = \frac{MA}{\phi_A} = Elg$$

Donde M_A es el momento en el punto en el que el concreto alcanza su máxima resistencia a la tracción, ϕ_A es la curvatura asociada a M_A , I_g es la inercia no agrietada de la sección transversal del elemento y E es el módulo de elasticidad del material. (AGUIAR, 2003).

Ante un sismo muy severo, la estructura va a sufrir daño. En consecuencia, el análisis sísmico para estos valores se los realiza considerando la Inercia Agrietada I_{cr} , que se determina mediante la pendiente de la curva momento – curvatura:

$$EI_{cr} = \frac{M_y}{\phi_y}$$

1.3.6.5 ÍNDICES DE DAÑO SÍSMICO LOCAL

La tendencia del diseño sismo resistente es cuantificar el comportamiento no lineal que se espera de una edificación y esto entre otras cosas significa, calcular el índice de daño a nivel de sección de los elementos, a nivel del piso y a nivel de la estructura.

Si el momento actuante M_d es igual al momento de fluencia M_y , el índice de daño es igual a cero; y si el momento actuante M_d es igual a M_u , el índice de daño es igual a uno. Por otra parte, si se considera una variación lineal del índice de daño, hipótesis del modelo de daño, se tiene que:

$$ID = \frac{M_d - M_y}{M_u - M_y}$$

En forma similar se puede definir otro modelo de cálculo del índice de daño ID en función de la curvatura. (AGUIAR, 2003).

$$ID = \frac{\phi_d - \phi_y}{\phi_u - \phi_y}$$

1.3.6.6 RÓTULA PLÁSTICA

Durante los sismos, el comportamiento inelástico en las estructuras de pórticos de concreto armado se suele concentrar en zonas de alta demanda sísmica, zonas adyacentes a los nudos en una longitud determinada “L”, el daño no es uniforme sino más concentrado hacia los nudos. Para propósitos del modelo analítico se suele considerar una zona de daño equivalente en la cual se concentre toda la deformación inelástica, esta zona se denomina rótula plástica y le corresponde una longitud “Lp” se asume además que en esta longitud la curvatura es constante. Es así que la longitud de la rótula plástica “Lp” está dada por el mayor valor de:

$$Lp = 0.08Lc + Lsp$$

$$Lp = 0.044 * fy * d_{bl}$$

Tomando

$$Lsp = 0.022fy * d_{bl}$$

En donde Lp es la longitud de la rótula plástica tomada desde el nudo, Lc es la longitud de la sección crítica al punto de inflexión en el miembro, fy es el esfuerzo de fluencia del acero, d_{bl} el diámetro de la varilla longitudinal y Lsp es la longitud de penetración (PAULAY. T y PRIESTLEY. M. J. N., 1992)

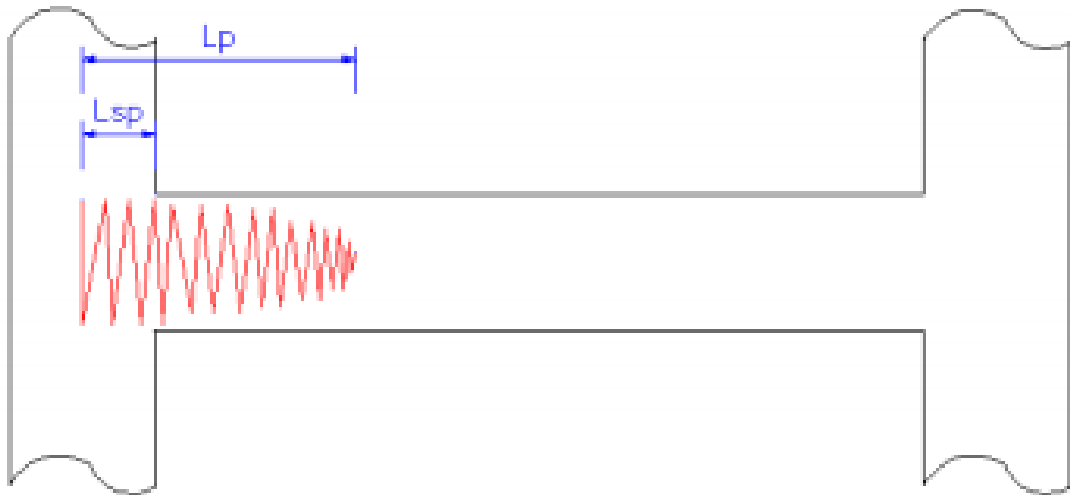


Figura 14 Formación de Rótula Plástica y Longitud de Penetración.

Fuente: Propia del autor

Estas suposiciones permiten pasar de la relación momento-curvatura a la relación momento-rotación multiplicando cada valor de curvatura por la longitud de rótula efectiva.

2. METODOLOGIA

La metodología ejecutada en el presente trabajo de investigación se divide en las siguientes fases:

2.1. FASE 1. DETERMINACION DE LOS MODELOS CONSTITUTIVOS A UTILIZAR.

La consulta realizada sobre los modelos constitutivos de los materiales arrojó varios resultados, observando que a través de los años se han desarrollado gran número de investigaciones y creando diferentes modelos para el concreto y el acero de refuerzo.

El modelo constitutivo seleccionado para obtener los diagramas esfuerzo-deformación del concreto fue el modelo propuesto por (MANDER J.B., PRIESTLEY M.J.N., and PARK R., 1988), ya que éste da a conocer el comportamiento del concreto confinado y no confinado en una sección de concreto reforzado cuando es sometida a una fuerza de flexión. Se ha seleccionado este método porque es el más preciso en la predicción de la respuesta del elemento estructural a deformaciones producidas por cargas, teniendo en cuenta que en la zona confinada presenta una mayor resistencia por el efecto de confinamiento que ofrece el acero de refuerzo a la sección de concreto reforzado.

El modelo constitutivo para el acero de refuerzo seleccionado es el modelo propuesto por (King D.J., 1986) el cual ofrece mejores resultados en comparación con otros métodos como el Elasto-plástico o el método trilineal descritos por (AGUIAR, 2003) ya que predice de mejor manera el comportamiento del acero de refuerzo en la zona de endurecimiento después de que este alcanza la fluencia.

2.1.1 MODELO CONSTITUTIVO DE MANDER PARA EL CONCRETO CONFINADO Y NO CONFINADO

2.1.1.1 MODELO PARA EL CONCRETO CONFINADO

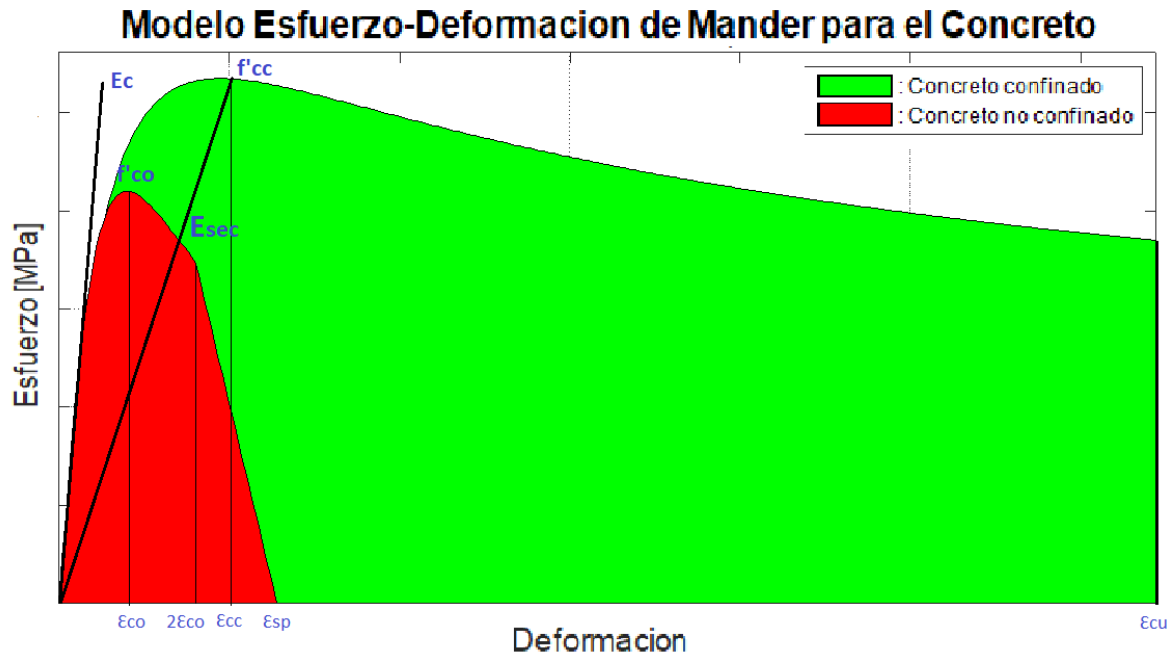


Figura 15 Modelo de esfuerzo – deformación de Mander para concreto confinado y no confinado.

Fuente: Mander J.B., Priestley M.J.N., and Park R. “Theoretical Stress-Strain Model for Confined” (Vol. 114). 1988.

En 1988 se realizó una propuesta unificada para hallar el modelo esfuerzo – deformación del concreto confinado para secciones rectangulares y circulares por (Mander J.B., Priestley M.J.N., and Park R, 1988). Gracias a sus resultados experimentales y estudios realizados se pudieron obtener las siguientes ecuaciones:

Para secciones rectangulares

Se calcula el valor del coeficiente K_e

$$K_e = \frac{\left(1 - \frac{\sum_{i=1}^n (w_i)^2}{6 * B_C * H_C}\right) * \left(1 - \frac{s'}{2 * B_C}\right) * \left(1 - \frac{s'}{2 * H_C}\right)}{1 - \rho_{CC}} \quad (1)$$

w_i : Distancia libre entre barras longitudinales que estén correctamente estabilizadas.

B_C, H_C : Dimensiones del núcleo confinado para sección rectangular (Base y Altura).

s' : Espaciamiento libre entre flejes.

ρ_{CC} : Cuantía del área del refuerzo longitudinal con respecto al área de la sección confinada.

Cuantía de refuerzo transversal en dirección x y y

$$\rho_x = \frac{A_{sx}}{H_C * s} \quad \rho_y = \frac{A_{sy}}{B_C * s} \quad (2)$$

A_{sx}, A_{sy} : Área del refuerzo transversal en la dirección x o y respectivamente.

s : Espaciamiento entre flejes (de eje a eje).

$$f_{ix} = K_e * \rho_x * f_{yh}; \quad f_{iy} = K_e * \rho_y * f_{yh}; \quad f'_1 = \frac{1}{2} * (f_{ix} + f_{iy}) \quad (3)$$

f_{yh} : Esfuerzo de fluencia del acero transversal.

Cuantía volumétrica de refuerzo transversal en núcleo confinado.

$$\rho_s = \rho_x + \rho_y. \quad (4)$$

Para secciones circulares

Elementos reforzados con aros

$$K_e = \frac{1 - \frac{s'}{2 * D_s}}{1 - \rho_{CC}} \quad (5)$$

D_s : Diámetro de la sección confinada.

Elementos reforzados con espiral

$$K_e = \frac{\left(1 - \frac{s'}{2 * D_s}\right)^2}{1 - \rho_{CC}} \quad (6)$$

Cuantía volumétrica de refuerzo transversal en núcleo confinado.

$$\rho_s = \frac{4 * Asp}{Ds * s} \quad (7)$$

Asp : Área de la sección transversal de la barra usada en la espiral o aro de refuerzo transversal.

$$f_{iy} = \frac{1}{2} K_e * \rho_y * f_{yh} \quad (8)$$

Para los dos tipos de sección

Resistencia máxima del concreto confinado f'_{cc}

$$f'_{cc} = f'_{co} * (-1.254 + 2.254 * \sqrt{1 + \frac{7.94 * f_i}{f'_{co}}} - (2 * \frac{f_i}{f'_{co}})) \quad (9)$$

f'_{co} : Resistencia cilíndrica a la compresión del concreto no-confinado.

Deformación unitaria máxima confiable para el concreto confinado ϵ_{cu}

$$\epsilon_{cu} = 1.4 * \left(0.004 + \frac{1.4 * \rho_s * f_{yh} * \epsilon_{su}}{f'_{cc}} \right) \quad (10)$$

ϵ_{su} : Deformación unitaria correspondiente a la resistencia máxima del acero.

Deformación unitaria (ϵ_{cc}) a resistencia máxima (f'_{cc}) del concreto confinado.

$$\epsilon_{cc} = \epsilon_{co} * \left[1 + 5 * \left(\frac{f'_{cc}}{f'_{co}} - 1 \right) \right] \quad (11)$$

$$E_{sec} = \frac{f'_{cc}}{\epsilon_{cc}}; r = \frac{E_c}{E_c - E_{sec}} \quad (12)$$

E_c : Modulo de elasticidad del concreto

Esfuerzo f_c (variable dependiente de la curva esfuerzo-deformación unitaria)

$$f_c = \frac{f'_{cc} * r}{\epsilon_{cc} * ((r-1) + (\frac{\epsilon_{ci}}{\epsilon_{cc}})^r)} * \epsilon_{ci} \quad (13)$$

ϵ_c : Deformación unitaria (variable independiente de la curva esfuerzo-deformación unitaria).

Para obtener los valores del esfuerzo f_c se deben dar valores a la deformación unitaria ϵ_c iniciando desde 0 al valor de la deformación máxima confiable ϵ_{cu} .

2.1.1.2 MODELO PARA EL CONCRETO NO CONFINADO

La curva del concreto no confinado sigue la misma curva del concreto confinado con un esfuerzo de confinamiento igual a cero ($f_i=0$). La parte descendente de esta curva, para valores de deformación mayores a dos veces la deformación unitaria a resistencia máxima del concreto no-confinado ($2\varepsilon_{co}$), sigue una línea recta que alcanza el cero (eje horizontal) cuando la deformación unitaria para caída del recubrimiento $\varepsilon_{sp} = 0.0064$.

2.1.2 MODELO DE KING PARA EL ACERO DE REFUERZO

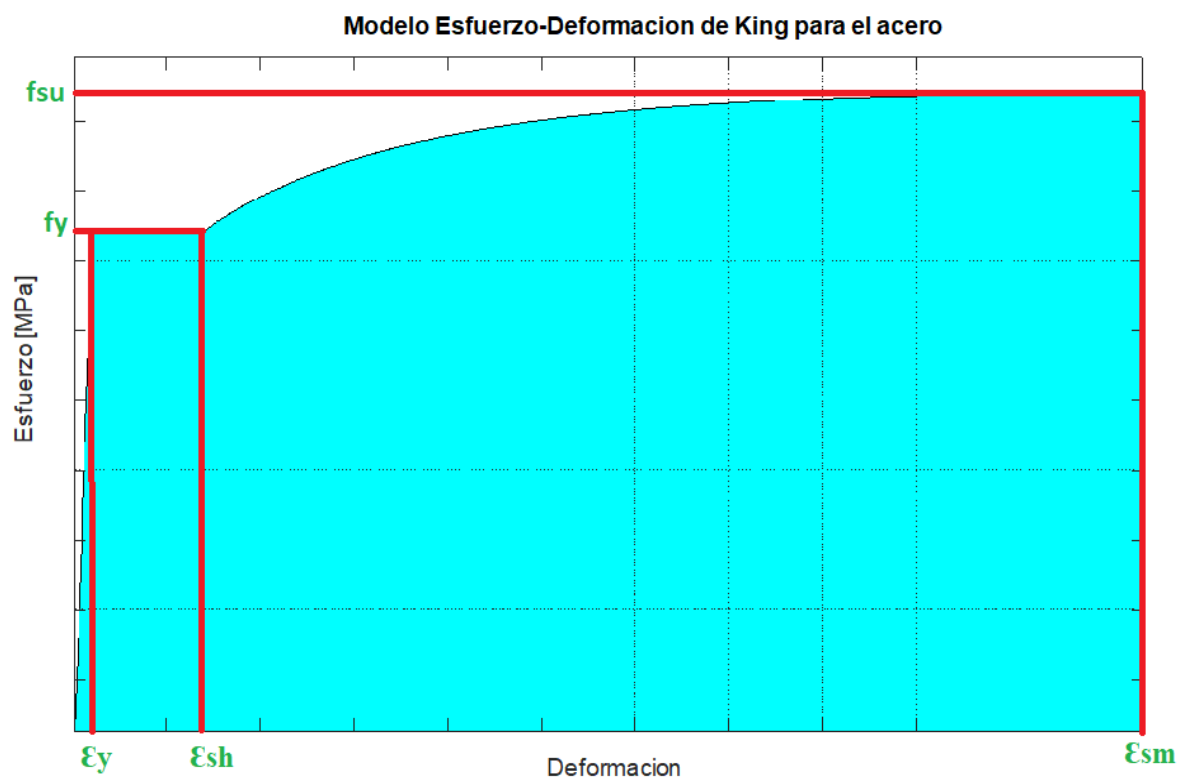


Figura 16 Modelo de esfuerzo – deformación de King para el acero de refuerzo.

Fuente: King D.J., P. M. “Computer Programs for Concrete Column Design, Research Report 86/12.” 1986.

