

**ANÁLISIS DE LA COMPRENSIÓN DE POLÍGONOS BASADO EN EL MODELO  
TEÓRICO DE VAN HIELE**

**MAURA ALEJANDRA QUINTERO CAMPO  
TANIA FLÓREZ PABÓN  
YANITH VILLARREAL MARTÍNEZ**

**UNIVERSIDAD DE PAMPLONA  
FACULTAD DE EDUCACIÓN  
LICENCIATURA EN PEDAGOGÍA INFANTIL  
PAMPLONA  
2015**

**ANÁLISIS DE LA COMPRENSIÓN DE POLÍGONOS BASADO EN EL MODELO  
TEÓRICO DE VAN HIELE**

**MAURA ALEJANDRA QUINTERO CAMPO  
TANIA FLÓREZ PABÓN  
YANITH VILLARREAL MARTÍNEZ**

Trabajo de grado para optar el título de Licenciada en Pedagogía Infantil

Asesor

Dr. Élgar Gualdrón Pinto

UNIVERSIDAD DE PAMPLONA  
FACULTAD DE EDUCACIÓN  
LICENCIATURA EN PEDAGOGÍA INFANTIL  
PAMPLONA  
2015

***DEDICATORIA MAURA QUINTERO***

*A mis padres Leuder y Torcoroma*

*A mis hermanos Leuder Antonio y Luis Gerardo*

*A la memoria de mi hermanito José Guillermo*

## **DEDICATORIA TANIA FLOREZ**

La presente memoria está dedicada a **Dios**, por haberme permitido llegar hasta este punto y haberme dado salud para lograr mis objetivos, además de su infinita bondad y amor.

A mi padre, **Ramiro Flórez Bautista**, por los ejemplos de perseverancia, disciplina y constancia que lo caracterizan y que me ha infundado siempre, por el valor mostrado para salir adelante y por su eterno amor.

A mi madre, **María Trinidad Pabón Hernández**, por haberme apoyado en todo momento, por sus consejos, sus valores, por la motivación constante que me ha permitido ser una persona de bien, pero más que nada, por su eterno amor.

## ***DEDICATORIA YANITH VILLARREAL***

*Quiero dedicar este triunfo a Dios y a mis padres, Sebastián Villarreal Ayala y Hortencia Martínez Galindo, quienes me han formado y han hecho posible el logro de cada una de mis metas, a ellos con todo mi cariño.*

*A mis hermanos, en especial a James Villarreal Martínez, Jeison Villarreal Martínez y Mirna Villarreal Martínez, por el apoyo recibido y por los constantes consejos que recibí durante el proceso de formación.*

*A mi novio, Alejandro Díaz Narváez, por acompañarme y apoyarme en los distintos ámbitos de mi vida.*

## **AGRADECIMIENTOS**

*Primeramente damos gracias a dios por habernos permitido llegar a este punto de nuestra formación.*

*A nuestros padres por apoyarnos con su paciencia y comprensión incondicional en todo nuestro proceso de formación profesional.*

*A cada uno de nuestros familiares que con su apoyo incondicional fueron parte importante de todo nuestro proceso.*

*A nuestro asesor de tesis, Dr. Elgar Gualdrón Pinto, por su esfuerzo, dedicación y su manera de trabajar. Su paciencia y su motivación fueron fundamentales para nuestra formación como investigadoras.*

## Contenido

RESUMEN .....	4
INTRODUCCIÓN .....	5
1. JUSTIFICACIÓN .....	7
2. OBJETIVOS .....	9
2.1. Objetivo general .....	9
2.2. Objetivos específicos .....	9
3. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA .....	10
3.1. Formulación de la pregunta de investigación .....	10
3.2. Descripción del problema de investigación .....	10
4. MARCO REFERENCIAL.....	12
4.1. Antecedentes .....	12
4.1.1. Internacional.....	12
4.1.2. Nacional .....	13
5. MARCO TEÓRICO .....	15
5.1.Enseñanza para la Comprensión .....	15
5.2.El Modelo Teórico de Van Hiele .....	18
5.3. Enseñanza para la Comprensión y el modelo teórico de Van Hiele como estructuras para enseñanza y el aprendizaje de los polígonos.....	24
6. METODOLOGÍA DE LA INVESTIGACIÓN .....	27
6.1.Enfoque .....	27
6.2.Nivel.....	27
6.3.Diseño .....	28
6.4.Población.....	28
6.5.Muestra .....	29
6.6.Técnicas para la recolección de la información.....	29
6.7.Instrumento para la recolección de la información (Unidad de Enseñanza) .....	29
6.7.1. Descripción de las actividades de la 1 a la 4 .....	30
6.7.2. Descripción de las actividades de la 5 a la 8 .....	44
7. ANÁLISIS DE LAS PRODUCCIONES DE LOS ESTUDIANTES.....	61
8. CONCLUSIONES GLOBALES, LIMITACIONES E IMPLICACIONES .....	81
8.1. Conclusiones globales.....	81
8.2. Limitaciones.....	83
8.3. Implicaciones .....	83
RECOMENDACIONES.....	84
REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....	85
ANEXO 1: Unidad de enseñanza .....	88

## RESUMEN

En la presente investigación se busca analizar la comprensión de los polígonos basado en el modelo teórico de Van Hiele. Para lograr esto se diseña e implementa una unidad de enseñanza con las pautas de dos modelos, la Enseñanza para la Comprensión (EpC) y el modelo teórico de Van Hiele. Esto permitió describir el razonamiento de los estudiantes teniendo en cuenta descriptores específicos en el tema de estudio (polígonos). La metodología usada incluye un paradigma cualitativo, con un diseño de investigación acción participativa y en un nivel descriptivo. Se asumió como muestra el grupo de tercer grado de la Institución Educativa Bethlemitas Brighthon de la ciudad de Pamplona, el cual consta de 33 estudiantes que oscilan entre 8 y 9 años de edad. El análisis de la información recogida (producciones de los estudiantes y diarios de campo de las investigadoras) permite afirmar que un pequeño porcentaje de los estudiantes se encuentran en nivel 1 de razonamiento de Van Hiele, con una comprensión ingenua; la mayoría, se encuentra transitando al nivel 2, presentando comprensión de novatos, y el porcentaje restante, en nivel 2 de razonamiento, adquiriendo la comprensión de aprendiz. El desarrollo de este estudio permite sugerir que, dada la importancia del razonamiento visual en la comprensión y la creación matemática de los estudiantes, sería deseable que los profesores tengan en cuenta estos aspectos al momento de diseñar sus planes de clase, al mismo tiempo que dichas iniciativas estén complementadas con el uso de nuevas tecnologías.

**Palabras claves:** razonamiento, comprensión, geometría, enseñanza, aprendizaje, polígono.

## ABSTRACT

In this research seeks to analyze the understanding of polygons based on the theoretical model of Van Hiele. To achieve this it is designed and implemented a unit of teaching patterns of two models, teaching for understanding (EpC)<sup>1</sup> and the theoretical model of Van Hiele. This allowed describing the reasoning of students taking into account specific descriptors in the subject matter (polygons). The methodology used includes a qualitative paradigm, a participatory action research design and a descriptive level. The group of third grade of School Bethlemitas Brighthon city of Pamplona, which has 33 students ranging between 8 and 9 years old assumed as shown. The analysis of the information collected (student productions and field diaries of the researchers) to suggest that a small percentage of students are at Level 1 reasoning Van Hiele, a naive understanding; most, is traveling to Level 2, showing understanding of novices, and the remainder in level 2 reasoning, acquiring compression apprentice. The development of this study to suggest that, given the importance of visual reasoning in understanding and creating math students would be desirable that teachers take into account these aspects when designing lesson plans, while those initiatives are complemented by the use of new technologies.

**Keywords:** reasoning, understanding, geometry, teaching, learning, polygon.

---

<sup>1</sup> Sigla en castellano, su significado es Enseñanza para la Comprensión.

## INTRODUCCIÓN

La presente investigación consiste en el análisis de la comprensión de los polígonos mediante el modelo teórico de Van Hiele, en los estudiantes de tercer grado del Colegio Bethlemitas Brighthon de Pamplona. Se pretende realizar una descripción del razonamiento de los estudiantes en situaciones matemáticas presentadas mediante una unidad de enseñanza.

El interés por el estudio del proceso de enseñanza aprendizaje de las matemáticas, y en específico de la geometría, surge al observar, a lo largo de nuestra experiencia formativa como docentes, las graves dificultades que presentan los estudiantes en el nivel educativo de primaria, al argumentar en cualquier situación geométrica. Las serias falencias en el razonamiento dificulta el aprendizaje de otros conceptos y procesos geométricos frecuentes en el currículo del ya mencionado nivel educativo.

Una probable causa de lo mencionado anteriormente es la transmisión de contenidos geométricos por parte de los docentes, sin profundizar ni estimular el razonamiento a través de la exploración. De acuerdo con lo anterior, la poca comprensión de los conceptos produce dificultades en el desempeño académico pues si no se utilizan los métodos y estrategias adecuadas, los estudiantes no podrán conceptualizar los tópicos generativos, es decir expresar argumentaciones incompletas y no comprender significados, por lo tanto, el estudiante no tiene la habilidad de conectar los temas vistos en la escuela con la realidad de su vida cotidiana.

Los principios planteados por la NCTM (2000) describe las características específicas para lograr una educación matemática de calidad. En relación con el currículo, uno de los apartados es la geometría y una de las nociones básicas que debería ocupar un lugar relevante, son las figuras geométricas, dentro de la cual se encuentran los polígonos.

Cabe señalar que para la enseñanza, la NCTM (2000) plantea que los docentes utilicen materiales curriculares y didácticos apropiados y que deberían comprometerse con una práctica reflexiva que permita la autoformación. En cuanto al aprendizaje, plantean, entre otros aspectos, que la geometría, más que definiciones, es describir relaciones y razonar. Están de acuerdo con la idea de construir el conocimiento geométrico a través de los niveles de Van Hiele, desde el pensamiento informal al más formal, reconocen la importancia de la visualización como medio para la construcción y manipulación mental de representaciones de objetos de dos y tres dimensiones y también sugieren una enseñanza que enfatice la interrelación de las ideas matemáticas, lo que permite a los estudiantes no sólo aprender matemáticas sino también ser conscientes de la utilidad de las matemáticas.

En el marco teórico existen dos aspectos importantes, el modelo teórico de Van Hiele y la Enseñanza para la Comprensión (EpC). Estos fueron pilares fundamentales para el diseño de la unidad de enseñanza y para la concreción de descriptores para el análisis de las producciones de los estudiantes.

En cuanto a la metodología, se usó el paradigma cualitativo, con un diseño de investigación acción participativa, en un nivel descriptivo. La técnica empleada es la observación y como instrumento de recolección de información, las actividades diseñadas que conforman la unidad de enseñanza.

El trabajo de investigación desarrollado permite contribuir a la tarea de clarificar las maneras de llevar a cabo la enseñanza y el aprendizaje de los polígonos.

Para concluir, se dará una breve mirada a la composición de esta investigación. En el capítulo 1 se encuentra la justificación de este proceso (se dan a conocer las razones por las cuales plantear la misma). En el capítulo 2 se presenta los objetivos de la investigación (como pilares importantes del estudio). En el capítulo 3 se observa el planteamiento del problema (el cual consta de la formulación de la pregunta de investigación y la descripción del problema de investigación). En el capítulo 4 se encuentra el marco referencial (el cual consta de estudios realizados de acuerdo al tema escogido a nivel nacional e internacional). En el capítulo 5 se visualiza el marco teórico (es la base de toda la investigación). El capítulo 6 se enfoca en todo lo concerniente a la metodología utilizada para llevar a cabo la investigación. En el capítulo 7 se realiza el análisis de las producciones de los estudiantes (mostrando diversos ejemplos paradigmáticos que clarifican las conclusiones a las que se ha llegado). En el capítulo 8 se presenta las conclusiones globales, limitaciones e implicaciones encontradas en el campo del razonamiento geométrico de los estudiantes en torno a los polígonos.

Este documento culmina con el anexo que recoge la unidad de enseñanza completa diseñada para el estudio.

## CAPÍTULO 1

### JUSTIFICACIÓN

La enseñanza de la geometría genera en el ámbito educativo la necesidad de responder al papel que desempeña en la vida diaria, permitiendo crear un conocimiento geométrico básico, de manera que en los primeros grados escolares se estimula dicho razonamiento (Gualdrón y Gutiérrez, 2014). El docente debe reflexionar, tener en cuenta e implementar que no solo se quiere enseñar, sino mirar ¿Porque? ¿Para qué? y ¿Cómo va a enseñarlo?; esto no quiere decir que el docente tiene la autonomía de elegir o discriminar algunos temas; sino que debe basarse en los ejes que se tienen en cuenta como guías y orientaciones para el ordenado proceso educativo (Gualdrón, Giménez y Gutiérrez, 2012).

Conviene resaltar la importancia que tiene la enseñanza de la geometría en el ambiente formativo dando a conocer las principales razones para dicho aprendizaje; estas son las aplicaciones en la realidad, uso del lenguaje cotidiano, sirve para el estudio de otros temas matemáticos, permite desarrollar en los educandos la percepción de espacio, su capacidad de visualización y abstracción, al aprender geometría se aprende a razonar lógicamente (MEN, 2003).

La presente propuesta de investigación busca contribuir al mejoramiento en la comprensión de algunos de los procesos matemáticos de pensamiento según Gutiérrez y Jaime (1998) a saber: *identificación, definición y clasificación* de los polígonos en los estudiantes de tercer grado de educación Básica Primaria del Colegio Bethlemitas Brighthon Pamplona, basado en el Modelo teórico de Van Hiele (Gualdrón, 2011), el anterior, y dada nuestra propia experiencia como profesoras en formación, debido a que los estudiantes exhiben dificultades en el desarrollo de dichos procesos. A la escuela, y particularmente a los educadores, les concierne implementar nuevos métodos didáctico - pedagógicos que estimulen y ofrezcan estrategias para el desarrollo del pensamiento lógico - matemático, desarrollo necesario para desafiar los retos que impone la sociedad moderna. Este proyecto beneficia primero que todo a los estudiantes pertenecientes al grado tercero de la escuela mencionada y a toda la población que quiera implementar las actividades planteadas.

La investigación descrita es pertinente porque propone una metodología didáctica - pedagógica centrada en el aprendizaje de las figuras geométricas básicas (polígonos), tema propuesto por el MEN (2003), para su desarrollo en el aula de clase, donde se favorece: la ubicación espacial del estudiante en relación al entorno, manejo, interpretación de propiedades y relaciones geométricas. Pero sin dejar de lado que la clase se convierta en un espacio enriquecedor para lograr dar respuesta a las necesidades de los estudiantes de manera global, adecuada y pertinente. Con lo anterior, podemos decir que se busca que los estudiantes actúen de manera natural, que permita una expresión directa, concreta y voluntaria con autonomía, dando primicia al desarrollo de las competencias.

La secuencia de enseñanza para la comprensión de polígonos permitirá validar una estrategia que sea considerada como propuesta de intervención para la geometría en situaciones para las que sea necesaria.

Por consiguiente, se hace indispensable brindar ideas innovadoras y relevantes que expanda en los infantes destrezas y actitudes para afrontar diversos problemas espaciales enriquecer el proceso de enseñanza – aprendizaje en el área de la geometría. Como se indicó, la geometría propone una ruta para la comprensión, interpretación, valoración y utilización dentro de nuestro entorno; permitiendo un beneficio significativo para una ventaja en esta área específica.

La preparación de un serie de actividades estructuradas, que respondan al modelo y a un instrumento que permita recolectar, analizar y describir los datos, para establecer el tipo de logros obtenidos con los aprendizajes adquiridos en la geometría con los modelos de enseñanza para la comprensión y el modelo de Van Hiele.

El modelo de enseñanza para la comprensión (EpC) se enfoca en la comprensión de los contenidos, para alcanzar un conocimiento activo que se utilice para el desarrollo en situaciones nuevas (Rendón, 2009). Aportando lo fundamental para el buen desarrollo de una comprensión en los estudiantes que les permitan desenvolverse con mirada crítica ante situaciones inéditas e inesperadas.

Como breve conclusión, se espera que la realización de esta investigación, en esta área específica de la geometría, posibilite que las actividades de intervención sean significativas, claras, innovadoras, precisas y acordes para los actores de esta realidad, y para promover la reflexión sobre la importancia del desarrollo temprano del razonamiento geométrico, y la necesidad de buscar, de utilizar estrategias que mejoren su enseñanza y emplear recursos didácticos para una mayor facilidad en el contexto.

## **CAPÍTULO 2**

### **OBJETIVOS**

#### **2.1. Objetivo general**

Analizar la comprensión de polígonos en los estudiantes de tercer grado del Colegio Bethlemitas Brighon de Pamplona, basado en el Modelo teórico de Van Hiele.

#### **2.2. Objetivos específicos**

- Diseñar actividades didáctico - pedagógicas para la comprensión de polígonos en los estudiantes de tercer grado del grado del Colegio Bethlemitas Brighon de Pamplona, basado en el Modelo teórico de Van Hiele.
- Caracterizar la comprensión de polígonos de los estudiantes de tercer grado del Colegio Bethlemitas Brighon de Pamplona, a la luz del modelo teórico de Van Hiele.

### PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

#### 3.1. Formulación de la pregunta de investigación

¿Cómo contribuir a la comprensión de polígonos en los estudiantes de tercer grado del Colegio Bethlemitas Brighthon de Pamplona, basado en el Modelo teórico de Van Hiele?

#### 3.2. Descripción del problema de investigación

La geometría es uno de los componentes matemáticos de la educación básica (MEN, 2003); a través del estudio de la geometría, “los alumnos aprenderán sobre las formas y estructuras geométricas y cómo analizar sus características y relaciones” (NCTM, 2000). El conocimiento de conceptos, propiedades y estrategias básicos de geometría es fundamental para que los estudiantes interactúen efectivamente con su propio entorno y también para que puedan empezar a estudiar la geometría de una manera más abstracta y formal (Hershkowitz, Bruckheimer y Vinner, 1987).

La enseñanza de la geometría es indispensable en los niveles iniciales puesto que, si se estimula desde el momento adecuado, se logra un razonamiento geométrico que accede a un conocimiento claro, amplio y creativo acerca del mismo. Este desarrollo le permite crear ideas, conceptos y situaciones para actuar de forma segura en la realidad. Es por ello que la enseñanza de la geometría aporta aspectos necesarios para su uso en la vida, tal como lo menciona Sherard, W. en su artículo “Why Geometry a Basic Skill” (citado en Bressan, Bogisic y Crego, 2010) con ejemplos específicos, la geometría forma parte de nuestro lenguaje cotidiano puesto que contribuye vocabulario específico y claro para el desempeño entorno al mundo en que se vive; por ejemplo, si queremos comunicarle a una persona la forma o el tamaño de un objeto e incluso la ubicación es necesario dar uso a dicha terminología.

Dentro de esta rama de las matemáticas, un tema de vital importancia son los polígonos, considerando estos como una figura plana compuesta por una línea poligonal cerrada en la cual se distinguen: lados, vértices y ángulos.

De acuerdo a lo anterior, la enseñanza de polígonos es un tema primordial para lograr el razonamiento geométrico de los niños.

Para Cabanne y Ribaya (2009), la conceptualización es la construcción de conceptos y de relaciones geométricas. No se trata de definir objetos geométricos sino de conceptualizarlos; la investigación le permite al estudiante indagar entorno a las características, propiedades y relaciones entre objetos geométricos con el propósito de otorgarles significado.

Uno de los problemas identificados, durante las prácticas pedagógicas de las autoras, es la forma en que los estudiantes conectan la información de los polígonos en su estructura cognitiva; puesto que esta se da de forma memorística y global sin ninguna reflexión acerca del tema, no

saben dar argumentos eficaces, ni comprenden ni juzgan todas las características y propiedades que los afectan; simplemente conocen y aplican los conocimientos sin una mirada crítica.

Teniendo en cuenta lo dicho anteriormente, es importante que el estudiante incorpore sus conocimientos en su estructura cognitiva, por tal motivo se considera que la enseñanza de polígonos debe proporcionarle a los estudiantes la comprensión de contenidos para lograr un razonamiento geométrico que le permita conocer la esencia del problema, aplicar los conocimientos, actuar con facilidad en situaciones reales a partir de lo aprendido y defender con argumentos sólidos y evidencias su posición. Es por esto que el proyecto de investigación se enfoca en una enseñanza para la comprensión (EpC) de polígonos fundamentada en el modelo de Van Hiele; que aportan el enfoque necesario para crear una propuesta reveladora que apoye la enseñanza de polígonos como un aprendizaje significativo, aportando a los educandos un proceso de enseñanza- aprendizaje de calidad.

Con lo anterior, se puede concluir que el proyecto de investigación busca como propósito la comprensión e interpretación de los polígonos en los estudiantes, para crear en ellos un adecuado razonamiento geométrico que les aporte una mirada crítica, lógica y constructiva para un mejor y adecuado desempeño en el ámbito cotidiano y educativo.

#### 4.1. Antecedentes

Para iniciar este apartado es importante aclarar que, una vez realizado un barrido en la búsqueda de estudios que traten el problema que se aborda en esta investigación (y que además usen como marco teórico el Modelo teórico de Van Hiele y la EpC), no se encontró ninguno; por tal motivo, se decidió dar a conocer al menos tres estudios que tuvieron en cuenta como marcos teóricos al Modelo teórico de Van Hiele y la EpC. Se presentan dos a nivel internacional y uno a nivel nacional.

##### 4.1.1. Internacional

➤ Un trabajo desarrollado por William Burger y Michael Shaughnessy, y publicado en 1986 por la revista *Journal for Research in Mathematics Education*, tiene como título “Characterizing the Van Hiele levels of development in geometry”. Este trabajo contiene una clara y precisa descripción de los niveles de Van Hiele de razonamiento geométrico, para los conceptos de triángulo y cuadrilátero; fue un estudio con 13 estudiantes de los grados primero a undécimo y un estudiante de universidad. El objetivo de este trabajo fue conseguir una caracterización adecuada y clara acerca de los niveles de Van Hiele en los polígonos; para lograr este, se necesitaron tres años de investigación en el que se planteó el proyecto y la implementación del mismo para dar con dicha caracterización. Todas las actividades fueron presentadas a los estudiantes en diferentes momentos y se plantearon tareas como: dibujos de formas, identificación y definición de formas, ordenación de formas, determinación de una forma misteriosa, establecimiento de propiedades de paralelogramos y comparación de componentes de un sistema matemático.

Las actividades requerían de los dos razonamientos, el informal y el formal, sobre las formas geométricas. Las actividades fueron diseñadas para reflejar las descripciones de los niveles de Van Hiele que estaban disponibles en la literatura y para incorporar algunas de las ideas de las actividades que Dina Van Hiele había realizado con sus propios estudiantes en su investigación. En el estudio clínico se entrevistó en profundidad a los estudiantes sobre los conceptos de triángulo y cuadrilátero. Se utilizaron cuatro entrevistadores y tres investigadores para dirigir y analizar los datos de las entrevistas. Se produjeron algunos desacuerdos entre los investigadores, aunque muchos se mitigaron cuando se aclararon los datos confusos. Los resultados de este estudio son descriptivos, relevando aspectos de los procesos cognitivos de los estudiantes en las actividades, pero dicen poco de los esfuerzos específicos para perfeccionar los propios procesos.

Las conclusiones a las que llegaron estos autores están relacionadas con el logro de la descripción de los procesos de pensamiento de los estudiantes, teniendo en cuenta el modelo de Van Hiele y una caracterización del mismo modelo, por medio de la conducta del estudiante.

También se dieron cuenta que se necesitan largos periodos de tiempo para el establecimiento de conceptos acerca de la geometría, requiriendo instrucciones determinadas; todo esto, debido a que ciertos estudiantes proporcionaron nociones incompletas acerca de figuras geométricas básicas y sus propiedades, y finalizan diciendo que los estudiantes razonan en los niveles, usando diferentes lenguajes y diversos procesos de resolución de problemas en las actividades propuestas.

➤ Otro trabajo es denominado “Diseño y evaluación de una propuesta curricular de aprendizaje de la Geometría en Enseñanza Media basada en el Modelo de Razonamiento de Van Hiele”. el cual fue desarrollado por Rosa Corberán, Ángel Gutiérrez, y otros, en la Universidad de Valencia (España). El objetivo general planteado fue brindar una propuesta curricular concreta de enseñanza de la Geometría Plana. El material usado en el diseño experimental se constituyó de unidades para la enseñanza de determinadas partes de la Geometría Plana y, al mismo tiempo, se tuvieron en cuenta dos tests para evaluar el nivel de razonamiento de Van Hiele en el que se encontraban los estudiantes antes y después de ejecutar el material diseñado. Los tests implementados fueron en versión piloto y el equipo de investigadores estuvo conformado por profesores de Matemáticas de Educación Secundaria y por miembros del Departamento de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Valencia. En el proceso de desarrollo de dicha investigación, la prioridad fue diseñar y experimentar las unidades de enseñanza, para luego, evaluar y analizar los resultados de las unidades y diseñar los tests pertinentes para lograrlo. El trabajo está formado por tres capítulos. En el primero, se dio a conocer todo lo concerniente con el carácter teórico, mostrando elementos generales del Modelo de Razonamiento Geométrico de Van Hiele, para estructurar las unidades curriculares que se diseñaron y experimentaron, para seguidamente dar paso a la evaluación de la experiencia y la eficacia de las unidades de enseñanza; en el segundo, se presentan las unidades de enseñanza de la Geometría y la experimentación que se llevaron a la práctica. Creando así el pilar fundamental y principal de esta investigación; también se demuestran características de los Centros de Educación Secundaria en los que se realizó la experimentación y de los estudiantes concretos que participaron en la misma. Al mismo tiempo, un análisis del desarrollo de las clases, presentando ejemplos significativos de los comportamientos y respuestas de diferentes tipos de estudiantes. Para finalizar, en el tercero, se presentan los resultados de la evaluación llevada a cabo para determinar el progreso de los estudiantes después de la enseñanza de las unidades. Dicha evaluación se realizó con dos tests diseñados especialmente para ese momento, cuyo objetivo era determinar los niveles de Van Hiele de razonamiento de los estudiantes en base a los contenidos geométricos centrales de las unidades de enseñanza experimentadas.

#### **4.1.2. Nacional**

➤ El trabajo titulado “Conceptualización de la razón de cambio en el marco de la Enseñanza para la Comprensión”, publicado en el año 2009, por Paula Andrea Rendón Mesa en la *Universidad de Antioquia*. La autora se propuso como objetivo describir y analizar el proceso de enseñanza y de aprendizaje para la conceptualización de la razón de cambio, con el propósito

de determinar la viabilidad de la implementación de una estrategia metodológica en el marco de la Enseñanza para la Comprensión (EpC). La investigación fue realizada con un grupo de estudiantes de grado noveno de la Institución Educativa Pedro Luis Álvarez Correa del municipio de Caldas; con ellos se implementó una guía de actividades que vinculó las concepciones del cambio con situaciones reales. Los estudiantes, para el desarrollo de estas actividades, se apoyaron en representaciones geométricas, tabulares, algebraicas y gráficas que dieron pie al desarrollo comprensivo de este concepto. Para la recolección de la información se utilizaron herramientas metodológicas definidas: los tests, las matrices de evaluación y los mapas conceptuales. Respecto al proceso de enseñanza y de aprendizaje para la conceptualización de la razón de cambio, fue importante haber definido las matrices de evaluación y haber analizado la variación que se presentó entre los diferentes test, así como la implementación de la guía de actividades, pues fueron la base del proceso de investigación y, además, orientaron el mismo a lo largo de su desarrollo. El objetivo del estudio se logró en tanto que se pudo establecer la propuesta como algo viable dentro del proceso de enseñanza y de aprendizaje, pues tanto el docente como los estudiantes cumplen el propósito definido en términos de la conceptualización de la razón de cambio.

Se resalta entonces, que en la última etapa, los estudiantes mejoraron en lo que respecta al rendimiento académico de esta área, pues se obtuvo una diferencia significativa en los resultados obtenidos por ellos. El diseño de la guía de actividades para el concepto de razón de cambio, permite planificar, desarrollar y aplicar una experiencia de aprendizaje para que los alumnos puedan progresar en los niveles de comprensión, ya que durante su aplicación, los alumnos logran reformular sus planteamientos, permitiendo una mejor integración entre los elementos teóricos y prácticos del concepto objeto de estudio.

Respecto a la viabilidad de la propuesta, se afirma que el balance entre la situación recurrente y los resultados obtenidos, es positiva en cuanto a la posibilidad de introducir el estudio sobre la razón de cambio a partir de la aplicación de situaciones contextuales. La relación de situaciones de cambio con otras ciencias, contribuyó a percibir la Matemática como una ciencia que se relaciona con las demás y no como un ente aislado y autónomo en el acontecer académico de los estudiantes (Rendón, 2009).

## CAPÍTULO 5

### MARCO TEÓRICO

En este apartado se examina todo lo concerniente con las teorías de apoyo para lograr un análisis de la *comprensión* de polígonos, basado en el *modelo teórico de Van Hiele*; por eso se consideran fundamentales dos teorías: Enseñanza para la Comprensión (EpC) y el Modelo teórico de Van Hiele.

Las teorías mencionadas anteriormente permitirán orientar el estudio que se emprendió. En particular, se enfoca en la comprensión de los polígonos.

#### **5.1. Enseñanza para la comprensión**

La EpC se encuentra dentro de un enfoque de tipo constructivista que permite la estimulación y el desarrollo de la capacidad para pensar y actuar flexiblemente, utilizando conocimientos en diversos campos. También es considerada como lo sugieren Perkins, Tishman y Jay (1998) "...comprender es la habilidad de pensar y actuar con flexibilidad a partir de lo que uno sabe. La comprensión de un tópico es la capacidad de un desempeño flexible". Este modo de comprensión del individuo sobrepasa las barreras de lo memorístico, el desenvolvimiento habitual y el pensamiento simétrico, produce un abastecimiento de conceptos, el hallazgo de las representaciones cognitivas que deben ser observadas en desempeños de comprensión, que con la continua utilización se convierten en dominios y competencias (Patiño, 2012). Algunos autores consideran ese desempeño como "la comprensión es poder realizar una gama de actividades que requieren pensamiento en cuanto a un tema, por ejemplo, explicarlo, generalizarlo, aplicarlo, presentar analogías y representaciones de una manera nueva" (Blythe y Perkins, 2005).

La EpC, como modelo educativo (interacción maestro-estudiante), establece que el comprender un tema "es poder realizar una presentación flexible de él: explicarlo, justificarlo, extrapolarlo, relacionarlo y aplicarlo de maneras que vayan más allá del conocimiento y la repetición rutinaria de habilidades. Cuando un estudiante evidencia la comprensión de un tema, él puede reproducir el conocimiento recibido y solucionar problemas cotidianos utilizando de una forma creativa y apropiada sus conocimientos.

Centrándose en lo interesante, la enseñanza para la comprensión, Escobedo (2004) expresa que "comprendemos un proceso cuando contamos con una teoría que nos permite orientar nuestra acción en relación con ese proceso en forma exitosa" (p.530) y, en el mismo sentido Stone (1999) afirma al respecto "La comprensión se presenta cuando la gente puede pensar y actuar con flexibilidad a partir de lo que sabe. Por contraste, cuando un estudiante no puede ir más allá de la memorización y el pensamiento y la acción rutinarios, esto indica falta de comprensión" (p.72).

## **Elementos de la Enseñanza para la Comprensión**

Ahora se consideran los elementos propuestos por Stone (1999), que incorporan las características de la Enseñanza, especialmente clara y efectiva, para la Comprensión.

**Tópicos Generativos.** Según Pogré (2001) se definen como “conceptos, ideas, temas relativos a una disciplina o campo del conocimiento” cuya característica es ser habilitadores del aprendizaje; en el tópico generativo pueden ramificarse varias líneas de comprensión. Además, según Pogré (2001), se deben tener en cuenta criterios específicos para evaluar la generatividad de los tópicos: “ser centrales en el campo disciplinar” (p. 9), y “ricos en conexiones posibles con el contexto y con los recursos disponibles” y, a su vez, “accesibles e interesantes para los alumnos, interesantes e importantes para el docente” (p. 10).

**Metas de Comprensión.** De acuerdo con Stone (1999), las metas de comprensión parten de lo que se quiere que los estudiantes aprendan y adquieren mayor importancia cuando son explícitas y se hacen públicas; esta autora realiza que “deben centrarse en las ideas, modalidades de indagación y formas de comunicación que resultan esenciales si se quiere que los alumnos entiendan la materia en cuestión” (p. 108). Se formulan de dos maneras: como enunciados y como preguntas abiertas. Es de anotar que en las metas de comprensión se habla de unas metas generales, en las cuales se centra la comprensión, llamadas hilos conductores.

**Desempeños de Comprensión.** De acuerdo con Stone (1999), este elemento es determinante debido a que estos ayudan a desarrollar y a demostrar la comprensión. En líneas de esta autora, “la visión vinculada con el desempeño subraya la comprensión como la capacidad e inclinación a usar lo que se aprende en el mundo” (p. 109). A estos desempeños de la comprensión se les asignan tres etapas:

➤ ***Etapa exploratoria.*** Según Stone (1999) son las actividades que ayudan a que los alumnos vean conexiones entre los tópicos generativos, sus propios intereses y experiencias previas. Esta etapa ofrece al docente como al estudiante, información acerca de lo que los estudiantes están interesados en aprender; también sirve para atraerlos al dominio de un tópico generativo; las actividades planeadas son de final abierto y se pueden abordar de múltiples formas para irse involucrando en el tema en cuestión. Esta etapa puede diseñarse, además, para comprometer a los estudiantes a poner en práctica sus comprensiones anteriores y confrontar algunos de los fenómenos o enigmas que presenta el tópico generativo.

➤ ***Investigación guiada.*** Stone (1999) precisa que: los desempeños de investigación guiada involucran a los alumnos en la utilización de ideas o modalidades de investigación que el docente considera centrales para la comprensión de metas identificadas. Durante las etapas iniciales de una unidad o un curso de estudio, los desempeños pueden ser relativamente simples o elementales. En rigor, los docentes pueden centrarse en habilidades básicas tales como la observación cuidadosa, el registro preciso de datos, el uso de un vocabulario rico o la síntesis de notas de fuentes múltiples alrededor de una pregunta específica.

➤ **Proyecto final de síntesis:** De acuerdo con Stone (1999), los proyectos finales de síntesis pueden ser similares a los proyectos y exposiciones que muchos docentes asignan como tareas finales para completar una unidad curricular. Su rasgo distintivo en el marco conceptual de la EpC es que demuestran con claridad el dominio que tienen los alumnos de las metas de comprensión establecidas. Tales desempeños necesariamente invitan a los alumnos a trabajar de manera más independiente de como lo hicieron en sus desempeños preliminares y a sintetizar las comprensiones que han desarrollado a lo largo de una unidad curricular o de una serie de unidades” (p. 113).

**Evaluación Diagnóstica Continua.** Pogré (2001) establece que “es el proceso de brindar respuestas claras a los desempeños de comprensión de los estudiantes, de modo tal que permita mejorar sus próximos desempeños de comprensión” (p. 15). Se entiende entonces que la evaluación es específica para la meta de comprensión trabajada, ya que estará siempre en un proceso de revisión continua para seguir avanzando en otras metas de comprensión. Según Stone (1999), un componente muy importante en la evaluación diagnóstica continua es analizar cómo están avanzando los alumnos hacia desempeños de alto nivel.

**Niveles de comprensión.** La EpC, según Rivera (2014), determina que la comprensión varía en los siguientes niveles:

➤ **Comprensión ingenua:** se caracteriza por el uso de la intuición, la baja reflexividad y un aprendizaje que no problematiza la información disponible. Los estudiantes son incapaces de conectar los conocimientos aprendidos en la escuela con el conocimiento cotidiano, las explicaciones dadas por ellos, no contienen un proceso de análisis de la información ordenado y coherente. El razonamiento se encuentra dentro de las ideas que ha formado en el ambiente escolar y no a través de la reflexión.

➤ **Comprensión de novatos:** entienden la construcción y expresión del conocimiento como un procedimiento mecánico. A su vez, se basa en la conexión simple de ideas y conceptos. Las explicaciones de los estudiantes se manifiestan mediante la repetición mecánica de lo enseñando por el profesor y los contenidos de libros de texto del estudiante.

➤ **Comprensión de aprendiz:** el estudiante demuestra el uso flexible de conceptos o ideas, aplicándolos en otras áreas y en su cotidianidad, por medio de las explicaciones se muestra la formación de razonamiento. En otras palabras, Rivera (2014) lo plantea así: “el estudiante es capaz de argumentar procesos y procedimientos utilizando conceptos propios de la matemática y experiencias vividas, es capaz de fusionar la teoría con la práctica, de relacionar conceptos de la vida diaria y del entorno escolar”.

➤ **Comprensión de maestría:** los estudiantes demuestran integración, creatividad y criterio, cuando muestran actitudes y habilidades que acceden a interpretar y reinterpretar el conocimiento de la realidad del contexto. En esta dimensión los estudiantes demuestran los procesos de razonamiento teniendo en cuenta, el quehacer y saber matemático, los cuales se

demuestran en la explicación que ellos realizan como un proceso personal, donde expresan los conocimientos y construcciones personales.

En conclusión, el modelo educativo de la EpC “puede ser aplicada fácilmente a actividades de aula relativamente tradicionales, en la medida en que estén diseñadas para involucrar a los alumnos en la puesta en práctica de lo que han comprendido” (Stone, 1999, p. 115). Para lograr dicha comprensión se da un conocimiento activo, que está disponible para el individuo y puede utilizarlo en diferentes momentos. Cuando una persona usa el conocimiento en situaciones inéditas es porque ha logrado la comprensión, ha utilizado el conocimiento previamente adquirido (Rendón, 2009). Se da importancia a este enfoque metodológico dentro de esta investigación, debido a que la EpC permite que al proceso de enseñanza y de aprendizaje se vincule el contexto, aspecto fundamental cuando se pretende conceptualizar polígono.

## 5.2. El Modelo Teórico de Van Hiele

El propósito de este apartado es dar a conocer, con relativa profundidad, el modelo teórico de Van Hiele, mediante la reseña de algunos autores, para así tomar como referencia todo lo concerniente con este. Esta descripción se centra en los dos momentos de la enseñanza de la geometría dentro de este modelo, los niveles de razonamiento y las fases de aprendizaje.

Los profesores holandeses de matemáticas de secundaria Pierre Marie y Dina Van Hiele-Geldof, en sus tesis doctorales, presentaron, respectivamente, un modelo de enseñanza y aprendizaje de la geometría (Van Hiele, 1957) y una aplicación concreta del modelo en algunos cursos de geometría (Van Hiele-Geldof, 1957). La estructura de este modelo está basada en la idea central “de que a lo largo del proceso de aprendizaje de la geometría, el razonamiento de los estudiantes pasa por una serie de niveles de razonamiento que son secuenciales, ordenados y de tal manera que no se puede saltar ninguno” (Jaime, 1993). Cada nivel supone la comprensión y utilización de los conceptos de una manera distinta, lo cual se refleja en una manera diferente de reconocerlos, definirlos, clasificarlos, y realizar demostraciones (Jaime, 1993). Según los Van Hiele, los estudiantes, ayudados por unas experiencias guiadas apropiadas, diseñadas de acuerdo a las fases de aprendizaje definidas por el modelo, van alcanzando ordenadamente cinco niveles de razonamiento geométrico (Gualdrón, 2011).

El modelo de Van Hiele tiene dos partes esenciales, una de las cuales es la *descripción* del razonamiento geométrico y, la otra, la *prescripción* de cómo enseñarlo. La primera parte *descriptiva* identifica una secuencia de tipos de razonamiento (“niveles de razonamiento”), a través de los cuales progresa el razonamiento geométrico de los individuos desde que inician su aprendizaje hasta que llegan a su máximo grado de desarrollo intelectual en ese campo. Y, la segunda parte, *instructiva* sugiere a los profesores pautas (“fases de aprendizaje”) sobre cómo ayudar a los estudiantes a avanzar en su nivel de razonamiento geométrico.

Las principales características del modelo, las cuales permiten ampliar el entendimiento del modelo en la enseñanza de la geometría, se presentan a continuación, siguiendo a Cabanne y Ribaya (2009).

- La jerarquización y secuencialidad de los niveles.
- Cada nivel se apoya en el anterior y no es posible acceder a él sin haber superado el precedente.
- Estrecha relación entre el lenguaje y los niveles.
- Cada nivel se refleja por la forma de resolver los problemas, el modo de expresarse y el vocabulario que se emplea.
- El paso de un nivel al siguiente se produce de manera continua. Este paso no se produce de forma brusca.

### **Niveles de razonamiento**

Los niveles de razonamiento han sufrido algunos cambios desde su aparición (Pegg y Davey, 2007) puesto que las ideas del propio Van Hiele evolucionaron, desde su propia experiencia, de los demás investigadores y los resultados obtenidos acerca de los niveles. De esta manera, se enumeran los niveles de razonamiento desde el nivel 0 al 4 y, en otras publicaciones, se muestra una totalmente diferente, desde el nivel 1 al 5. Con estas indicaciones, y para mayor comodidad, se ha decidido tomar los niveles de 1 a 5, al mismo tiempo que se ha prescindido, para el estudio, de los dos últimos niveles, pues, los educandos se encuentran en el ámbito escolar de educación Básica Primaria.

De manera concreta, se dará a conocer los descriptores de nivel de razonamiento de Van Hiele específicos para los polígonos siguiendo a Burger y Shaughessy (1986)<sup>2</sup>:

#### ***Nivel 1: Visualización***

En este nivel el estudiante:

1. Uso de propiedades imprecisas (cualidades) para comparar dibujos e identificar, caracterizar y clasificar figuras.
2. Referencias a prototipos visuales para caracterizar figuras.
3. Inclusión de atributos irrelevantes al identificar y describir figuras, tales como la orientación de la figura en la hoja.
4. Incapacidad para concebir una variedad infinita de tipos de figuras.
5. Clasificaciones inconsistentes; es decir, clasificaciones por propiedades que no poseen

<sup>2</sup> Descriptores de los niveles 1 y 2 de razonamiento de Van Hiele específicos para los polígonos.

todas las figuras seleccionadas.

6. Incapacidad para usar propiedades como condiciones necesarias para determinar una figura; por ejemplo, adivinar la figura en la actividad de la figura misteriosa después de pocas pistas, como si las pistas provocaran una imagen visual.

### ***Nivel 2: Análisis***

En este nivel el estudiante:

1. Comparar figuras explícitamente por medio de propiedades de sus componentes.
2. Prohibir inclusiones de clases entre los tipos generales de figuras, tales como cuadriláteros.
3. Clasificar por atributos simples, tales como propiedades de los lados, mientras descuidan ángulos, simetrías, etc.
4. Aplicar una letanía de propiedades necesarias en lugar de determinar propiedades suficientes cuando identifican figuras, explican identificaciones y se deciden por una figura misteriosa.
5. Descripciones de tipos de figuras mediante uso explícito de sus propiedades más que por los nombres de los tipos, incluso si los conocen. Por ejemplo, en lugar de rectángulo, se puede mencionar la figura como cuadrilátero con todos los ángulos rectos.
6. Rechazo explícito de las definiciones de figuras de los libros de texto en favor de la caracterización personal.
7. Tratamiento de la geometría como física cuando se comprueba la validez de una proposición; por ejemplo, contando con una variedad de dibujos y haciendo observaciones sobre ellos.
8. Carencia explícita de comprensión de la prueba matemática.

### ***Nivel 3: Deducción informal***

En este nivel el estudiante:

1. Formación de definiciones completas de tipos de figuras.
2. Habilidad para modificar definiciones y aceptar y usar inmediatamente definiciones de nuevos conceptos.
3. Referencias explícitas a las definiciones.
4. Habilidad para aceptar formas equivalentes de definiciones.
5. Aceptación de la ordenación parcial lógica entre tipos de figuras, incluyendo inclusiones

de clases.

6. Habilidad para clasificar figuras conforme a una variedad de atributos matemáticamente precisos.
7. Uso explícito de enunciados “si, entonces”.
8. Habilidad para formar correctamente argumentos deductivos informales, usando implícitamente formas lógicas como la regla de la cadena (si  $p$  implica  $q$  y  $q$  implica  $r$ , entonces  $p$  implica  $r$ ) y la ley de separación (modus ponens).
9. Confusión entre los papeles de axioma y teorema.

#### ***Nivel 4: Deducción formal***

En este nivel el estudiante:

1. Clasificación de cuestiones ambiguas y reformulación de problemas en un lenguaje preciso.
2. Conjeturas frecuentes e intentos de verificar conjeturas deductivamente.
3. Confianza en la demostración como autoridad final para decidir la verdad de una proposición matemática.
4. Comprensión de los papeles de las componentes en un discurso matemático, tales como axiomas, definiciones, teoremas, demostraciones.
5. Aceptación implícita de los postulados de la geometría euclídea

#### **Fases de aprendizaje**

Las fases de aprendizaje son pautas para que los profesores guíen a sus estudiantes en el desarrollo y mejoramiento de su nivel de razonamiento. Las fases están asociadas a cada nivel de razonamiento, es decir, para cada uno, el profesor diseña la instrucción teniendo en cuenta las fases desde la primera hasta la última. Se pueden alcanzar niveles más altos si se consiguen las experiencias correctas.

A continuación, se dará a conocer, de manera sucinta, siguiendo líneas de Gualdrón (2011), la descripción de las fases:

#### ***Fase 1: Información***

El profesor en esta fase dialoga con los estudiantes y les informa del tema que van a desarrollar, los objetivos de estudio y las actividades que planea desarrollar. También, el profesor tendrá la oportunidad de enterarse de los conocimientos previos que tienen los estudiantes que son pertinentes para el desarrollo del nuevo, además los estudiantes conocerán la futura dirección a la cual el nuevo tema los conducirá.

### ***Fase 2: Orientación dirigida***

En esta fase el profesor presenta gradualmente el material -compuesto de tareas cortas que generen respuestas específicas- que ha preparado cuidadosamente para que los estudiantes exploren el nuevo tema de estudio. Dicha exploración incluye que los estudiantes descubran y aprendan las posibles relaciones o componentes básicos que deben formar.

### ***Fase 3: Explicitación***

Es en esta fase donde se realiza un afianzamiento del tópico que se está estudiando, el cual incluye el manejo adecuado del lenguaje técnico, características, propiedades, relaciones que se han observado y analizado. El profesor debe propiciar la discusión entre él y los estudiantes y entre los mismos estudiantes. Esta fase no debe entenderse como una más cronológicamente hablando, sino más bien una fase que complementa a las otras.

### ***Fase 4: Orientación libre***

Es una fase en la cual el profesor debe preparar tareas que sean novedosas, diferentes a las que ha propuesto antes (con muchos pasos e incluso más complejas), que tengan diferentes vías de resolución, que le permitan a los estudiantes establecer relaciones entre los objetos que están estudiando. La intervención del profesor en esta fase debe ser mínima, de tal forma que los estudiantes intenten por sí solos buscar la solución.

### ***Fase 5: Integración***

En esta fase los estudiantes, con ayuda del profesor, realizan un resumen de todo lo aprendido, lo que les permitirá tener una visión global de los objetos y relaciones en relación al tema de estudio. Es una fase en la cual no se realiza el desarrollo de temas nuevos, sólo la recopilación y organización de los ya adquiridos.

### **Propiedades del Modelo de Van Hiele**

Estas propiedades son descritas en Gualdrón (2006), a continuación se darán a conocer:

***Recursividad:*** El camino de un nivel de razonamiento al sucesivo no supone la eliminación del razonamiento anterior. Es decir, en el nivel N (1, 2, 3) existen diversas habilidades que son manejadas por los estudiantes de manera implícita y cuyo uso explícito se aprende en el nivel N + 1.

***Jerarquía y secuencia de los niveles:*** la adquisición de los niveles se realiza de forma organizada, puesto que es imposible llegar a un nivel de razonamiento sin antes haber logrado los anteriores niveles.

***Relación entre el lenguaje y los niveles de razonamiento:*** cada nivel tiene un lenguaje propio, puesto que esto explica el significado que se le da a las palabras. Esta característica manifiesta, la incompreensión que algunas veces existe entre maestros y estudiantes, cuando el maestro maneja un lenguaje que el estudiante aún no ha aprendido.

**Localidad de los niveles de razonamiento:** la localidad hace énfasis en que los estudiantes logren razonar en diversos niveles cuando trabajan en campos diferentes de la geometría.

**Continuidad de los niveles:** se enfoca en el proceso que se lleva, para dar paso de un nivel a otro, según el Modelo de Van Hiele se expresa que el paso de un nivel al siguiente se produce de forma brusca como un salto.

**La importancia de la instrucción en el modelo de Van Hiele:** la instrucción es un factor fundamental para aproximarse en un nivel de razonamiento. La transición de un nivel al próximo no es un proceso natural, sino que depende de la influencia del proceso de enseñanza - aprendizaje.

Este modelo toma, el aprendizaje de forma personal y al docente como un orientador y organizador de este proceso. Este cambia el rol de expositor y adquiere un papel de coordinador de los trabajos; indagando ejercicios y actividades necesarias para proporcionarle al estudiante un contexto adecuado para el desarrollo de su razonamiento y su paso por los diversos niveles que este posee. El rol del estudiante se ve transformado, de un receptor pasivo a un investigador activo de la información. Estos cambios de roles involucran la necesidad de que el docente manipule y reconozca el material para trabajarlo sin obstáculos, apoyando al estudiante en la exploración y elaboración de su propio conocimiento (Cabanne y Ribaya, 2009).

### **5.3. Enseñanza para la Comprensión y el modelo teórico de Van Hiele como estructuras para la enseñanza y el aprendizaje de los polígonos.**

Van Hiele (1957) sugiere que la comprensión de un niño, en el ámbito geométrico, se da cuando, a partir de los datos y relaciones geométricas que se le suministran, es competente para construir una conclusión en un momento al que anteriormente se había enfrentado. Por tal motivo, es indispensable que la enseñanza sea precisa, concreta y de calidad, para lograr que exista comprensión.

Como lo expresa Van Hiele (1957), la adquisición de la comprensión depende de la enseñanza, así que considera, por ejemplo, en la interdisciplinariedad (entre asignaturas en la escolaridad), un importante medio para el desarrollo de la comprensión. En este sentido, la labor del docente es el de ser un buscador de medios y estrategias para estimular la comprensión, y alcanzar el pleno desarrollo de ella en diversos ámbitos escolares y cotidianos.

Para Van Hiele (1957), la adecuada formación de la comprensión depende, en primera instancia, de la buena estructuración del campo perceptivo y, en segundo lugar, de la formación del lenguaje; lo anterior, en relación a la adquisición de la comprensión de un objeto geométrico.

Llegando al punto de una formación de la comprensión geométrica nos encontramos con las tres estructuras: una *estructuración perceptiva*, una *estructuración lingüística* y una *estructuración lógica*. Dicho de una manera cada una se complementa pero, la estructura

siguiente termina por suprimir la anterior. Sin embargo, puede ocurrir que palabras o más tarde un símbolo genere cierta representación perceptiva aunque esto se produce con menos frecuencia según se vaya automatizando la acción. De esta manera, el lenguaje adquiere el rol principal de intermediario. Dependiendo de lo que la persona o el niño avance en la geometría se elimina cada vez más dicho lenguaje, de modo que se pasa directamente de la estructuración perceptiva a la simbología sin haber utilizado el lenguaje (Van Hiele, 1957).

Para la formación de la comprensión, Van Hiele (1957) plantea unas pautas, las cuales se consideran necesarias en la relación teórico-práctica del modelo. Se presentan a continuación:

**1. *Interés por un determinado tema.*** La falta de interés implica una grave barrera para lograr la comprensión. La principal labor del docente en la enseñanza es profundizar en la motivación y entusiasmo en la asignatura, ya que así se observarán los medios adecuados para lograr la aparición de la comprensión en los educandos.

**2. *Recapitación.*** Todo persona que quiera alcanzar dicha comprensión debe tener en cuenta que profundizar es uno de los puntos de partida para empezar este proceso. Puesto que el niño se encuentra en la etapa de desarrollo estableciendo una organización de ideas y conceptos acerca de los diversos temas que le generan problemas fuera de su contexto, por esto no le queda el tiempo suficiente para profundizar en los temas netamente escolares.

**3. *Material didáctico.*** Consta de medios de apoyo que pueden ser abstractos y concretos. Contando que cada material debe proporcionar una estructuración propia. Dicho material debe cumplir altísimas obligaciones; como no ser tan complicado como para despistar la atención del verdadero problema; tampoco ser tan esquemático que muestre una articulación escasa del problema.

**4. *Contacto personal.*** Como ya se conoce la comprensión no es transferible de una persona a otra. Al hablar que una persona posee comprensión es porque tiene la capacidad de imaginarse ideas y conceptos eficaces para la solución de un problema en una situación nueva, en otras palabras, que dicha solución al problema no ha sido suministrada por las demás personas.

A continuación se presenta una tabla que sintetiza la relación entre los dos marcos teóricos que se usaron para el estudio: la EpC y el modelo de Van Hiele.

<b><i>ELEMENTOS DE LA EpC</i></b>	<b><i>ELEMENTOS DEL MODELO DE VAN HIELE</i></b>
<b><i>Tópicos Generativos:</i></b> Preconceptos ricos en conexiones.	<b><i>Fase de información:</i></b> Conocen los objetivos de estudio y los conocimientos previos requeridos para el nuevo.
<b><i>Metas de Comprensión:</i></b>	<b><i>Fase de Orientación Dirigida:</i></b>

<p>Lo que se quiere que aprendan.</p>	<p>Descubren y aprenden las posibles relaciones o componentes básicos que deben formar sobre el tema de estudio.</p>
<p><b><i>Desempeños de Comprensión:</i></b>          Capacidad de usar lo que se aprende.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• <u>Etapa exploratoria:</u> Lo que los estudiantes están interesados en aprender.</li> <li>• <u>Investigación Guiada:</u> Observación cuidadosa.</li> <li>• <u>Proyecto final de síntesis:</u> Tareas finales.</li> </ul>	<p><b><i>Fase de Orientación Libre:</i></b>          Permite a los estudiantes establecer relaciones entre los objetos que están estudiando y usar lo aprendido.</p>
<p>La construcción social del conocimiento no la concibe como un elemento importante.</p>	<p><b><i>Fase de Explicitación:</i></b>          Permite la construcción social del conocimiento (interacciones: estudiante-estudiante, profesor-estudiante).</p>
<p><b><i>Evaluación Diagnóstica Continua:</i></b>          Específica para la meta de comprensión.</p>	<p><b><i>Fase de Integración:</i></b>          Recopilación, organización y validación de los conocimientos adquiridos.</p>
<p><b><i>Niveles de Comprensión:</i></b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• <u>Comprensión ingenua:</u> Uso de la intuición desde el ambiente escolar y no desde la reflexión.</li> <li>• <u>Comprensión de novatos:</u> Construcción del conocimiento mecánicamente.</li> <li>• <u>Comprensión de aprendiz:</u> Uso flexible de conceptos en otras áreas.</li> <li>• <u>Comprensión de maestría:</u> Integración, creatividad en el uso del concepto en realidad contextual.</li> </ul>	<p><b><i>Niveles de Aprendizaje:</i></b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• <u>Nivel 1 (Visualización):</u> Percibe los elementos a estudiar en su totalidad, de manera global y las características irrelevantes.</li> <li>• <u>Nivel 2 (Análisis):</u> Aprecia que los elementos a estudiar están formados por partes con propiedades matemáticas.</li> <li>• <u>Nivel 3 (Deducción informal):</u> Utiliza un razonamiento formal, lo que conduce a deducir otras propiedades.</li> <li>• <u>Nivel 4 (Deducción formal):</u> Puede entender y realizar razonamientos lógicos formales.</li> </ul>

Tabla N° 1. Síntesis de la relación entre la EpC y el Modelo de Van Hiele

La tabla anterior muestra la estrecha relación que existe entre los marcos teóricos elegidos para sustentar el abordaje del problema de estudio. En los apartados donde no se evidencia alguna relación, se considera que se complementan; por ejemplo, la EpC no contempla la construcción social del conocimiento y el modelo de Van Hiele sí, mediante la Fase de Explicitación.

### METODOLOGÍA DE LA INVESTIGACIÓN

#### 6.1. Enfoque

El proceso de investigación se desarrolla incorporando el enfoque propio de la *investigación cualitativa*, puesto que es propia del contexto educativo, permite explorar y describir un fenómeno en específico a partir de la interacción directa con los individuos estudiados, sin hacer ninguna clase de medición, proporcionando una gran cantidad de información valiosa.

Según Sandín (2003) la investigación cualitativa es “una actividad sistemática orientada a la comprensión en profundidad de fenómenos educativos y sociales, a la transformación de prácticas y escenarios socioeducativos, a la toma de decisiones y también hacia el descubrimiento y desarrollo de un cuerpo organizado de conocimientos”. En pocas palabras, el enfoque cualitativo busca la recolección de la información sin ninguna medición numérica, hacia el afianzamiento de las preguntas de investigación. En este caso se describe y comprende el razonamiento geométrico de los estudiantes, basándose en palabras y hechos desarrollados por la población en mención más adelante.

En tal sentido, el paradigma cualitativo describe cada aspecto actitudinal presentado, las investigadoras participantes durante todo el proceso, a través de la interacción con los estudiantes, permitiendo conseguir un conocimiento objetivo, claro y preciso, que es registrado por medio de diversas cualidades y características que expresan lo observado en cada momento de la investigación, tomando lo más relevante para cumplir con el objetivo propuesto.

Taylor y Bogdan (1984) consideran la investigación cualitativa como “la investigación que produce y analiza los datos descriptivos, como las palabras escritas o dichas, y el comportamiento observable de las personas”, como en el caso del trabajo. Estos autores amplían su conocimiento cuando afirman que “la investigación cualitativa no busca la generalización, sino que es ideográfica y se caracteriza por estudiar en profundidad una situación concreta. Desarrolla hipótesis individuales que se dan en casos individuales. No busca la explicación o la causalidad, sino la comprensión, y puede establecer inferencias plausibles entre los patrones de configuración en cada caso”.

#### 6.2. Nivel

Teniendo en cuenta el paradigma de investigación, el grado de profundidad y el alcance de investigación, se opta por el *nivel descriptivo*, donde se tiene en cuenta la descripción de fenómenos sociales en un momento temporal; su finalidad es describir y su propósito es estimar parámetros.

Según Fidias (2012), la investigación descriptiva consiste en “la caracterización de un hecho, fenómeno, individuo o grupo, con el fin de establecer su estructura o comportamiento.

Los resultados de este tipo de investigación se ubican en un nivel intermedio en cuanto a la profundidad de los conocimientos se refiere”. Esto se refiere a la caracterización de un acontecimiento presentado, logrando establecer un nuevo conocimiento.

La investigación descriptiva consiste en la búsqueda de la precisión clara de un objeto. Este nivel de investigación se identifica por organizar datos de primera mano, para lograr un análisis preciso, claro y verídico, de la información de fuente primaria, secundaria y de teorías establecidas. Méndez (1988) afirma que “el estudio descriptivo identifica características del universo de investigación, señala formas de conducta y actitudes, establece comportamientos concretos descubre, comprueba y analiza las variables de investigación”.

### **6.3. Diseño**

En una investigación es pertinente tener en cuenta el diseño de la investigación, pues constituye la estructura de cualquier trabajo científico, brindando orientación y orden a la investigación. Arnau (1995) define el diseño de investigación como “un plan estructurado de acción que, en función de unos objetivos básicos, está orientado a la obtención de información o datos relevantes a los problemas planteados”.

Teniendo en cuenta lo anterior, el diseño es una *investigación acción participativa (IAP)*. Este diseño permite recoger la información de la investigación de forma clara y precisa para el alcance del objetivo general; en este sentido, Eizagirre y Zabala (2006) definen la IAP como “Método de investigación y aprendizaje colectivo de la realidad, basado en un análisis crítico con la participación activa de los grupos implicados, que se orienta a estimular la práctica transformadora y el cambio social”.