La relación esfuerzo-deformación para el acero de refuerzo utilizada por el programa de (King D.J., 1986) establece:

Si la deformación del acero ε_s es menor que la deformación de la primera fluencia ε_y entonces el esfuerzo está definido así:

$$f_s = E_s * \varepsilon_s \quad \varepsilon_s \leq \varepsilon_y \quad (14)$$

Si ε_s es mayor a la deformación de la primera fluencia ε_y y a su vez es menor que la deformación en el fin de la meseta de fluencia ε_{sh} el valor del esfuerzo es igual al límite elástico del acero longitudinal f_y :

$$f_s = f_y \quad \varepsilon_y < \varepsilon_s < \varepsilon_{sh} \quad (15)$$

Si ε_s es mayor que la deformación en el fin de la meseta de fluencia ε_{sh} y menor que la deformación unitaria ultima del acero ε_{su} el esfuerzo está definido por la siguiente ecuación:

$$f_s = f_y \left(\frac{m(\varepsilon_s - \varepsilon_{sh}) + 2}{60(\varepsilon_s - \varepsilon_{sh}) + 2} + \frac{(\varepsilon_s - \varepsilon_{sh})(60 - m)}{2(30r + 1)^2} \right) \quad \varepsilon_{sh} < \varepsilon_s < \varepsilon_{su} \quad (16)$$

Donde:

$$m = \frac{\left(\frac{f_{su}}{f_y}\right)(30r + 1)^2 - 60r - 1}{15r^2} \quad (17)$$

$$r = \varepsilon_{su} - \varepsilon_{sh} \quad (18)$$

2.2 FASE 2. PROGRAMACION DEL CODIGO FUENTE EN MATLAB®

Al definir los modelos esfuerzo – deformación, se procede a realizar el conjunto de códigos para la obtención de los diagramas momento – curvatura. El nombre seleccionado para el programa por parte del autor es: CIVIL-UP.

CIVIL-UP es un conjunto de códigos realizados en MATLAB® versión R2015b propiedad de Mathworks®, el cual utiliza el lenguaje de programación propio (Lenguaje M). de la aplicación. Estos códigos tienen como fin realizar el análisis monotónicos a secciones rectangulares o circulares de concreto reforzado hallando su respectivo diagrama de momento-curvatura.

La parte inicial consta de la presentación del programa, después se encuentra el ingreso de datos para conocer: tipo, dimensiones, propiedades del refuerzo y de los materiales. El código permite el análisis de elementos sometidos a flexión y carga axial.

El código fuente principal programado se encuentra en el Anexo 1 del presente trabajo de grado.

2.2.1. INGRESO DE DATOS

El ingreso de los datos debe realizarlo el usuario directamente en el código fuente, es decir; cambiado los valores de las variables ya sean de formato numérico o cadena de caracteres según corresponda, esto con el fin de ahorrar tiempo en caso de cometer algún error.

Para el ingreso de datos se aconseja seguir los siguientes pasos:

2.2.1.1 Ingresar las dimensiones de la sección

El usuario debe ingresar el tipo de sección a analizar (recuerde que el programa solo puede realizar análisis a secciones de tipo rectangular o circular). En la variable **tipodeseccion** debe ingresar: 'rectangular' o 'circular'.

2.2.1.2 Ingresar las dimensiones de la sección y detalles del refuerzo.

Para sección rectangular:

Dimensiones de la sección

B: Base de la sección [mm]

H: Altura de la sección [mm]

d: Recubrimiento de la sección [mm]

Detalles del refuerzo

DND: matriz donde se ingresan los siguientes datos: [distancia del borde superior al eje de cada barra (mm) - Numero de barras - diámetro de las barras (mm)] por cada fila.

NOTA: En caso de existir barras con diferente diámetro a la misma distancia del borde superior puede hacer un promedio de áreas por el total de barras o ingresar otra fila con la misma distancia, pero cambiando el número de barras y el área correspondiente.

Dt: Diámetro del refuerzo transversal [mm]

s: Separación del refuerzo transversal [mm]

Nrx: Numero de ramas de refuerzo transversal en dirección al eje x

Nry: Numero de ramas de refuerzo transversal en dirección al eje y

Para sección circular

Dimensiones de la sección

D: Diámetro de la sección [mm]

d: Recubrimiento de la sección [mm]

Detalles del refuerzo

nbl: Numero de barras longitudinales

Db: Diámetro de las barras longitudinales [mm]

Dt: Diámetro del refuerzo transversal [mm]

s: Separación del refuerzo transversal [mm]

tipo: tipo de refuerzo transversal 'espiral' o 'aros'

2.2.1.3 Propiedades de los materiales

Acero

f_y : Límite elástico del acero longitudinal (MPa)

f_{yt} : Límite elástico del acero transversal (MPa)

f_{su} : Límite de rotura del acero (MPa)

E_s : Modulo de elasticidad del acero (MPa)

ϵ_{su} : Deformación última unitaria del acero

ϵ_{sh} ; Fin de la meseta de cedencia del acero

Concreto

f_{co} : Resistencia del concreto en (MPa)

E_c : Modulo de elasticidad del concreto (MPa)

ϵ_{co} : Deformación unitaria del concreto no confinado

ϵ_{sp} : Deformación unitaria para caída del recubrimiento (normalmente 0.0064)

2.2.1.4. Carga aplicada a la sección

P: Carga axial [KN] compresión [+] y a tensión [-].

Para efectos de análisis de una sección se recomienda utilizar las propiedades establecidas experimentalmente por (Victoria Gonzales, Juan Botero, Roberto Rochel, Julian Vidal y Marta Alvarez, 2004) .

Variable	No. Datos	$\hat{\mu}$	$\hat{\sigma}$	Mínimo	Máximo	V	Percentil 5	Percentil 95
$f_y(Mpa)$	467	470,30	25,25	419,93	538,804	0,054	431,2	522,93
$\varepsilon_y(mm/mm)$	467	0,0024	0,0001	0,0021	0,0028	0,054	0,0022	0,0027
$f_{sh}(Mpa)$	477	472,16	25,67	419,64	543,80	0,054	432,77	525,38
$\varepsilon_{sh}(mm/mm)$	473	0,0138	0,0048	0,0022	0,0259	0,348	0,0045	0,0207
$f_{su}(Mpa)$	477	659,74	30,46	581,24	752,93	0,046	618,67	737,16
$\varepsilon_{su}(mm/mm)$	476	0,1141	0,0120	0,0613	0,1435	0,106	0,0948	0,1353
$f_{suu}(Mpa)$	476	536,35	62,89	319,77	701,29	0,117	441,10	637,00
$\varepsilon_{suu}(mm/mm)$	475	0,1407	0,0175	0,0828	0,1797	0,125	0,1144	0,1705
P	461	3,087	0,4487	1,762	5,026	0,145	2,403	3,945

Figura 17 Valores estadísticos para las barras ensayadas.

Fuente: Victoria Gonzales, Juan Botero, Roberto Rochel, Julian Vidal y Marta Alvarez.

“Propiedades mecánicas del acero de refuerzo utilizado en Colombia”. 2004.

2.2.2 OBTENCION DE DATOS DE DIAGRAMAS DE ESFUERZO-DEFORMACION DEL CONCRETO Y EL ACERO DE REFUERZO

El programa cuenta con una función llamada `manderconfinado` para obtener los valores de la deformación unitaria la cual aumenta en un rango de 0.0001 arrojando el respectivo esfuerzo de la zona confinada de la sección utilizando las ecuaciones (1) a (13). Estos datos son retornados al código principal por medio de dos vectores (`econf`, `fconf`).

Para la obtención de los datos de la curva esfuerzo-deformación de concreto no confinado se usan las ecuaciones (11) a (13) con las condiciones para no confinado, implementadas en la función asociada al código principal llamada `mandernoconf` que retorna los valores de deformaciones y esfuerzos en los vectores (`ecn`, `fcn`).

Los datos del modelo para el acero de refuerzo se realiza por medio de otra función con nombre `modeloking`, usando las ecuaciones (14) a (18), la cual retorna los valores al código principal por medio de los vectores (`es`,`fs`).

El código fuente de estas funciones se pueden encontrar en los Anexos 2, 3 y 4 del manual de uso respectivamente.

2.2.3 DIAGRAMA MOMENTO-CURVATURA.

El procedimiento utilizado para calcular los puntos del diagrama momento-curvatura por el programa CIVIL-UP se basa el método de capas descrito por (Montejo, 2007) en su programa “CUMBIA”.

- 1 Se divide la sección, ya sea rectangular o circular, en un determinado número de capas (N_c) (se recomienda un máximo de 40 capas para que el programa no tarde mucho tiempo en su

- ejecución) y así establecer el valor de la deformación y el esfuerzo de cada capa de concreto y las líneas de acero de refuerzo. También se tiene un nivel de tolerancia el cual se utiliza para el equilibrio de fuerzas internas con la carga axial (se recomienda un valor de 0.1%).
- 2 Llenar un vector (y_1) el cual contiene la distancia desde el borde superior de la sección hasta el borde inferior de cada capa. Este vector ayudara a calcular el área total de concreto (A_{tc}) teniendo en cuenta la base de la sección (B); y el área de concreto confinado (A_{tcc}) tomando la base de la zona confinada (B_c).
 - 3 Se crea una matriz llamada ($capas$), donde se almacenarán los datos de las áreas confinadas y no confinadas de cada capa. Luego se sobrescribe esta misma matriz adicionándole los datos de centroide de cada capa en la fila 1, área no confinada, área confinada en las filas 2 y 3 respectivamente y la distancia desde el borde superior de la sección hasta el borde inferior de cada capa en la fila 4.
 - 4 Calculo de otros vectores en los que se indican: la posición de las líneas de acero (Y_{acero}) y el área del refuerzo longitudinal (A_s).
 - 5 Se evalúa la posición de las barras de acero con respecto a las capas de concreto y se le resta el área de acero correspondiente a cada capa de concreto para tener el valor real del área de concreto libre y se sobrescriben estos valores correspondientes en la fila 3 de la matriz ($capas$).
 - 6 Se implementa un vector (def) que contiene las deformaciones de la capa superior de concreto teniendo en cuenta el valor de la deformación unitaria máxima confiable para el concreto confinado ϵ_{cu} . Este vector tiene unos rangos preestablecidos para el valor de la deformación en función de ϵ_{cu} , pero el usuario puede cambiarlos si desea, para calcular un número menor de puntos de diagrama momento-curvatura

- 7 Se hace un chequeo comparativo entre la carga axial (P) si esta es mayor a 0 y el valor de las fuerzas a compresión ($comp$) para redefinir el vector (def).
- 8 Se establece el valor de tolerancia para la sección analizada y se establece un valor para el eje neutro de la sección (c) que inicialmente equivale a la mitad de la altura de la sección, este valor es predeterminado por el programa para iniciar las iteraciones.
- 9 El análisis de la sección de concreto reforzado se realiza tabulando el momento y la curvatura al aumentar los valores de deformación de la capa superior de concreto, se usa un procedimiento iterativo para encontrar la profundidad del eje neutro (c) para satisfacer el equilibrio de fuerzas internas con la carga axial.
- 10 Se encuentra el valor de la deformación de concreto en cada capa y en el acero; en los vectores (ecc y ees) respectivamente. Se interpola el valor de las deformaciones en los modelos constitutivos de Mander y King para encontrar el respectivo esfuerzo.
- 11 Teniendo el esfuerzo de la sección confinada, no confinada y las barras de acero; se halla el valor de las fuerzas internas a tensión y compresión, que es el producto de cada esfuerzo por el área de concreto o acero según corresponda.
- 12 Se realiza la sumatoria de fuerzas y se evalúa si está es mayor o menor que 0; se aumenta o disminuye la altura del eje neutro (c) hasta que la sumatoria sea menor o igual al valor de tolerancia permitida (tol),
- 13 Se encuentra el primer valor de momento y la respectiva curvatura, el proceso se repite para hallar los demás puntos.
- 14 El programa se detiene cuando la deformación del concreto en el núcleo excede la fuerza máxima de compresión del concreto o la tensión en las barras de acero excede la tensión máxima de acero. También puede detenerse si el número de capas de hormigón es

demasiado alto, para esto se debe disminuir el número de capas. Si esto no resuelve el problema, el nivel de tolerancia permisible también se puede cambiar.

2.2.3.1 Aproximación bilineal

La aproximación bilineal del diagrama momento-curvatura utilizada por el programa es la descrita por (PRIESTLEY, 1993). El momento nominal (M_n) relacionado con el punto de fluencia equivalente (equicurv) es el asociado a una deformación de la capa superior de la sección de concreto $\varepsilon_c = 0.003$ o a una deformación del acero $\varepsilon_s = 0.015$, la que ocurra primero. La segunda parte del diagrama es una línea recta que conecta el punto de fluencia equivalente y el punto final asociado al momento y curvatura últimos de la sección.

En la parte final del proceso se hallan los puntos de momento y curvatura de fluencia, y la Ductilidad por curvatura de la sección.

La ductilidad es importante pues permite percibir el proceso de falla de una estructura. Además, es una cualidad importante en el diseño pues permite la absorción y disipación de energía durante eventos sísmicos. (CHANG, 2015).

2.2.4 SALIDA DE DATOS

La salida de datos de CIVIL-UP es un archivo de tipo .xls al cual se puede acceder con cualquier versión del programa EXCEL propiedad de Microsoft. El archivo tiene un nombre predeterminado llamado “resultados” pero el usuario puede cambiarlo si desea.

Los resultados pueden dividirse en dos partes: la primera es donde se encuentran los datos de la sección y propiedades de los materiales y la segunda parte tiene los resultados de análisis de la sección.

2.2.4.1 DATOS DE LA SECCION Y PROPIEDADES DE LOS MATERIALES

En esta parte se encuentran los datos de: tipo de sección analizada (rectangular o circular), propiedades geométricas y de refuerzo longitudinal y transversal, valor de la carga axial y propiedades de los materiales de la sección.

2.2.4.2 RESULTADOS DEL ANALISIS DE LA SECCION

2.2.4.2.1 Datos del diagrama momento-curvatura

Los resultados que se muestran son los descritos en el procedimiento para la obtención del diagrama momento-curvatura. Estos datos se presentan en una tabla con seis columnas, las cuales contienen:

Columna 1: Deformación por compresión del concreto (Observe que se muestran valores mayores que la deformación máxima de compresión del concreto no confinado. Sin embargo, una vez que se alcanza el valor máximo, el programa considera que hubo pérdida del recubrimiento de la sección).

Columna 2: Deformación de compresión del núcleo de concreto confinado.

Columna 3: Profundidad del eje neutro desde la capa superior de la sección en mm.

Columna 4: Deformación de acero a tensión en mm.

Columna 5: Momento interno de la sección en kN-m.

Columna 6: Curvatura de la sección en 1/m.

2.2.4.2.2 *Aproximación Bilineal*

Para realizar la aproximación bilineal del diagrama momento-curvatura se extrapola el valor de la curvatura equivalente del valor de la primera curvatura de rendimiento, así:

$$\phi_y = \phi_y \frac{M_n}{M_y}$$

Donde M_n es el momento nominal de la sección y se define como el momento en el que la deformación a compresión del concreto de recubrimiento alcanza un valor máximo de 0.003 o la deformación por la tensión del acero es 0.015, lo que ocurra primero.

2.2.4.2.3 *Valores clave*

Algunos valores importantes de respuesta de la sección se presentan en esta parte. Debe tener en cuenta que hasta el momento no se ha realizado ninguna evaluación de cortante o pandeo, por lo que estos valores son "valores potenciales" que serán aceptables solo si una falla por cortante o pandeo no ocurre. El diagrama momento-curvatura se realiza suponiendo que la sección va a tener una respuesta al 100% en condiciones normales sin que esta llegue a presentar ninguna de las fallas mencionadas anteriormente.

2.3 FASE 3. APLICACIÓN DEL PROGRAMA REALIZADO.

Con el fin de aplicar el programa CIVIL-UP, se toman las siguientes secciones para obtener los diagramas de esfuerzo-deformación y momento-curvatura.

2.3.1 SECCION 1. COLUMNA RECTANGULAR DE 40cm*50cm

Se tiene la sección de una columna rectangular para el Ejemplo 1, que cuenta con una carga axial aplicada a compresión.

Las características y propiedades de la sección se encuentran a continuación:

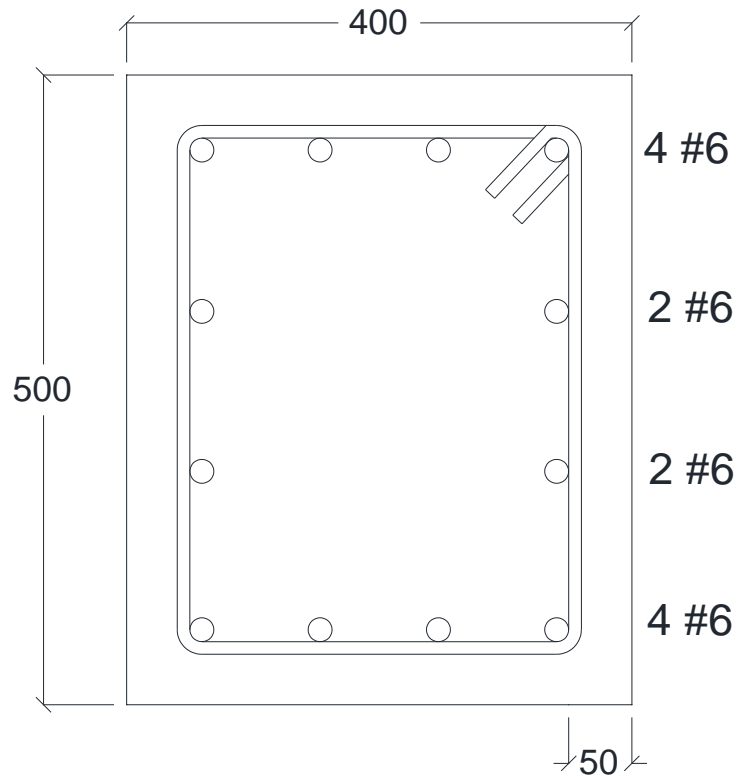


Figura 18 Sección y geometría de columna rectangular de 40*50.

Fuente: Propia del autor.

Los datos para ingresar en el programa son:

Dimensiones de la sección: 400 mm (base), 500 mm (altura).