La IAP tiene como finalidad la participación de las personas investigadas, a lo largo de todo el proceso de investigación, existe una gran relación entre la teoría y la práctica, permitiendo así la relación de estos dos aspectos, el de conocer y el de actuar, un método para analizar y comprender mejor la realidad de la población y que posibilita un excelente aprendizaje (Eizagirre y Zabala, 2006).

La IAP, para la recolección de la información, se da de fuentes primarias, proporcionando una sistematización precisa para el resultado de nuevos conocimientos. Pues no se considera investigación el reunir datos ya establecidos o investigados por otros. El principio indispensable de una investigación es la innovación de nociones generales. Por último, se quiere resaltar que la IAP pretende conocer para transformar, es decir elaborar un camino para llegar a un fin determinado o un “para qué”, teniendo una base social (Tamayo, 1995).

### **6.4. Población**

Arias (2006) afirma que una población es “como el conjunto finito o infinito de elementos con características comunes para los cuales serán extensivas las conclusiones de la investigación”.

La población seleccionada para esta investigación fue la institución educativa Bethlemitas Brighthon, de carácter público, de la ciudad de Pamplona, en el segundo semestre del año 2015.

### **6.5. Muestra**

Hurtado (2000) considera la muestra como “una porción de la población que se toma para realizar el estudio, la cual se considera representativa de la población”. Por tal motivo, la muestra seleccionada es el grado de tercero 02 de la institución educativa Bethlemitas Brighthon, de carácter público, de la ciudad de Pamplona, en el segundo semestre del año 2015. El curso seleccionado está constituido por 33 estudiantes, que oscilan entre 8 y 10 años de edad.

### **6.6. Técnica para la recolección de la información**

Para Arias (1999) las técnicas de recolección de datos son “las distintas formas de obtener información”; en este sentido, para el estudio utilizamos la *observación directa* y la *observación participante*. Según Hernández, Fernández y Baptista (1998) la observación consiste en “el registro sistemático, cálido y confiable de comportamientos o conductas manifiestas”. La observación se basa en la percepción que el investigador tiene de la realidad y la conducta de sus participantes.

La observación directa es definida por Tamayo (1991) como “aquella en la que el investigador puede observar y recoger datos mediante su propia observación”. En pocas palabras, es cuando el investigador tiene una interacción con el fenómeno investigativo. En cuanto a la observación participante, el investigador desempeña un papel relevante dentro de la comunidad donde se realiza la investigación. Ibarra (2001) expresa que en la observación participante “el investigador participa de las tareas y actividades del grupo cuya conducta quiere observar, aunque no necesariamente participa en todas ellas”. Por otra parte, Rodríguez, Gil y García (2004) exponen que “podemos considerar a la observación participante como un método interactivo de recogida de información que requiere una implicación del observador en los acontecimientos o fenómenos que está observando”.

### **6.7. Instrumento para la recolección de la información (Unidad de Enseñanza)**

#### **Diario de campo**

Porlán y Martín (1993) definen el diario de campo como un *"instrumento de análisis del pensamiento reflexivo de profesores tanto en formación como en ejercicio"*. El diario de campo consiste en describir detalladamente de manera objetiva la información significativa de las actividades realizadas por los estudiantes después de cada una de las sesiones.

Según Porlán (1987) los posibles objetivos del diario son:

- Recoger información significativa sobre el proceso de enseñanza-aprendizaje.
- Acumular información histórica sobre el aula y el centro.
- Favorecer actitudes investigativas del profesor:

- Descripción de sucesos.
- Detección de problemas.
- Reflexión crítica:
  - Diseño de alternativas (hipótesis).
  - Capacidad de observación, etc.

### **Unidad de enseñanza**

Según Arias (1999), los instrumentos son “los medios materiales que se emplean para recoger y almacenar la información”. Para la recolección de la información relevante se ha decidido diseñar una *unidad de enseñanza*, que fue desarrollada por los estudiantes y de la cual se realizará un análisis de contenido.

Durante este apartado se hará énfasis específicamente en el diseño y descripción de cada una de las actividades propuestas para la unidad de enseñanza, teniendo en cuenta los aspectos fundamentales que se encuentran implícitos en el referente teórico planteado, sin dejar de lado que esta unidad será el instrumento indispensable para la recolección de la información, logrando el desarrollo pleno del objetivo principal.

Como se ha indicado anteriormente, las actividades<sup>3</sup> de la unidad de enseñanza se diseñaron teniendo en cuenta, principalmente, el modelo de razonamiento de Van Hiele y los elementos de la EpC. Durante la implementación de la unidad de enseñanza, la docente titular del grupo estuvo presente, pero sin intervenir en ningún momento del proceso, es decir, solamente observó el desarrollo (por parte de las investigadoras) de cada una de las actividades propuestas.

Los *tópicos generativos* escogidos fueron los polígonos, particularmente los triángulos y cuadriláteros (cuadrado, rectángulo, rombo y trapecio), con sus características específicas. En cuanto a las *metas de comprensión* se espera que los estudiantes alcancen el *nivel 2 de razonamiento de Van Hiele* (con los procesos matemáticos de pensamiento: identificación, clasificación, definición -uso y construcción de la definición-); y los *desempeños de comprensión* se irán desarrollando durante todo el proceso de ejecución de esta unidad, por medio de las tres etapas: en la *etapa exploratoria* (las actividades están diseñadas para ayudar en la relación del tema y los pre saberes), en la *investigación guiada* (la utilización de ideas o conceptos para lograr el objetivo) y, por último, el *proyecto final síntesis* (tareas que permiten reforzar el tema escogido).

---

<sup>3</sup> Es el conjunto de acciones que se llevan a cabo para cumplir las metas de comprensión, que consiste en la ejecución de ciertas tareas.

La unidad de enseñanza está formada por ocho actividades, diseñadas teniendo en cuenta los niveles 1 y 2 de Van Hiele. Las actividades de la uno a la cuatro (1 - 4) para desarrollar el primer nivel y las actividades de la cinco a la ocho (5 - 8) para desarrollar el segundo nivel. Cabe resaltar que la representación gráfica de los polígonos en las actividades se presenta en posiciones estándar y no estándar, con el fin de no generar estereotipos en el aprendizaje de los estudiantes.

### 6.7.1. Descripción de las actividades 1 a la 4

Con las actividades que se presentan más adelante, diseñadas para desarrollar el nivel 1 de razonamiento de Van Hiele en el concepto de polígono, se espera que lo hagan sobre las nociones globales básicas, tales como formas simples, por medio de apreciaciones visuales, pero sin tener en cuenta elementos ni propiedades matemáticas de cada figura escogida. En este nivel los estudiantes generalmente no usan vocabulario geométrico, pues son resultado de una visualización y pueden realizar ciertas clasificaciones pero solo considerando pequeñas semejanzas o diferencias físicas observadas de forma total entre los mismos.

En este caso los polígonos son visualizados por sus atributos y apariencia física, en un primer momento por su forma, como los lados y número de lados; pero en ningún momento sobre sus propiedades matemáticas. Durante este nivel, el estudiante ni reconoce, ni detecta relaciones entre los polígonos, tampoco sus partes. Un claro ejemplo es que él tiene la habilidad de identificar y diseñar un cuadrado, un trapecio, un rectángulo y un rombo, pero no tiene esa capacidad de relacionar que el rombo es un tipo especial de cuadrado o que el rombo es un paralelogramo especial, no reconoce que el rectángulo está formado por lados paralelos y ángulos rectos. Para el estudiante estos polígonos no presentan ningún tipo de conexión, pues las consideran figuras diferentes y separadas, en otras palabras, no establecen ningún tipo de clasificación matemática.

Durante este nivel se tendrá en cuenta, en todas las actividades, el desarrollo de los cuatro elementos principales del modelo teórico de Van Hiele, para la plena estimulación del razonamiento, estos son: el *interés*, el cual se desarrolla durante la realización de las actividades, puesto que los estudiantes están en un proceso de descubrimiento y se genera curiosidad en diferentes detalles, esto facilita la *recapitación* de polígonos, en la cual es fundamental tener un *contacto personal* para resolver inquietudes o dudas acerca de la definición (construcción y uso) de los polígonos. La identificación y definición global de polígonos está relacionada con el primer nivel de Van Hiele (visualización) y en las *fases de información, de orientación dirigida y libre, de explicitación y de integración*; permitiendo dar a conocer todo lo concerniente sobre las tareas propuestas.

En este nivel se tiene en cuenta la *EpC*, puesto que se enfoca dentro de los *tópicos generativos*, brindando un concepto global sobre los polígonos. Además, permiten acercarse a los *desempeños de comprensión*, en la *etapa exploratoria*, donde descubren la forma de las figuras y se crea conexión entre los tópicos; en la *investigación guiada*, las actividades

planteadas permiten la utilización de ideas o definiciones, y, en el *proyecto final*, se dan a conocer las actividades para retroalimentar. Con esto los estudiantes se acercan a un nivel de *comprensión ingenua*, lo que genera en ellos el uso de la intuición.

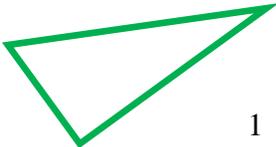
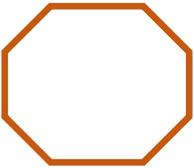
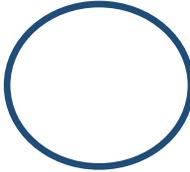
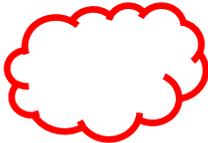
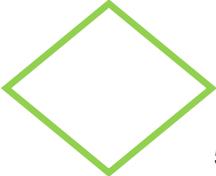
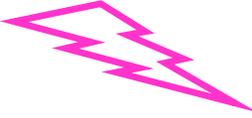
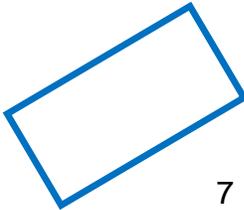
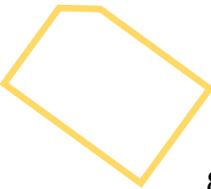
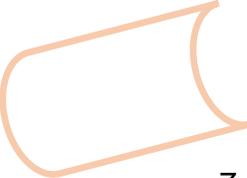
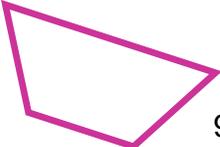
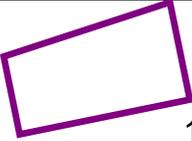
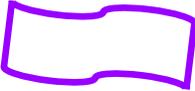
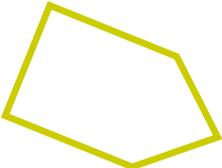
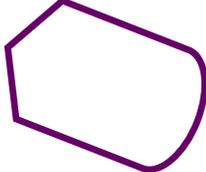
**ACTIVIDAD N° 1**

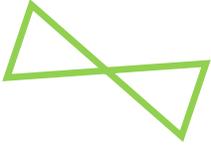
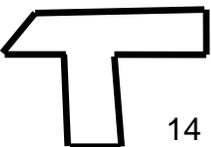
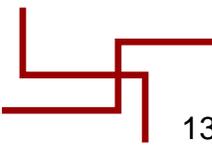
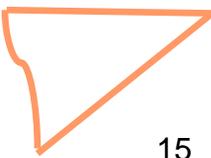
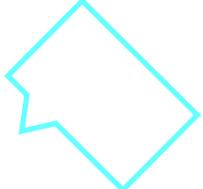
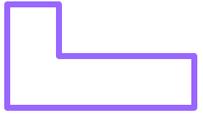
**Nivel 1: Visualización**

**Fase: Información**

**Metas de Comprensión:** Establecer la definición e identificación de los polígonos de manera global.

1. Observa detenidamente las siguientes figuras geométricas planas y luego defina que es para usted **POLÍGONO**, según lo observado.

Ejemplos de <b>POLÍGONOS</b>		Ejemplos de <b>NO POLÍGONOS</b>	
 1	 2	 1	 2
 3	 4	 3	 4
 5	 6	 5	 6
 7	 8	 7	 8
 9	 10	 9	 10
 11	 12	 11	 12

 13	 14	 13	 14
 15	 16	 15	 16
 17	 18	 17	 18

Un **POLÍGONO** es:

---



---

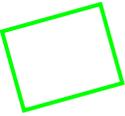
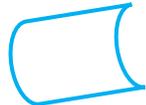
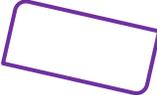


---

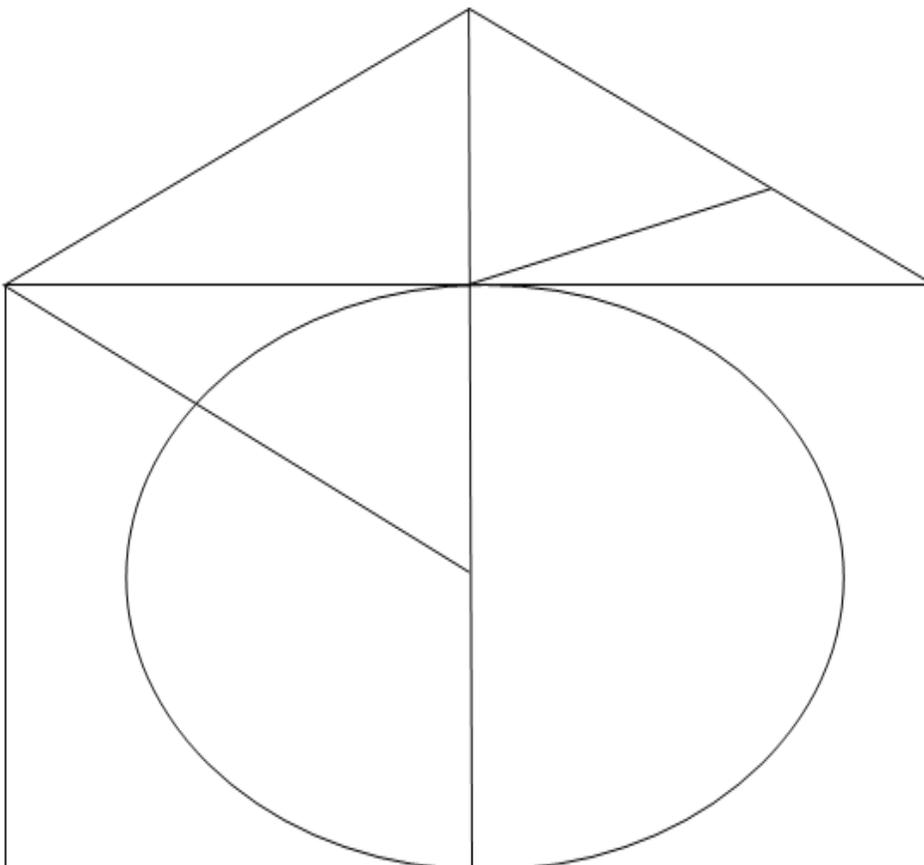
2. Según su definición de **POLÍGONO**, dibuja tres polígonos y tres no polígonos (Diferentes a los de la tarea 1).

POLÍGONOS	NO POLÍGONOS

3. Marca con una x los que son polígonos siguiendo el ejemplo.

 X _____	 _____	 _____	 _____	 _____
 _____	 _____	 _____	 _____	 _____
 _____	 _____	 _____	 _____	 _____

4. Observa y repisa cada polígono. Luego cuenta cuántos polígonos hay.



¿Cuántos hay?

\_\_\_\_\_

➤ **DESCRIPCIÓN DE LA ACTIVIDAD N° 1**

Esta actividad fue diseñada para presentar los *tópicos generativos* a los estudiantes, dando a conocer las *metas de comprensión*. Esta consta de cuatro tareas, en la cual, en primera instancia, se presenta un cuadro que contiene ejemplos y contraejemplos para la *identificación* de los polígonos. Se espera que los estudiantes puedan visualizar atributos de las figuras de acuerdo a un reconocimiento global; seguidamente, se le pedirá a los estudiantes que, teniendo en cuenta todas las figuras observadas, *elaboren una definición* de lo que sería para ellos un polígono. En segunda instancia, teniendo en cuenta la tarea anterior y la definición creada, diseñarán ejemplos y no ejemplos de los mismos, dando paso al *uso a la definición* de polígonos, con la condición de no repetir las figuras presentadas anteriormente, para estimular la imaginación acerca de los polígonos y así generar mayor grado de *motivación por la actividad*, en tanto en cuanto que se le reta a construir nuevas formas. En tercera instancia, se reafirma la *definición* de polígonos marcando con una “X” las figuras que son polígonos; y, en última instancia, tendrán que utilizar todos los conocimientos adquiridos hasta el momento para reconocer los polígonos que se encuentran implícitos en el dibujo, utilizando diferentes colores al momento de repisar los polígonos encontrados y responder ¿Cuántos polígonos hay?, con esta tarea se pretende desarrollar la *definición* de la imagen del polígono representado, seguidamente el estudiante deberá utilizar sus conocimientos e identificar de manera global.

**ACTIVIDAD N° 2**

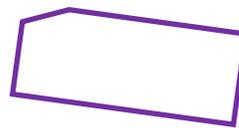
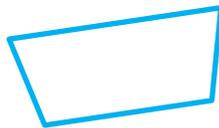
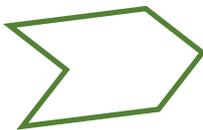
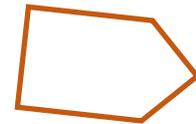
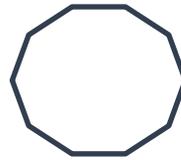
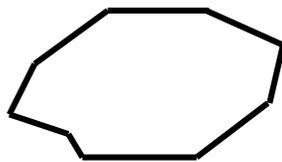
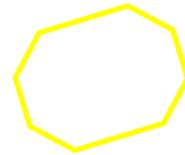
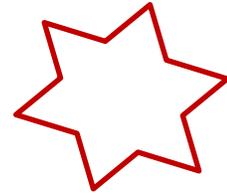
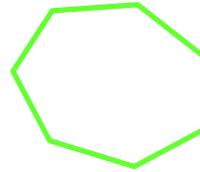
Nivel 1: Visualización

Fase: Orientación Dirigida

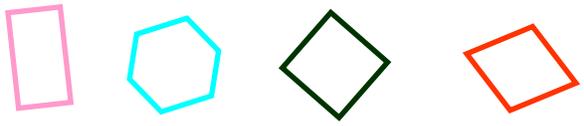
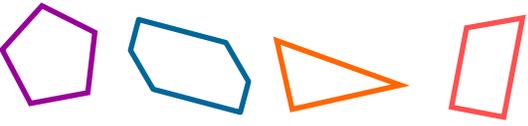
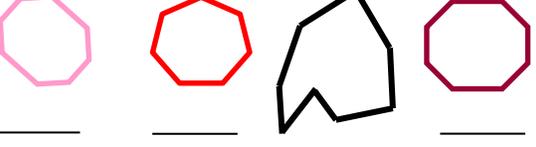
Metas de Comprensión: Lograr la clasificación e identificación de los polígonos según su número de lados.

1. Analiza la siguiente tabla, luego escribe debajo de cada polígono el nombre correcto según su número de lados.

NOMBRE DEL POLÍGONO	NÚMERO DE LADOS
Triángulo	3
Cuadrilátero	4
Pentágono	5
Hexágono	6
Heptágono	7
Octágono	8
Nonágono	9
Decágono	10
Undecágono	11
Dodecágono	12



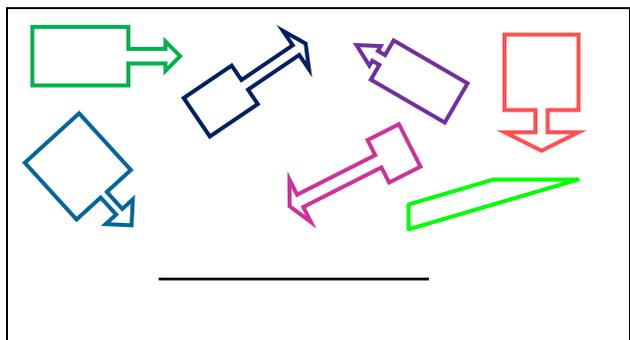
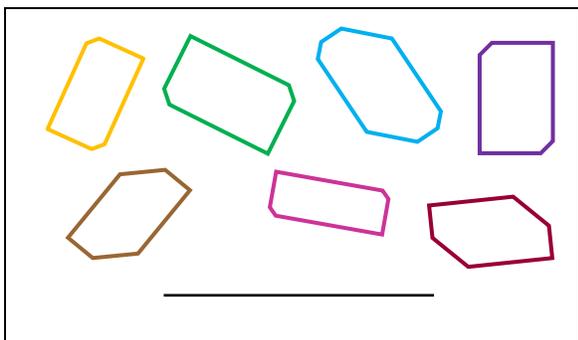
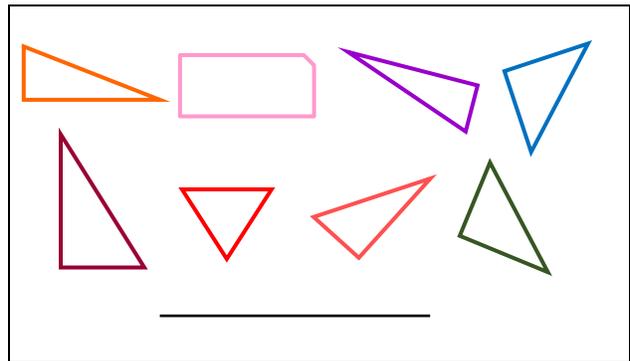
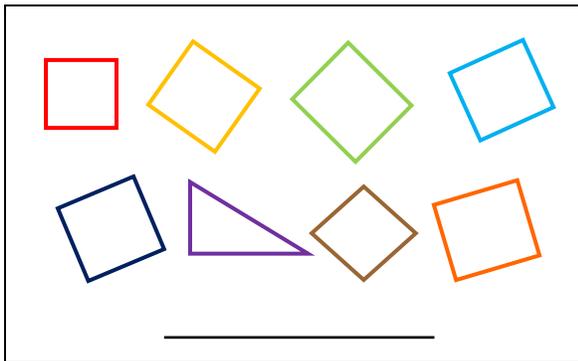
2. Marque con una x la opción correcta y luego justifica tu respuesta.

<p>A) ¿Cuál de estos polígonos es un <b>HEXÁGONO</b>?</p>  <p>_____</p> <p>¿Por qué? _____</p>	<p>B) ¿Cuál de estos polígonos <b>NO</b> es un <b>TRIÁNGULO</b>?</p>  <p>_____</p> <p>¿Por qué? _____</p>
<p>C) ¿Cuál de estos polígonos es un <b>CUADRADO</b>?</p>  <p>_____</p> <p>¿Por qué? _____</p>	<p>D) ¿Cuál de estos polígonos <b>NO</b> es un <b>PENTÁGONO</b>?</p>  <p>_____</p> <p>¿Por qué? _____</p>
<p>E) ¿Cuál de estos polígonos es un <b>HEXÁGONO</b>?</p>  <p>_____</p> <p>¿Por qué? _____</p>	<p>F) ¿Cuál de estos polígonos es un <b>PENTÁGONO</b>?</p>  <p>_____</p> <p>¿Por qué? _____</p>
<p>G) ¿Cuál de estos polígonos se llama <b>DECÁGONO</b>?</p>  <p>_____</p> <p>¿Por qué? _____</p>	<p>H) ¿Cuál de estos polígonos <b>NO</b> es un <b>OCTÁGONO</b>?</p>  <p>_____</p> <p>¿Por qué? _____</p>

3. Según las indicaciones dadas, dibuja la representación gráfica del polígono.

INDICACIÓN	REPRESENTACIÓN
Se llama pentágono	
Tiene 3 lados	
Se llama hexágono	
Tiene 8 lados	
Se llama cuadrilátero	

4. Descubre el polígono intruso y luego escriba su nombre.



➤ **DESCRIPCIÓN DE LA ACTIVIDAD N° 2**

Esta actividad se encuentra en la *etapa exploratoria*, donde los estudiantes están interesados por aprender y crean conexiones con los *tópicos generativos*. Esta consta de cuatro tareas; en la primera se estimulará la concentración y atención, desarrollando el nombre del *polígono* según el número de lados que lo conforman; deberán observar contar y escribir el nombre correcto debajo de cada polígono presentado. Como segunda tarea, se ha propuesto reafirmar la *definición* de polígonos de acuerdo a su número de lados: aquí deberán marcar con una X el polígono que corresponde a la orientación dada y luego deberán argumentar su respuesta, esto permitirá conocer las razones por la cual el polígono es correcto; seguidamente tendrá que poner atención a la indicación dada y diseñar un polígono que cumpla con dicha indicación, comprendiendo demostraciones formales pedidas a través de la teoría y, finalmente, se establece que por medio del reconocimiento *identifique* el polígono que no cumple con las similitudes dentro del grupo, para luego establecer el nombre del polígono intruso.

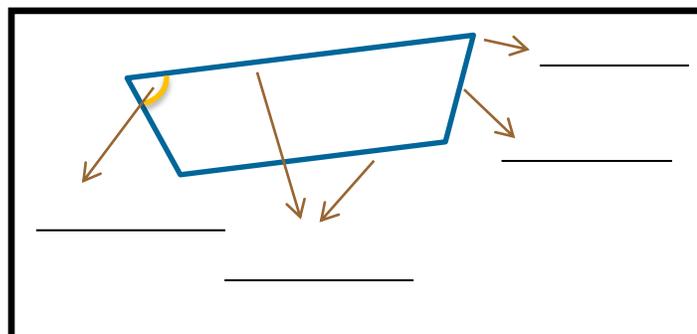
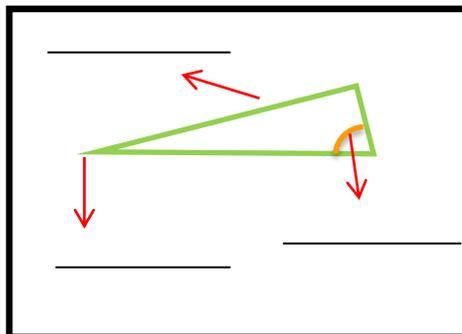
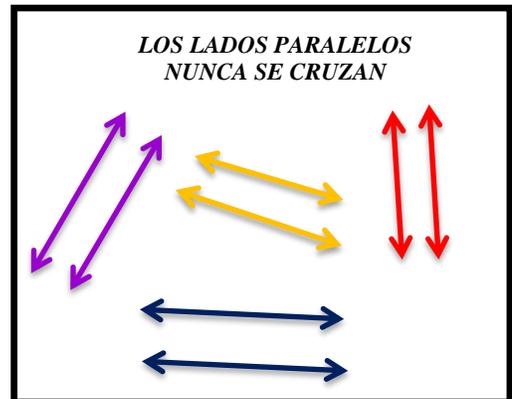
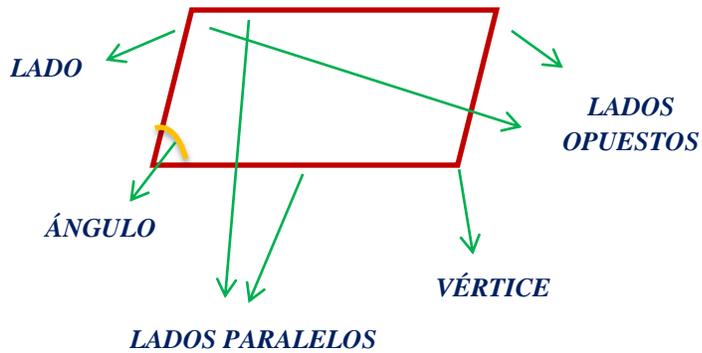
ACTIVIDAD N° 3

Nivel 1: *Visualización*

Fase: *Información*

Metas de Comprensión: Identificar elementos constitutivos del polígono.

1. Observa el siguiente polígono con sus partes y luego completa.



➤ **DESCRIPCIÓN DE LA ACTIVIDAD N° 3**

Esta actividad se enfoca en los *tópicos generativos*, pues se quiere dar a conocer los componentes de los polígonos. Esta consta de una tarea, la cual pretende dar a conocer algunos elementos constitutivos de un polígono: Primero se le muestra al estudiante un polígono con el nombre respectivo de todas sus partes y, seguidamente, dos polígonos en los que deberán *identificar* y colocar el nombre de cada componente del mismo de forma acertada. Por medio de esta actividad se pretende que el estudiante adquiera el conocimiento de elementos importantes del concepto que le permita poseer herramientas de razonamiento en el siguiente nivel de Van Hiele.

**ACTIVIDAD N° 4**

Nivel 1: Visualización

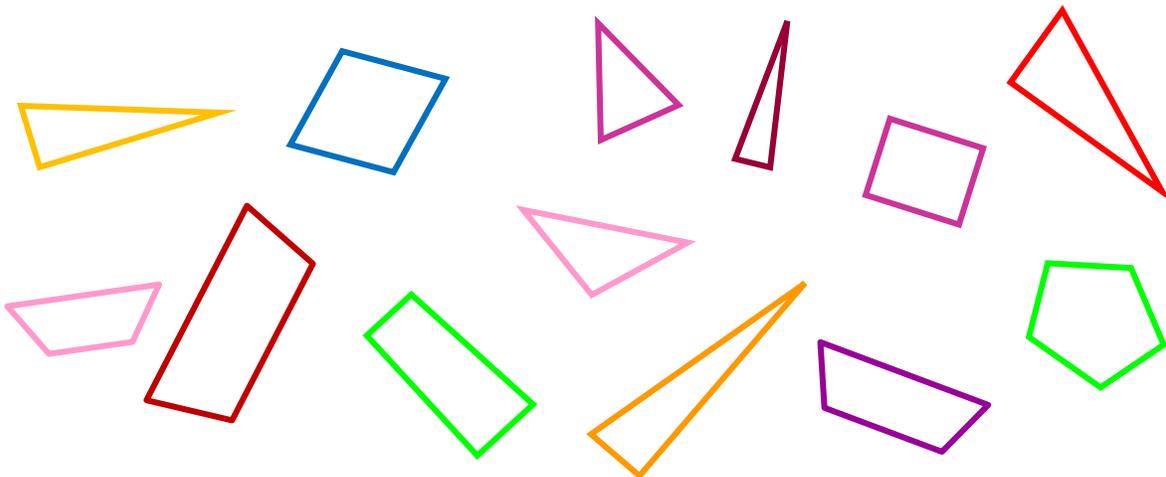
Fase: Orientación Libre

Metas de Comprensión: Lograr la construcción de la definición de triángulo, cuadrado, rectángulo, rombo y trapecio de manera global; además, comprender la clasificación e identificación de los mismos.