Recubrimiento hasta refuerzo longitudinal: 50 mm

Diámetro del refuerzo transversal: 9.5 mm

Separación del refuerzo transversal: 120 mm

Numero de ramas de refuerzo transversal en dirección al eje x: 2

Numero de ramas de refuerzo transversal en dirección al eje y: 2

Límite elástico del acero longitudinal: 470 MPa.

Límite elástico del acero transversal: 420 MPa.

Límite de rotura del acero: 540 MPa.

Módulo de elasticidad del acero: 200000 MPa.

Deformación última unitaria del acero: 0.1141.

Fin de la meseta de cedencia del acero: 0.0138.

Resistencia del concreto: 28 MPa.

Deformación unitaria del concreto no confinado: 0.002.

Deformación unitaria para caída del recubrimiento: 0.0064.

Carga axial: 400 KN.

Los datos de entrada se ingresan en el programa como se muestra en la figura 19. El programa genera tres diferentes gráficos (figura 20 a 22) en los que se representa los diagramas esfuerzo-deformación del concreto y el acero; y el diagrama de la relación momento-curvatura. El archivo de salida tendrá el nombre de “resultados.xls”, el cual se encontrará en la carpeta que tiene el mismo nombre del programa: CIVIL-UP.

```

% INGRESO DE DATOS

% Tipo de sección a analizar:

tipodeseccion='rectangular'; % Ingrese el tipo de sección la cual se va a estudiar; puede ser
% 'rectangular' o 'circular', las secciones cuadradas
% tambien se pueden tomar como 'rectangular'

% Definición geométrica:

switch lower(tipodeseccion)

case 'rectangular'

%%% SECCION RECTANGULAR

B=400; %Ancho de la sección [mm]
H=500; %Altura de la sección [mm]
d=50; %Recubrimiento de la sección [mm]

% Detalles de refuerzo para seccion rectangular

%DND es una matriz donde se introducen los siguientes datos:
%[distancia del borde superior al eje de cada barra (mm) -
%- Numero de barras - diametro de las barras (mm)] por cada fila

DND=[59.05 4 19.1
      186.35 2 19.1
      313.65 2 19.1
      440.95 4 19.1];

Dt=9.5; %Diametro del refuerzo transversal[mm]
s=120; %Separacion del refuerzo transversal[mm]
Nrx=2; %Numero de ramas de refuerzo tranversal en direccion al eje x
Nry=2; %Numero de ramas de refuerzo tranversal en direccion al eje y

% PROPIEDADES DE LOS MATERIALES

%ACERO

fy=470; %Límite elástico del acero longitudinal (MPa)
fyt=420; %Límite elástico del acero transversal (MPa)
fsu=540; %Límite de rotura del acero (MPa)
Es=200000; %Modulo de elasticidad del acero (MPa)
esu=0.1141; %Deformación última unitaria del acero
esh=0.0138; %Fin de la meseta de cedencia del acero

%CONCRETO

fco=28; %Resistencia del concreto en MPa
Ec=5000*sqrt(fco); %Modulo de elasticidad del concreto
eco=0.002; %Deformacion unitaria del concreto no confinado
esp=0.0064; %Deformación unitaria para caída del recubrimiento (normalmente 0.0064)

% CARGAS APLICADAS A LA SECCION

P=400; %Carga axial [KN] compresión [+] y a tensión [-]

```

Figura 19 Ingreso de datos de la sección 1.

Fuente: CIVIL-UP.

Modelo Esfuerzo-Deformacion de Mander para el Conci

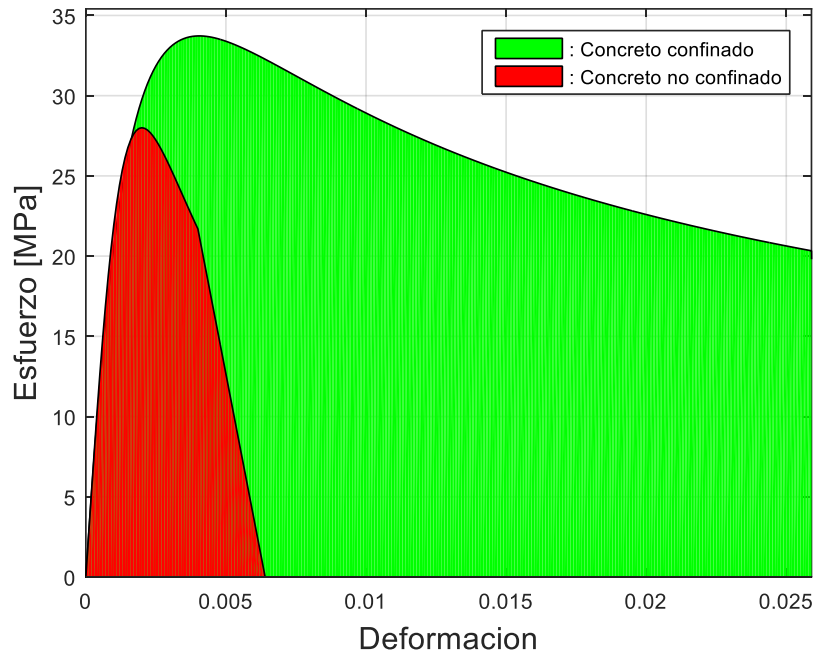


Figura 20 Modelo para concreto confinado y no confinado sección 1.

Fuente: CIVIL-UP.

Modelo Esfuerzo-Deformacion de King para el acero

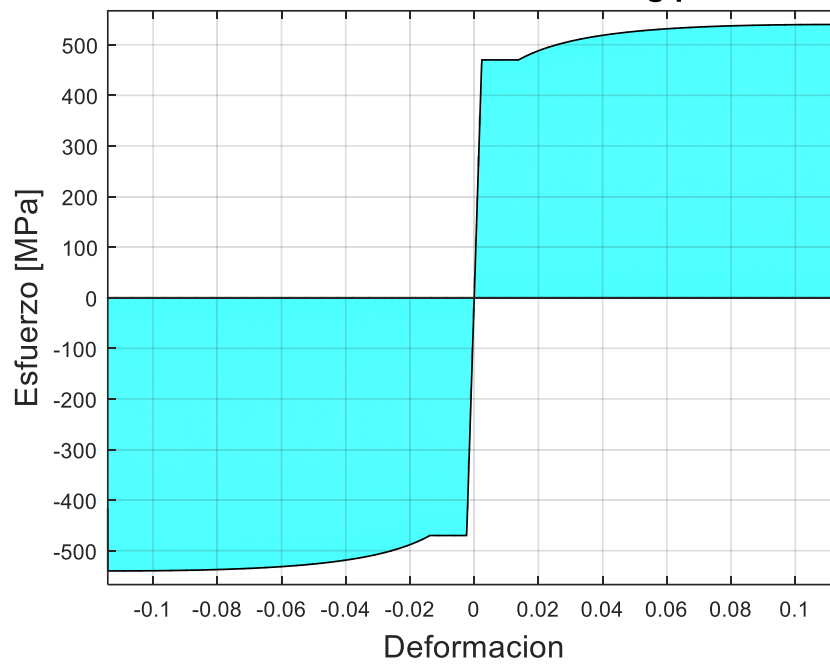


Figura 21 Modelo para el acero de refuerzo sección 1.

Fuente: CIVIL-UP.

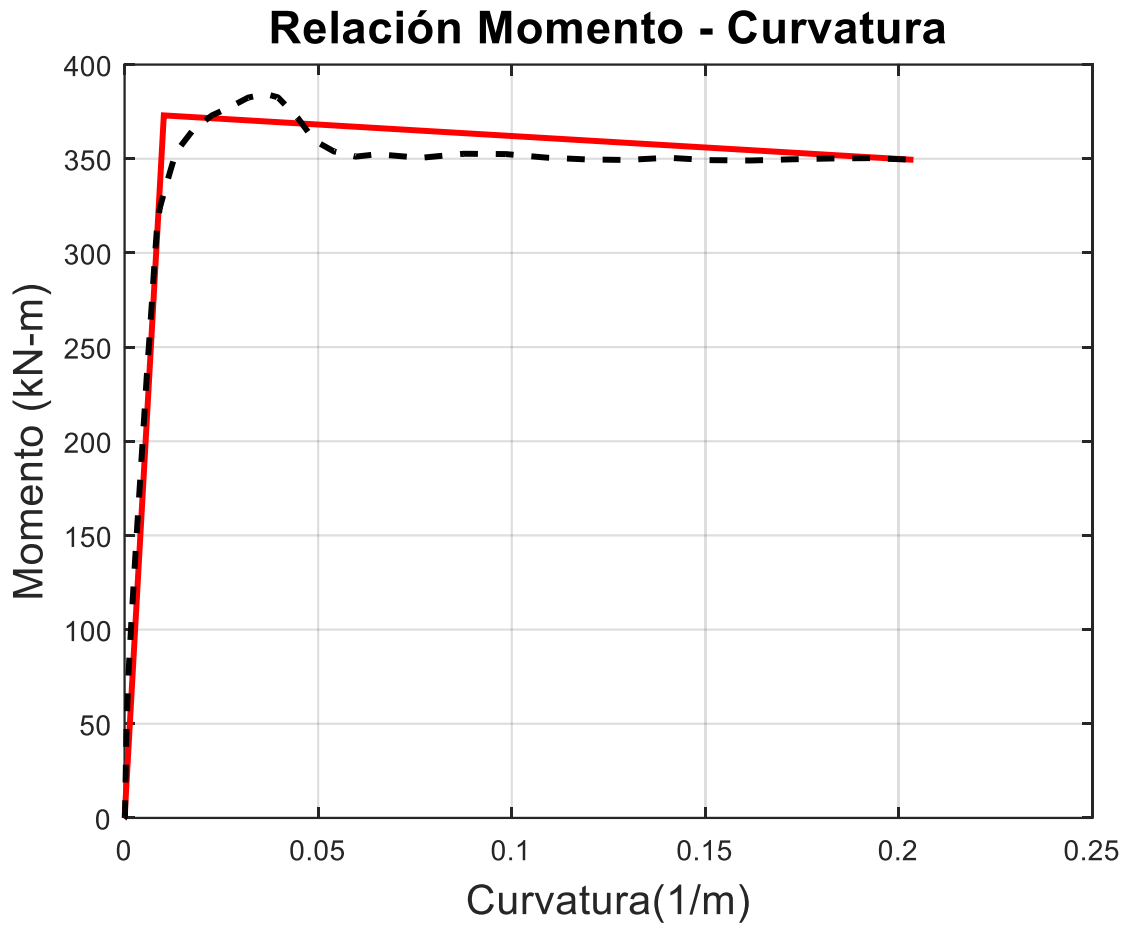


Figura 22 Relación Momento - Curvatura sección 1

Fuente: CIVIL-UP.

SECCION RECTANGULAR					
Base: 400.0 mm Altura: 500.0 mm					
Recubrimiento de refuerzo longitudinal: 50.0 mm					
Dist.Borde	# Barras	Diametro			
Sup.[mm]	Longitudinales [mm]				
59.5	4.0	19.05			
186.5	2.0	19.05			
313.5	2.0	19.05			
440.5	4.0	19.05			
Diametro de acero transversal: 9.5 mm					
Espaciamiento del acero transversal: 120.0 mm					
Numero de ramas de refuerzo transversal en direccion al eje x: 2.0					
Numero de ramas de refuerzo transversal en direccion al eje y: 2.0					
Carga axial: 400.00 kN					
Resistencia a la compresion del concreto: 28.00 MPa					
Limite elastico del acero longitudinal: 470.00 MPa					
Esfuerzo maximo del acero longitudinal: 540.00 MPa					
Limite elastico del acero transversal: 420.00 MPa					
Deformacion	Deformacion	Eje neutro	Deformacion	Momento	Curvatura
concreto	nucleo conf.	[mm]	acero tension	[kN-m]	[1/m]
0.00000	0.00000	0.00	0.00000	0.00	0.00000
0.00010	0.00009	767.88	0.00009	0.18	0.00013
0.00020	0.00017	354.86	-0.00005	58.89	0.00056
0.00030	0.00025	259.55	-0.00021	85.88	0.00116
0.00040	0.00032	219.22	-0.00040	110.93	0.00182
0.00050	0.00039	197.84	-0.00061	135.83	0.00253
0.00060	0.00045	185.15	-0.00083	160.65	0.00324
0.00070	0.00052	175.89	-0.00105	183.14	0.00398
0.00080	0.00059	171.12	-0.00126	208.41	0.00468
0.00090	0.00066	167.30	-0.00147	231.88	0.00538
0.00100	0.00072	164.40	-0.00168	254.38	0.00608
0.00110	0.00079	162.35	-0.00188	276.12	0.00678
0.00120	0.00086	160.74	-0.00209	296.56	0.00747
0.00130	0.00093	159.93	-0.00228	317.18	0.00813
0.00140	0.00100	156.76	-0.00253	329.43	0.00893
0.00150	0.00105	152.50	-0.00283	336.62	0.00984
0.00160	0.00111	149.11	-0.00313	343.36	0.01073
0.00180	0.00124	144.33	-0.00369	356.39	0.01247
0.00200	0.00135	140.06	-0.00429	367.19	0.01428
0.00250	0.00162	129.12	-0.00603	375.63	0.01936
0.00300	0.00189	122.67	-0.00777	378.36	0.02446
0.00350	0.00218	119.93	-0.00935	385.43	0.02918
0.00400	0.00247	118.15	-0.01091	391.00	0.03386
0.00450	0.00272	114.36	-0.01283	391.00	0.03935
0.00500	0.00299	112.66	-0.01455	390.73	0.04438
0.00600	0.00375	120.83	-0.01587	382.96	0.04966
0.00700	0.00459	131.56	-0.01644	371.27	0.05321
0.00800	0.00535	136.76	-0.01777	364.44	0.05850
0.00900	0.00610	140.40	-0.01924	363.09	0.06410
0.01000	0.00678	140.40	-0.02137	359.70	0.07122
0.01200	0.00823	144.14	-0.02467	362.64	0.08325
0.01400	0.00965	145.77	-0.02830	363.46	0.09604
0.01600	0.01109	147.42	-0.03181	363.81	0.10854
0.01800	0.01255	149.46	-0.03505	364.25	0.12044
0.02000	0.01407	152.67	-0.03770	364.83	0.13100
0.02200	0.01565	156.73	-0.03983	363.37	0.14037
0.02400	0.01711	157.71	-0.04303	363.54	0.15218
0.02600	0.01859	158.70	-0.04616	363.03	0.16383
0.02800	0.02007	159.69	-0.04923	363.64	0.17534
0.03000	0.02155	160.69	-0.05223	363.29	0.18670
0.03200	0.02309	162.51	-0.05474	363.82	0.19692
0.03400	0.02487	168.51	-0.05487	361.33	0.20177
Aproximación Bilineal:					
Curvatura	Momento				
[1/m]	[kN-m]				
0.00000	0.00				
0.00985	378.36				
0.20177	361.33				
Momento de la primera fluencia: 320.55 kN-m					
Curvatura de la primera fluencia: 0.00835 1/m					
Momento nominal de la sección: 378.36 kN-m					
Equivalente de curvatura: 0.00985 1/m					
Ductilidad por curvatura de la sección: 20.47					

Figura 23 Hoja de resultados, análisis de columna sección 1. Fuente: CIVIL-UP.

2.3.1.1 *Calculo manual de un punto del diagrama momento-curvatura para la sección analizada.*

A continuación, se realiza el cálculo de un punto del diagrama momento-curvatura de forma analítica especificando el debido procedimiento para comparar los resultados obtenidos con los del programa, teniendo el valor para la deformación unitaria del concreto en el borde superior de la sección de $\varepsilon_c = 0.0002$

Se realiza un proceso de iteración para hallar el valor del eje neutro; se le da un valor al eje neutro $c = 350.88 \text{ mm}$.

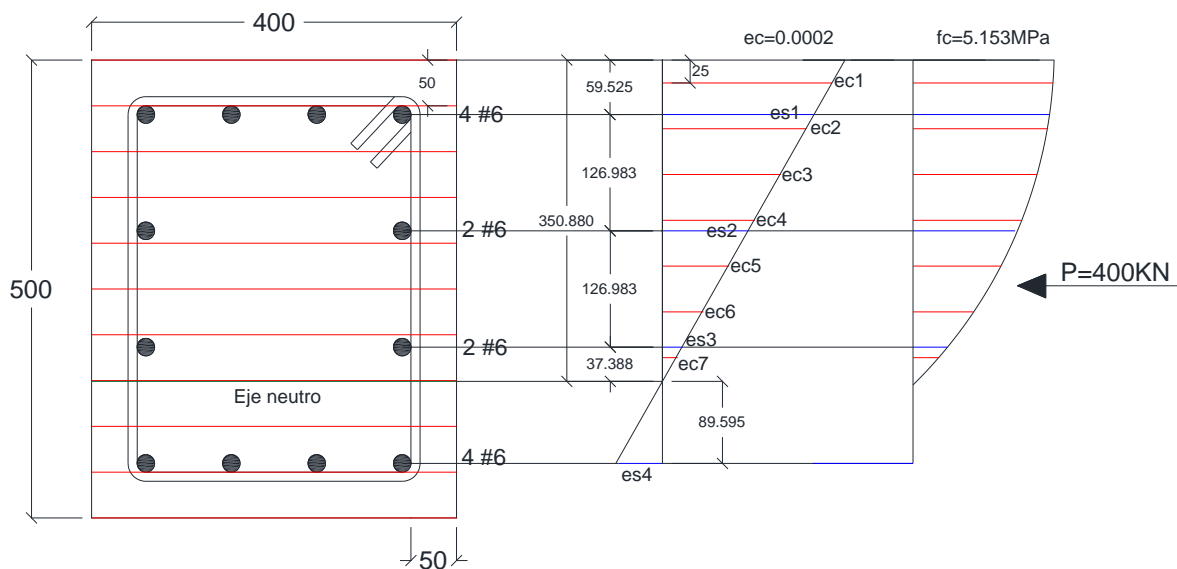


Figura 24 Sección 1 con diagrama de deformaciones y esfuerzos para una deformación unitaria en el concreto $\varepsilon_c = 0.0002$.