1. Analiza los siguientes polígonos, luego escribe características sobre ellos.

POLÍGONO	CARACTERÍSTICAS
	
	
	
	
	

2. Coloca, dentro de cada figura geométrica plana, una **T** si es triángulo o una **C** si es cuadrilátero.



➤ **DESCRIPCIÓN DE LA ACTIVIDAD N° 4**

Esta actividad fue diseñada para una *investigación guida*, involucrando a los estudiantes en el uso de ideas. Esta consta de dos tareas. La primera está conformada por una tabla: en el lado izquierdo se encuentra la representación gráfica de un polígono y al lado derecho deberán colocar las características que observan de ese polígono, teniendo en cuenta todos los conocimientos adquiridos anteriormente en cada actividad; lo anterior para crear una *construcción de la definición* de cada polígono. La segunda tarea consiste en *identificar* los triángulos y cuadriláteros colocando su letra inicial dentro de cada polígono. Esta actividad será el cierre del primer nivel de razonamiento.

### 6.7.2. Descripción de las actividades 5 a la 8

Con las actividades presentadas a continuación, se pretende que los estudiantes adquieran un nivel 2 de razonamiento de Van Hiele en el concepto de polígono. Este nivel de razonamiento se caracteriza por un análisis informal de los componentes y características del objeto de estudio, que para nuestro caso es el concepto de polígono. Además, en este nivel los estudiantes “descubren” propiedades mediante la comprobación con algunos ejemplos, lo que les permite que estas sean generalizadas inductivamente. Los estudiantes también comprenden que las definiciones están constituidas por atributos críticos (características matemáticas mínimas que hacen que un objeto se logre identificar con ellas). También, empiezan a comprender que las características matemáticas que no hacen parte de los atributos críticos se denominan propiedades matemáticas, las cuales no son capaces de conectar con otras propiedades, creando así obstáculos para llegar a categorías lógicas superiores.

El diseño de este bloque de actividades tuvo en cuenta elementos de la EpC, lo que permitirá que el estudiante se centre en los *tópicos generativos* aprendidos anteriormente y las *metas de comprensión* que se proponen en las mismas. Se espera que el estudiante alcance un *desempeño de comprensión* en *investigación guiada*, puesto que se involucran en la utilización de ideas de exploración que el docente considera centrales para la comprensión de metas identificadas; además, con lo alcanzado hasta el momento con los estudiantes, se espera que alcancen mínimamente el nivel de *comprensión de aprendiz* y que transiten hacia la *comprensión de maestría*.

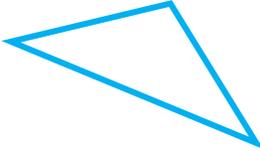
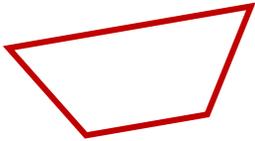
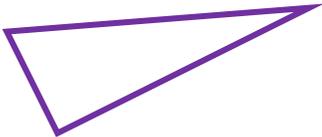
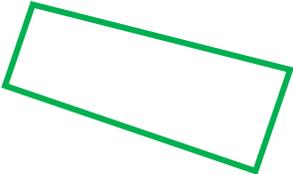
**ACTIVIDAD N° 5**

Nivel 2: Análisis

Fase: Orientación Dirigida

Metas de comprensión: Consolidar la definición (uso y construcción), clasificación e identificación del triángulo, el cuadrado, el rectángulo, el rombo y el trapecio.

1. Observa las figuras y completa la siguiente tabla.

<i>Figura plana</i>	<i>Número de lados</i>	<i>Número de vértices</i>	<i>Número de ángulos</i>	<i>Nombre</i>
				
				
				
				
				

2. Relaciona la *columna A* con la *columna B*, uniendo la figura con su definición correcta (puede existir más de una relación).

**Columna A**

**TRAPECIO:** es una figura geométrica plana de cuatro lados, con solamente un par de lados paralelos.

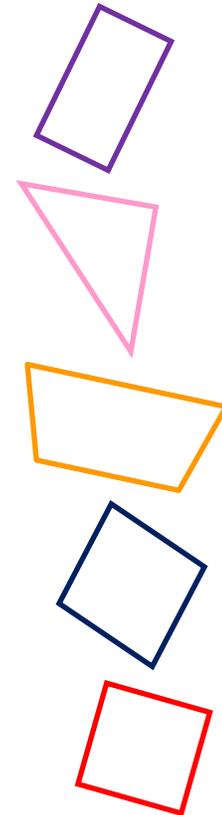
**CUADRADO:** es una figura geométrica plana de cuatro lados de igual medida y cuatro ángulos de 90°.

**ROMBO:** es una figura geométrica plana de cuatro lados de igual medida.

**TRIÁNGULO:** es una figura geométrica plana de tres lados.

**RECTÁNGULO:** es una figura geométrica plana de cuatro lados y cuatro ángulos de 90°.

**Columna B**

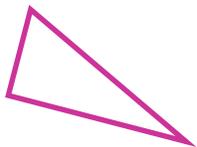


3. Dibuja el o los polígonos, según el caso, con las indicaciones dadas.

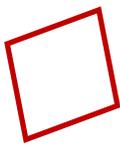
<b>INDICACIONES</b>	<b>POLÍGONO</b>
Tiene: <ul style="list-style-type: none"> <li>• 3 ángulos.</li> <li>• 3 vértices.</li> </ul>	
Tiene: <ul style="list-style-type: none"> <li>• Dos lados paralelos.</li> <li>• Dos lados opuestos.</li> </ul>	

<p>Tiene:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• 4 lados.</li> <li>• Un solo par de lados paralelos.</li> </ul>	
<p>Tiene:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• 4 lados.</li> <li>• Dos pares de lados paralelos.</li> </ul>	

4. Escriba, debajo de cada dibujo, el nombre o nombres del polígono según corresponda.



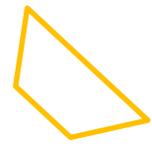
\_\_\_\_\_



\_\_\_\_\_



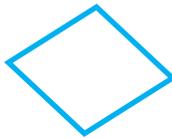
\_\_\_\_\_



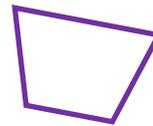
\_\_\_\_\_



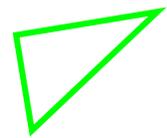
\_\_\_\_\_



\_\_\_\_\_



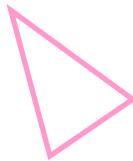
\_\_\_\_\_



\_\_\_\_\_



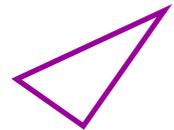
\_\_\_\_\_



\_\_\_\_\_



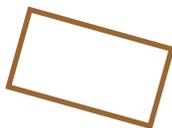
\_\_\_\_\_



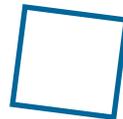
\_\_\_\_\_



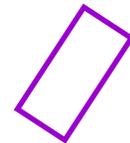
\_\_\_\_\_



\_\_\_\_\_



\_\_\_\_\_



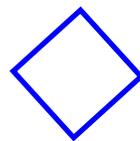
\_\_\_\_\_



\_\_\_\_\_



\_\_\_\_\_



\_\_\_\_\_



\_\_\_\_\_

➤ **DESCRIPCIÓN DE LA ACTIVIDAD N° 5**

Esta actividad fue diseñada para el desarrollo de la *investigación guiada*, involucrando a los estudiantes en la utilización de ideas. Esta consta de cuatro tareas. En un primer momento, se presenta a los estudiantes una tabla en donde, en el lado izquierdo se muestra la representación gráfica del polígono y en el lado derecho las casillas para completar: los lados, los vértices, los ángulos y el nombre correspondientemente. En un segundo momento, se presenta la tarea de relacionar la columna A con la B: en la primera columna aparecen las *definiciones* de cinco polígonos y, en la segunda, su representación gráfica. En un tercer momento, se les presenta a los estudiantes una serie de características para que dibujen un polígono que cumple con todas las dadas. Para finalizar, se presentan diferentes representaciones gráficas de polígonos y los estudiantes deben *identificar* y *clasificar* estos, colocando el nombre debajo de cada uno de ellos.

## ACTIVIDAD N° 6

Nivel 2: Análisis

Fase: Orientación Dirigida

Metas de Comprensión: Comprender la definición e identificación del triángulo, el cuadrado, el rectángulo, el rombo y el trapecio.

1. Selecciona la respuesta correcta, encerrando la letra correspondiente, y luego justifica tu respuesta correcta.

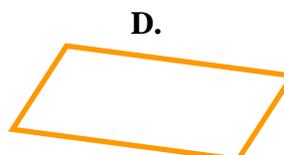
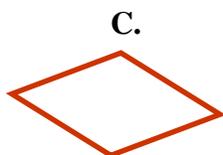
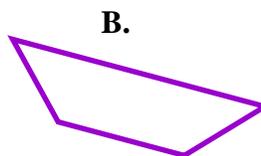
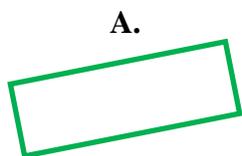
A. Juan hizo un cuadrilátero con todos sus ángulos rectos, dos lados cortos y dos lados largos. ¿Qué polígono dibujó?

- A. Un rombo
- B. Un cuadrado
- C. Un triángulo
- D. Un rectángulo
- E. Un trapecio

Justifica tu respuesta: \_\_\_\_\_

---

B. ¿Cuál de las siguientes figuras geométricas planas tiene dos pares de lados paralelos y cuatro lados iguales?



Justifica tu respuesta: \_\_\_\_\_

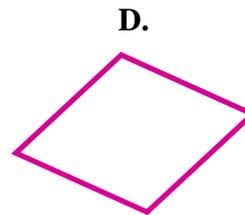
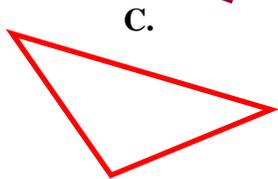
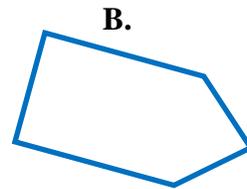
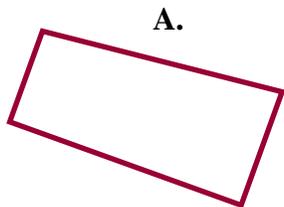
---

C. ¿Cuál de las siguientes figuras tiene solamente un par de lados paralelos?

- A. Rectángulo
- B. Cuadrado
- C. Rombo
- D. Trapecio

Justifica tu respuesta: \_\_\_\_\_

D. ¿Cuál de las siguientes figuras geométricas planas tiene tres lados y tres vértices?



Justifica tu respuesta: \_\_\_\_\_

2. Dibuja una figura geométrica plana (si es posible) que cumpla con las siguientes condiciones.

A) Que sea a la vez: cuadrado, rectángulo y rombo.

Justifica tu respuesta:

\_\_\_\_\_

B) Que sea a la vez: triángulo y cuadrado.

Justifica tu respuesta:

\_\_\_\_\_

➤ **DESCRIPCIÓN DE LA ACTIVIDAD N° 6**

Esta actividad fue diseñada para el desarrollo de la *investigación guiada*, involucrando a los estudiantes en la utilización de ideas para la comprensión de las *metas* establecidas; consta de dos tareas. En la primera, se pide a los estudiantes que analicen detenidamente cada una de las preguntas y seleccionen la respuesta correcta; seguidamente de argumentos verídicos y claros de la selección de su respuesta. En la segunda, se espera que *identifiquen* y *clasifiquen* los cuadriláteros según las *definiciones* creadas en su mente, puesto que se les pedirá que realicen una representación gráfica teniendo en cuenta que cumplan con todas las condiciones dadas.

**ACTIVIDAD N° 7**

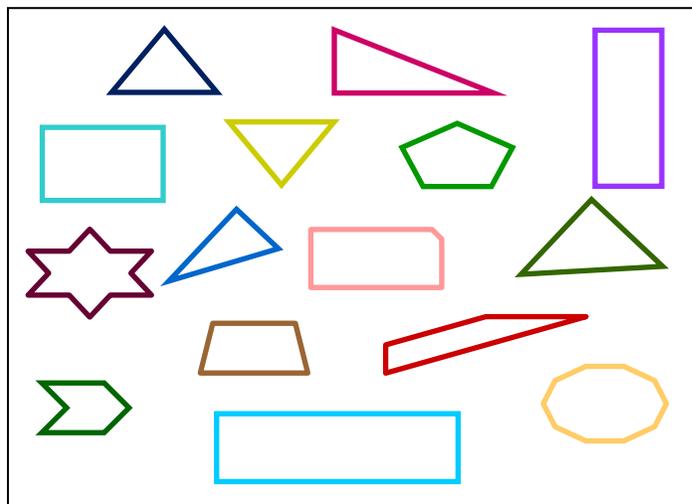
Nivel 2: *Análisis*

Fase: *Orientación Libre*

Metas de Comprensión: alcanzar la identificación y clasificación de los polígonos enseñados.

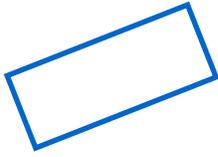
1. Recorta los polígonos dados, en la hoja anexa, y luego clasifícalos pegándolos en su recuadro correspondiente. Finalmente escribe la definición de cada grupo.

POLÍGONOS	TRIÁNGULOS	CUADRILÁTEROS
Definición	Definición	Definición

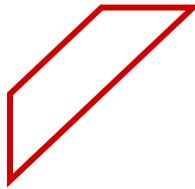


2. Responde la pregunta, luego justifica.

A. ¿Cuáles de los siguientes polígonos son rectángulos?



**A**



**B**



**C**



**D**

A) Sólo A

B) Sólo B

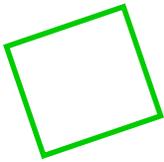
C) Sólo A Y C

D) Sólo A, C Y D

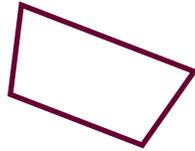
Justifica tu respuesta: \_\_\_\_\_

---

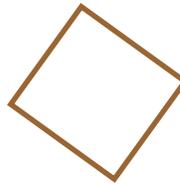
B. ¿Cuáles de los siguientes polígonos son cuadrados?



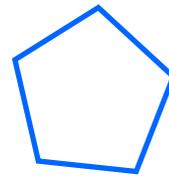
**A.**



**B.**



**C.**



**D.**

A) Sólo D

B) Sólo A

C) Sólo A Y C

D) Sólo A, B Y C

Justifica tu respuesta: \_\_\_\_\_

---

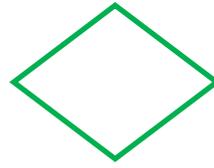
C. ¿Cuáles de los siguientes polígonos son triángulos?



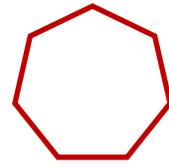
A.



B.



C.



D.

A) Sólo A

B) Sólo C

C) Sólo A Y D

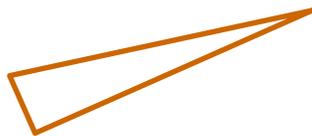
D) Sólo B

Justifica tu respuesta: \_\_\_\_\_

D. ¿Cuáles de estos polígonos son triángulos?



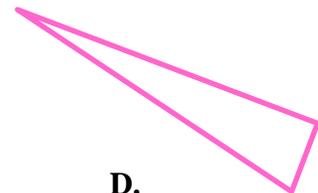
A.



B.



C.



D.

A) Sólo A

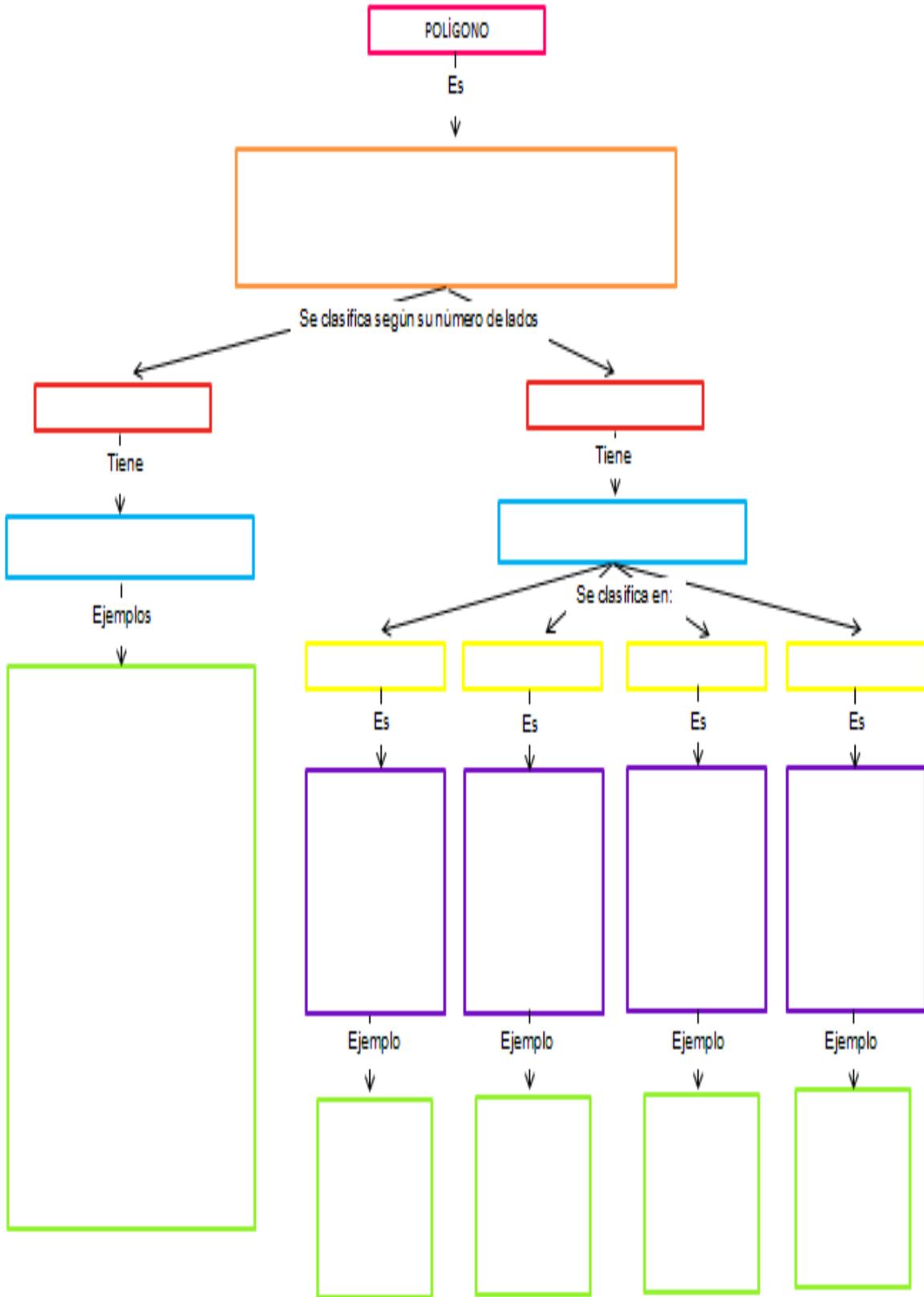
B) Sólo C

C) Sólo A, B y D

D) Sólo B

Justifica tu respuesta: \_\_\_\_\_

3. Con tus conocimientos completa el siguiente mapa conceptual.



➤ **DESCRIPCIÓN DE LA ACTIVIDAD N° 7**

Esta actividad es el *proyecto final de síntesis*, pues consta de tareas para completar la unidad de enseñanza; está conformada por tres tareas. En una primera, se establece donde los estudiantes deben recortar un grupo de polígonos y *clasificarlos* pegándolos en donde corresponda, según su nombre; luego, escribir la *definición* de ese pequeño grupo que se formó. En la segunda tarea, se presenta una secuencia de preguntas diseñadas de forma tal que generan *curiosidad y motivación*. Para finalizar, se presenta un mapa conceptual incompleto, en el cual los estudiantes deben completarlo y así reforzar todos los conocimientos adquiridos.

### ACTIVIDAD N° 8

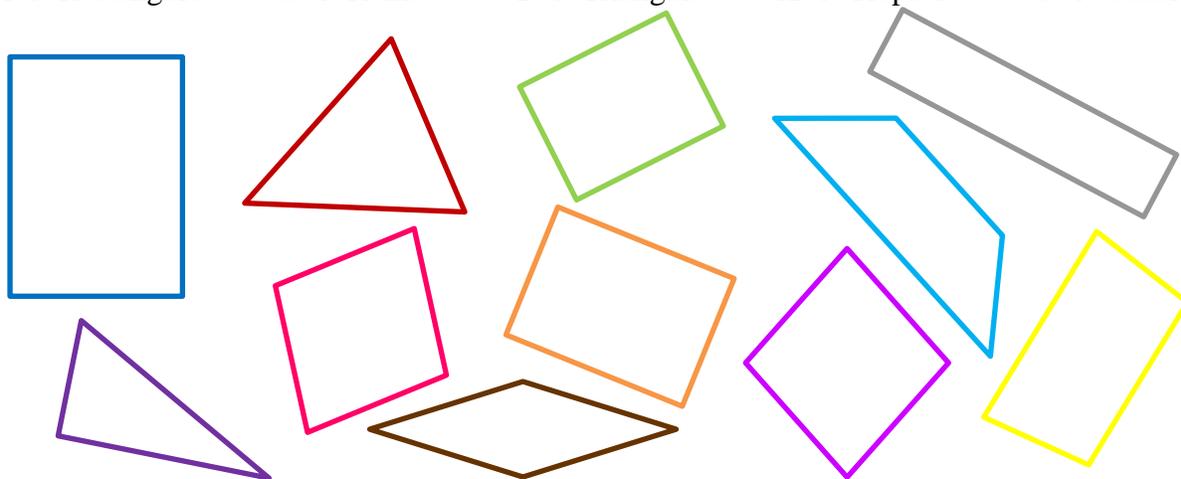
Nivel 2: *Análisis*

Fase: *Integración*

Metas de Comprensión: reflexionar sobre los polígonos y lograr su afianzamiento.

1. Observa detenidamente los siguientes polígonos. Luego coloca dentro de cada uno su letra correspondiente. Puede existir más de una letra dentro de cada polígono.

**R** → Rectángulo      **O** → Rombo      **T** → Triángulo      **A** → Trapecio      **C** → Cuadrado



2. Coloca una **F**, si es falso, o una **V**, si es verdadero. Justifica las respuestas falsas.

A. \_\_\_\_ Existen cuadrados que tienen: tres lados de 3 cm. y uno de 2 cm.

\_\_\_\_\_

B. \_\_\_\_ El triángulo es un polígono que tiene solo un par de lados paralelos.

\_\_\_\_\_

C. \_\_\_\_ El rectángulo tienen cuatro ángulos de  $90^\circ$  y todos sus lados son de la misma longitud.

\_\_\_\_\_

D. \_\_\_\_ El trapecio está formado por cinco lados de la misma medida.

\_\_\_\_\_

E. \_\_\_\_ El rombo es un polígono conformado por cuatro lados iguales.

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

3. Observa detenidamente los siguientes polígonos, luego escribe su definición.

**TRIANPEN**

Son Trianpen	No son Trianpen

Un Trianpen es:

---



---

**TRIANCUAD**

Son Triancuad	No son Triancuad

Un Triancuad es:

---



---

4. Responde la pregunta dada, luego justifica tu respuesta.

A. ¿Un cuadrado es también un rombo? **SI** \_\_\_\_\_ **NO** \_\_\_\_\_

Porque: \_\_\_\_\_

---

B. ¿Un rombo es también un cuadrado? **SI** \_\_\_\_\_ **NO** \_\_\_\_\_

Porque: \_\_\_\_\_

---

C. ¿Un trapecio es también un rectángulo? **SI** \_\_\_\_\_ **NO** \_\_\_\_\_

Porque: \_\_\_\_\_

---

D. ¿Un rectángulo es también un cuadrado? **SI** \_\_\_\_\_ **NO** \_\_\_\_\_

Porque: \_\_\_\_\_

---

E. ¿Un cuadrado es también un rectángulo? **SI** \_\_\_\_\_ **NO** \_\_\_\_\_

Porque: \_\_\_\_\_

---

F. ¿Un rombo es también un rectángulo? **SI** \_\_\_\_\_ **NO** \_\_\_\_\_

Porque: \_\_\_\_\_

---

➤ **DESCRIPCIÓN DE LA ACTIVIDAD N° 8**

Esta actividad se encuentra en la *evaluación diagnóstica continua* pues está diseñada para evaluar el pleno desarrollo del aprendizaje, teniendo en cuenta, las *metas de comprensión*. Las tareas pretenden que los estudiantes consoliden la comprensión: en la primera, de la *identificación* de los polígonos; en la segunda, del *uso de la definición* de los polígonos; en la tercera, de la *construcción de la definición*; y, la tarea final, de la *clasificación* de los polígonos. En todos los casos, de los polígonos estudiados.

### ANÁLISIS DE LAS PRODUCCIONES DE LOS ESTUDIANTES

La educación matemática tiene como objetivo aportar ideas que puedan aclarar el complejo mundo de la enseñanza y del aprendizaje. Dar cuenta de este mundo, en parte, implica tener conocimiento de la trayectoria de aprendizaje seguida por los estudiantes presentes en un sistema escolar. Por esta razón, en nuestra investigación, hacemos un aporte a la caracterización de la comprensión del razonamiento geométrico de los polígonos, dando importancia a dos elementos puntualizados en el marco teórico (capítulo 5): la forma de razonamiento utilizada por los estudiantes, que se identificó a través del modelo teórico de Van Hiele y algunos elementos de la EpC. El presente capítulo está dedicado al análisis de dichos componentes y elaboración de resultados, se ha basado en los criterios utilizados para precisar el nivel de razonamiento de los estudiantes y el nivel de comprensión.

Para analizar las tareas de los estudiantes se enfocó principalmente en su actividad cognitiva, la cual obedece a la forma de razonamiento, la coherencia, comprensión e interpretación de sus producciones escritas y verbales. Para lograr estos objetivos, se ha considerado un grupo de 15 estudiantes quienes presentan una trayectoria completa, es decir, que de los 33 estudiantes del grupo muestral, fueron quienes asistieron a todas las secciones de la intervención programada.

#### CARACTERIZACIÓN DE LAS PRODUCCIONES DE LOS ESTUDIANTES

En esta sección se presenta el análisis de diversas producciones de los estudiantes en las actividades diseñadas para el estudio, como ejemplo del conjunto de datos obtenidos que ha permitido identificar características específicas de los niveles de razonamiento de Van Hiele y los niveles de comprensión de la EpC.

Por consiguiente, se presentan ejemplos de respuestas de estudiantes que ilustran, por una parte, las respuestas dadas a una determinada tarea y, al mismo tiempo, las diferentes características de los niveles de Van Hiele y los niveles de comprensión de la EpC.

A continuación, se hará un recorrido por las actividades de la unidad de enseñanza mostrando los tipos de respuestas obtenidas y analizándolas desde la visión de los niveles de razonamiento empleados y los niveles de comprensión.

#### ACTIVIDADES DE LA 1 A LA 4

En términos generales los estudiantes desarrollaron las tareas sin mayor dificultad, con entusiasmo y con ganas de aprender; se percibió un ambiente cooperativo puesto que entre ellos se daban explicaciones a lo que no entendían, se mostraban sus logros y todos procuraban por hacer las mejores respuestas; algunos comenzaron desconfiados por miedo a no responder correctamente, pero esta situación se superó durante el transcurso de las actividades. Dentro de las actividades analizadas se espera que en el nivel 1 del razonamiento de Van Hiele, se observó

una percepción visual global de los polígonos, identificando estos por su forma y no por sus propiedades matemáticas, describe atributos físicos de una figura o de un conjunto de figuras determinadas, clasifica teniendo en cuenta similitudes o diferencias físicas globales. Por otra parte, en la EpC se tendrá en cuenta los cuatro niveles de comprensión, los cuales afirman que la comprensión ingenua: da uso a la intuición desde el ambiente escolar y no desde la reflexión, la comprensión de novatos: permite la construcción del conocimiento mecánicamente, la comprensión de aprendiz: da uso flexible a los conceptos de otras áreas, y la comprensión de maestría: genera integración, creatividad en el uso del concepto en realidad contextual.

### ACTIVIDAD N° 1

- Tarea N° 1

En el análisis del desarrollo de esta actividad, en la primera tarea, se encontraron los casos de María y Manuel quienes identifican los polígonos, escribiendo su nombre dentro del cuadro (ver figura 10.1 y 10.2); consideramos esto como un avance del razonamiento del estudiante debido a que era la primera tarea a realizar en la fase de información y ellos demostraron pre saberes de los polígonos.

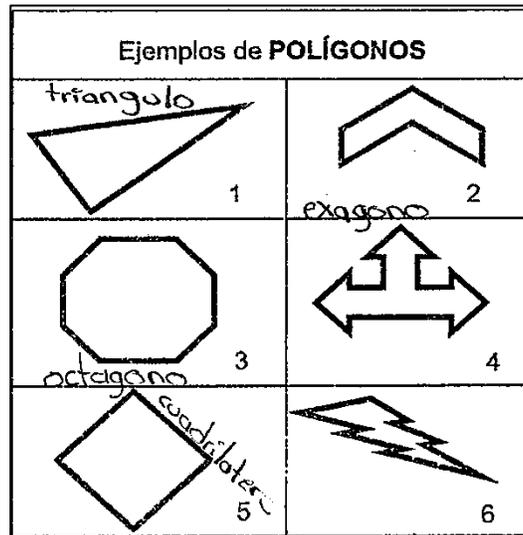


Figura 10.1. Desarrollo presentado por Manuel en la actividad N° 1, tarea 1.