Fuente: Propia del autor.

Se deben realizar los diagramas de deformaciones y esfuerzos de la sección como se muestra en la figura 24. Para realizarlo de forma manual se va a dividir la sección en 10 capas. Como la sección tiene una altura de 500 mm, cada capa tiene un espesor: $y_1 = 50 \text{ mm}$.

Teniendo en cuenta que la deformación es mayor a la deformación de agrietamiento de la parte inferior de la sección (0.0001), se supone que el acero solo está trabajando a compresión en la parte superior del eje neutro.

Se coloca el eje neutro de cada capa en el diagrama de deformaciones, por relación de triángulos se calcula el valor de la deformación de cada capa así:

$$\varepsilon_{ci} = \frac{\varepsilon_c}{c} * (c - c_{capa\ i})$$

$$\varepsilon_{c1} = 0.00018575. \quad \varepsilon_{c2} = 0.00015725. \quad \varepsilon_{c3} = 0.00012875. \quad \varepsilon_{c4} = 0.00010025. \quad \varepsilon_{c5} = 0.000071751. \quad \varepsilon_{c6} = 0.000043251. \quad \varepsilon_{c7} = 0.000014751$$

Utilizando el mismo método de calcula el esfuerzo para cada línea de acero de refuerzo usando la siguiente ecuación.

$$\varepsilon_{si} = \frac{\varepsilon_c}{c} * (c - c_{acero})$$

$$\varepsilon_{s1} = 0.00016607. \quad \varepsilon_{s2} = 0.000093691. \quad \varepsilon_{s3} = 0.000021312. \quad \varepsilon_{s4} = -0.000051068$$

Implementando las ecuaciones (1) a (13) del modelo de (Mander J.B., Priestley M.J.N., and Park R, 1988) usando la deformación de cada capa se halla su respectivo esfuerzo. Este esfuerzo es solo el de la zona confinada.

$$f_{ci} = \frac{f'_{cc} * r}{\varepsilon_{cc} * (r - 1 + (\varepsilon_{ci} / \varepsilon_{cc})^r)} * \varepsilon_{ci}$$

Para el ejemplo 1 se obtiene la siguiente ecuación para determinar el esfuerzo del área confinada en función de la deformación unitaria:

$$f_{ci} = \frac{33.726193 * 1.46}{0.004045 * (1.46 - 1 + (\varepsilon_{ci}/0.004045)^{1.46})} * \varepsilon_{ci}$$

$$f_{c1} = 4.80 \text{ Mpa.} \quad f_{c2} = 4.084 \text{ Mpa.} \quad f_{c3} = 3.359 \text{ Mpa.} \quad f_{c4} = 2.627 \text{ Mpa.} \quad f_{c5} = 1.887 \text{ Mpa.} \quad f_{c6} = 1.141 \text{ Mpa.} \quad f_{c7} = 0.39 \text{ Mpa.}$$

Para hallar el esfuerzo del área no confinada de la sección se usa la siguiente ecuación:

$$f_{cni} = \frac{f'_{co} * rn}{\varepsilon_{co} * (rn - 1 + (\varepsilon_{ci}/\varepsilon_{co})^{rn})} * \varepsilon_{ci}$$

Donde:

$$rn = \frac{Ec}{Ec - (f'_{co}/\varepsilon_{co})}$$

Para el ejemplo 1 se obtiene la siguiente ecuación:

$$f_{cni} = \frac{28 * 2.1238}{0.002 * (2.1238 - 1 + (\varepsilon_{ci}/0.002)^{2.1238})} * \varepsilon_{ci}$$

$$f_{cn1} = 4.8866 \text{ Mpa.} \quad f_{cn2} = 4.1438 \text{ Mpa.} \quad f_{cn3} = 3.3975 \text{ Mpa.} \quad f_{cn4} = 2.6483 \text{ Mpa.} \\ f_{cn5} = 1.8969 \text{ Mpa.} \quad f_{cn6} = 1.144 \text{ Mpa.} \quad f_{cn7} = 0.3903 \text{ Mpa.}$$

Usando las ecuaciones (14) a (18) del Modelo de (King D.J., 1986) para el acero de refuerzo se obtiene el valor de los esfuerzos para cada línea de acero. Observe que para el análisis de este punto todas las deformaciones satisfacen la condición $\varepsilon_{si} \leq \varepsilon_y$, por tanto, se usa la ecuación (14):

$$f_{si} = E_s * \varepsilon_{si}$$

Se obtienen estos resultados:

$$f_{s1} = 33.214 \text{ MPa.} \quad f_{s2} = 18.7382 \text{ MPa.} \quad f_{s3} = 4.2624 \text{ MPa.} \quad f_{s4} = -10.2136 \text{ MPa}$$

Hallar el área de las barras de acero.

$$A_{si} = \frac{\pi}{4} D^2 * \#barras_i$$

$$A_{s1} = 1140.09 \text{ mm}^2. \quad A_{s2} = 570.046 \text{ mm}^2. \quad A_{s3} = 570.046 \text{ mm}^2. \quad A_{s4} = 1140.09 \text{ mm}^2.$$

Calculo del área confinada y no confinada de cada capa. Teniendo en cuenta la geometría de la sección analizada se obtienen los siguientes valores de áreas libres (restándole el valor de áreas de las barras de refuerzo longitudinal correspondiente):

$$\text{Base de la sección confinada: } Bc = B - (2d + Dt)$$

$$\text{Altura de la sección confinada: } Hc = H - (2d + Dt)$$

$$A_{capa} = H * y1$$

$$A_{conf1} = 1470.125 \text{ mm}^2. \quad A_{conf2} = 14334.91 \text{ mm}^2. \quad A_{conf3} = 15475 \text{ mm}^2.$$

$$A_{conf4} = 14904.54 \text{ mm}^2. \quad A_{conf5} = 15475 \text{ mm}^2. \quad A_{conf6} = 15475 \text{ mm}^2.$$

$$A_{conf7} = 15176.9 \text{ mm}^2.$$

$$A_{noconf} = A_{capa} - A_{conf i}$$

$$A_{noconf1} = 18529.875 \text{ mm}^2. \quad A_{noconf2} = 4525 \text{ mm}^2. \quad A_{noconf3} = 4525 \text{ mm}^2.$$

$$A_{noconf4} = 4525 \text{ mm}^2. \quad A_{noconf5} = 4525 \text{ mm}^2. \quad A_{noconf6} = 4525 \text{ mm}^2.$$

$$A_{noconf7} = 4604.64 \text{ mm}^2.$$

Calculo de las fuerzas internas (tensión y compresión) de la sección:

$$F_{C_{conf}} = \sum_{i=1}^n f_{ci} * A_{conf i}$$

$$F_{C_{conf}} = 209.51 \text{ KN.}$$

$$F_{C_{noconf}} = \sum_{i=1}^n f_{cn i} * A_{noconf i}$$

$$F_{C_{noconf}} = 152.21 \text{ KN.}$$

$$F_{acero} = \sum_{i=1}^n f_{s i} * A_{s i}$$

$$F_{acero} = 39.33 \text{ KN.}$$

Se hace el equilibrio de fuerzas con la carga axial P.

$$Sumatoria = Fc_{conf} + Fc_{noconf} + F_{acero} - P$$

$$Sumatoria = 209.51 + 152.21 + 39.33 - 400$$

$$Sumatoria = 1.05 \text{ KN.}$$

Como la sumatoria es aproximadamente cero se procede a calcular el valor de Momento producido en la sección por todas las fuerzas actuantes. Este valor se puede calcular en cualquier parte de la sección. Para este caso se calculará en el borde inferior de la sección, obteniendo los siguientes resultados:

$$Momento = \left[\sum_{i=1}^n f_{cn\ i} * A_{noconf\ i} * (H - c_{capa\ i}) \right] + \left[\sum_{i=1}^n f_{ci} * A_{conf\ i} * (H - c_{capa\ i}) \right] + \left[\sum_{i=1}^n f_{s\ i} * A_{s\ i} * (H - c_{acero\ i}) \right] - P * \left(\frac{H}{2} \right)$$

$$Momento = 64.47 + 73.49 + 21.17 - 100$$

$$Momento = 59.13 \text{ KN} - m.$$

El valor de la curvatura \emptyset es:

$$\emptyset = \frac{\varepsilon_c}{c}$$

$$\emptyset = \frac{0.0002}{0.35088 \text{ m}}$$

$$\emptyset = 0.00057 \frac{1}{m}$$

Deformacion concreto	Deformacion nucleo conf.	Eje neutro [mm]	Deformacion acero	Momento tensio.[kN-m]	Curvatura [1/m]
0.00000	0.00000	0.00	0.00000	0.00	0.00000
0.00010	0.00009	790.29	0.00009	0.16	0.00013
0.00020	0.00017	350.78	-0.00005	57.52	0.00057

Figura 25 Resultados obtenidos por el programa para la sección 1, cuando $\varepsilon_c = 0.0002$.

Fuente: Propia del autor.

Las variaciones en los resultados obtenidos por el programa y el cálculo analítico pueden ser causados por la precisión y el número de cifras significativas utilizadas.

El proceso es iterativo para valores de la deformación hasta alcanzar el valor de deformación unitaria última del concreto no confinado ϵ_{cu} . Esto quiere decir que para hallar cualquier otro punto de manera analítica para el diagrama momento-curvatura se podrá seguir el mismo procedimiento descrito anteriormente.

2.3.2 SECCION 2. COLUMNA CIRCULAR DE DIAMETRO 60cm

Se analizará la sección circular de la figura 26, la cual está sometida a una carga axial a tensión.

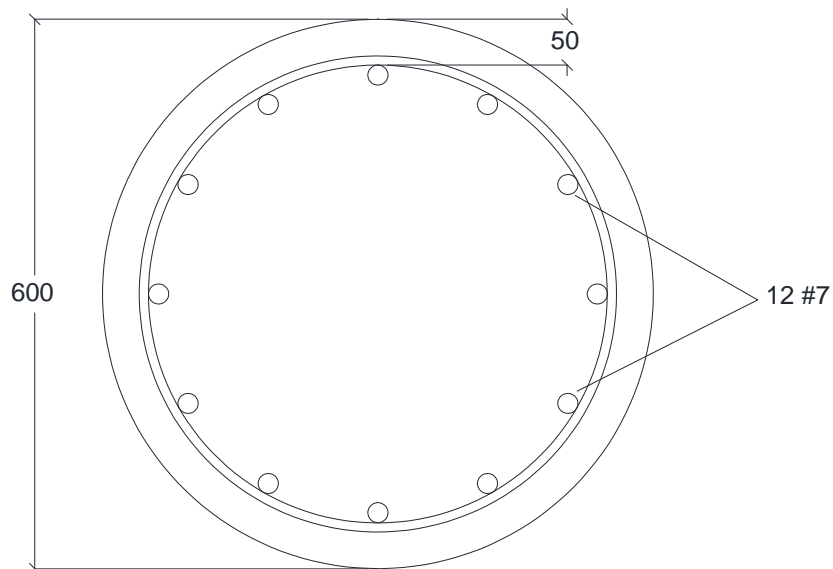


Figura 26 Sección y geometría de columna circular. Sección 2.

Fuente: Propia del autor.

Los datos de la sección son:

Diámetro de la sección: 600 mm

Recubrimiento hasta refuerzo longitudinal: 50 mm

Número de barras longitudinales: 12

Diámetro de las barras longitudinales: 22.225mm

Diámetro del refuerzo transversal: 9.5 mm

Separación del refuerzo transversal: 100 mm

Tipo de refuerzo transversal: espiral

Límite elástico del acero longitudinal: 420 MPa.

Límite elástico del acero transversal: 420 MPa.

Límite de rotura del acero: 520 MPa.

Módulo de elasticidad del acero: 200000 MPa.

Deformación última unitaria del acero: 0.1141.

Fin de la meseta de cedencia del acero: 0.0138.

Resistencia del concreto: 30 MPa.

Deformación unitaria del concreto no confinado: 0.002.

Deformación unitaria para caída del recubrimiento: 0.0064.

Carga axial: -250 KN. (Tensión).

```

% SECCION CIRCULAR

D=600;      % Diametro de la seccion [mm]
d=50;      %Recubrimiento de la seccion [mm]

%%% Detalles de refuerzo para seccion circular

nbl = 12;      % Número de barras longitudinales
Dbl = 22.225;  % Diámetro de las barras longitudinales [mm]

Dt = 9.5;     % Diametro del refuerzo transversal [mm]
s = 100;     % Separacion del refuerzo transversal[mm]
tipo = 'espiral'; % tipo de refuerzo transversal 'espiral' o 'aros'

% PROPIEDADES DE LOS MATERIALES

%ACERO

fy=420;      %Límite elástico del acero longitudinal (MPa)
fyt=420;     %Límite elástico del acero transversal (MPa)
fsu=520;     %Límite de rotura del acero (MPa)
Es=200000;   %Modulo de elasticidad del acero (MPa)
esu=0.1141;  %Deformación última unitaria del acero
esh=0.0138;  %Fin de la meseta de cedencia del acero

%CONCRETO

fco=30;      %Resistencia del concreto en MPa
Ec=5000*sqrt(fco); %Modulo de elasticidad del concreto
eco=0.002;   %Deformacion unitaria del concreto no confinado
esp=0.0064;  %Deformación unitaria para caída del recubrimiento (normalmente 0.0064)

% CARGAS APLICADAS A LA SECCION

P=-250;     %Carga axial [KN] compresión [+] y a tensión [-]

```

Figura 27 Ingreso de datos de la columna circular sección 2.

Fuente: CIVIL-UP.

Modelo Esfuerzo-Deformacion de Mander para el Concreto

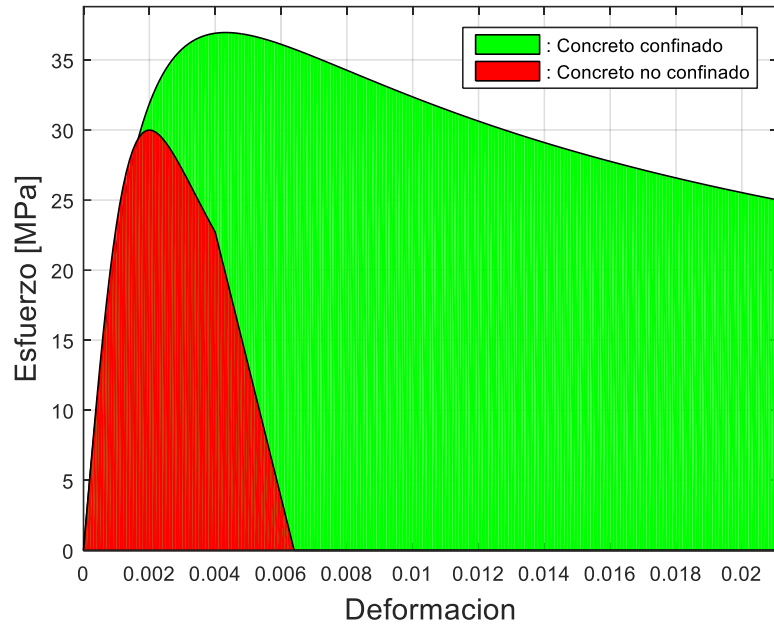


Figura 28 Modelo para concreto confinado y no confinado columna circular sección 2.

Fuente: CIVIL-UP.

Modelo Esfuerzo-Deformacion de King para el acero

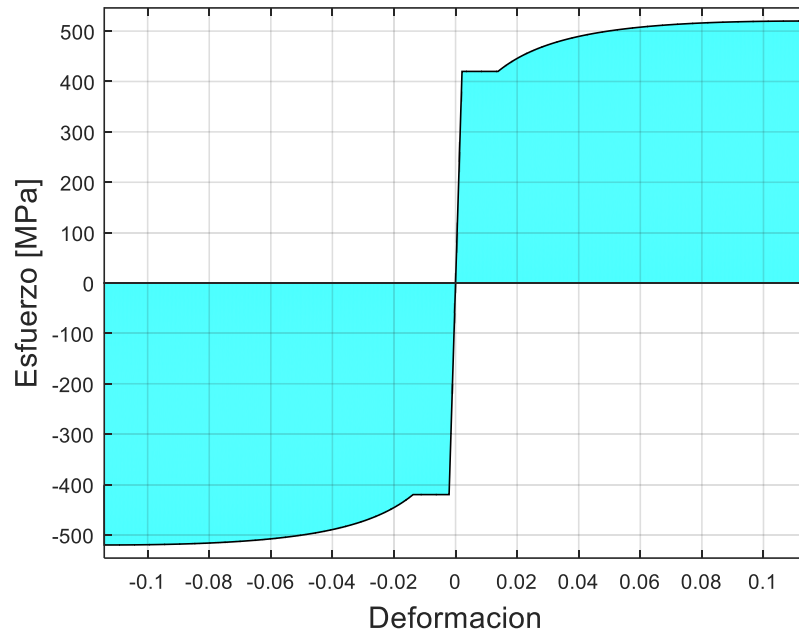


Figura 29 Modelo para acero de refuerzo de columna circular sección 2.

Fuente: CIVIL-UP.