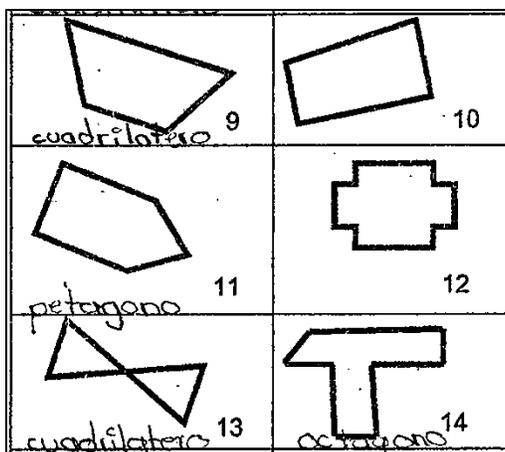


Figura 10.2. Desarrollo presentado por María en la actividad N° 1, en la tarea 1.

En cuanto a la construcción de la definición de un polígono, se destaca el caso de Andrés, quien plantea que un polígono es *una figura geométrica plana que tiene segmentos rectos unidos por los extremos y no son curvos* (ver figura 10.3); con esta respuesta se considera que el estudiante percibió el polígono de manera global, observando solo las propiedades físicas y no reconociendo sus propiedades matemáticas. Se puede afirmar que Andrés se encuentra en el nivel 1 del razonamiento de Van Hiele y presenta una comprensión ingenua donde da uso a la intuición y baja reflexión.

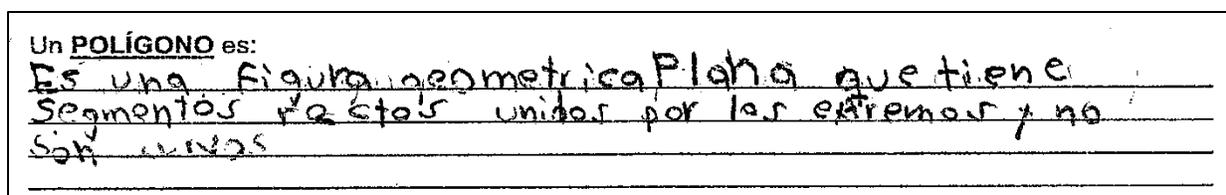


Figura 10.3. Definición de polígono expresada por Andrés en la actividad N° 1, en la tarea 1.

Otro caso es el de Dayana, quien define polígono como *...los segmentos siempre tienen que ser rectos nunca puede ser curvo y siempre se unen en los extremos, es una figura geométrica y es plana formada por segmentos* (ver figura 10.4). Esta definición no contiene un proceso de análisis de la información ordenado y coherente, se realiza a través de la intuición, por lo tanto presenta una comprensión ingenua de la EpC, con una percepción físico global del modelo de razonamiento de Van Hiele.

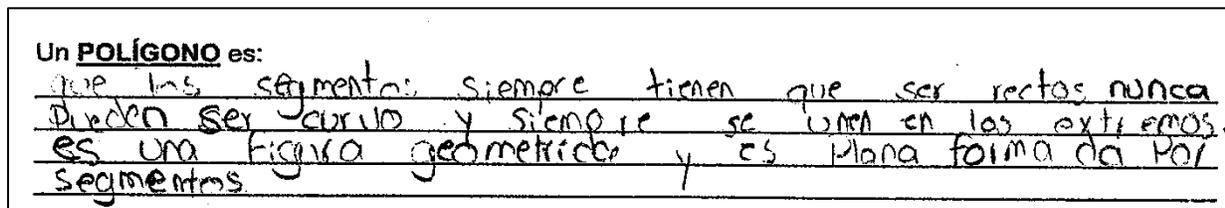


Figura 10.4. Definición de polígono expresado por Dayana de la actividad N° 1, en la tarea 1.

▪ Tarea N° 2

Se encontraron dos casos interesantes, el primero es el de María quien en la columna de los polígonos (ver figura 10.5) escribió su número de lados y su nombre correspondiente, además señaló cada lado haciendo un pequeño segmento en él; con esto se constata que la estudiante identifica los polígonos y da uso a su definición, por lo tanto utiliza percepciones visuales para caracterizar la figura.

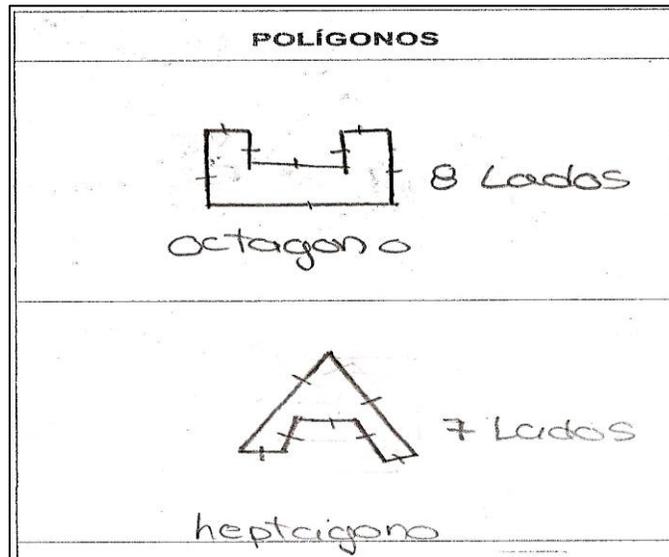


Figura. 10.5. Desarrollo por parte de María de la actividad N° 1, en la tarea 2.

El segundo caso es el de Andrés, quien dibujó ejemplos de polígonos (ver figura 10.6) de una forma innovadora eliminando los estereotipos de estos.

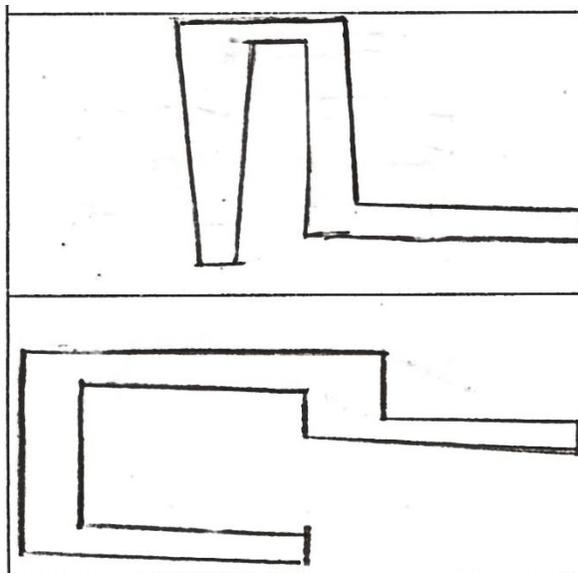


Figura. 10.6. Desarrollo por parte de Andrés de la actividad N° 1, en la tarea 2.

▪ Tarea N° 3

Los estudiantes desarrollaron correctamente la indicación dada. Identificando y dando uso a la definición de polígonos, por tal motivo se evidencia que los estudiantes presentan un avance en el nivel 1 de razonamiento de Van Hiele (ver figura 10.7).

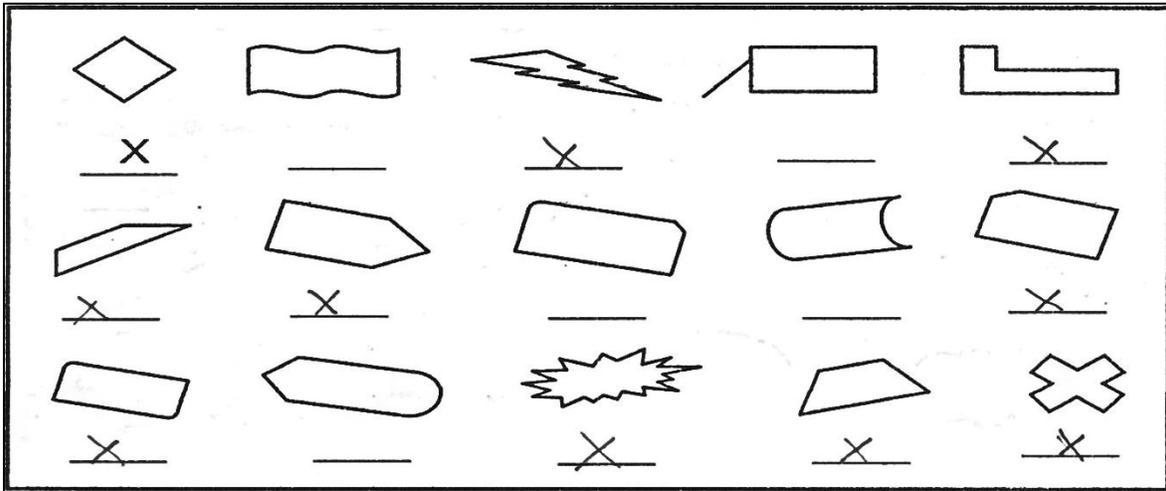


Figura. 10.7. Desarrollo por parte de Wilmer de la actividad N° 1, en la tarea 3.

▪ Tarea N° 4

Se seleccionó el caso de Manuel porque fue uno de los estudiantes que logró la respuesta correcta y además enumeró cada uno de los polígonos encontrados (ver figura 10.8). Mostró la exacta identificación de los polígonos a través de una percepción visual global dando uso a características físicas y uso de la intuición y poca reflexión.

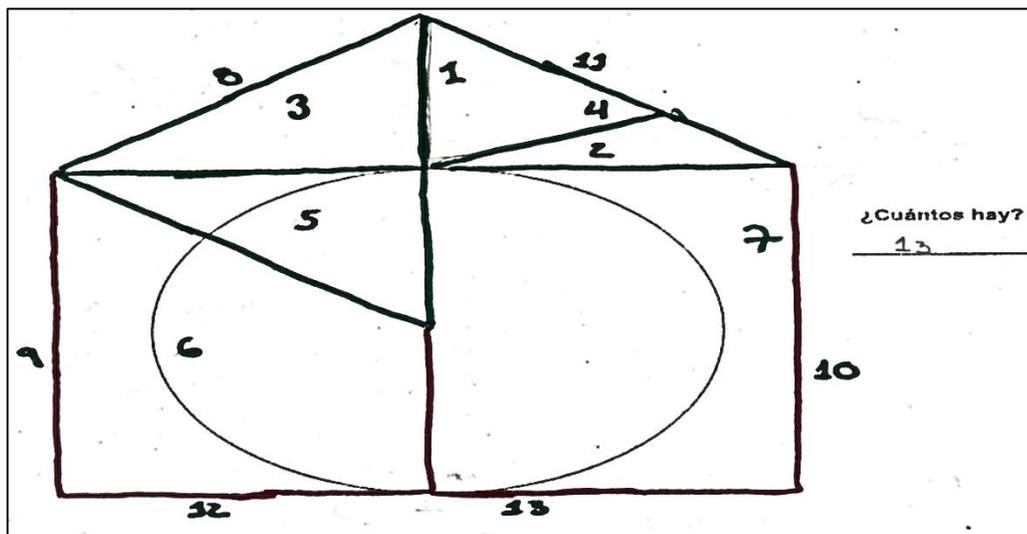


Figura. 10.8. Desarrollo por parte de Manuel de la actividad N° 1, en la tarea 4.

**ACTIVIDAD N° 2**

▪ Tarea N° 1

Se destaca el caso de Santiago, quien además de identificar el nombre del polígono, enumeró cada uno de los lados para dar con la respuesta correcta (ver figura 10.9). Además, percibió los polígonos de una manera global sin propiedades matemáticas y dando uso a la intuición desde el ambiente escolar y no desde la reflexión.

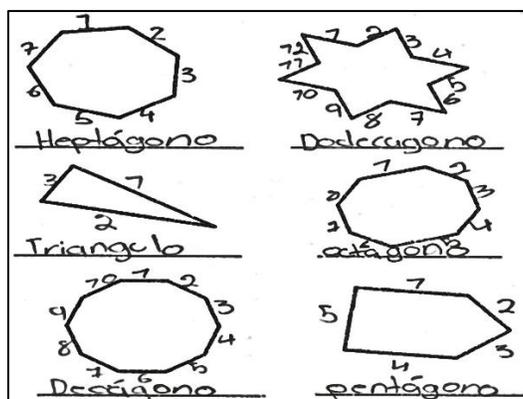


Figura. 10.9. Desarrollo por parte de Santiago de la actividad N° 2, en la tarea 1.

▪ Tarea N° 2

En la producción de Manuel se encontró que sus justificaciones son acertadas; expresa que esa es la figura en el punto C *porque tienen los cuatro lados iguales, unidos en sus extremos...* y en el punto D, *porque tiene los mismos lados... tiene 6 lados y el pentágono tiene 5 lados.* (ver figura 10.10), debido a que da razones utilizando atributos simples como las propiedades de los lados pero no menciona sus ángulos; compara las figuras por medio de sus componentes y genera una lista de propiedades para la identificación de las figuras. Por estas razones se cree que el estudiante se encuentra transitando al nivel 2 de razonamiento de Van Hiele. Otro aspecto importante de resaltar es que se observa la conexión simple de ideas y conceptos al momento de expresar el conocimiento.

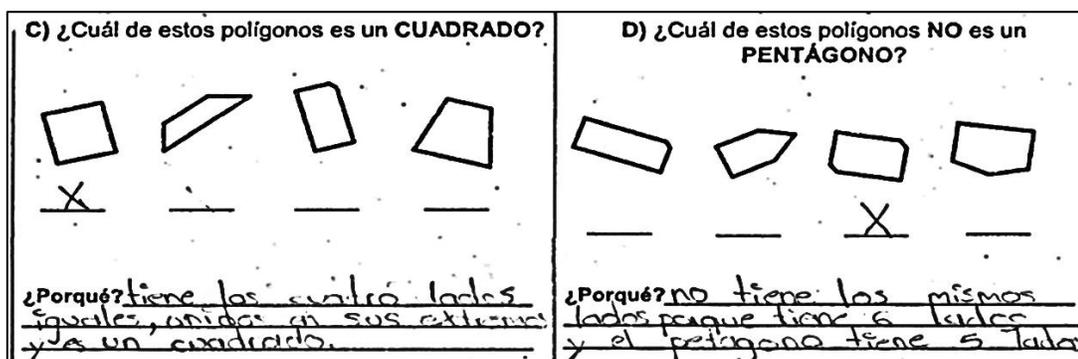


Figura. 10.10. Desarrollo por parte de Manuel de la actividad N° 2, en la tarea 2, en el punto C y D.

▪ Tarea N° 3

Todos los estudiantes desarrollaron correctamente las indicaciones y dando uso a las definiciones dadas. Sin embargo, se quiere resaltar el caso de Breyder, debido a la exactitud y pulcritud de su trabajo, pues dibujó algunos polígonos no estándar y sin generar estereotipos (ver figura 10.11); consideramos que diseñó los polígonos por medio de una percepción global, pues no tuvo en cuenta la medida exacta de los ángulos y la longitud de sus lados; una comprensión ingenua, se basa en el uso de la intuición, la poca reflexión y un aprendizaje que no problematiza la información disponible, elementos que se observan en este caso.

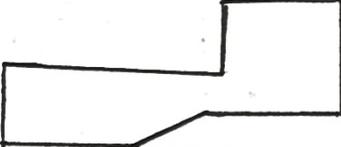
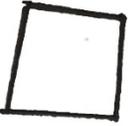
INDICACIÓN	REPRESENTACIÓN
Se llama pentágono	
Tiene 3 lados	
Se llama hexágono	
Tiene 8 lados	
Se llama cuadrilátero	

Figura. 10.11. Desarrollo por parte de Breyder de la actividad N° 2, en la tarea 3.

▪ Tarea N° 4

Se resalta la producción de Dayana, pues para seleccionar la respuesta correcta ella decidió enumerar cada lado, para dar con el número exacto que contenía cada polígono (ver figura 10.12). Su razonamiento se encuentra dentro de las ideas que ha formado en el ambiente escolar pero no a través de la reflexión, pues se nota su uso de intuición, las figuras son percibidas globalmente por medio de propiedades físicas.

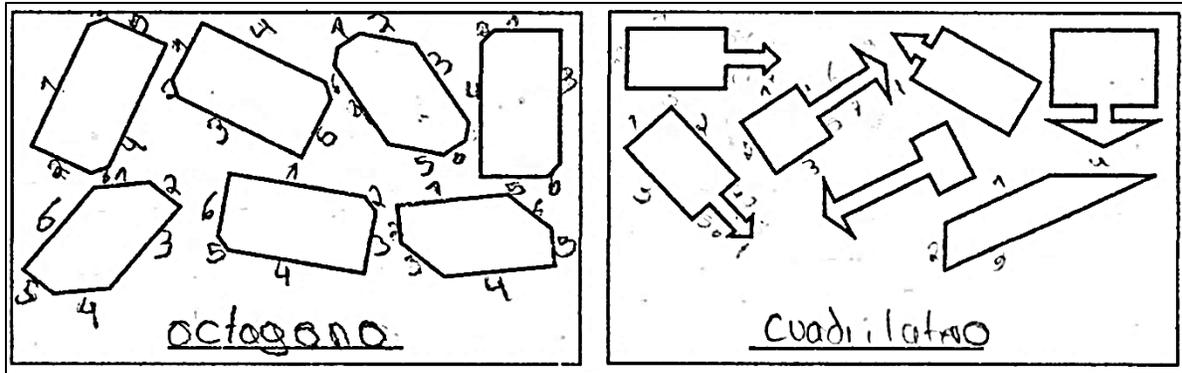


Figura. 10.12. Desarrollo por parte de Dayana de la actividad N° 2, en la tarea 4.

### ACTIVIDAD N° 3

- Tarea N° 1

Los estudiantes realizaron correctamente las indicaciones dadas, identificaron los componentes de los polígonos de manera intuitiva, por ende se evidencia que los estudiantes presentan un avance en el nivel 1 de razonamiento de Van Hiele (ver figura 10.13).

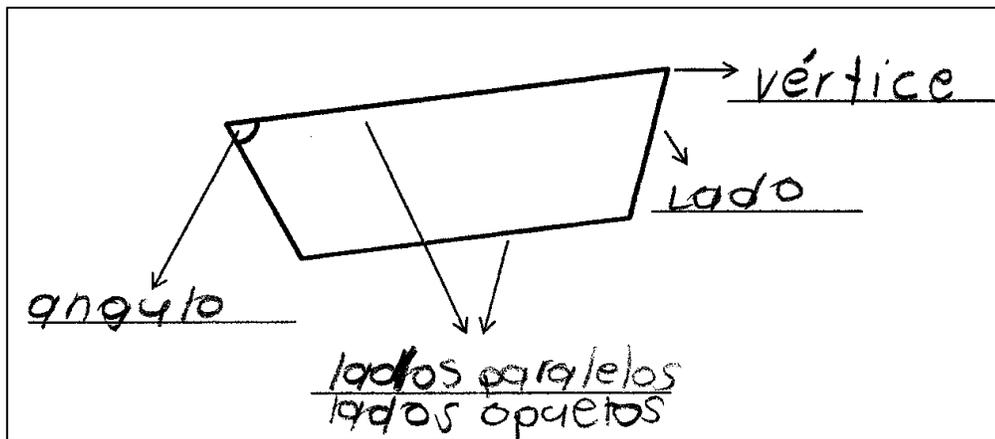


Figura. 10.13. Desarrollo por parte de Javier de la actividad N° 3, en la tarea 1.

### ACTIVIDAD N° 4

- Tarea N° 1

Se destaca la producción de Santiago quien describió los polígonos formados con propiedades matemáticas, sus argumentos fueron estos: *tiene cuatro ángulos rectos, tiene cuatro vértices, es un cuadrilátero y tiene todos los lados iguales...* (Características sobre el cuadrado), Santiago: *es un cuadrilátero, tiene cuatro ángulos y cuatro vértices, tiene un par de lados paralelos, tiene dos pares de lados opuestos...* (Características sobre el trapecio). Son algunos ejemplos (ver figura 10.14). En estas justificaciones se percibe a las formas mediante una lista de propiedades necesarias para la identificación de la figura, comparando las figuras por medio de

propiedades matemáticas. El estudiante muestra explícitamente que el cuadrado es un cuadrilátero que tiene todos los lados iguales y todos sus ángulos rectos. Ante estas respuestas, consideramos que su razonamiento está en el nivel 2 de Van Hiele, a pesar de que esta actividad está considerada para el nivel 1 de razonamiento.

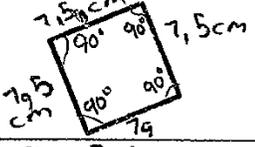
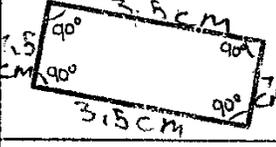
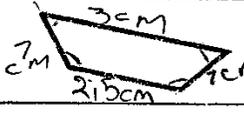
POLÍGONO	CARACTERÍSTICAS
	<ul style="list-style-type: none"> <li>• tiene 4 ángulos rectos</li> <li>• es un cuadrilátero</li> <li>• es una figura geométrica plana</li> <li>• tiene 4 vértices</li> <li>• tiene todos los lados iguales</li> </ul>
	<ul style="list-style-type: none"> <li>• tiene 4 ángulos rectos</li> <li>• es un cuadrilátero</li> <li>• tiene 4 ángulos, 4 vértices</li> <li>• un par de lados mide 7,5 cm y el otro 3,5</li> </ul>
	<ul style="list-style-type: none"> <li>• es una figura geométrica plana</li> <li>• 2 de sus lados miden igual</li> <li>• y tiene tres vértices y 3 ángulos</li> </ul>
	<ul style="list-style-type: none"> <li>• es una figura geométrica plana</li> <li>• cada par de lados opuestos miden igual</li> <li>• es un cuadrilátero, tiene 4 vértices y 4 ángulos</li> </ul>
	<ul style="list-style-type: none"> <li>• es un cuadrilátero</li> <li>• tiene 4 ángulos y 4 vértices</li> <li>• tiene un par de lados paralelos</li> <li>• tiene dos pares de lados opuestos</li> </ul>

Figura. 10.14. Desarrollo por parte de Santiago de la actividad N° 4, en la tarea 1.

▪ Tarea N° 2

Se encontró en la producción de Xavier (ver figura 10.15), que a pesar de que se encontraba un polígono que no correspondía a las indicaciones dadas, el estudiante decidió colocar la inicial del nombre de la figura que no estaba dentro de la orientación. Para el desarrollo de esta actividad Xavier utilizó una percepción global de los polígonos por medio de sus atributos físicos, dando uso a una comprensión ingenua.

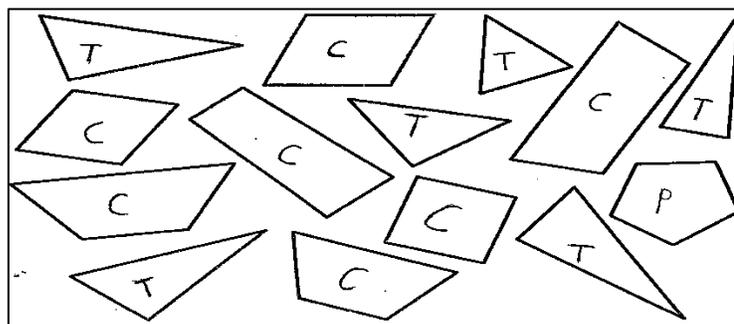


Figura. 10.15. Desarrollo por parte de Xavier de la actividad N° 4, en la tarea 2.

**ACTIVIDADES DE LA 5 A LA 8**

En este apartado se puede destacar que los estudiantes realizaron las tareas con actitud, creatividad, motivación y mostrando cada uno de los conocimientos enseñados. Un ambiente activo donde todos participaron con seguridad ante cada pregunta, superando las dudas que se fueron presentando en cada sesión.

En las actividades del nivel 2 de razonamiento de Van Hiele, el estudiante visualiza el polígono con propiedades matemáticas, compara figuras teniendo en cuenta sus componentes, realiza una lista de propiedades para la identificación de polígonos, describe el tipo de figuras a través de sus propiedades y no por su nombre. Por otra parte, en la EpC se presenta la comprensión ingenua (da uso a la intuición desde el ambiente escolar y no desde la reflexión), la comprensión de novatos (permite la construcción del conocimiento mecánicamente), la comprensión de aprendiz (da uso flexible a los conceptos de otras áreas) y, la comprensión de maestría, (genera integración, creatividad en el uso del concepto en una realidad contextual).

**ACTIVIDAD N° 5**

▪ Tarea N° 1

Se evidenció un avance en el razonamiento de los estudiantes debido a que todos desarrollaron adecuadamente la identificación del número de lados, ángulos, vértices y su respectivo nombre, por medio de la percepción visual, dando a conocer sus propiedades como condiciones necesarias para determinar el polígono. Cabe resaltar que los estudiantes señalaron en la figura la parte correspondiente a un ángulo, un vértice y un lado (ver figura 10.16).

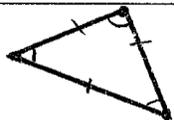
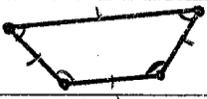
<i>Figura plana</i>	<i>Número de lados</i>	<i>Número de vértices</i>	<i>Número de ángulos</i>	<i>Nombre</i>
	3	3	3	Triangulo
	4	4	4	Trapezio
	8	8	8	octagono
	3	3	3	Triangulo
	4	4	4	cuadrilatero

Figura. 10.16. Desarrollo por parte de Alejandra de la actividad N° 5, en la tarea 1.

▪ Tarea N° 2

Se destacó la producción de María, quien además de seguir las indicaciones correctas, midió cada lado de los polígonos para conseguir la respuesta correcta (ver figura 10.17); dio uso a la definición y logró clasificar los polígonos comparando las figuras por medio de las propiedades matemáticas; tuvo en cuenta el uso de las propiedades más que los nombres de los tipos, es decir en lugar de rectángulo, mencionó la figura como cuadrilátero con todos los ángulos rectos. Encontró más de una relación, pues señaló que un cuadrado es también un rombo y que un cuadrado es también un rectángulo. Por estos motivos se puede afirmar que la estudiante se encuentra en el nivel 2 de razonamiento de Van Hiele, mostrando una comprensión de novatos pues da paso a la construcción y expresión del conocimiento como un proceso mecánico, basándose en una conexión simple de ideas y conceptos.

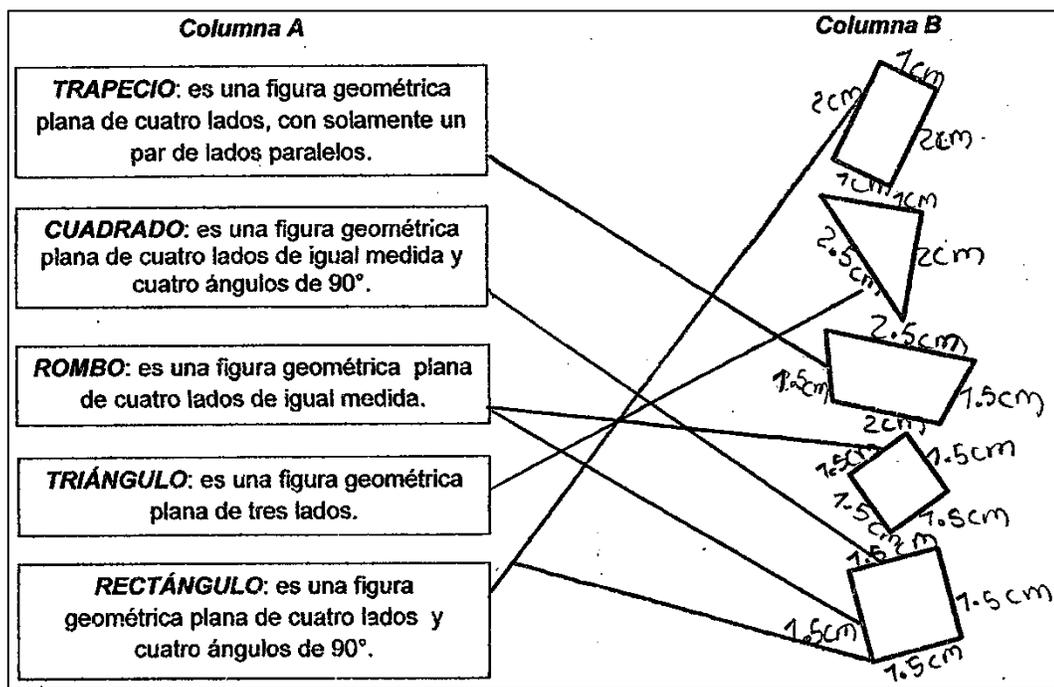


Figura. 10.17. Desarrollo por parte de María de la actividad N° 5, en la tarea 2.

▪ Tarea N° 3

Se resalta la producción de Manuel, quien tuvo una respuesta creativa, pues al momento de realizarla no solo se limitó a dibujar un solo polígono sino varios, teniendo en cuenta las indicaciones dadas (ver figura 10.18). Se observa un avance en su razonamiento, pues compara figuras por medio de sus componentes matemáticos, al mismo tiempo que utiliza estos para identificar figuras; muestra una conexión entre ideas simples y conceptos, generando una construcción del conocimiento de forma mecánica.

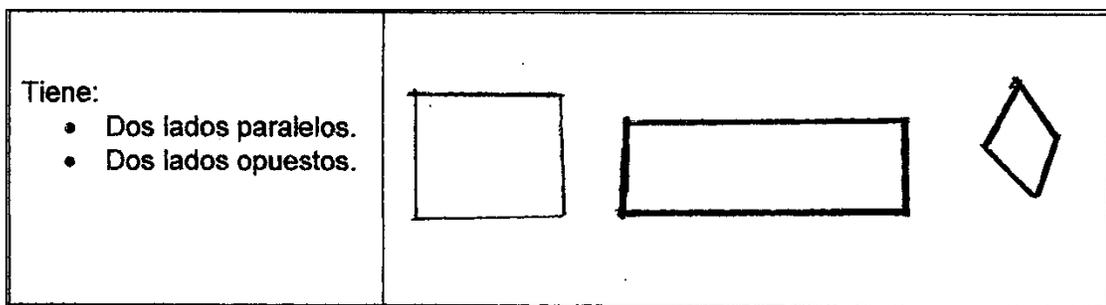


Figura. 10.18. Desarrollo por parte de Manuel de la actividad N° 5, en la tarea 3.