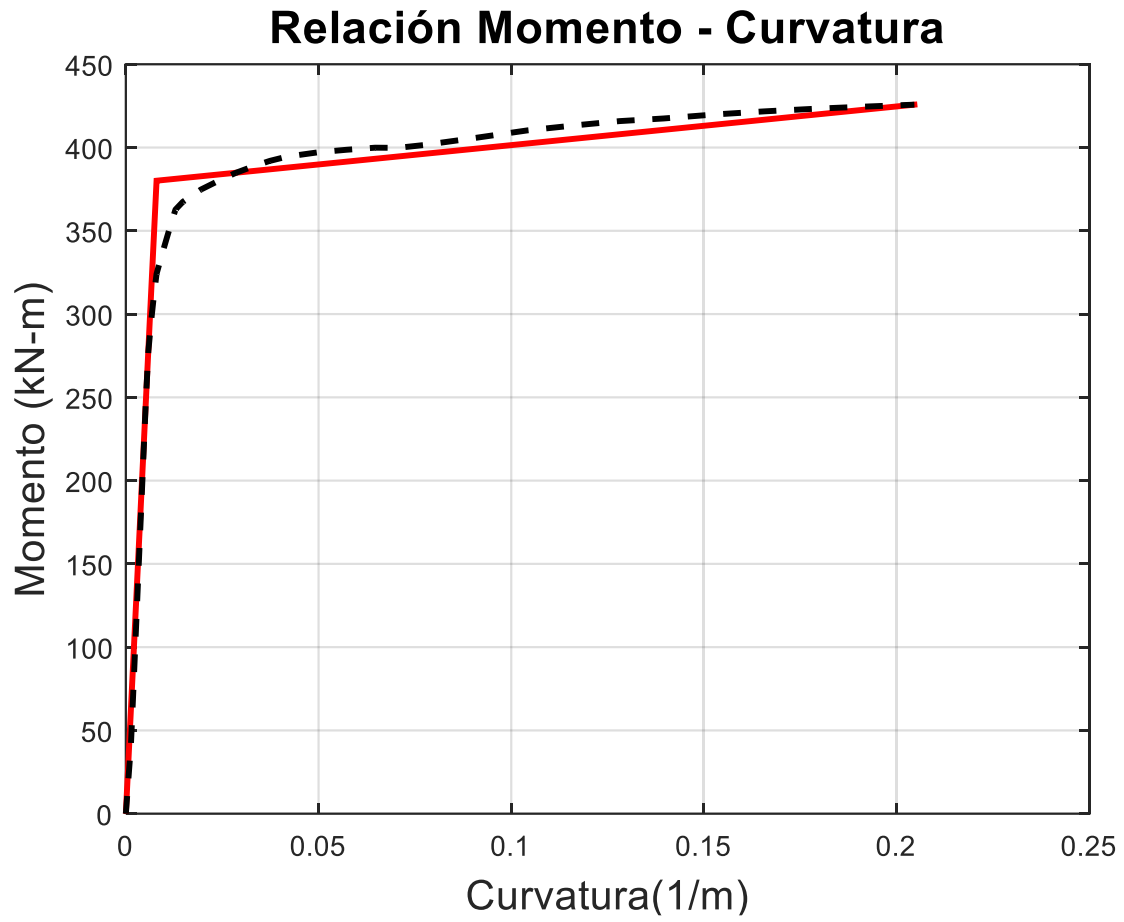


Figura 30 Relación Momento - Curvatura columna circular sección 2.

Fuente: CIVIL-UP.

SECCION CIRCULAR					
Diametro de la seccion: 600.0 mm					
Recubrimiento de refuerzo longitudinal: 50.0 mm					
Numero de barras longitudinales: 12					
Diametro de barras longitudinales: 22.2 mm					
Diametro de acero transversal: 9.5 mm					
Espaciamiento del acero transversal: 100.0 mm					
Tipo de refuerzo transversal: espiral					
Carga axial: -250.00 kN					
Resistencia a la compresion del concreto: 30.00 MPa					
Limite elastico del acero longitudinal: 420.00 MPa					
Esfuerzo maximo del acero longitudinal: 520.00 MPa					
Limite elastico del acero transversal: 420.00 MPa					
Deformacion	Deformacion	Eje neutro	Deformacion	Momento	Curvatura
concreto	nucleo conf.	[mm]	acero tensio	[kN-m]	[1/m]
0.00000	0.00000	0.00	0.00000	0.00	0.00000
0.00010	0.00004	76.24	-0.00061	41.05	0.00131
0.00020	0.00012	108.89	-0.00079	68.28	0.00184
0.00030	0.00019	125.27	-0.00099	98.19	0.00239
0.00040	0.00027	134.86	-0.00120	129.05	0.00297
0.00050	0.00034	141.37	-0.00141	159.81	0.00354
0.00060	0.00041	145.86	-0.00162	190.39	0.00411
0.00070	0.00049	149.43	-0.00182	221.06	0.00468
0.00080	0.00056	152.32	-0.00203	250.99	0.00525
0.00090	0.00064	154.03	-0.00225	277.67	0.00584
0.00100	0.00070	153.03	-0.00252	295.02	0.00653
0.00110	0.00077	151.89	-0.00280	310.38	0.00724
0.00120	0.00084	150.68	-0.00309	324.11	0.00796
0.00130	0.00090	147.78	-0.00344	331.06	0.00880
0.00140	0.00096	145.50	-0.00379	337.77	0.00962
0.00150	0.00103	143.69	-0.00413	344.25	0.01044
0.00160	0.00109	142.21	-0.00446	350.62	0.01125
0.00180	0.00122	139.80	-0.00514	362.75	0.01288
0.00200	0.00133	135.45	-0.00596	367.35	0.01477
0.00250	0.00162	128.51	-0.00798	374.74	0.01945
0.00300	0.00191	124.55	-0.00998	380.08	0.02409
0.00350	0.00221	122.44	-0.01190	384.85	0.02859
0.00400	0.00251	121.32	-0.01377	388.63	0.03297
0.00450	0.00281	120.56	-0.01561	391.96	0.03733
0.00500	0.00311	119.91	-0.01747	394.48	0.04170
0.00600	0.00374	120.36	-0.02086	397.13	0.04985
0.00700	0.00441	122.11	-0.02389	398.67	0.05733
0.00800	0.00507	123.68	-0.02686	399.90	0.06468
0.00900	0.00581	127.65	-0.02900	399.80	0.07051
0.01000	0.00650	129.24	-0.03170	401.50	0.07738
0.01200	0.00789	132.01	-0.03698	405.84	0.09090
0.01400	0.00928	134.30	-0.04217	410.31	0.10424
0.01600	0.01072	137.19	-0.04685	413.33	0.11663
0.01800	0.01220	140.49	-0.05105	415.87	0.12813
0.02000	0.01369	143.38	-0.05517	417.44	0.13949
0.02200	0.01509	144.15	-0.06024	419.83	0.15262
0.02400	0.01651	144.91	-0.06525	421.71	0.16562
0.02600	0.01792	145.60	-0.07023	423.26	0.17857
0.02800	0.01934	146.27	-0.07516	424.55	0.19142
0.03000	0.02074	146.63	-0.08025	425.75	0.20459
Aproximación Bilineal:					
Curvatura	Momento				
[1/m]	[kN-m]				
0.00000	0.00				
0.00797	380.08				
0.20459	425.75				
Momento de la primera fluencia: 259.50 kN-m					
Curvatura de la primera fluencia: 0.00544 1/m					
Momento nominal de la sección: 380.08 kN-m					
Equivalente de curvatura: 0.00797 1/m					
Ductilidad por curvatura de la sección: 25.67					

Figura 31 Hoja de resultados análisis de columna circular. Sección 2.

Fuente: CIVIL-UP.

2.4 FASE 4. APLICACIÓN DEL SOFTWARE RESPONSE 2000 PARA LA OBTENCION DE LOS DIAGRAMAS MOMENTO-CURVATURA.

Response-2000 es un programa de análisis seccional fácil de usar que calculará la resistencia y la ductilidad de una sección transversal de hormigón armado sometida a cizalla, momento y carga axial. Las tres cargas se consideran simultáneamente para encontrar la respuesta de carga-deformación completa utilizando las últimas investigaciones basadas en la teoría del campo de compresión modificado. El programa fue desarrollado en la Universidad de Toronto por Evan Bentz en un proyecto supervisado por el profesor Michael P. Collins. (BENTZ, 2001).

Response-2000 puede calcular la resistencia de las vigas y columnas tradicionales igual o mejor que los métodos existentes y, lo que es más importante, es capaz de hacer predicciones de fuerzas de corte para secciones que no se pueden modelar fácilmente, como columnas circulares y haces de banda cónico. Con su entrada y salida rápidas, interfaz basada en Windows y amplia salida gráfica, para permitir una verificación fácil de los resultados, Response-2000 le permite al ingeniero examinar el comportamiento de vigas y columnas con un nuevo nivel de confianza y precisión. (BENTZ, 2001).

Permite el análisis de vigas y columnas sometidas a combinaciones arbitrarias de carga axial, momento y cortante. También incluye un método para integrar el comportamiento seccional para segmentos de vigas prismáticos simples. Las suposiciones implícitas en el programa son que las secciones planas permanecen planas, y que no hay tensión de sujeción transversal en la profundidad del haz. Para secciones de una viga o columna a una distancia razonable de un soporte o punto de carga, estas son suposiciones excelentes. Estas son las mismas ubicaciones en vigas que suelen ser las ubicaciones críticas para fallas por cortante por fragilidad. (BENTZ, 2001).

Al ingresar los datos de la sección y propiedades de los materiales la misma aplicación realiza la representación grafica de la sección y diagramas de esfuerzo-deformación y relación momento-curvatura.

2.4.1 SECCION 1. COLUMNA RECTANGULAR DE 40cm*50cm, RESPONSE 2000.

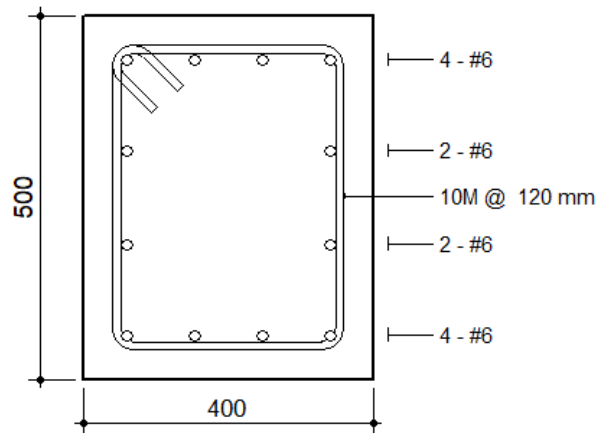


Figura 32 Sección de columna rectangular. Fuente: RESPONSE 2000.

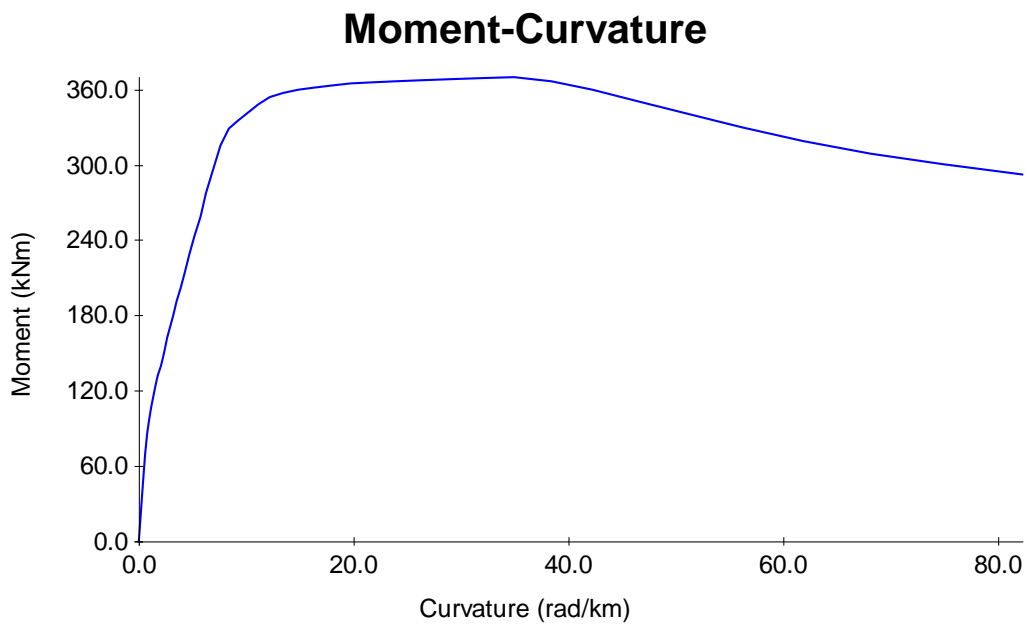


Figura 33 Diagrama momento curvatura de la sección 1. Response 2000.

Fuente: RESPONSE 2000.

Esfuerzo Acero MPa	Deformacion acero	Esfuerzo concreto	Deformacion concreto	Momento KN-m	Curvatura 1/m
0	0	0	0	0	0
440	0,0022	1,972	0,0000806	23,385	0,0002
440	0,0138	3,94	0,0001613	46,756	0,0004
440	0,0138	5,894	0,0002419	69,599	0,0006
459	0,02383	7,824	0,0003225	85,906	0,0008
476	0,03386	9,72	0,0004032	97,867	0,001
491	0,04389	11,569	0,0004838	107,741	0,0012
504	0,05392	13,358	0,0005644	116,434	0,0014
515	0,06395	15,075	0,0006451	124,541	0,0016
524	0,07398	16,709	0,0007257	132,117	0,0018
531	0,08401	18,249	0,0008063	139,357	0,002
536	0,09404	19,686	0,000887	146,383	0,0022
539	0,10407	21,012	0,0009676	153,937	0,00242
540	0,1141	22,222	0,0010482	162,087	0,002662
540	0,1141	23,312	0,0011289	170,928	0,002928
		24,281	0,0012095	180,534	0,003221
		25,128	0,0012901	190,989	0,003543
		25,855	0,0013708	202,411	0,003897
		26,466	0,0014514	214,866	0,004287
		26,965	0,001532	228,484	0,004716
		27,357	0,0016127	243,334	0,005187
		27,65	0,0016933	259,461	0,005706
		27,849	0,0017739	277,114	0,006277
		27,964	0,0018545	296,322	0,006904
		28	0,0019352	316,155	0,007595
		27,819	0,0020158	328,929	0,008354
		27,566	0,0020964	335,13	0,00919
		27,25	0,0021771	341,569	0,010109
		26,881	0,0022577	348,085	0,01112
		26,467	0,0023383	354,19	0,012232
		26,017	0,002419	357,885	0,013455
		25,536	0,0024996	360,165	0,0148
		25,032	0,0025802	362,144	0,01628
		24,511	0,0026609	363,758	0,017908
		23,977	0,0027415	364,917	0,019699
		23,435	0,0028221	365,661	0,021669
		22,89	0,0029028	366,955	0,023836
				368,049	0,02622
				368,913	0,028842
				369,601	0,031726
				370,226	0,034898
				367,021	0,038388
				360,178	0,042227
				351,278	0,04645
				341,176	0,051095
				330,364	0,056204
				319,548	0,061825
				309,474	0,068007
				300,516	0,074808
				292,745	0,082289

Figura 34 Resultados del análisis de la sección 1. Response 2000.

Fuente: RESPONSE 2000.

2.4.2 SECCION 2. COLUMNA CIRCULAR DE DIAMETRO 60cm, RESPONSE 2000.

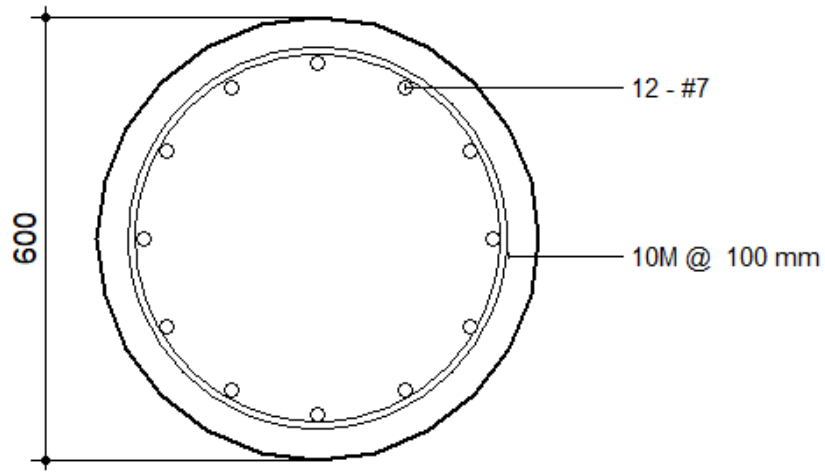


Figura 35 Sección de columna circular. Response 2000

Fuente: RESPONSE 2000.

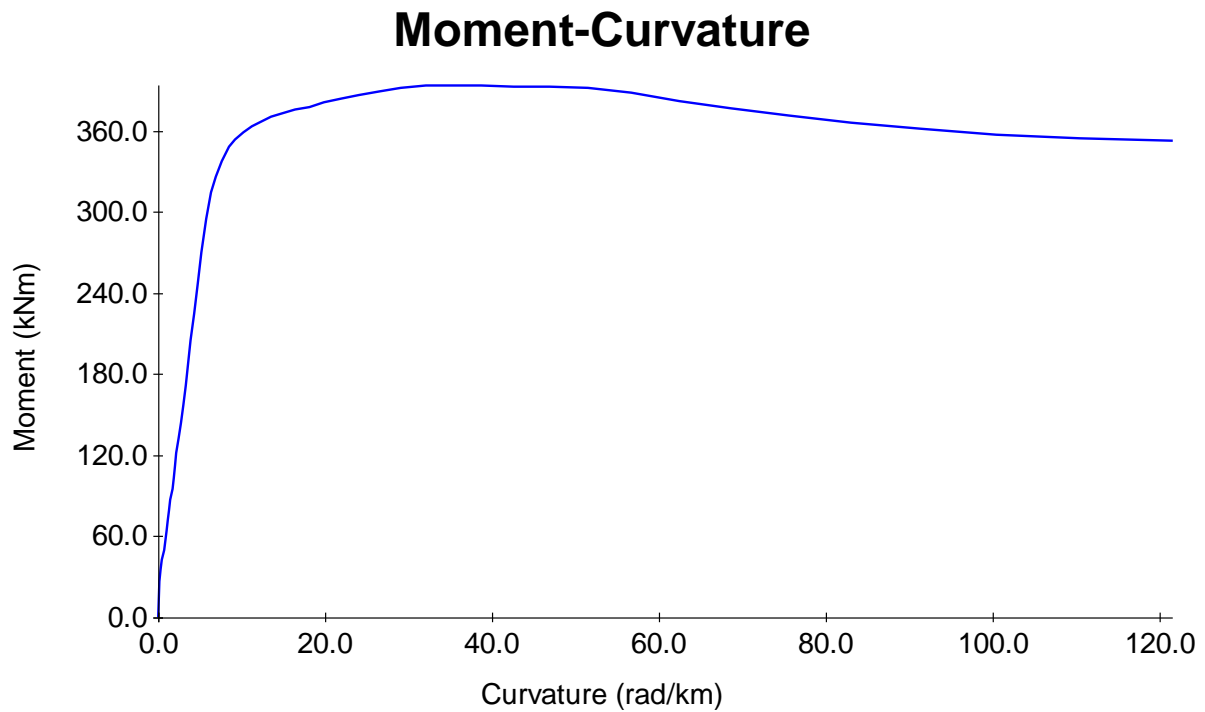


Figura 36 Diagrama momento-curvatura de la sección 2. Response 2000.

Fuente: RESPONSE 2000.

Esfuerzo Acero MPa	Deformacion acero	Esfuerzo concreto	Deformacion concreto	Momento KN-m	Curvatura 1/m
0	0	0	0	0	0
420	0,0021	2,048	0,000833	26,481	0,000167
420	0,0138	4,093	0,0001667	35,405	0,000333
420	0,0138	6,128	0,00025	42,39	0,0005
439	0,02383	8,143	0,0003333	49,523	0,000667
456	0,03386	10,129	0,0004167	56,777	0,000833
471	0,04389	12,073	0,0005	64,163	0,001
484	0,05392	13,964	0,0005833	71,732	0,001167
495	0,06395	15,788	0,0006667	79,381	0,001333
504	0,07398	17,534	0,00075	87,133	0,0015
511	0,08401	19,19	0,0008333	95,015	0,001667
516	0,09404	20,745	0,0009167	102,948	0,001833
519	0,10407	22,19	0,001	111,727	0,002017
520	0,1141	23,516	0,0010833	121,495	0,002218
520	0,1141	24,719	0,0011667	132,281	0,00244
		25,795	0,00125	144,227	0,002684
		26,741	0,0013333	157,398	0,002953
		27,558	0,0014167	171,982	0,003248
		28,248	0,0015	188,089	0,003573
		28,814	0,0015833	205,763	0,00393
		29,261	0,0016667	225,329	0,004323
		29,596	0,00175	246,809	0,004755
		29,826	0,0018333	270,441	0,005231
		29,958	0,0019167	295,118	0,005754
		30	0,002	314,429	0,006329
		29,76	0,0020833	326,061	0,006962
		29,433	0,0021667	338,142	0,007658
		29,03	0,00225	348,23	0,008424
		28,563	0,0023333	353,8	0,009267
		28,042	0,0024167	359,333	0,010193
		27,477	0,0025	363,69	0,011212
		26,879	0,0025833	367,336	0,012334
		26,254	0,0026667	370,703	0,013567
		25,611	0,00275	373,48	0,014924
		24,955	0,0028333	375,976	0,016416
		24,292	0,0029167	378,265	0,018058
		23,628	0,003	381,171	0,019864
				384,001	0,02185
				386,593	0,024035
				389,543	0,026438
				392,113	0,029082
				393,845	0,031991
				393,809	0,03519
				393,641	0,038709
				393,357	0,042579
				392,76	0,046837
				392,132	0,051521
				388,084	0,056673
				382,556	0,062341
				377,177	0,068575
				371,68	0,075432
				366,432	0,082975
				361,797	0,091273
				357,809	0,1004
				354,666	0,11044
				352,528	0,121484

Figura 37 Resultados del análisis de la sección 2. Response 2000.

Fuente: RESPONSE 2000.

3. ANALISIS DE DATOS Y RESULTADOS

3.1 COMPARACION GRAFICA DE DATOS OBTENIDOS POR LOS PROGRAMAS UTILIZADOS.

Tomando los resultados obtenidos por los programas; RESPONSE 2000 (BENTZ, 2001) y CIVIL-UP realizado por el autor, en las secciones que son objeto de análisis se hace un análisis grafico comparativo usando Microsoft Excel.

3.1.1 COMPARACION DE DATOS DE LA SECCION 1.

Realizando la comparación de los datos para el modelo de esfuerzo-deformación del concreto se obtienen la siguiente gráfica.

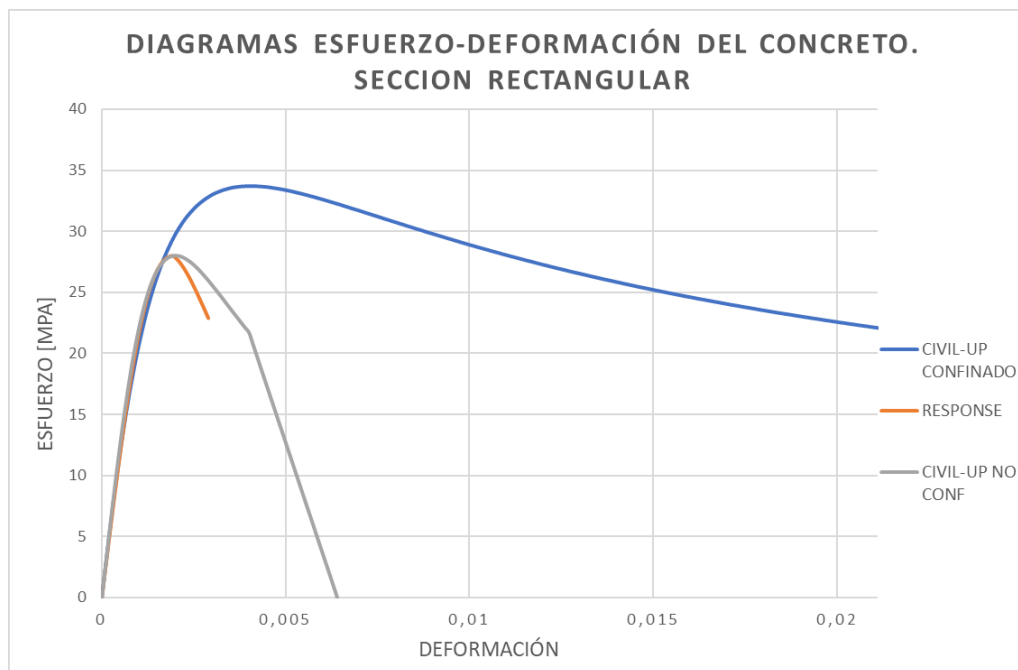


Figura 38 Comparación modelos del concreto. Sección 1.

Fuente: Propia del autor.

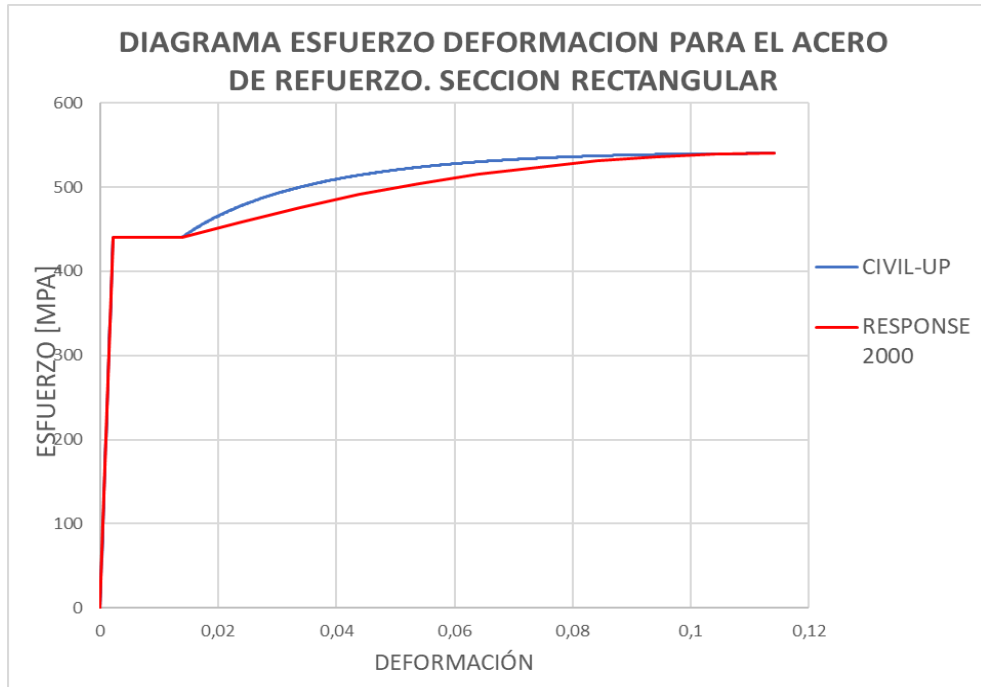


Figura 39 Comparación modelos del acero. Sección 1.

Fuente: Propia del autor.

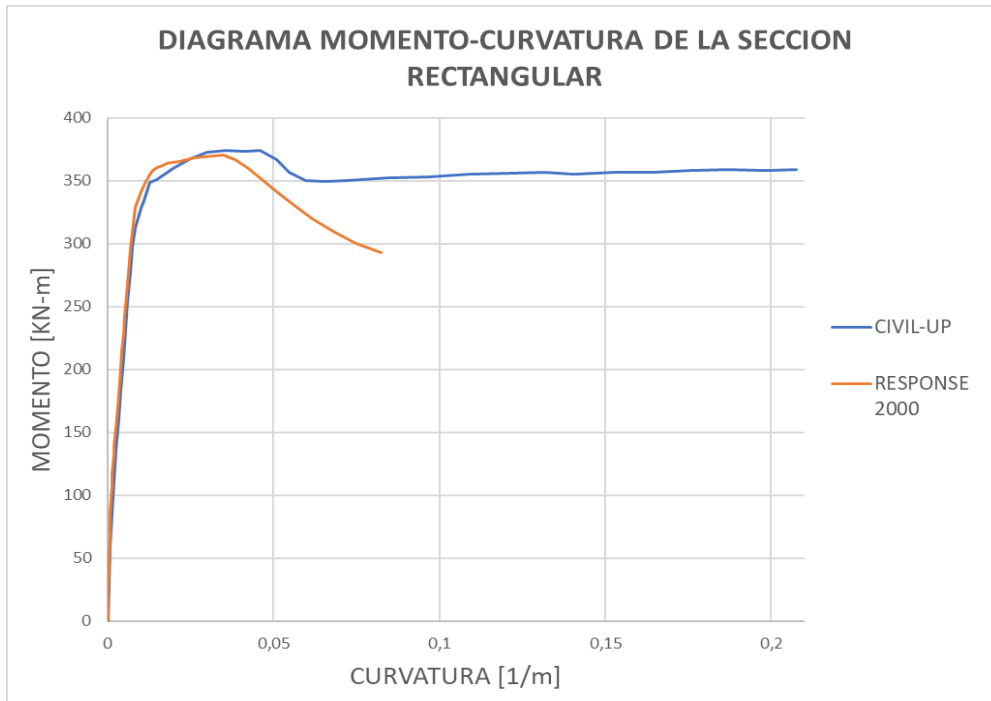


Figura 40 Comparación de diagramas momento-curvatura sección 1.

Fuente: Propia del autor.

3.1.2 COMPARACION DE DATOS DE LA SECCION 2.

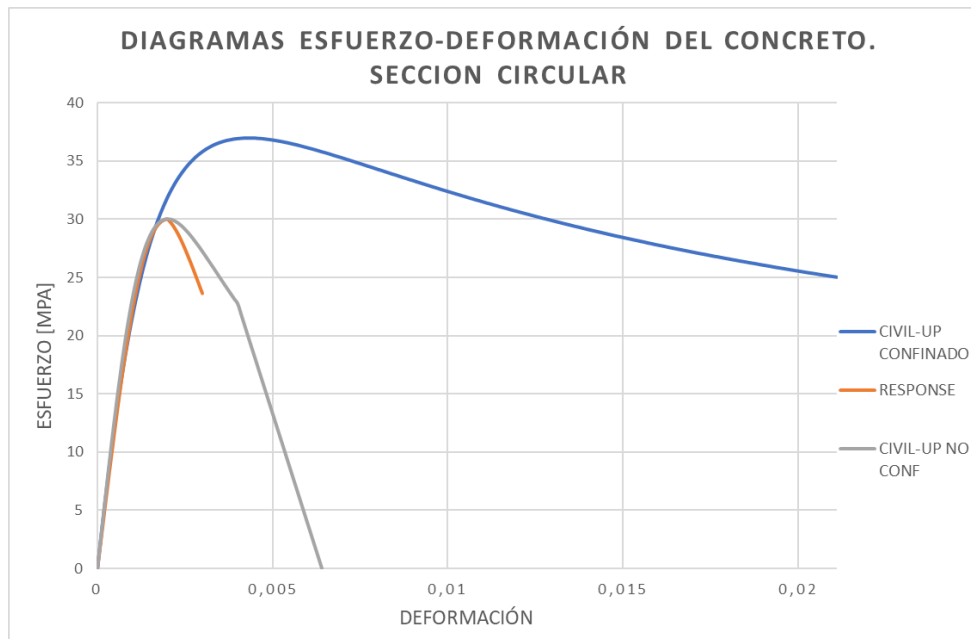


Figura 41 Comparación de modelos del concreto. Sección 2.

Fuente: Propia del autor.

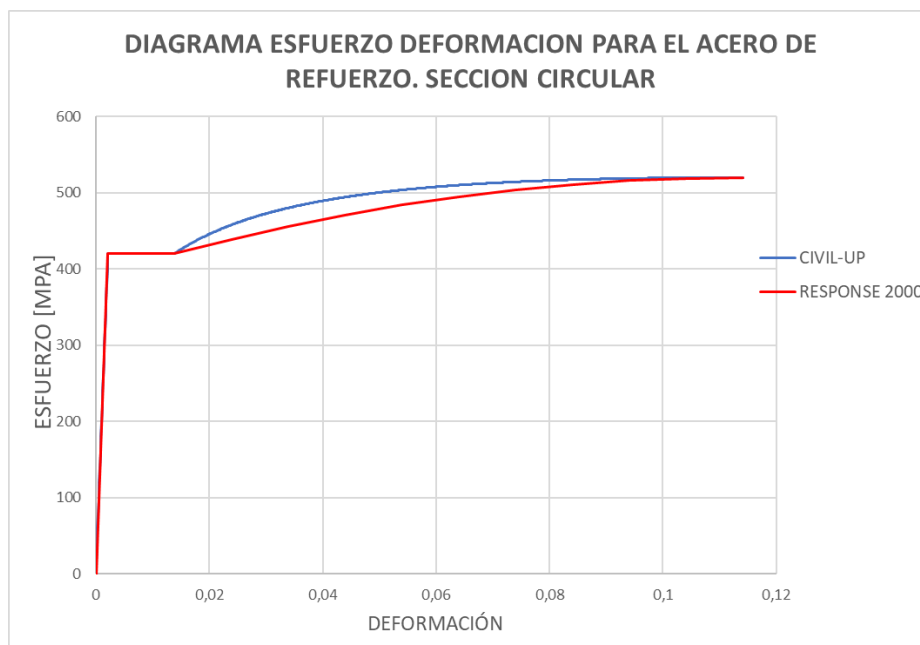


Figura 42 Comparación modelos del acero. Sección 2.

Fuente: Propia del autor.