▪ Tarea N° 4

En esta se encontraron dos casos interesantes, el primero es el caso de Darwin quien muestra conexión de ideas y conceptos con un proceso mecánico, teniendo una comprensión de novato; cabe resaltar que también clasifica las figuras por medio de atributos simples como la medida de sus lados; consideramos esto puesto que el estudiante en un solo polígono colocó varios nombres (ver figura 10.19).

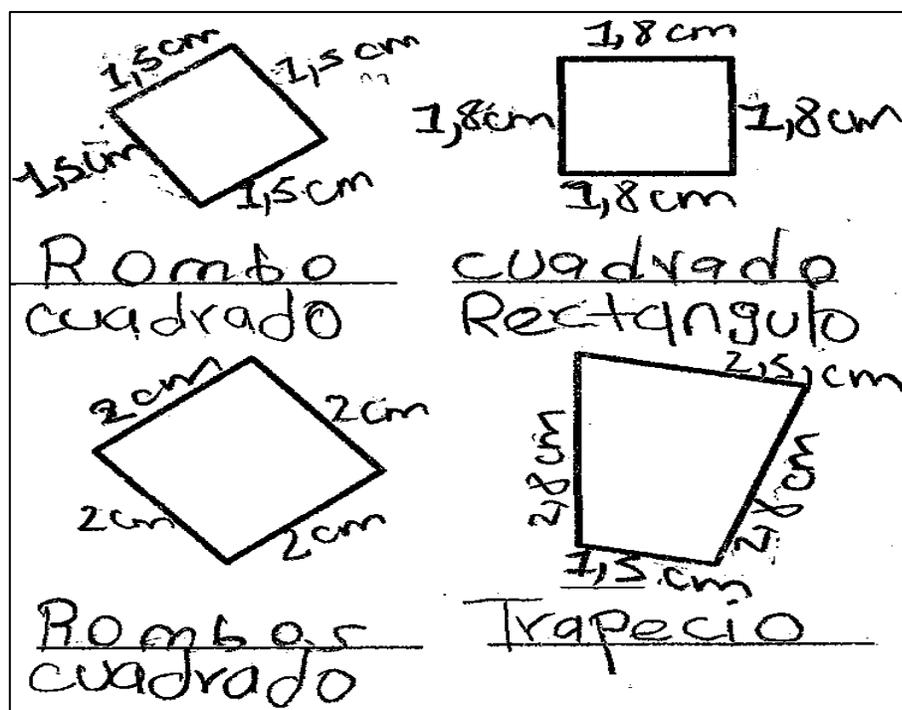


Figura. 10.19. Desarrollo por parte de Darwin de la actividad N° 5, en la tarea 4.

El segundo caso es el de Sharon, donde no se observa un avance en el nivel de su razonamiento debido a que esta tarea fue diseñada para el nivel 2 de Van Hiele, y por su respuesta (ver figura 10.20), muestra la percepción de las figuras por su forma física, escribiendo cuadrilátero y no su nombre correcto, esto es una característica del nivel 1 de Van Hiele y de comprensión ingenua, dando uso a la intuición y la baja reflexión.

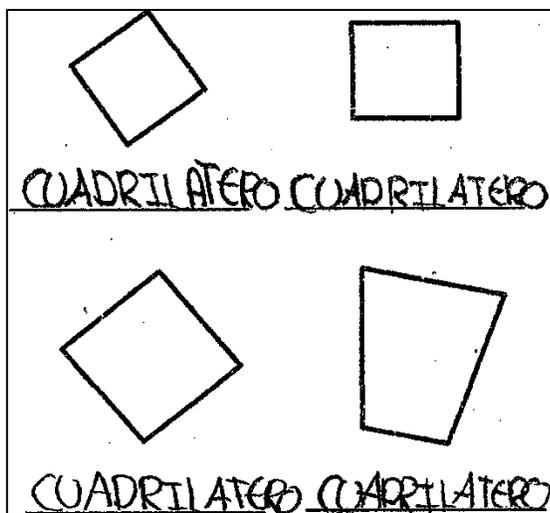


Figura. 10.20. Desarrollo por parte de Sharoon de la actividad N° 5, en la tarea 4.

### ACTIVIDAD N° 6

▪ Tarea N° 1

Está formada por cuatro subtareas (A, B, C y D). En el literal A se resaltó a Santiago, por su justificación *porque es una figura geométrica plana está conformada por 4 segmentos y tiene dos lados cortos y dos lados largos que se unen en los extremos...*, que consta de descripciones por medio de propiedades matemáticas, además realiza un dibujo para complementar la respuesta (ver figura 10.21), su explicación se manifiesta mediante la repetición mecánica de lo enseñado, haciendo parte de una comprensión de novato.

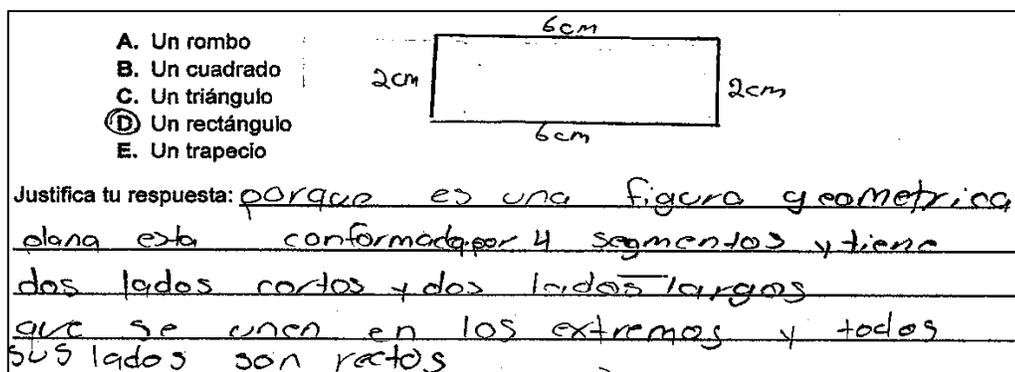


Figura. 10.21. Desarrollo por parte de Santiago de la actividad N° 6, en la tarea 1, en el punto A.

En el literal B se encontró el caso de María quien da una respuesta correcta *porque es una figura geométrica plana, tiene dos pares de lados paralelos y cuatro lados iguales...*, utilizando justificaciones con las propiedades matemáticas adecuadas para identificar la figura (ver figura 10. 22). Se observa un avance en su razonamiento, pues a cada polígono le tomó medidas para identificar la respuesta correcta, detectando propiedades matemáticas mediante la experimentación y creando una construcción del conocimiento mecánico.

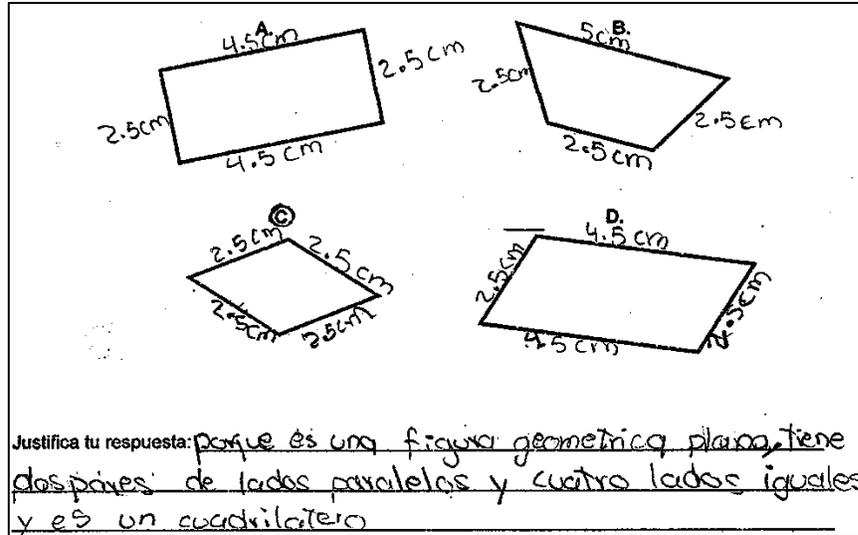


Figura. 10.22. Desarrollo por parte de María de la actividad N° 6, en la tarea 1, en el punto B.

En el literal C se resalta la producción de Xavier, puesto que su justificación, *es una figura geométrica plana, tiene solamente un par de lados paralelos y es un cuadrilátero*, está compuesta por partes del polígono con propiedades matemáticas y con una expresión del conocimiento mecánico, además se observa un avance en su nivel de razonamiento debido a que realiza un dibujo mostrando las características principales (ver figura 10.23).

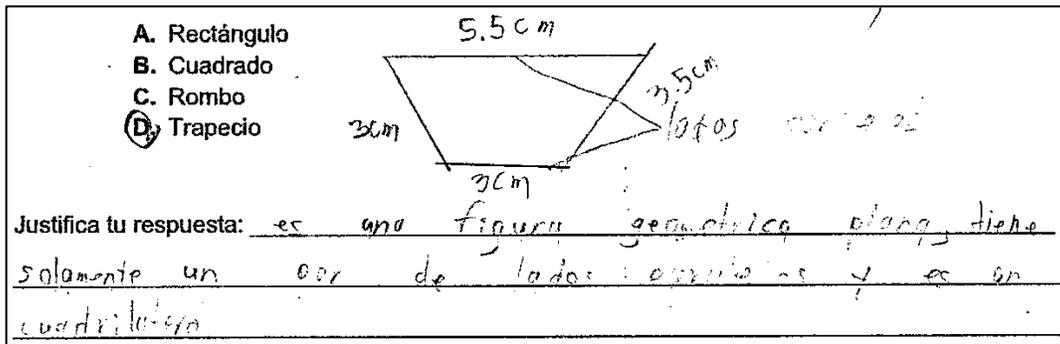


Figura. 10.23. Desarrollo por parte de Xavier de la actividad N° 6, en la tarea 1, en el punto C.

En el literal D se destaca a Manuel, debido a que su justificación, *es una figura geométrica plana que tiene tres lados y cada uno mide 6 cm y 4,5 cm...*, está basada en propiedades matemáticas y una conexión simple de ideas y conceptos, además en los polígonos presentados señala el número de lados y su medida (ver figura 10.24).

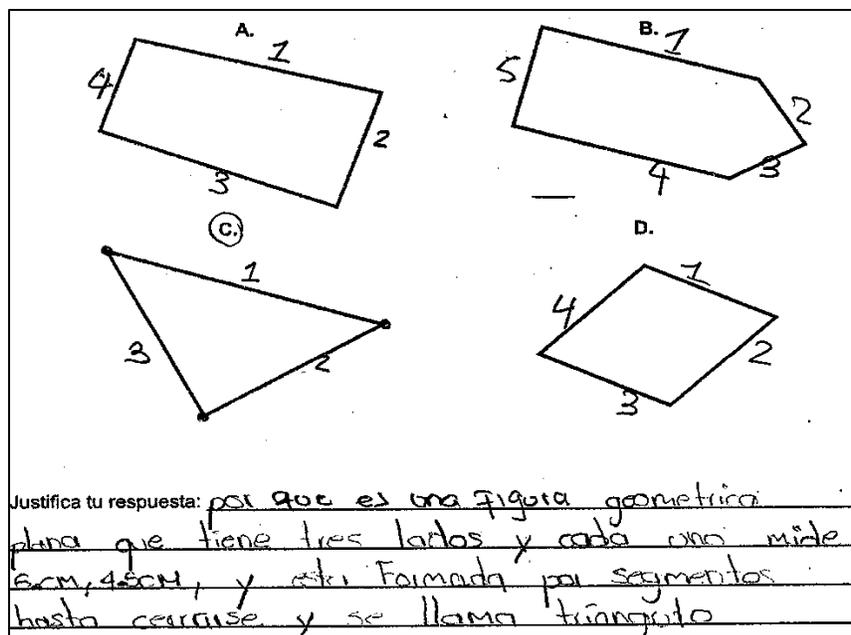


Figura. 10.24. Desarrollo por parte de Manuel de la actividad N° 4, en la tarea 1, en el punto D.

▪ Tarea N° 2

En la producción de Brayan se resaltó la respuesta, debido a que es coherente y ordenada apreciando los polígonos formados por partes con propiedades matemáticas y construyendo un conocimiento mecánico, cabe resaltar que su dibujo es adecuado para la indicación dada (ver figura 10.25). En sus explicaciones expresa en el literal A que el cuadrado es a la vez rectángulo y rombo *porque es una figura geométrica plana, tiene cuatro lados y sus ángulos son rectos* y, en el literal B, afirma que dibujar un triángulo y un cuadrado a la vez no se puede *porque el triángulo tiene tres lados y el cuadrado tiene lados de igual medida y es un cuadrilátero*.

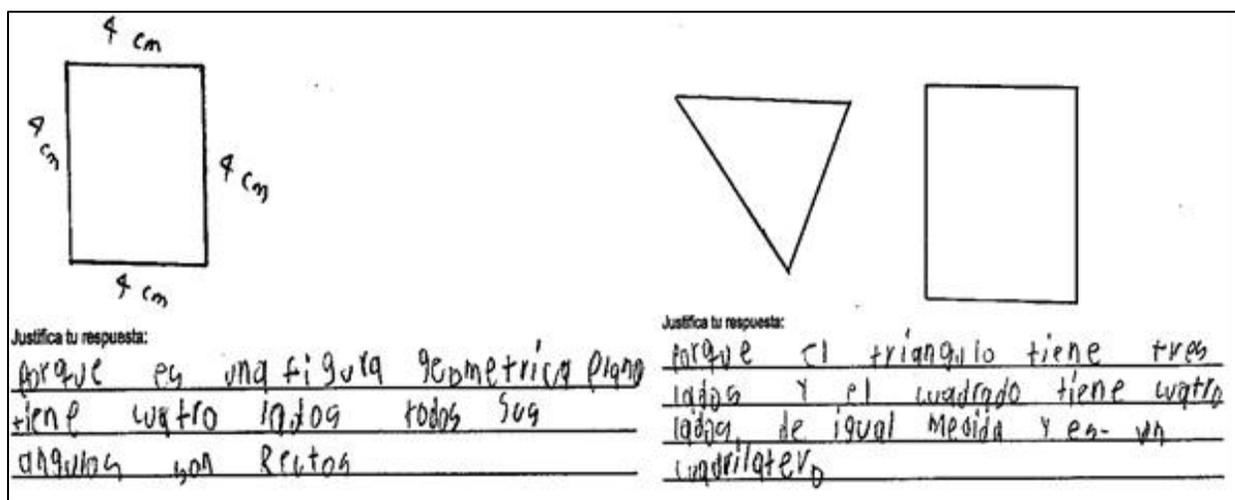


Figura. 10.25. Desarrollo por parte de Brayan de la actividad N° 6, en la tarea 2.

**ACTIVIDAD N° 7**

▪ Tarea N° 1

Se resaltó a Camilo por sus respuestas: un polígono *son figuras geométricas planas unidas a sus extremos hasta cerrarse...*, los triángulo *son figuras geométricas plana unidas en sus extremos hasta cerrarse y tiene tres lados rectos* y en los cuadriláteros *son figuras geométricas planas unidas en sus extremos hasta cerrarse y está formado por cuatro segmentos rectos* (ver figura 10.26). Camilo describe las figuras mediante el uso explícito de sus propiedades matemáticas y compara las mismas a través de sus partes, creando así una construcción del conocimiento como un proceso mecánico y conectando simples ideas y conceptos.

Definición	Definición	Definición
son figuras geométricas planas, unidas a sus extremos hasta cerrarse no pueden tener lado curvo.	son figura geométrica plana unida en sus extremos hasta cerrarse y tiene 3 lados rectos	son figuras geométricas plana unida en sus extremos hasta cerrarse y está formado por cuatro segmentos rectos

Figura. 10.26. Desarrollo por parte de Camilo de la actividad N° 7, en la tarea 1.

▪ Tarea N° 2

En la producción de Andrés se observó que sus justificaciones son apropiadas (ver figura 10.27), debido a que sus argumentos utilizan descripciones a través de propiedades matemáticas, es decir teniendo en cuenta la longitud de sus lados y sus ángulos, también compara las figuras por medio de sus componentes; demuestra una comprensión donde las explicaciones se manifiestan mediante la repetición mecánica de lo enseñado.

Justifica tu respuesta: <u>porque tiene 3 lados y es un triángulo es una figura geométrica plana de medidas diferentes no es curva</u>
Justifica tu respuesta: <u>porque las tres figuras tienen 3 lados y son triángulos una figura geométrica plana</u>
Justifica tu respuesta: <u>porque las 3 figuras son planas rectas en curvas unidas en sus extremos hasta cerrarse y tiene 3 medidas diferentes y son rectángulos y ángulos rectos.</u>
Justifica tu respuesta: <u>porque tienen 4 lados iguales son rectos no curvos es una figura geométrica plana y de igual medida.</u>

Figura. 10.27. Desarrollo por parte de Andrés de la actividad N° 7, en la tarea 2.

▪ Tarea N° 3

Se encontró en la producción de María una acertada explicación del tema (ver figura 10.28), donde expresa todo el conocimiento adquirido durante las sesiones, dando explicaciones que manifiestan la repetición mecánica de lo enseñado y clasificando las figuras por medio de atributos simples matemáticos. Algunas de sus definiciones son en cuanto al cuadrado *es una figura geométrica plana, tiene cuatro ángulos de igual medida y cuatro ángulos rectos*, el rectángulo, *es una figura geométrica plana, tiene cuatro lados dos cortos y dos largos y tiene cuatro ángulos rectos*, el rombo, *es una figura geométrica plana, tiene cuatro lados de igual medida y cuatro ángulos* y el trapecio, *es una figura geométrica plana, tiene cuatro lados y solo un par de lados paralelos....*

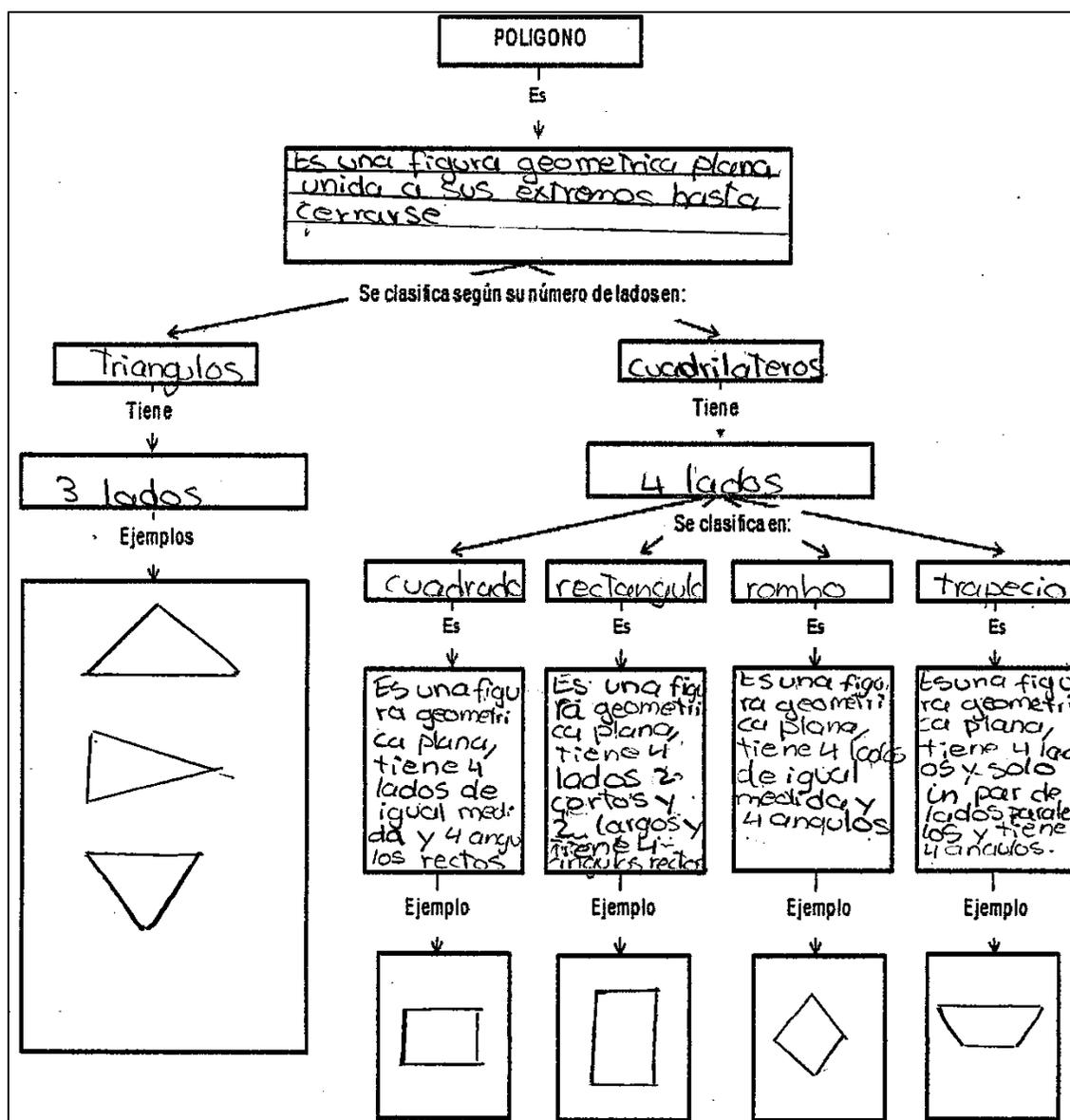


Figura. 10.28. Desarrollo por parte de María de la actividad N° 7, en la tarea 3.

**ANTIVIDAD N° 8**

▪ Tarea N° 1

Los estudiantes mostraron progreso en sus razonamientos debido a que identificaron los polígonos colocando dentro de cada uno su letra correspondiente (ver figura 10.29) y resaltaron que un cuadrado puede ser un rectángulo y que un cuadrado puede ser un rombo; esta identificación se da a través de la percepción de las propiedades matemáticas y demuestran el uso flexible de conceptos o ideas, teniendo una comprensión de aprendiz.

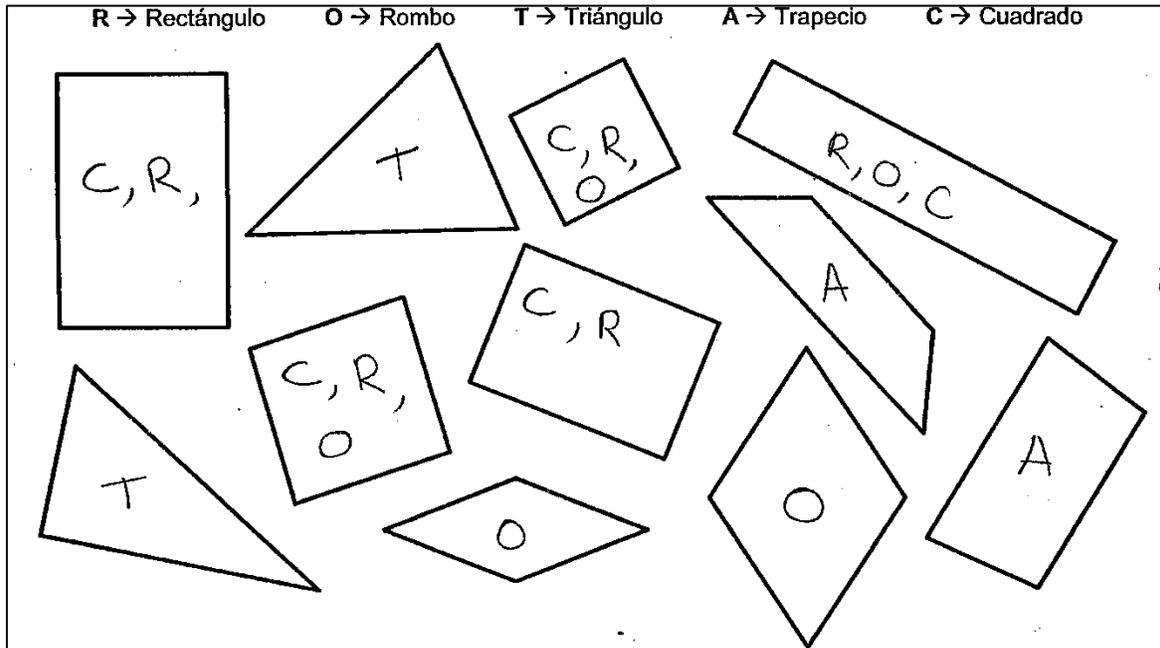


Figura. 10.29. Desarrollo por parte de Elkin de la actividad N° 8, en la tarea 1.

▪ Tarea N° 2

Se resaltó la producción de Santiago, pues en sus justificaciones (ver figura 10. 30) utiliza conceptos propios de la matemática y el uso flexible de conceptos e ideas llegando así a una comprensión de aprendiz y describe estos dando uso a la definición con propiedades matemáticas. Algunos de sus argumentos fueron: en el punto A *los cuadrados tienen sus lados iguales*, en el B *porque los triángulos no tienen lados paralelos*, en el C *porque los rectángulos solo tienen dos medidas*, en el D *porque el trapecio tiene solo cuatro lados y no son de la misma medida*.

A. F Existen cuadrados que tienen: tres lados de 3 cm. y uno de 2 cm.  
los cuadrados tienen sus lados iguales

B. F El triángulo es un polígono que tiene solo un par de lados paralelos.  
porque los triángulos no tienen lados paralelos

C. F El rectángulo tienen cuatro ángulos de  $90^\circ$  y todos sus lados son de la misma longitud.  
porque los rectángulos solo tienen 2 medidas

D. F El trapecio está formado por cinco lados de la misma medida.  
porque el trapecio tiene solo 4 lados y no son de la misma medida

E. V El rombo es un polígono conformado por cuatro lados iguales.

Figura. 10.30. Desarrollo por parte de Santiago de la actividad N° 8, en la tarea 2.

▪ Tarea N° 3

En la producción de Sara se observó la adecuada construcción de la definición (ver figura 10.31), expresa que un trianpen es *una figura geométrica plana que está formada por dos polígonos, un triángulo y un pentágono que se encuentran unidos solo en un vértice* y, en el triancuad, *es una figura geométrica plana que está formada por dos polígonos un triángulo y un cuadrado que se unen en un solo vértice*. Demostrando una comprensión de aprendiz pues da uso flexible a los conceptos o ideas propios de la matemática y describe estos teniendo en cuenta los componentes y características matemáticas.

Un Trianpen es: una figura geométrica plana que está formada por dos polígonos, un triángulo y un pentágono que se encuentran unidos solo en un vértice.

Un Triancuad es: es una figura geométrica plana que está formada por dos polígonos, un triángulo y un cuadrado que se unen en un solo vértice.

Figura. 10.31. Desarrollo por parte de Sara de la actividad N° 8, en la tarea 3.

▪ Tarea N° 4

Se destacó la producción de Xavier, puesto que sus explicaciones demuestran un avance en el nivel 2 de razonamiento (ver figura 10.32), utilizando el uso flexible de conceptos o ideas que muestran una formación de razonamiento acertada. Además logra el objetivo de clasificar los polígonos teniendo en cuenta la definición con propiedades matemáticas. En el punto F afirma que el rectángulo tiene cuatro lados y cuatro ángulos de  $90^\circ$  y el rombo tiene cuatro lados de igual medida pero todos sus ángulos no miden  $90^\circ$  y en el punto C no, porque el trapecio tiene un par de lados paralelos y el rectángulo dos par de lados paralelos.

C. ¿Un trapecio es también un rectángulo? SI \_\_\_\_\_ NO X

Porque: no el trapecio tiene un par de lados paralelos  
y el rectángulo tiene dos par de lados paralelos

F. ¿Un rombo es también un rectángulo? SI \_\_\_\_\_ NO X

Porque: porque el rectángulo tiene 4 lados y 4 ángulos de  $90^\circ$   
y el rombo tiene 4 lados de igual medida pero todos sus  
ángulos no miden  $90^\circ$

Figura. 10.32. Desarrollo por parte de Xavier de la actividad N° 8, en la tarea 4.

### CONCLUSIONES GLOBALES, LIMITACIONES E IMPLICACIONES

Se considera pertinente presentar en este capítulo conclusiones globales, limitaciones e implicaciones derivadas todas del proceso de investigación llevado a cabo.

#### **8.1. Conclusiones globales**

En este apartado se dará a conocer las diversas conclusiones de la investigación, teniendo en cuenta las producciones de los estudiantes, el alcance de los objetivos, la influencia del marco teórico y, por último, las concernientes a la unidad de enseñanza, logrando una visión clara y objetiva de todo el proceso aplicado.

##### **Sobre los objetivos**

- En cuanto a los objetivos planteados al inicio de la investigación, se considera que se cumplieron a cabalidad pues se logró analizar la comprensión de los estudiantes teniendo en cuenta el modelo teórico de Van Hiele y la EpC, creando la unidad de enseñanza y describiendo el razonamiento de los estudiantes.

##### **Sobre el marco teórico**

- La teoría de Van Hiele responde a las necesidades de concreción del currículo para la educación primaria, por lo que resulta factible plantear diseños instruccionales en geometría.

- El marco teórico fue claro y preciso para el diseño y realización de la unidad de enseñanza, así como para alcanzar las metas de comprensión propuestas.

- Identificamos la estrecha relación que existe entre los marcos teóricos elegidos para sustentar el abordaje del problema de estudio. En los apartados donde no se evidencia alguna relación, nosotros consideramos que se complementan; por ejemplo, la EpC no contempla la construcción social del conocimiento y el modelo de Van Hiele sí, mediante la Fase de Explicitación

##### **Sobre las trayectorias de aprendizaje de los estudiantes**

En esta parte, se quiere dar a conocer los logros obtenidos por los estudiantes participantes, en torno al modelo teórico de Van Hiele y la enseñanza para la comprensión (EpC), como habilidades de razonamiento. En cuanto a la EpC, se genera en el estudiante aprender por medio de la exploración, construcción y elaboración, siendo así el estudiante quien cree su propio aprendizaje y el docente sea un guía en dicho proceso.

- Se identificaron características del razonamiento de los estudiantes desde la óptica de las teorías de Van Hiele y la EpC.

- El razonamiento y la comprensión de polígonos en los estudiantes se logró evidenciar en las justificaciones dadas por ellos, poniendo especial atención a tres procesos matemáticos: la identificación, la definición –uso y construcción– y la clasificación.

- En la medida que se avanzaba en las sesiones de clase se fue observando un mayor dominio en el lenguaje matemático propio del tema de estudio, lo cual se evidenció, por ejemplo, cuando los estudiantes intercambiaban ideas y conceptos al construir sus propias definiciones.

- Se evidenciaron diferentes maneras de razonar de los estudiantes para procesar información, las cuales pueden ser usadas como “modelo” en el diseño de secuencias instruccionales en el tópico matemático de polígono.

- Se logró evidenciar que al final del proceso instruccional un pequeño número de los estudiantes no pasaron del nivel 1 de razonamiento de Van Hiele, un buen número de estudiantes se encuentra transitando al nivel 2, y un reducido número de estudiantes terminó razonando en el nivel 2.

- Al momento de realizar las actividades del nivel 1 de Van Hiele, algunos estudiantes mostraron pre saberes ante los polígonos, y otros expresaron avance en su razonamiento, pues siendo actividades del nivel 1 las desarrollaban con habilidades del nivel 2 de Van Hiele.

- En torno a la EpC, se considera que el pequeño porcentaje que se encontraba en el nivel 1 de Van Hiele, presentaba una comprensión ingenua, pues le daban uso a la intuición desde el ambiente escolar y no desde la reflexión. La mayoría de estudiantes que se encontraba transitando al nivel 2 de Van Hiele, están en una comprensión de novatos, debido a que generaban construcciones del conocimiento de forma mecánica y los restantes que se encontraban en el nivel 2 de Van Hiele, mostraban una comprensión de aprendiz, dándole uso flexible a conceptos de otras áreas. No se logró identificar una comprensión de maestría, pues es un alto nivel formado por la integración del uso de conceptos en realidad contextual.

- Los estudiantes al principio de la experimentación se sentían inseguros al usar ciertas formas de razonamiento (que el profesor probablemente anteriormente no les permitía experimentar, dada su metodología de enseñanza tradicional), pero que, a medida que fue transcurriendo la experimentación, fueron haciendo suyas.

### **Sobre la unidad de enseñanza**

- El diseño instruccional contempla elementos y recursos para recoger información sistemática, sobre la relación entre las metas de comprensión y los medios propuestos para su realización, con el fin de tomar decisiones para su mejora.

- Al analizar las producciones de los estudiantes, se constata y nos permite sugerir que, además de un buen diseño instruccional, los resultados en la comprensión de los polígonos depende en gran medida del compromiso del docente con la labor que desempeña.

- Se logró el diseño de una unidad de enseñanza, en el marco del modelo teórico de Van Hiele y la EpC, permitiendo avanzar en la comprensión de polígonos, en los estudiantes del grado tercero de la institución educativa Bethlemitas Brighthon.

## **8.2. Limitaciones**

Se considera importante comentar algunas limitaciones presentadas durante el proceso de investigación:

- No haber incluido en la unidad de enseñanza actividades que se apoyaran en el uso del software Cabri, aunque no se desconoce su potencial como mediador instrumental del aprendizaje de la geometría.

- El periodo de tiempo permitido por la institución educativa y la docente titular, para la implementación de la unidad de enseñanza por parte de las investigadoras, fue muy preciso e inflexible.

- Una limitación inevitable de las investigaciones que involucran individuos es el control de variables externas como son los estados de ánimo, el espacio dentro del aula de clase.

- La inasistencia de algunos de los estudiantes del curso durante la implementación de la unidad de enseñanza, no permitió identificar en ellos su trayectoria de aprendizaje.

## **8.3. Implicaciones**

Desde la investigación realizada se ponen de manifiesto una serie de aportaciones, implicaciones y consideraciones para futuros estudios como las que se plantean a continuación:

- Proponer e incentivar a los profesores la aplicación de diseños instruccionales como una herramienta para mejorar y facilitar los procesos de enseñanza y de aprendizaje de la geometría.

- Proponer la realización de estudios tendientes a lograr caracterizaciones de nivel de Van Hiele en otros tópicos de geometría.

- El estudio permite avanzar en la caracterización del razonamiento de los estudiantes de primaria, particularmente en edades comprendidas entre los 8-10 años, identificando elementos clave en el aprendizaje de tópicos geométricos. Dichos elementos aportan información a aquellas investigaciones que se dedican al análisis de modelos que buscan explicar cómo los estudiantes razonan y comprenden los polígonos.

## **RECOMENDACIONES**

- El desarrollo de este estudio permite sugerir que, dada la importancia del razonamiento visual en la comprensión y la creación matemática de los estudiantes, sería deseable que los profesores tengan en cuenta estos aspectos al momento de diseñar sus planes de clase, al mismo tiempo que dichas iniciativas estén complementadas con el uso de nuevas tecnologías (por ejemplo, Softwares Cabri y Geogebra).

- El proceso educativo implica que el docente reflexione sobre su propia práctica, lo que le podría permitir implementar diversas estrategias de enseñanza-aprendizaje y lograr una enseñanza de calidad.

- Al momento de planificar las actividades, el docente debe tener en cuenta que es importante incentivar y desarrollar el razonamiento de los estudiantes por medio de tareas que les permitan argumentar y utilizar sus ideas.

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Arias, F. (1999). *El Proyecto de Investigación*. Caracas: Episteme.
- Arias, F. (2006). *El proyecto de investigación introducción a la metodología científica*. Caracas: Episteme.
- Arnau, J. (1995). Fundamentos metodológicos de los diseños experimentales de sujeto único. En M.T. Anguera, J. Arnau, M. Ato, R. Martínez, J. Pascual y G. Vallejo (Eds.), *Métodos de investigación en Psicología* (pp. 163-178). Madrid: Síntesis Psicológica.
- Bressan, A., Bogisic, B. y Crego, K. (2010). *Razones para enseñar geometría en la educación básica*. Buenos Aires: Ediciones Novedades Educativas.
- Burger, W. y Shaughnessy, J. (1986). Characterizing the Van Hiele levels of development in geometry. *Journal for research in mathematics education*, vol.17 (1), 31-48.
- Cabanne, N. y Ribaya, M. (2009). *Didáctica de la Matemática en el nivel inicial*. Buenos Aires: Bonum.
- Castiello, J. (1934). *Geistesformung*. Bonn: Dümmlers Verlag.
- Corberán, R., Gutiérrez, A., Huerta, P., Jaime, A., Margarit, J., Peñas, A. y Ruiz, E. (1994). *Diseño y evaluación de una propuesta curricular de aprendizaje de la geometría en la enseñanza secundaria basada en el modelo de razonamiento de Van Hiele*. Madrid: MEC.
- Eizagirre, M y Zabala, N. (2006). Investigación acción participativa (IAP). *Diccionario de Acción Humanitaria y Cooperación al Desarrollo*. Recuperado el 04 de noviembre de 2015 desde <http://www.dicc.hegoa.ehu.es/listar/mostrar/132>.
- Escobedo, H. (2004). *Enseñanza para la comprensión*. Mérida: Educere.
- Fidias, G. (2012). *El proyecto de investigación*. Caracas: Episteme.
- Gualdrón, É. (2006). *Los procesos de aprendizaje de la semejanza por estudiantes de 9 grado*. Tesis de maestría. Universidad de Valencia, España.
- Gualdrón, É. (2011). *Análisis y caracterización de la enseñanza y aprendizaje de la semejanza de figuras planas*. Tesis doctoral. Universidad de Valencia, España.
- Gualdrón, É., Giménez, J. y Gutiérrez, Á. (2012). Análisis de la práctica del profesor de matemáticas de secundaria. Un estudio de caso. En J. Rodríguez, A. Urieles y A. Villareal (Eds.), *Resúmenes de la vigésima sexta reunión latinoamericana de matemática educativa*, (Vol. 1, pp. 196). Belo Horizonte, Brasil.
- Gualdrón, É. y Gutiérrez, Á. (2014). La visualización en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la geometría. Un ejemplo. En J. Rodríguez, A. Urieles y A. Villareal (Eds.), *Resúmenes de*

- la vigésima octava reunión latinoamericana de matemática educativa*, (Vol. 1, pp. 196). Barranquilla, Colombia.
- Gutiérrez, Á. y Jaime, A. (1998). On the assessment of the Van Hiele levels of reasoning. *Focus on Learning Problems in Mathematics*, vol. 20 (2 y 3), 27-46.
- Hershkowitz, R., Bruckheimer, M., y Vinner, S. (1987). Activities with teachers based on cognitive research. En N.C.T.M. (Ed.), *Learning and Teaching Geometry, K-12* (pp. 222-235). Reston: EE.UU.
- Hernández, R., Fernández, C. y Baptista, P. (1998). *Metodología de la investigación*. México D.F.: McGraw-Hill.
- Hurtado, J. (2000). *Metodología de la investigación holística*. Caracas: Fundación Sypal.
- Ibarra, F. (2001). *Metodología de la Investigación Social*. La Habana: Félix Varela.
- Jaime, A. (1993). *Aportaciones a la interpretación y aplicación del modelo de Van Hiele: La enseñanza de las isometrías del plano. La evaluación del nivel de razonamiento*. Tesis doctoral. Universidad de Valencia, España.
- Méndez, C. (1988). *Metodología, guía para elaborar diseños de Investigación en ciencias económicas, contables y administrativas*. Bogotá: Mac Graw-Hill Latinoamericana.
- M.E.N. (2003). *Estándares básicos de matemáticas y lenguaje*. Bogotá: Ministerio de Educación Nacional de Colombia.
- N.C.T.M. (2000). *Principios y Estándares para la Educación Matemática* (S.A.E.M. Thales, Trans. 1 ed.). Reston: N.C.T.M.
- Patiño, S. (2012). La Enseñanza para la comprensión (EpC): propuesta metodológica centrada en el aprendizaje del estudiante. *Revista Virtual Humanízarte*, vol 5 (8) 1-10. Recuperado el 10 de septiembre de 2015 desde [https://www.academia.edu/10289595/Revista\\_Humanizarte\\_A%C3%B1o\\_5\\_No\\_8\\_LA\\_ENSE%C3%91ANZA\\_PARA\\_LA\\_COMPRENSI%C3%93N\\_EpC\\_PROPUESTA\\_METODOL%C3%93GICA\\_CENTRADA\\_EN\\_EL\\_APRENDIZAJE\\_DEL\\_ESTUDIANTE](https://www.academia.edu/10289595/Revista_Humanizarte_A%C3%B1o_5_No_8_LA_ENSE%C3%91ANZA_PARA_LA_COMPRENSI%C3%93N_EpC_PROPUESTA_METODOL%C3%93GICA_CENTRADA_EN_EL_APRENDIZAJE_DEL_ESTUDIANTE)
- Pegg, J. y Davey, G. (1998). Interpreting student understanding in geometry: A synthesis of two models. In R. Lehrer y D. Chazan (Eds.), *Designing Learning Environments for Developing Understanding of Geometry and Space* (pp. 109-135). Mahwah: Lawrence Erlbaum Associates.
- Perkins, D. y Blythe, T. (2005). Ante todo, la comprensión. *Revista magisterio educación y pedagogía*, vol.14, 19-24.
- Perkins, D., Tishman, S. y Jay, E. (1998). *Un aula para pensar: aprender y enseñar en una cultura de pensamiento*. Buenos Aires: Aique.

- Pogré, P. (2001). *Enseñanza para la comprensión. Un marco para innovar en la intervención didáctica*. Buenos-Aires: Papers.
- Porlán, R. (1987). El Maestro como Investigador en el Aula. Investigar para Conocer, Conocer para Enseñar. *Revista Investigación en la Escuela*, vol.1, 63-69.
- Porlán, R. y Martín, J. (1991). *El Diario del Profesor*. Sevilla: Diada.
- Rendón, P. (2009). *Conceptualización de la razón de cambio en el marco de la enseñanza para la comprensión*. Tesis de maestría. Universidad de Antioquia, Colombia.
- Rivera, G. (2014). *Procesos de razonamiento y de comprensión con respecto a la solución de problemas que involucra la estructura multiplicativa*. Tesis de maestría. Universidad de Antioquia, Colombia.
- Rodríguez, G., Gil, J. y García, E. (2004). *Metodología de la Investigación Cualitativa*. La Habana: Félix Varela.
- Sandín, M. (2003). *Investigación Cualitativa en Educación: fundamentos y tradiciones*. Madrid: McGraw-Hill.
- Stone, M. (1999). *La Enseñanza para la Comprensión. Vinculación entre la investigación y la práctica*. Buenos Aires: Paidós.
- Tamayo, M. (1991). *Metodología, formal de investigación, científica*. México D. F.: Limusa/Noriega.
- Tamayo, M. (1995). *Aprender a investigar*. Bogotá: Afro Editores Taylor, S. y Bogdan, R. (1984). *Introduction to Qualitative Research Methods: The Search for Meaning*. New York: Wiley.
- Van Hiele-Geldof, D. (1957). *The didactics of geometry in the lowest class of Secondary School*. Tesis doctoral. University of Utrecht, Holanda. (Traducción al inglés en Fuys, Geddes y Tischler, 1984, pág.1-206)
- Van Hiele, P.M. (1957). *El problema de la comprensión (en conexión con la comprensión de los escolares en el aprendizaje de la geometría)*. Tesis doctoral. Universidad de Utrecht, Holanda. (Traducción al español). Recuperado el 05 de junio de 2015 desde <http://www.uv.es/Angel.Gutierrez/aprenggeom/archivos2/VanHiele57.pdf>

## ANEXO 1

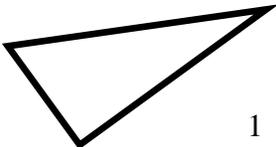
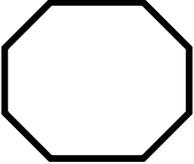
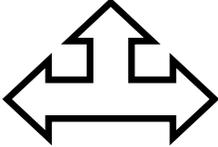
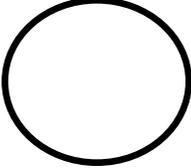
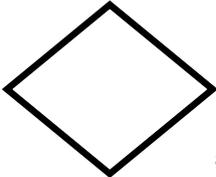
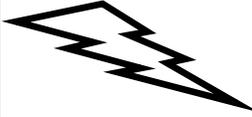
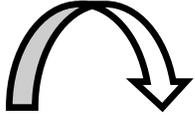
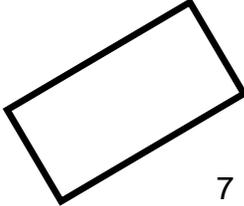
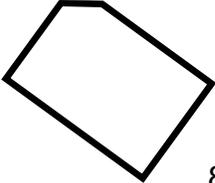
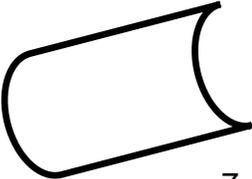
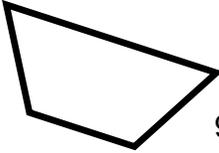
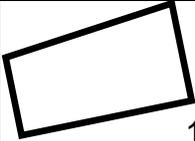
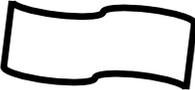
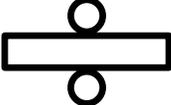
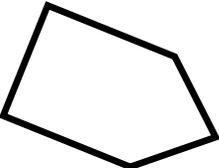
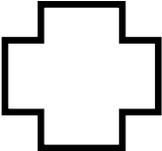
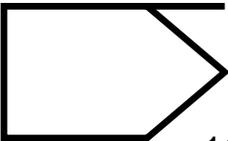
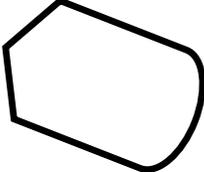
### Unidad de enseñanza

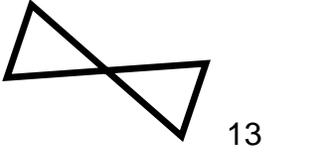
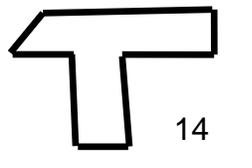
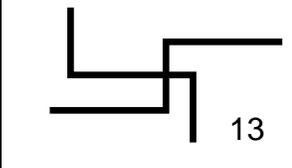
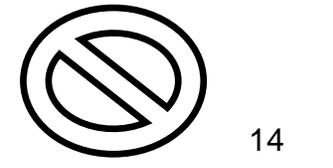
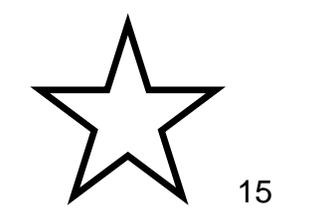
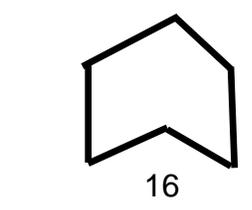
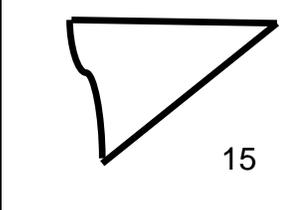
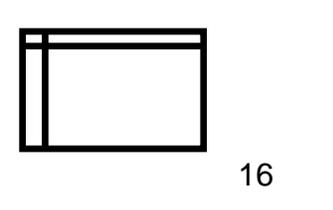
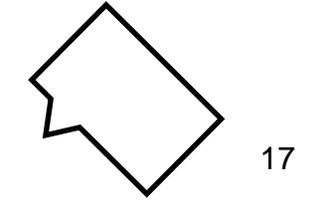
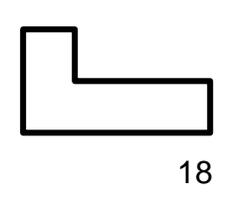
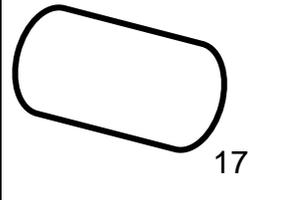
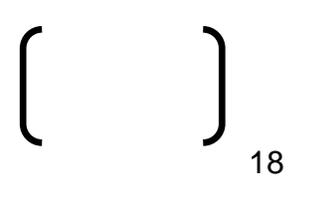
INSTITUCIÓN EDUCATIVA BETHLEMITAS BRIGHON  
 ÁREA: GEOMETRÍA

Nombre: \_\_\_\_\_ Fecha: \_\_\_\_\_ Grado: \_\_\_\_\_

ACTIVIDAD N° 1

1. Observa detenidamente las siguientes figuras geométricas planas y luego defina que es para usted **POLÍGONO**, según lo observado.

Ejemplos de <b>POLÍGONOS</b>		Ejemplos de <b>NO POLÍGONOS</b>	
 1	 2	 1	 2
 3	 4	 3	 4
 5	 6	 5	 6
 7	 8	 7	 8
 9	 10	 9	 10
 11	 12	 11	 12

 <p>13</p>	 <p>14</p>	 <p>13</p>	 <p>14</p>
 <p>15</p>	 <p>16</p>	 <p>15</p>	 <p>16</p>
 <p>17</p>	 <p>18</p>	 <p>17</p>	 <p>18</p>

Un POLÍGONO es:

---

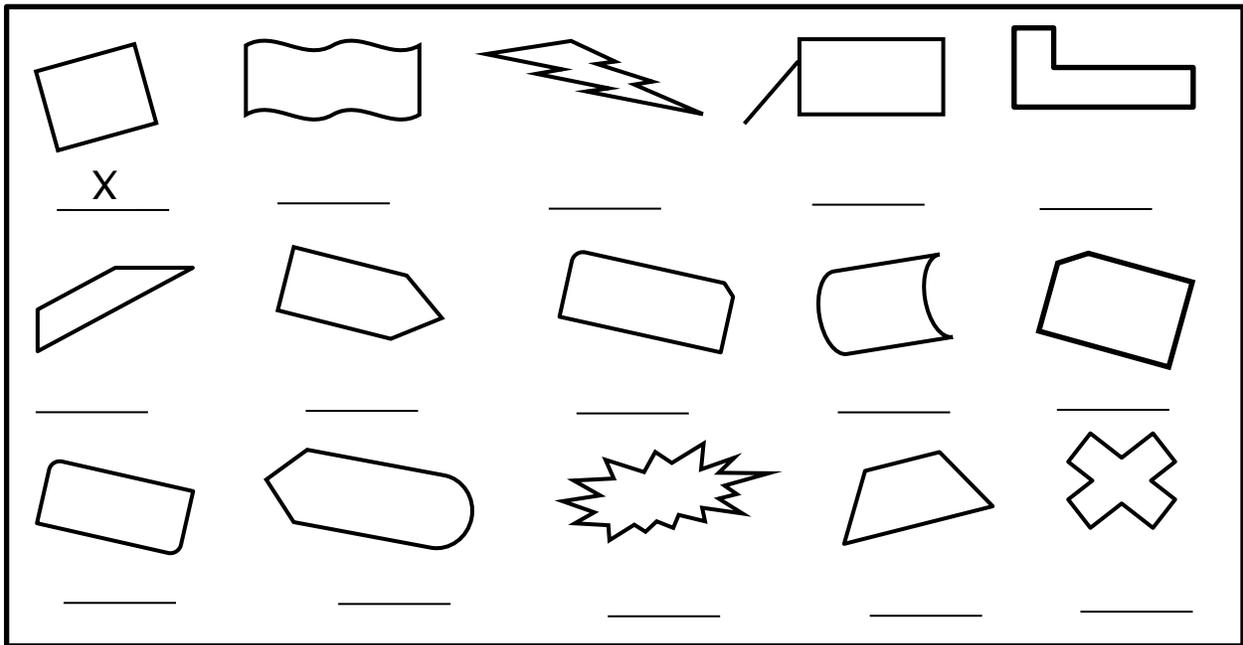
---

---

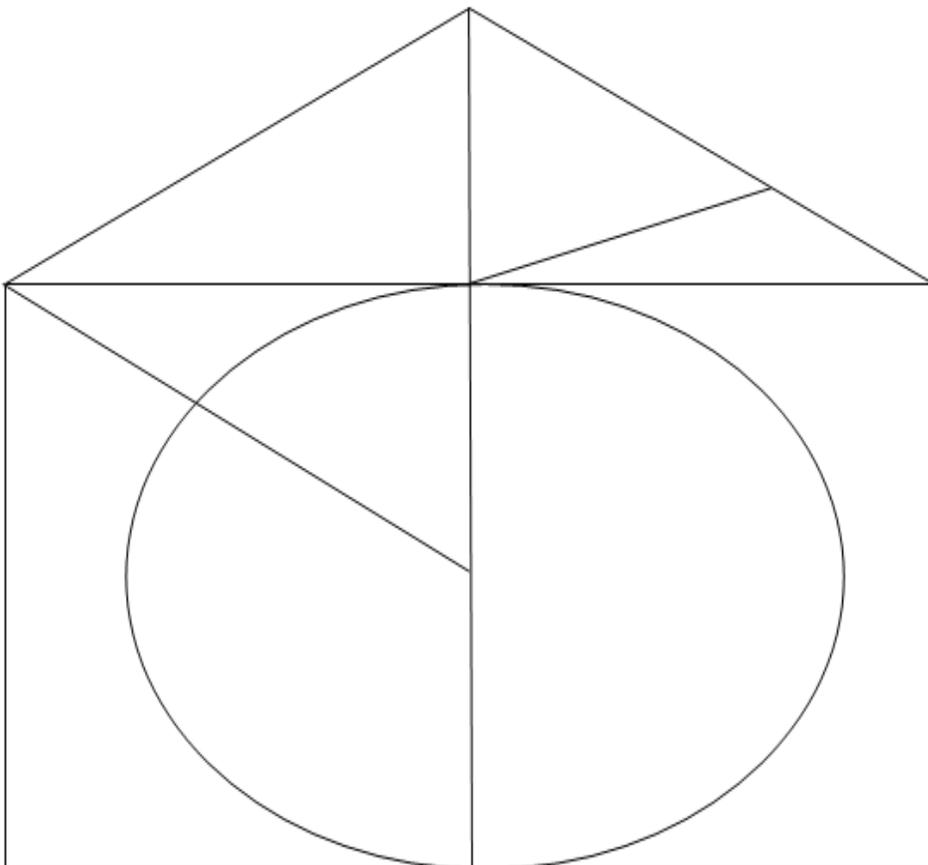
2. Según su definición de POLÍGONO, dibuja tres polígonos y tres no polígonos (Diferentes a los de la tarea 1).

POLÍGONOS	NO POLÍGONOS

3. Marca con una x los que son polígonos siguiendo el ejemplo.



4. Observa y repisa cada polígono. Luego cuenta cuántos polígonos hay.



¿Cuántos hay?

\_\_\_\_\_

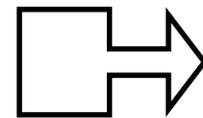
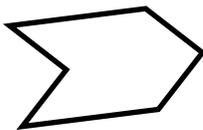
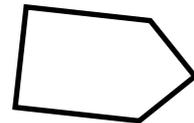
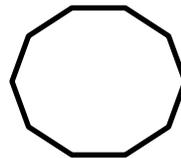
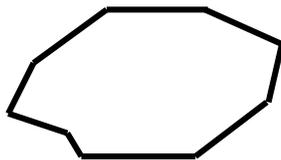
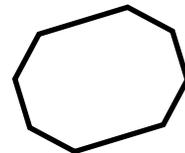
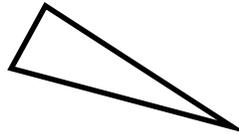
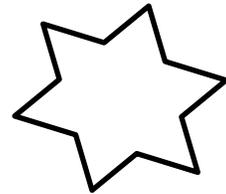
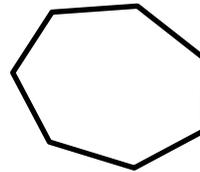
INSTITUCIÓN EDUCATIVA BETHLEMITAS BRIGHON  
 ÁREA: GEOMETRÍA

Nombre: \_\_\_\_\_ Fecha: \_\_\_\_\_ Grado: \_\_\_\_\_

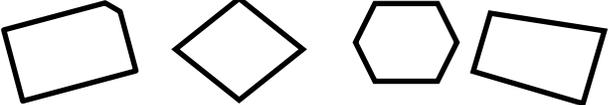
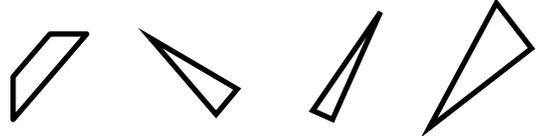
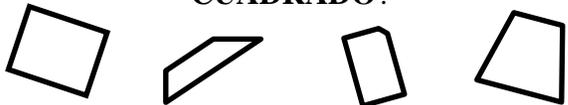
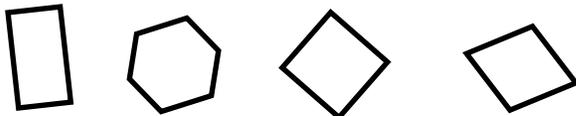
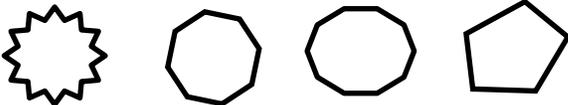
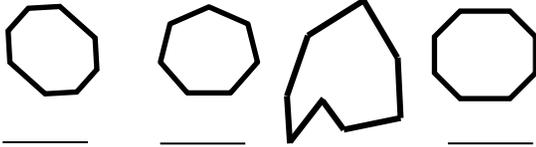
ACTIVIDAD N° 2

1. Analiza la siguiente tabla, luego escribe debajo de cada polígono el nombre correcto según su número de lados.

NOMBRE DEL POLÍGONO	NÚMERO DE LADOS
Triángulo	3
Cuadrilátero	4
Pentágono	5
Hexágono	6
Heptágono	7
Octágono	8
Nonágono	9
Decágono	10
Undecágono	11
Dodecágono	12



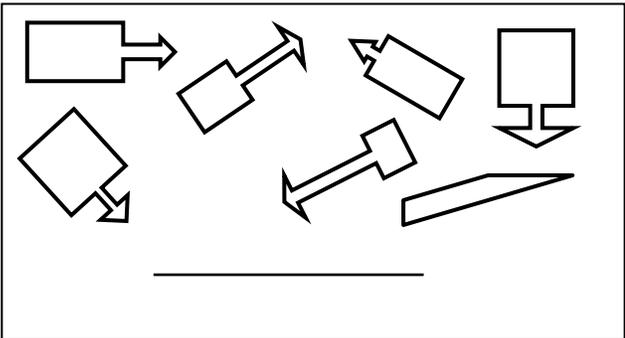
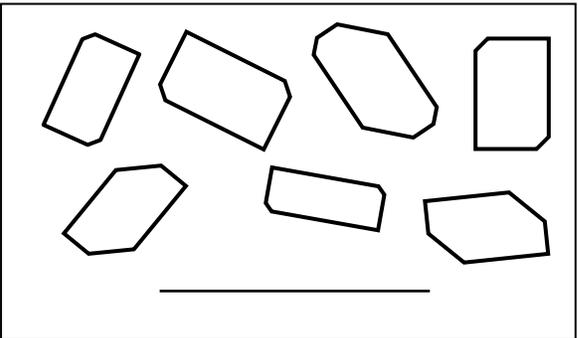
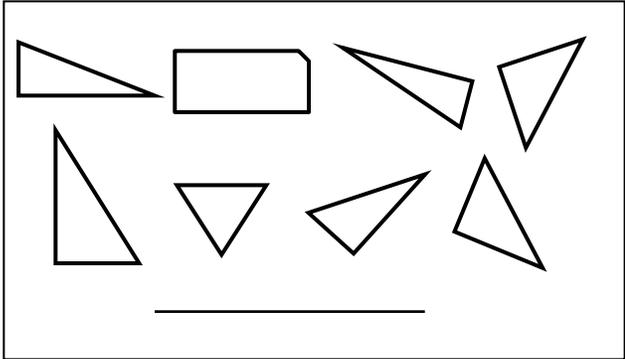
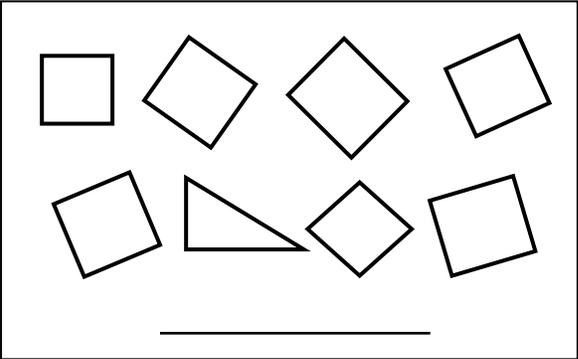
2. Marque con una x la opción correcta y luego justifica tu respuesta.