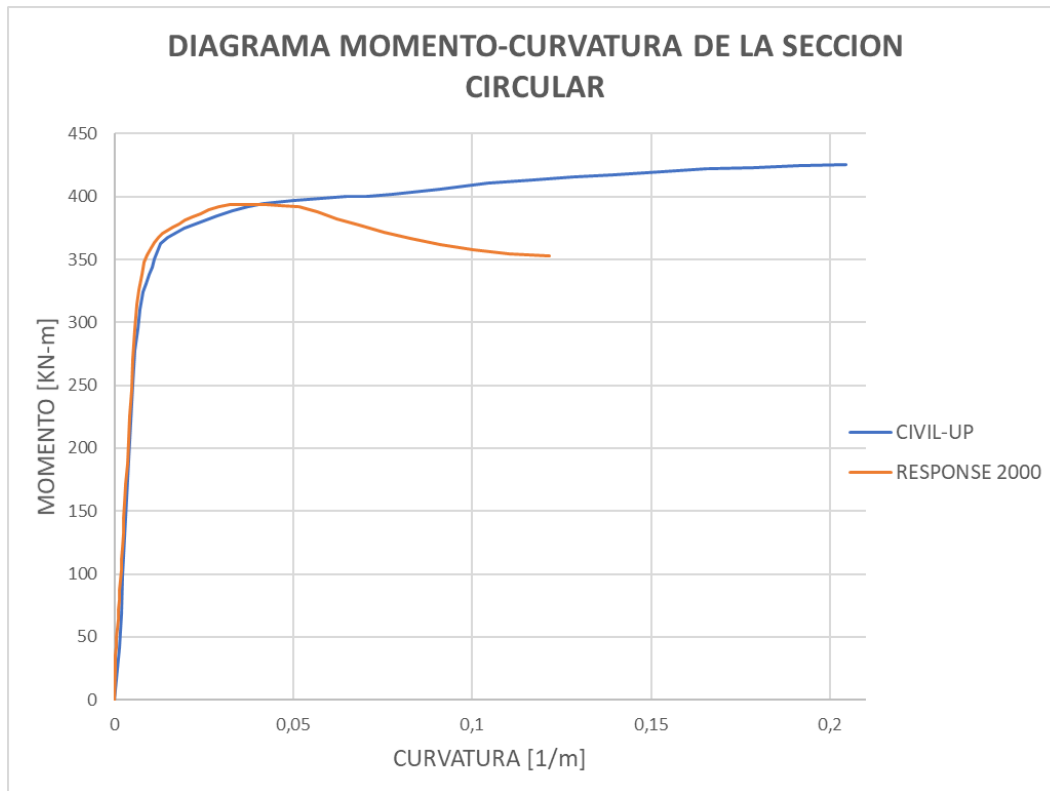


Figura 43 Comparación de diagramas momento-curvatura sección 2.

Fuente: Propia del autor.

3.2 RESULTADOS DE LA COMPARACIÓN DE DATOS.

En la comparación de datos gráfica; para las dos secciones analizadas se observa que el diagrama de esfuerzo-deformación del concreto utilizado por el RESPONSE 2000 (BENTZ, 2001) es casi similar al modelo del concreto no confinado de (MANDER J.B., PRIESTLEY M.J.N., and PARK R., 1988) pero no tiene en cuenta la zona de concreto confinado por tal motivo la deformación última de la sección tiene una gran variación como se observa en las figuras 38 y 41.

En el modelo de esfuerzo-deformación del acero de refuerzo se observa una gran similitud en los datos, con una pequeña variación en la zona de endurecimiento, por tanto, estos valores no tienen

gran incidencia o no presentan un cambio significativo al determinar la relación momento curvatura de cada sección.

Al analizar los resultados de los diagramas momento-curvatura de las dos secciones se observa una gran similitud en los datos iniciales de cada gráfica hasta la zona asociada a la fluencia del acero de refuerzo, pero presenta una gran variación en el punto asociado al momento y la curvatura última, siendo significativamente menor en el caso del RESPONSE 2000; esto es debido a que los diagramas de esfuerzo-deformación del concreto presentan grandes diferencias porque el CIVIL-UP si toma la zona confinada y no confinada por separado generando una gráfica con una mejor predicción de la respuesta del elemento estructural a cargas monotónicas, aumentando el valor de la deformación última del concreto y por tanto el valor del momento y curvatura última de la sección. Estos valores se ven reflejados en la ductilidad de la sección, puesto que está es directamente proporcional al valor de la curvatura última.

También es de notar que el CIVIL-UP cuenta con una aproximación bilineal del diagrama momento-curvatura ahorrando tiempo al usuario que tendría que realizar esta aproximación de forma manual, los datos de este diagrama bilineal son de gran importancia ya que al realizar un análisis de toda la estructura en un software como el SAP 2000 se requieren los resultados de diagramas momento-curvatura bilinealizado.

3.3 FACTORES QUE INFLUYEN EN LA DUCTILIDAD POR CURVATURA DE LA SECCION RECTANGULAR ANALIZADA.

3.3.1. INFLUENCIA DE LA CUANTIA DE ACERO A TRACCION.

Para determinar la influencia del acero a tensión en la ductilidad se hace un aumento del área superficial de acero que se encuentra a tracción A_s . Para observar esta influencia sobre la ductilidad

se realiza una gráfica donde se pueda determinar la variación de ductilidad de la sección rectangular estudiada en el numeral 2.4.1 con ayuda del código fuente CIVIL-UP. Se toma un valor inicial de $A_s = 10 \text{ cm}^2$ hasta el valor del área de cuantía balanceada a tracción 70 cm^2 .

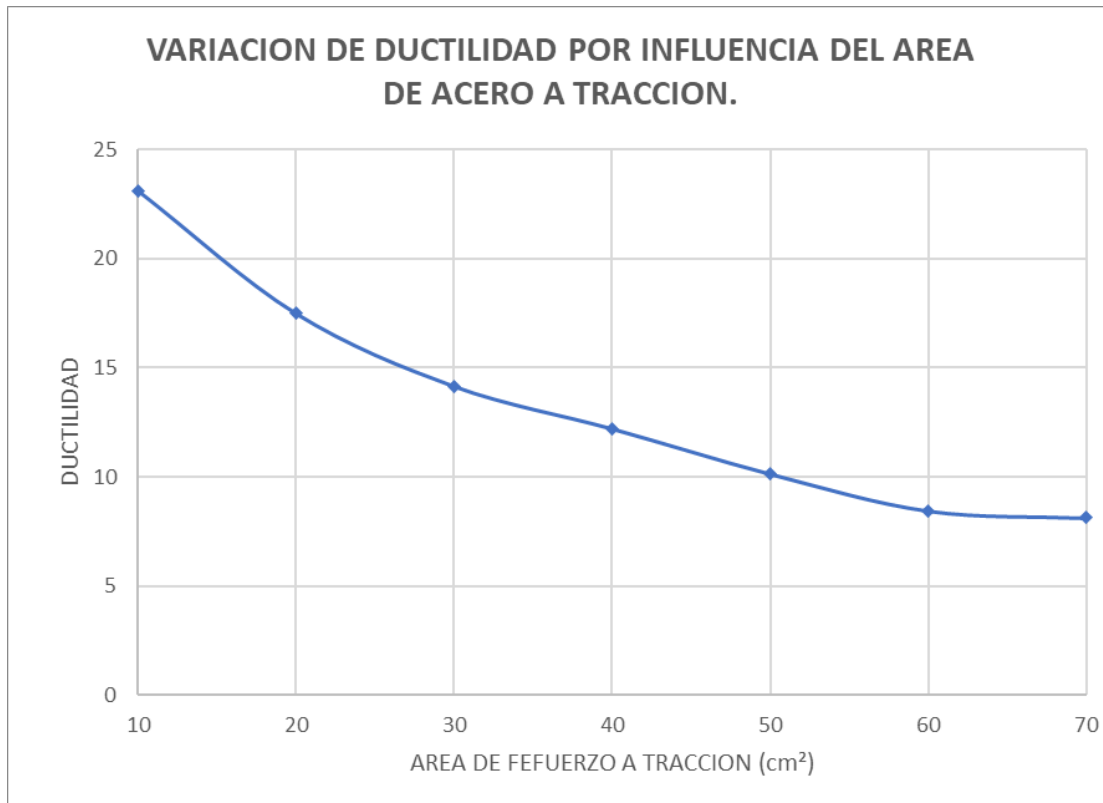


Figura 44 Influencia del área de refuerzo a tracción en la ductilidad de la sección 1.

Fuente: Propia del autor.

La ductilidad por curvatura de la sección estudiada presenta gran correlación con la cuantía del acero en tracción, donde el incremento del refuerzo genera una disminución en la ductilidad. Este comportamiento es natural, ya que mayor área de acero en a tracción implica una mayor cantidad de concreto en compresión que satisfaga el equilibrio interno, por lo tanto, mayor profundidad del eje neutro y menor valor de curvatura de la sección.

3.3.2. INFLUENCIA DE LA CUANTIA DE ACERO A COMPRESION.

Para determinar la influencia del acero que se encuentra a compresión sobre la ductilidad se hace un aumento del número de barras como el realizado para las barras a tracción teniendo un A_s' variable hasta alcanzar el mismo valor de A_s de la sección. Se ingresan valores de área a compresión de $A_s' = 5\text{cm}^2$ y $A_s = 30\text{cm}^2$.

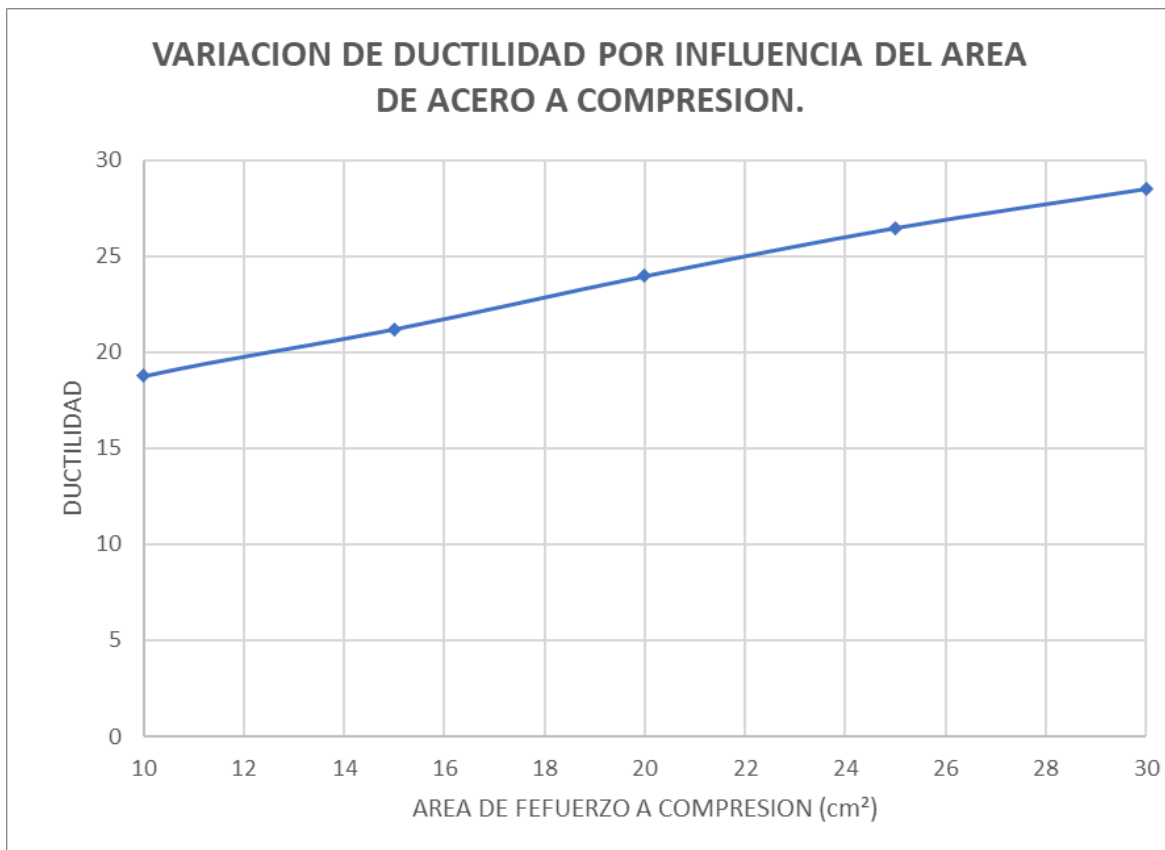


Figura 45 Influencia del área de refuerzo a compresión en la ductilidad de la sección 1.

Fuente: Propia del autor.

Según los resultados obtenidos para la sección 1, al aumentar el área de acero a compresión aumenta la ductilidad por curvatura. Esto se debe a que el área de acero en la zona comprimida

disminuye la profundidad del eje neutro necesaria para satisfacer el equilibrio interno, y por lo tanto incrementa la curvatura.

3.3.3. INFLUENCIA DE LA BASE DE LA SECCION.

Aquí se estudia la resistencia de la zona de concreto, pero cambiando el valor de la base de la sección 1 desde 40 cm hasta 90 cm utilizando la misma cuantía de acero inicial.

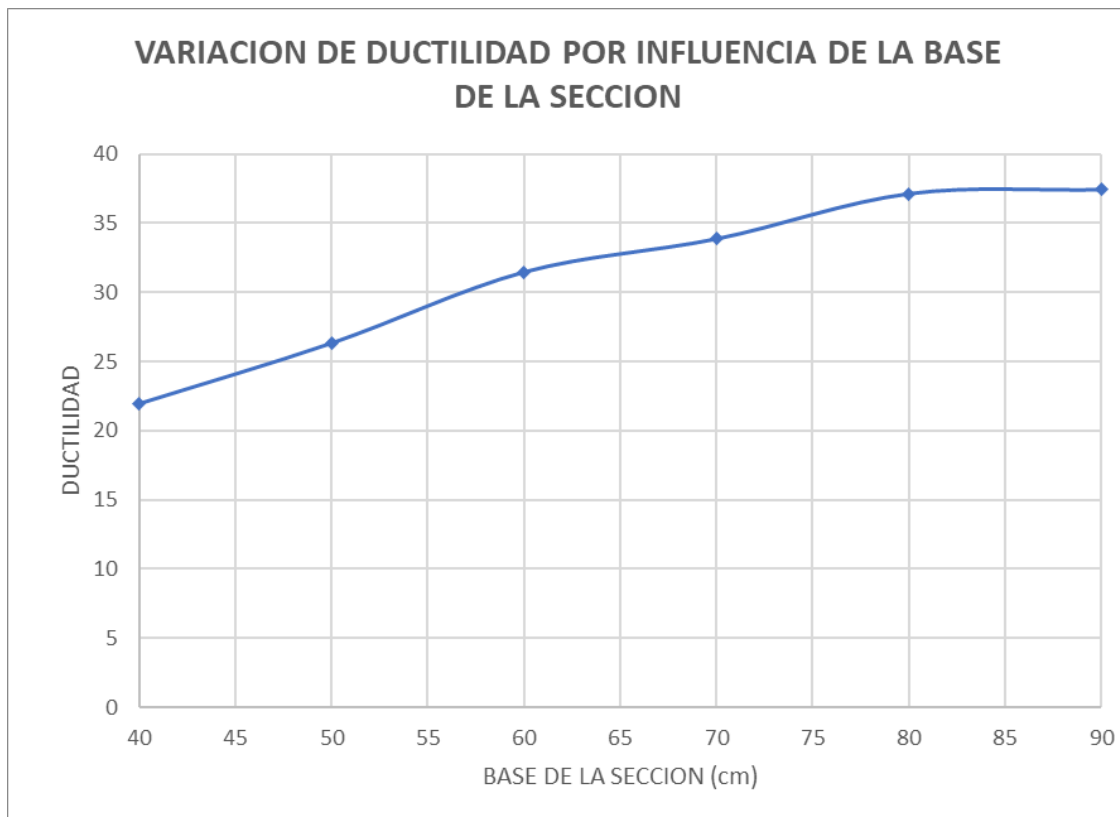


Figura 46 Influencia del incremento del ancho de la base en la ductilidad de la sección 1.

Fuente: Propia del autor.

Para mayor base de la sección, se incrementa marcadamente la ductilidad por curvatura. Esto se debe a que una mayor área de concreto a compresión implica una menor profundidad del eje neutro y por tanto un mayor valor de la curvatura hasta el punto de agrietamiento.

3.3.4. INFLUENCIA DE LA RESISTENCIA A COMPRESION DEL CONCRETO.

Se estudia la influencia de la resistencia del concreto, para lo cual se analiza la Sección 1, considerando valores de f'_{co} variables desde 21 MPa hasta 49 MPa.

El aumento de la resistencia del concreto presenta el mismo comportamiento que tiene la variación del ancho en la base de la sección. En ambos casos cambia la fuerza interna en compresión para cada estado de deformaciones. La variación de la resistencia del concreto modifica el esfuerzo a compresión, mientras que la variación del ancho modifica el área sobre la cual actúa el esfuerzo.

Los resultados obtenidos se presentan en la Figura 47. La ductilidad por curvatura incrementa junto con la resistencia del concreto, de manera similar como ocurre cuando aumenta la base de la sección.

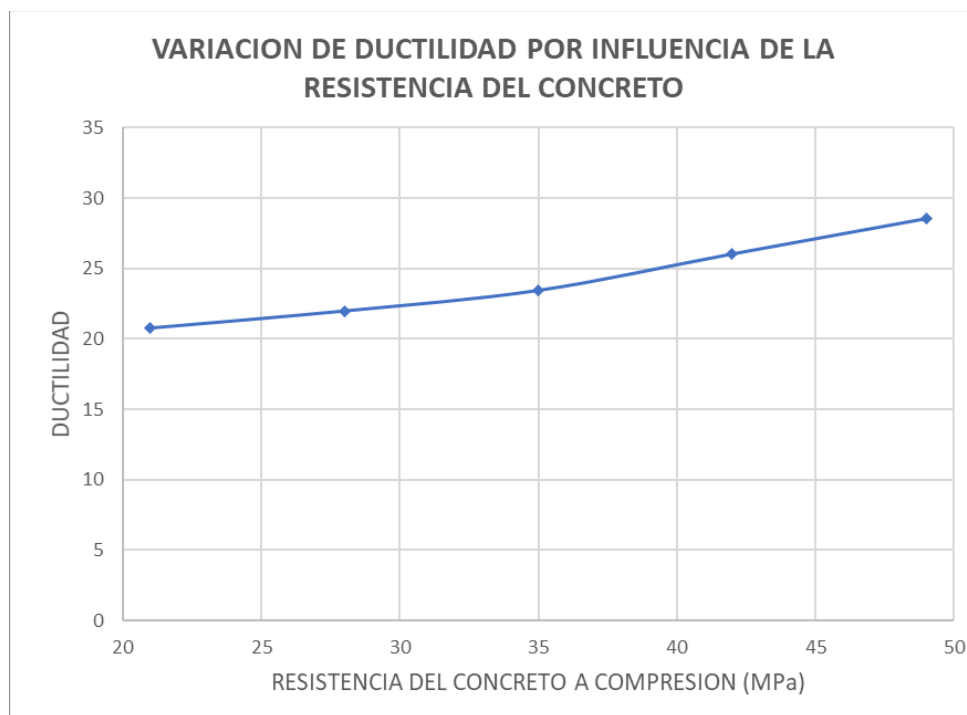


Figura 47 Influencia de la resistencia del concreto en la ductilidad de la sección 1.