<p>A) ¿Cuál de estos polígonos es un <b>HEXÁGONO</b>?</p>  <p>_____</p> <p>¿Por qué? _____</p>	<p>B) ¿Cuál de estos polígonos <b>NO</b> es un <b>TRIÁNGULO</b>?</p>  <p>_____</p> <p>¿Por qué? _____</p>
<p>C) ¿Cuál de estos polígonos es un <b>CUADRADO</b>?</p>  <p>_____</p> <p>¿Por qué? _____</p>	<p>D) ¿Cuál de estos polígonos <b>NO</b> es un <b>PENTÁGONO</b>?</p>  <p>_____</p> <p>¿Por qué? _____</p>
<p>E) ¿Cuál de estos polígonos es un <b>HEXÁGONO</b>?</p>  <p>_____</p> <p>¿Por qué? _____</p>	<p>F) ¿Cuál de estos polígonos es un <b>PENTÁGONO</b>?</p>  <p>_____</p> <p>¿Por qué? _____</p>
<p>G) ¿Cuál de estos polígonos se llama <b>DECÁGONO</b>?</p>  <p>_____</p> <p>¿Por qué? _____</p>	<p>H) ¿Cuál de estos polígonos <b>NO</b> es un <b>OCTÁGONO</b>?</p>  <p>_____</p> <p>¿Por qué? _____</p>

3. Según las indicaciones dadas, dibuja la representación gráfica del polígono.

INDICACIÓN	REPRESENTACIÓN
Se llama pentágono	
Tiene 3 lados	
Se llama hexágono	
Tiene 8 lados	
Se llama cuadrilátero	

4. Descubre el polígono intruso y luego escriba su nombre.

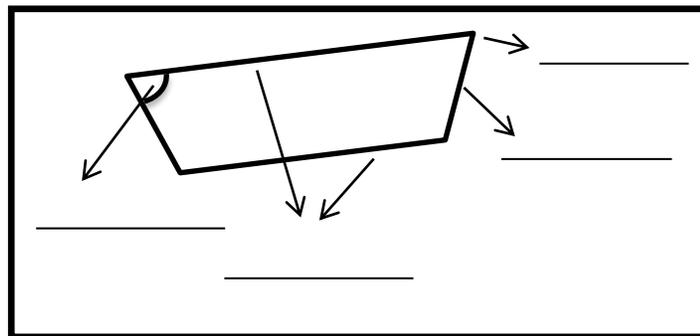
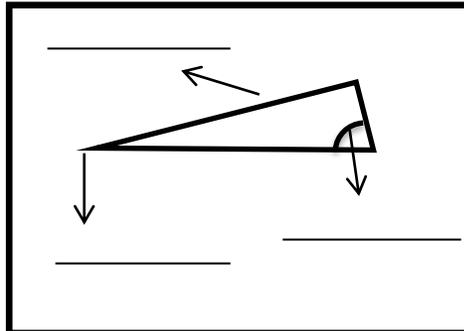
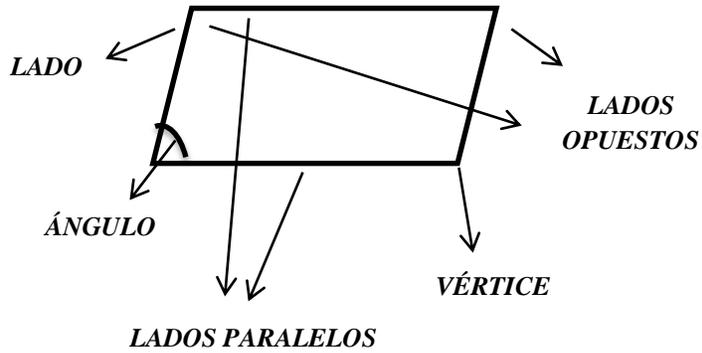


INSTITUCIÓN EDUCATIVA BETHLEMITAS BRIGHON  
ÁREA: GEOMETRÍA

Nombre: \_\_\_\_\_ Fecha: \_\_\_\_\_ Grado: \_\_\_\_\_

ACTIVIDAD N° 3

1. Observa el siguiente polígono con sus partes y luego completa.



INSTITUCIÓN EDUCATIVA BETHLEMITAS BRIGHON  
 ÁREA: GEOMETRÍA

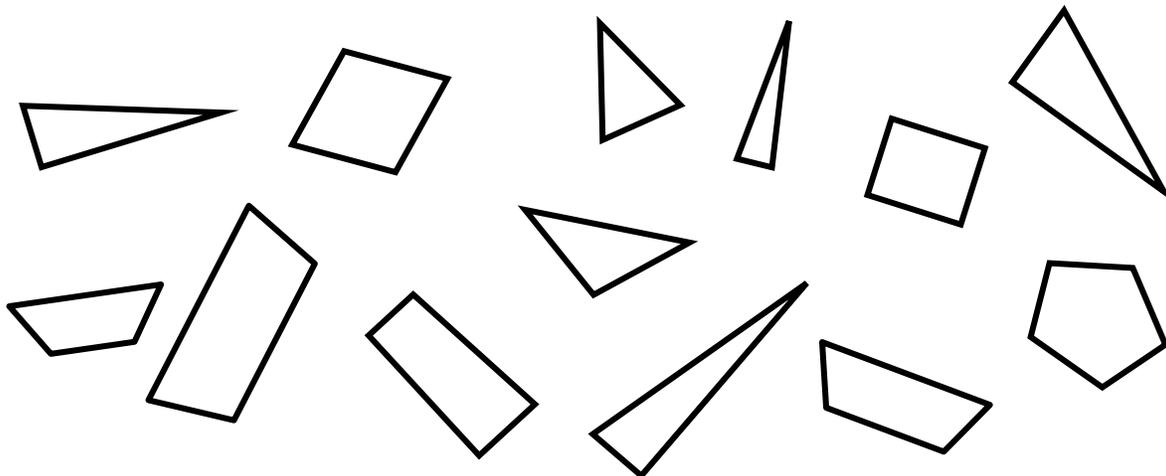
Nombre: \_\_\_\_\_ Fecha: \_\_\_\_\_ Grado: \_\_\_\_\_

ACTIVIDAD N° 4

1. Analiza los siguientes polígonos, luego escribe características sobre ellos.

POLÍGONO	CARACTERÍSTICAS
	
	
	
	
	

2. Coloca, dentro de cada figura geométrica plana, una **T** si es triángulo o una **C** si es cuadrilátero.

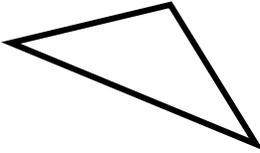
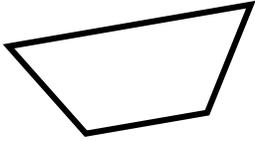
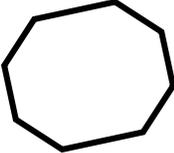
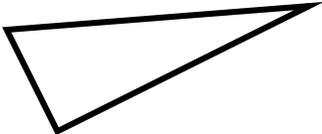
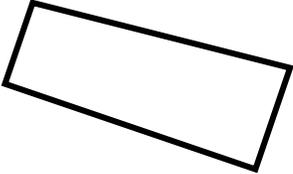


INSTITUCIÓN EDUCATIVA BETHLEMITAS BRIGHON  
ÁREA: GEOMETRÍA

Nombre: \_\_\_\_\_ Fecha: \_\_\_\_\_ Grado: \_\_\_\_\_

ACTIVIDAD N° 5

1. Observa las figuras y completa la siguiente tabla.

<i>Figura plana</i>	<i>Número de lados</i>	<i>Número de vértices</i>	<i>Número de ángulos</i>	<i>Nombre</i>
				
				
				
				
				

2. Relaciona la *columna A* con la *columna B*, uniendo la figura con su definición correcta (puede existir más de una relación).

**Columna A**

**TRAPECIO:** es una figura geométrica plana de cuatro lados, con solamente un par de lados paralelos.

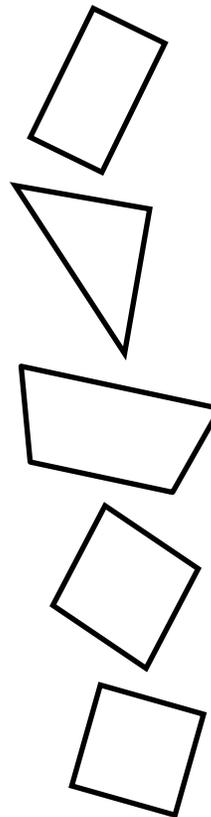
**CUADRADO:** es una figura geométrica plana de cuatro lados de igual medida y cuatro ángulos de  $90^\circ$ .

**ROMBO:** es una figura geométrica plana de cuatro lados de igual medida.

**TRIÁNGULO:** es una figura geométrica plana de tres lados.

**RECTÁNGULO:** es una figura geométrica plana de cuatro lados y cuatro ángulos de  $90^\circ$ .

**Columna B**

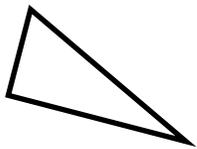


3. Dibuja el o los polígonos, según el caso, con las indicaciones dadas.

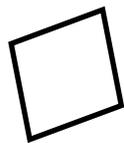
<i>INDICACIONES</i>	<i>POLÍGONO</i>
Tiene: <ul style="list-style-type: none"> <li>• 3 ángulos.</li> <li>• 3 vértices.</li> </ul>	
Tiene: <ul style="list-style-type: none"> <li>• Dos lados paralelos.</li> <li>• Dos lados opuestos.</li> </ul>	

<p>Tiene:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• 4 lados.</li> <li>• Un solo par de lados paralelos.</li> </ul>	
<p>Tiene:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• 4 lados.</li> <li>• Dos pares de lados paralelos.</li> </ul>	

4. Escriba, debajo de cada dibujo, el nombre o nombres del polígono según corresponda.



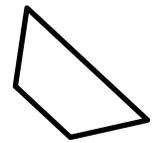
\_\_\_\_\_



\_\_\_\_\_



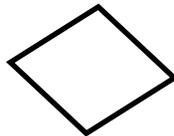
\_\_\_\_\_



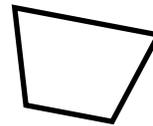
\_\_\_\_\_



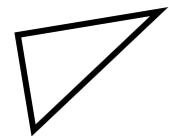
\_\_\_\_\_



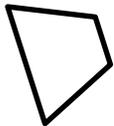
\_\_\_\_\_



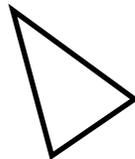
\_\_\_\_\_



\_\_\_\_\_



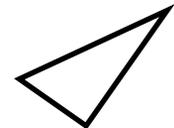
\_\_\_\_\_



\_\_\_\_\_



\_\_\_\_\_



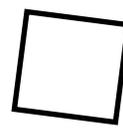
\_\_\_\_\_



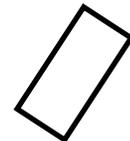
\_\_\_\_\_



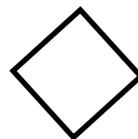
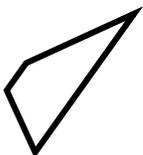
\_\_\_\_\_



\_\_\_\_\_



\_\_\_\_\_



---

INSTITUCIÓN EDUCATIVA BETHLEMITAS BRIGHON  
ÁREA: GEOMETRÍA

Nombre: \_\_\_\_\_ Fecha: \_\_\_\_\_ Grado: \_\_\_\_\_

ACTIVIDAD N° 6

1. Selecciona la respuesta correcta, encerrando la letra correspondiente, y luego justifica tu respuesta correcta.

**A.** Juan hizo un cuadrilátero con todos sus ángulos rectos, dos lados cortos y dos lados largos. ¿Qué polígono dibujó?

**F.** Un rombo

**G.** Un cuadrado

**H.** Un triángulo

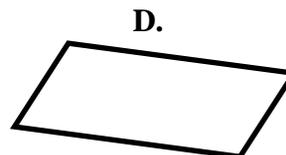
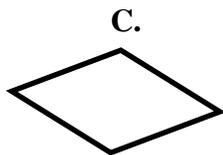
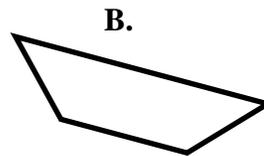
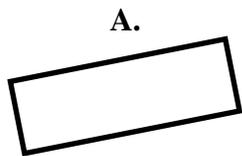
**I.** Un rectángulo

**J.** Un trapecio

Justifica tu respuesta: \_\_\_\_\_

---

**B.** ¿Cuál de las siguientes figuras geométricas planas tiene dos pares de lados paralelos y cuatro lados iguales?



Justifica tu respuesta: \_\_\_\_\_

---

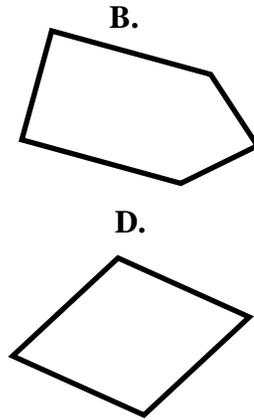
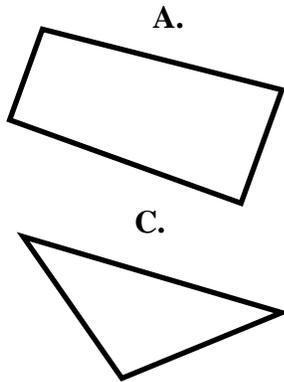
C. ¿Cuál de las siguientes figuras tiene solamente un par de lados paralelos?

- A. Rectángulo
- B. Cuadrado
- C. Rombo
- D. Trapecio

Justifica tu respuesta: \_\_\_\_\_

---

D. ¿Cuál de las siguientes figura geométricas planas tiene tres lados y tres vértices?



Justifica tu respuesta: \_\_\_\_\_

---

2. Dibuja una figura geométrica plana (si es posible) que cumpla con las siguientes condiciones.

A) Que sea a la vez: cuadrado, rectángulo y rombo.

Justifica tu respuesta:

---

B) Que sea a la vez: triángulo y cuadrado.

Justifica tu respuesta:

---

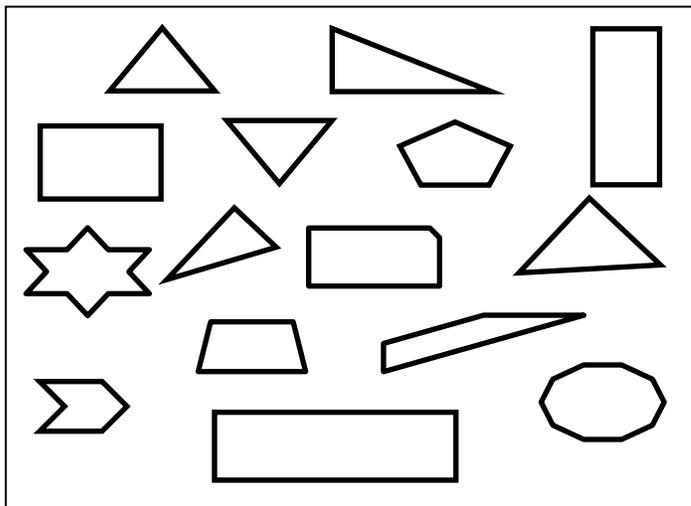
INSTITUCIÓN EDUCATIVA BETHLEMITAS BRIGHON  
 ÁREA: GEOMETRÍA

Nombre: \_\_\_\_\_ Fecha: \_\_\_\_\_ Grado: \_\_\_\_\_

ACTIVIDAD N° 7

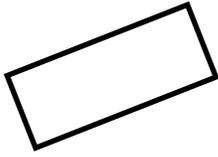
1. Recorta los polígonos dados, en la hoja anexa, y luego clasifícalos pegándolos en su recuadro correspondiente. Finalmente escribe la definición de cada grupo.

POLÍGONOS	TRIÁNGULOS	CUADRILÁTEROS
Definición	Definición	Definición

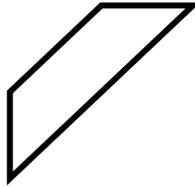


2. Responde la pregunta, luego justifica.

A. ¿Cuáles de los siguientes polígonos son rectángulos?



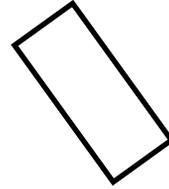
A



B



C



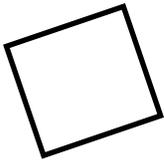
D

- A) Sólo A
- B) Sólo B
- C) Sólo A Y C
- D) Sólo A, C Y D

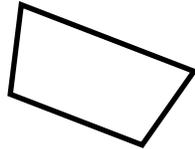
Justifica tu respuesta: \_\_\_\_\_

---

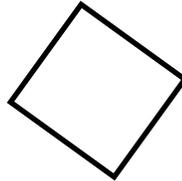
B. ¿Cuáles de los siguientes polígonos son cuadrados?



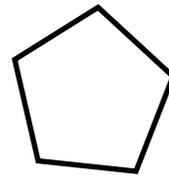
A.



B.



C.



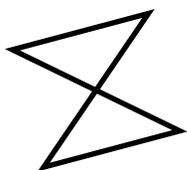
D.

- A) Sólo D
- B) Sólo A
- C) Sólo A Y C
- D) Sólo A, B Y C

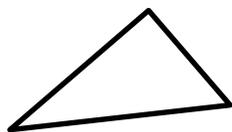
Justifica tu respuesta: \_\_\_\_\_

---

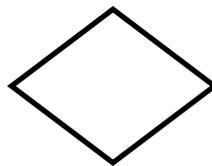
C. ¿Cuáles de los siguientes polígonos son triángulos?



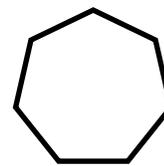
A.



B.



C.

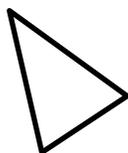


D.

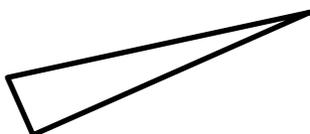
- A) Sólo A
- B) Sólo C
- C) Sólo A Y D
- D) Sólo B

Justifica tu respuesta: \_\_\_\_\_

D. ¿Cuáles de estos polígonos son triángulos?



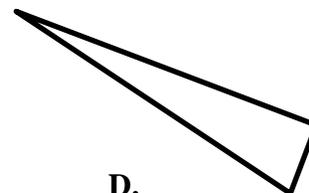
A.



B.



C.

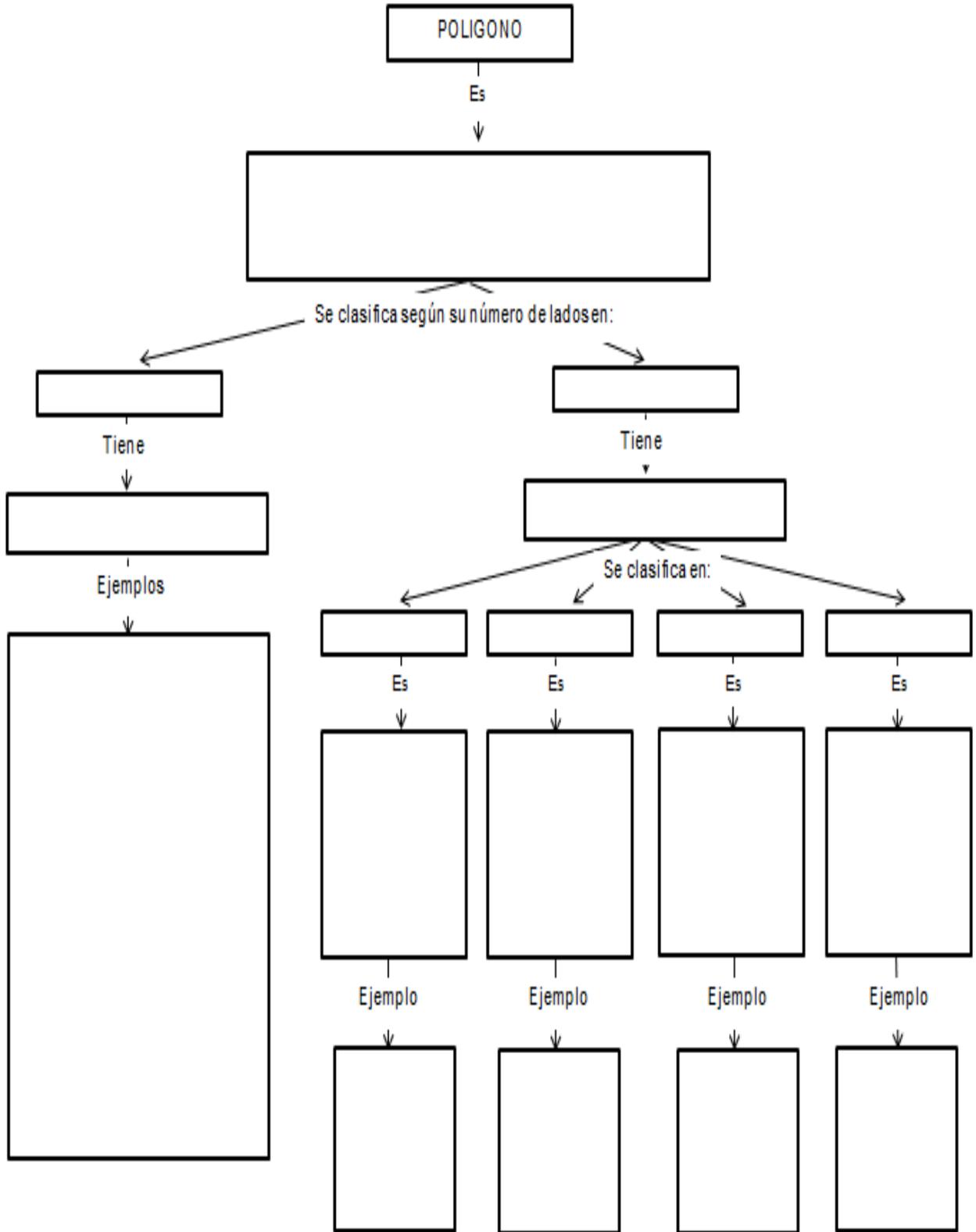


D.

- A) Sólo A
- B) Sólo C
- C) Sólo A, B y D
- D) Sólo B

Justifica tu respuesta: \_\_\_\_\_

3. Con tus conocimientos completa el siguiente mapa conceptual



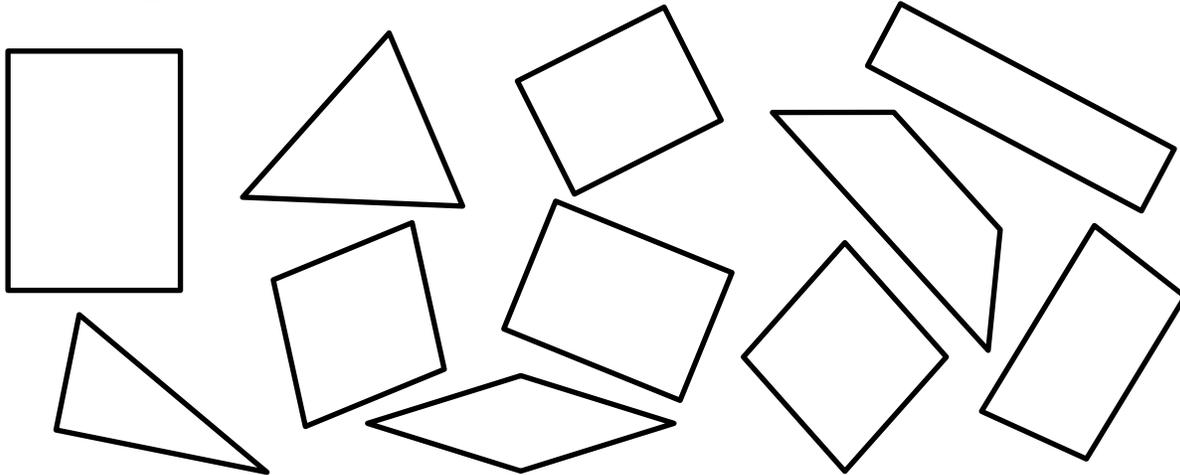
INSTITUCIÓN EDUCATIVA BETHLEMITAS BRIGHON  
ÁREA: GEOMETRÍA

Nombre: \_\_\_\_\_ Fecha: \_\_\_\_\_ Grado: \_\_\_\_\_

ACTIVIDAD N° 8

1. Observa detenidamente los siguientes polígonos. Luego coloca dentro de cada uno su letra correspondiente. Puede existir más de una letra dentro de cada polígono.

**R** → Rectángulo      **O** → Rombo      **T** → Triángulo      **A** → Trapecio      **C** → Cuadrado



2. Coloca una **F**, si es falso, o una **V**, si es verdadero. Justifica las respuestas falsas.

A. \_\_\_\_ Existen cuadrados que tienen: tres lados de 3 cm. y uno de 2 cm.

\_\_\_\_\_

B. \_\_\_\_ El triángulo es un polígono que tiene solo un par de lados paralelos.

\_\_\_\_\_

C. \_\_\_\_ El rectángulo tienen cuatro ángulos de  $90^\circ$  y todos sus lados son de la misma longitud.

\_\_\_\_\_

D. \_\_\_\_ El trapecio está formado por cinco lados de la misma medida.

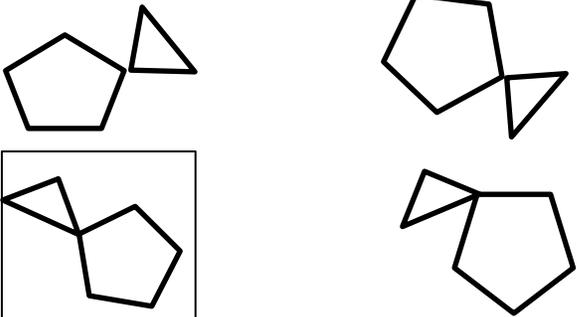
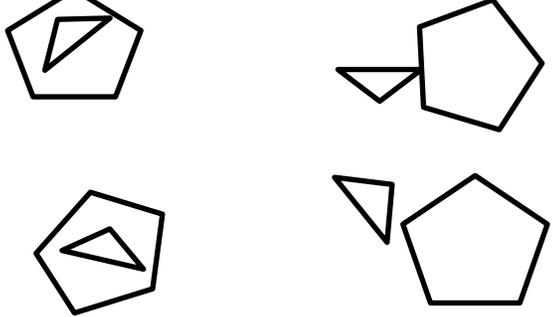
\_\_\_\_\_

E. \_\_\_\_ El rombo es un polígono conformado por cuatro lados iguales.

\_\_\_\_\_

3. Observa detenidamente los siguientes polígonos, luego escribe su definición.

**TRIANPEN**

Son Trianpen	No son Trianpen
	

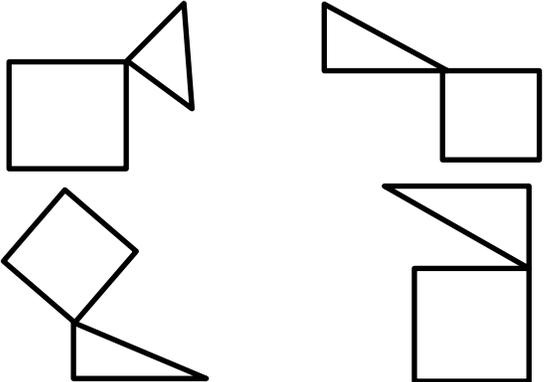
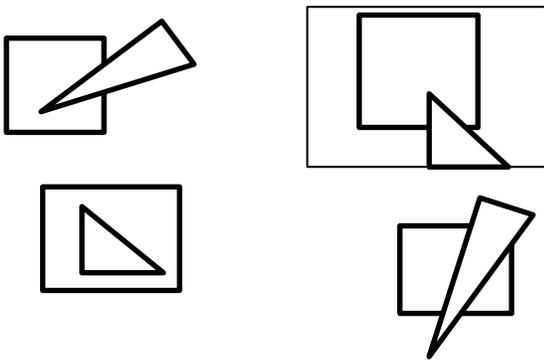
Un Trianpen es:

---



---

**TRIANCUAD**

Son Triancuad	No son Triancuad
	

Un Triancuad es:

---



---

---

4. Responde la pregunta dada, luego justifica tu respuesta.

A. ¿Un cuadrado es también un rombo? **SI** \_\_\_\_\_ **NO** \_\_\_\_\_

Porque: \_\_\_\_\_

---

B. ¿Un rombo es también un cuadrado? **SI** \_\_\_\_\_ **NO** \_\_\_\_\_

Porque: \_\_\_\_\_

---

C. ¿Un trapecio es también un rectángulo? **SI** \_\_\_\_\_ **NO** \_\_\_\_\_

Porque: \_\_\_\_\_

---

D. ¿Un rectángulo es también un cuadrado? **SI** \_\_\_\_\_ **NO** \_\_\_\_\_

Porque: \_\_\_\_\_

---

E. ¿Un cuadrado es también un rectángulo? **SI** \_\_\_\_\_ **NO** \_\_\_\_\_

Porque: \_\_\_\_\_

---

F. ¿Un rombo es también un rectángulo? **SI** \_\_\_\_\_ **NO** \_\_\_\_\_

Porque: \_\_\_\_\_

---