Fuente: Propia del autor.

3.3.5. INFLUENCIA DE LA ZONA DE CONFINAMIENTO.

Como sabemos el confinamiento depende directamente de la separación del refuerzo transversal de la sección, a menor espaciamiento mayor será el esfuerzo de confinamiento. El confinamiento incrementa considerablemente la deformación de agotamiento del concreto pues previene la falla por trituración del núcleo confinado, e incrementa en menor medida la resistencia (CHANG, 2015).

Se considera un espaciamiento variable de 5 a 25 cm.

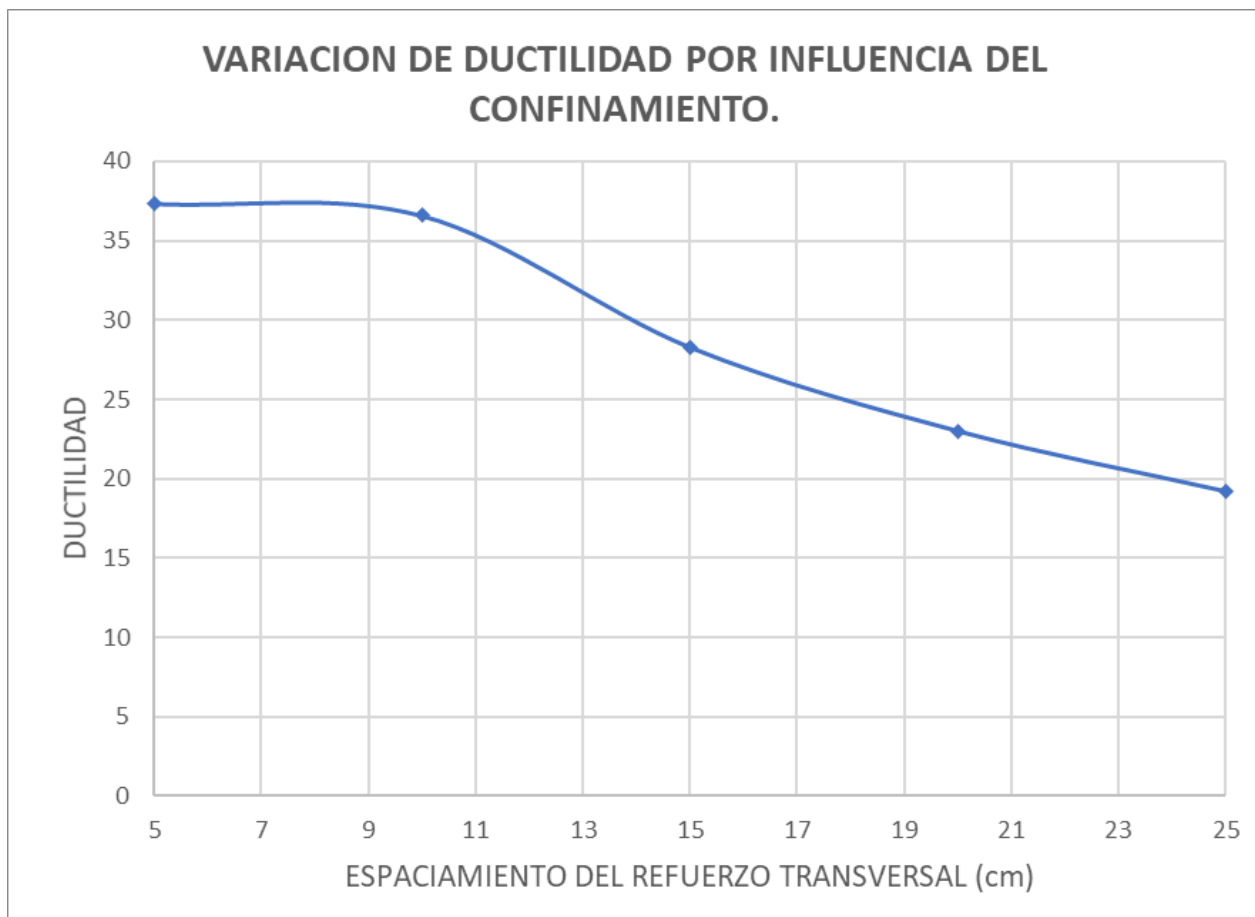


Figura 48 Influencia del confinamiento en la ductilidad de la sección 1.

Fuente: Propia del autor.

Se observa que la ductilidad por curvatura de la sección aumenta significativamente con el aumento del confinamiento, es decir con la reducción del espaciamiento del refuerzo transversal, esto se debe al aumento del valor de la deformación última del concreto en la zona confinada. Como consecuencia de lo anterior, al aumentar la ductilidad aumenta la capacidad de resistir fuerzas flexionantes del elemento estructural e implica que el acero de refuerzo ingrese a su zona de endurecimiento.

También se realiza un análisis a la variación del confinamiento para la sección circular del segundo ejemplo analizado. Comparando la influencia de los valores de espaciamiento y tipo (espiral o aros) de refuerzo transversal, en la ductilidad por curvatura de la sección también se toma un espaciamiento desde 5 a 25 cm.

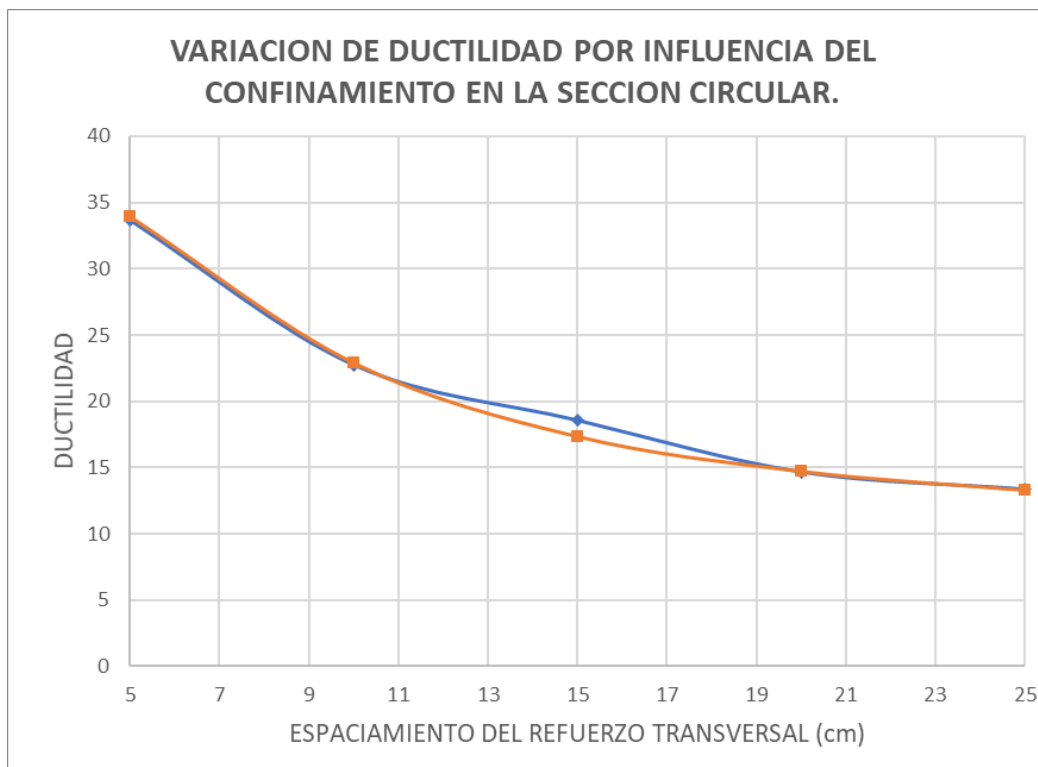


Figura 49 Influencia del confinamiento y tipo de refuerzo transversal en la ductilidad de la sección 2.

Fuente: Propia del autor.

Observando los resultados obtenidos se puede determinar que la variación en la utilización de aros y espiral en el acero de refuerzo transversal para el caso de la sección 2 no presenta cambios significativos en cuanto al valor de la ductilidad por curvatura, pero se observa el mismo comportamiento observado en la sección 1 al reducir el espaciamiento de los estribos se aumenta la ductilidad por curvatura.

Los resultados son coherentes con las exigencias normativas de diseño. El ACI 318 y la NSR-10 limitan la cuantía en tracción como máximo al 75% de la cuantía balanceada, buscando un comportamiento razonablemente dúctil.

CONCLUSIONES

- Se implemento de manera satisfactoria el programa CIVIL-UP realizado en la aplicación MATLAB®, utilizando lenguaje de programación (M), capaz de realizar el diagrama momento-curvatura de una sección de concreto reforzado de tipo rectangular o circular.
- El programa CIVIL-UP es de fácil manejo e implementación ya que contiene un manual de uso con el fin de que el usuario pueda comprender e interpretar los resultados del análisis realizado cada sección. También tiene fácil acceso al ser de licencia libre.
- Se presenta una gran versatilidad en el manejo de datos y resultados debido a que el programa ofrece como salida un archivo de tipo .xls en Excel donde se pueden manejar e interpretar con mayor facilidad.
- El diagrama momento-curvatura que se obtiene usando el programa CIVIL-UP supone que la sección va a tener una respuesta al 100% en condiciones óptimas a cargas de flexión pura. Hasta el momento no se ha realizado ninguna evaluación de cortante o pandeo, por lo que estos valores son "valores potenciales" que serán aceptables solo si una falla por cortante o pandeo no ocurre.
- El programa realizado arroja los valores de la aproximación bilineal del diagrama momento curvatura, los cuales son muy importantes para realizar un análisis no lineal de la estructura. Este análisis se puede realizar por medio de software avanzados como el SAP 2000 donde al

obtener los valores de ductilidad propia de cada sección se puede verificar el comportamiento en el rango inelástico de la estructura.

- Al validar los resultados obtenidos por el programa CIVIL-UP se concluye que estos representan de mejor manera la respuesta de la sección ante cargas de flexión pura, ya que en él se analiza por separado la zona de concreto confinada y no confinada a diferencia de otros softwares que toman toda la sección como zona no confinada.
- La ductilidad de una sección es influenciada principalmente por el aumento del confinamiento y la capacidad disponible de la zona de concreto en compresión. Mientras mayor sea la fuerza de compresión disponible, mayor será la deformación en el refuerzo en tracción antes de que el concreto alcance el punto de ruptura.
- En elementos con baja ductilidad debido a una baja cuantía de acero lo más recomendable es disminuir el espaciamiento del refuerzo transversal (aumentar el confinamiento), o aumentar la cuantía de acero longitudinal tanto a compresión y tracción de manera uniforme. Esto se realiza para evitar una falla frágil del elemento estructural.
- Para efectos de diseño por ductilidad de una estructura en caso de secciones muy reforzadas, cumpliendo los lineamientos de diseño establecidos en el ACI 318, se debe incrementar el confinamiento, la resistencia del concreto, el ancho de la sección, o el acero en compresión, ya que esto aumenta directamente la ductilidad de la sección.

RECOMENDACIONES

- Se recomienda que el usuario tenga conocimientos básicos de programación, los conocimientos adquiridos en las asignaturas de programación en la Universidad ofrecen una buena fundamentación ya que el lenguaje de MATLAB es similar al lenguaje C tratado en el contenido de esos cursos.
- Si el usuario desea realizar algún cambio al programa se le recomienda asesorarse del autor de este proyecto.
- El programa realizado obtiene los diagramas momento-curvatura de la sección suponiendo que está no a sufrido de una falla por cortante o pandeo. Por tal razón es recomendable para futuras investigaciones tener en cuenta los efectos de este tipo de fallas y realizar un análisis mas detallado de la sección.

BIBLIOGRAFÍA

- AASHTO. (2009). *Guide specifications for LRFD seismic bridge design*. Washington DC: American Association of State Highway and Transportation Officials.
- ACI 318, A. C. (2005). *Requisitos de Reglamento para Concreto estructural ACI 318*. FARMINGTON HILLS: Comité ACI 318.
- AGUIAR Roberto, RODRIGUEZ Michael, MORA David. (2015,1). *Análisis sísmico de estructuras con disipadores ADAS o TADAS, Centro Internacional de Métodos Numéricos en Ingeniería, CIMNE*. Cataluña: Universidad Politécnica de Cataluña.
- AGUIAR, R. (2003). *Análisis sísmico por Desempeño*. Quito, Ecuador: Centro de Investigaciones Científicas. Escuela Politécnica del Ejército. 340 p.
- ASCE 41. (2011). *Seismic rehabilitation of existing buildings, American Society of Civil Engineers ASCE/SEI 41-11*.
- BENTZ, E. (2001). *Reinforced Concrete Sectional Analysis using the Modified Compression Field Theory*. Toronto, Canada.
- BERTERO, V. y. (1993). *Use of Energy Concept in Earthquake Resistant Analysis and Design: Issues and Future Directions. Memorias del VIII Seminario Latinoamericano de Ingeniería Sísmo Resistente y Primeras Jornadas Andinas de Ingeniería Estructural*. Merida, Venezuela.
- CALTRANS. (2006). *Seismic design criteria*. California: California Department of Transportation.
- CHANG, D. (2015). *Estudio de relaciones momento-curvatura en secciones de concreto armado y concreto preesforzado sometidas a flexión*. Lima, Peru : Pontificia Universidad Católica del Peru.

- HARMSSEN, T. (2005). *Diseño de Estructuras de Concreto Armado*. Lima, Peru: Fondo Editorial de la Pontificia Universidad Católica del Perú.
- HOGNESTAD, E. (1951). *Study of combined bending and axial load in reinforced concrete members*. University of Illinois Engineering Experiment Station Bulletin 399.
- King D.J., P. M. (1986). *Computer Programs for Concrete Column Design, Research Report 86/12*. University of Canterbury, Department of Civil Engineering, Nueva Zelanda.
- KWAN HG. y KIM SP. (2002). *Nonlinear analysis of RC beams based on moment-curvature relation*. Computer & Structures 80.
- LIN T.Y., BURNS N. (1981). *Design of prestressed concrete structures*. New York: John Wiley & Sons.
- LURDES SCH, C. (1983). *Influencia de Meseta de Fluencia y de la Zona de Endurecimiento de los Aceros de Refuerzo en la Ductilidad de Elementos de Hormigón Armado*. Santiago, Chile: XXII Jornadas Sudamericanas de Ingeniería Estructural.
- Mander J.B., Priestley M.J.N., and Park R. (1988). *Theoretical Stress-Strain Model for Confined*. University of Canterbury. California: ASCE Journal of Structural Engineering.
- MANDER J.B., PRIESTLEY M.J.N., and PARK R. (1988). *Theoretical Stress-Strain Model for Confined*. University of Canterbury. ASCE Journal of Structural Engineering.
- MARTE, C. J. (2014). *TESIS FINAL DE MASTER DE INGENIERÍA ESTRUCTURAL Y DE LA CONSTRUCCIÓN "CALIBRACIÓN DE UMBRALES DE DAÑO SÍSMICO PARA EL ANÁLISIS DE FRAGILIDAD SÍSMICA DE ESTRUCTURAS DE HORMIGÓN ARMADO MEDIANTE ANÁLISIS ESTÁTICO NO LINEAL ("PUSH-OVER")*". Barcelona.
- MEDINA ROBALINO, C. D. (2012). *TESIS DE GRADO PREVIO A LA OBTENCIÓN DEL TÍTULO DE INGENIERO CIVIL "ESTUDIO DE LA RELACIÓN MOMENTO –*

CURVATURA COMO HERRAMIENTA PARA ENTENDER EL COMPORTAMIENTO DE SECCIONES DE HORMIGÓN ARMADO". Ambato, Ecuador.

- MÉNDEZ, H. (2012). *Efecto de las deformaciones por cortante en los diagramas momento-curvatura M-psi de secciones de concreto reforzado y sus implicaciones en la evaluación y diseño sísmico de estructuras*. México DF: Universidad Nacional Autónoma de México.
- Montejo, L. A. (2007). *CUMBIA. Set of Codes for the Analysis of Reinforced Concrete Members. Theory and User Guide*. North Carolina State University, Department of Civil, Construction and Environmental Engineering., Raleigh, NC.
- NSR-10. (2010). *Reglamento Colombiano de construcción Sismoresistente*. Bogota.
- PARK R. y PAULAY T. (1975). *Reinforced concrete structures*. New York: John Wiley & Sons.
- PAULAY. T y PRIESTLEY. M. J. N. (1992). *Seismic Design of Concrete and Masonry Buildings*. New York, Estados Unidos de America: John Wiley & Sons Inc.
- PRIESTLEY, M. (1993). *Myths and fallacies in earthquake engineering – Conflicts between design and reality*. Bulletin of the New Zealand National Society for Earthquake.
- PRIESTLEY. M. J. N., C. G. (2007). *“Displacement-Based Seismic Design of Structures*. Pavia, Italia: Fondazione EUCENTRE.
- SEAOC Comite Vision 2000. (1995). *Vision 2000 a framework for Performance-Based Engineering*. Structural Engineers Association of California. California.
- Victoria Gonzales, Juan Botero, Roberto Rochel, Julian Vidal y Marta Alvarez. (2004). *Propiedades mecánicas del acero de refuerzo utilizado en Colombia*. Ingeniería Civil. Universidad EAFIT.