

MODELADO DE LA PROPAGACIÓN DE ONDAS COMPRESIONALES EN  
MEDIOS POROELÁSTICOS Y SU APLICACIÓN EN LA GEOTECNIA

ANGUIE XIOMARA GONZÁLEZ DUQUE

UNIVERSIDAD DE PAMPLONA  
FACULTAD DE INGENIERÍAS Y ARQUITECTURA  
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA CIVIL Y AMBIENTAL  
PAMPLONA  
2017

MODELADO DE LA PROPAGACIÓN DE ONDAS COMPRESIONALES EN  
MEDIOS POROELÁSTICOS Y SU APLICACIÓN EN LA GEOTECNIA

ANGUIE XIOMARA GONZÁLEZ DUQUE

Trabajo de grado para optar al título de Ingeniera Civil

Director  
FRANCISCO CABRERA  
Matemático, MSc., Ph.D

Co-director  
MANUEL CONTRERAS  
Ingeniero Civil, MSc.

UNIVERSIDAD DE PAMPLONA  
FACULTAD DE INGENIERÍAS Y ARQUITECTURA  
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA CIVIL Y AMBIENTAL  
PAMPLONA  
2017

Nota de aceptación

---

---

---

---

---

---

Jurado

---

Jurado

---

Director

---

Director del programa de Ingeniería Civil

*A quien me inspiró y apoyó y me recuerda cada día  
las razones que me han situado en este punto del camino.*

## AGRADECIMIENTOS

El autor agradece a:

Francisco Cabrera, Matemático, MSc., Ph.D., profesor de la Universidad de Pamplona, por haber aceptado ser el director de esta investigación, por brindarme las bases teóricas y orientarme durante todo este proceso.

Profesor Manuel Contreras, director de programa de Ingeniería Civil por su apoyo, gestión y acompañamiento en el desarrollo de este trabajo.

Los profesores, Hernando Castañeda, Jairo Torres, Manuel Maldonado, Rómulo Sandoval, miembros del Grupo de Investigación en Geofísica y Geología Pangea, por su interés, colaboración y apoyo académico durante esta investigación.

Proyecto “Migración Sísmica pre-apilado en profundidad por extrapolación de campos de onda utilizando computación de alto desempeño para datos masivos en zonas complejas” cofinanciado por ECOPETROL-COLCIENCIAS con contrato N° 0266 de 2013 convocatoria N°531 de 2011” por la financiación de este trabajo.

Juan Carlos Lopez, Ph.D., profesor de la Universidad de Pamplona, por los oportunos consejos que recibí que me permitieron encaminarme en esta investigación.

Wilmer Leal, estudiante doctoral de la Facultad de Matemáticas y Ciencias de la Computación, Universidad de Leipzig, Alemania, por su apoyo y orientación en cada etapa de este trabajo y por haberme animado a seguir investigando.

Los profesores Jorge Enrique Rueda Ph.D y Jesús Ramón Delgado M.Sc, por aceptar ser jurados de esta investigación.

Comité organizador del II Workshop en Modelado, Migración, Inversión Sísmica y Aplicaciones Geofísicas por permitirme mostrar mis resultados de investigación.

Comité organizador del Segundo Seminario Internacional de Geofísica Aplicada, Geología, Minería y Medio Ambiente 2016, por aceptar mi trabajo de investigación y permitirme presentarlo en el evento.

Quiero agradecer especialmente a mis seres queridos: Adelaida Duque, Hugo González, Federico Vera, Jimena González y Magda Caceres por su apoyo incondicional durante estos años de estudio.

# Resumen

La propagación de ondas juega un papel fundamental en áreas de la Ingeniería Civil tales como la geotecnia y la teoría estructural, pues a través de ella se estudia el comportamiento mecánico y dinámico del suelo y la interacción suelo-estructura. Debido a que el suelo exhibe las propiedades de un medio poroso saturado de fluido, gran parte de los estudios de propagación de ondas en suelos, se han basado en la teoría de medios poroelásticos de Biot. Estos medios difieren considerablemente de aquellos constituidos por una sola fase, debido principalmente a la presencia de fluido en los poros y a la existencia de tres ondas de cuerpo v.g. onda P lenta, onda P rápida y onda S. Sin embargo, la Ingeniería Civil ha puesto especial interés al estudio de la onda S y el correspondiente movimiento horizontal del suelo producido por esta onda.

No obstante, el incremento de daños a compresión de las estructuras en los últimos años, debido a fuertes movimientos verticales, evidencian la necesidad de conocer la respuesta vertical del suelo inducida principalmente por la propagación de ondas P. Por lo tanto, en este trabajo se investiga el mecanismo de propagación de ondas P en el contexto de la Teoría de Biot. Se establecen las ecuaciones que gobiernan la propagación de ondas P en los suelos y mediante un enfoque analítico se estudian las características de atenuación y dispersión de éstas ondas, además de sus contribuciones individuales en la respuesta del suelo. Por otra parte se lleva a cabo un desarrollo numérico de las ecuaciones para presentar gráficamente la propagación de ondas P en el tiempo.

En este trabajo se muestra que las características de atenuación y dispersión de las ondas P son dependientes de parámetros geotécnicos tales como: permeabilidad, porosidad y módulos de compresibilidad de las fases sólida y fluida, tanto en altas como en bajas frecuencias, siendo estas últimas de interés para la Ingeniería Civil, de modo que las componentes verticales del movimiento del suelo deben ser estudiadas más rigurosamente para conocer sus aportes en la respuesta dinámica del sitio.

# Abstract

The propagation of waves plays a fundamental role in areas of Civil Engineering such as geotechnics and structural theory, because through it the mechanical and dynamic behavior of the soil and the interaction between soil and structure are studied. Due the soil exhibits the properties of a fluid-saturated porous medium, much of the soil wave propagation studies have been based on Biot's poroelastic media theory. These media differ considerably from those constituted by a single phase, due mainly to the presence of fluid in the pores and to the existence of three body waves e.g. slow P wave, fast P wave and S wave. However, the Civil Engineering has put special interest to the study of the S wave and the corresponding horizontal movement of the soil produced by this wave.

However, the increase in compression damage of the structures in recent years, due to strong vertical movements, evidences the need to know the vertical response of the soil induced mainly by the propagation of P waves. Therefore in this work the mechanism of propagation of P waves in the context of Biot Theory is investigated. It establishes the equations that govern the propagation of P waves in soils and through an analytical approach the characteristics of attenuation and dispersion of these waves are studied, in addition to their individual contributions in the soil response. On the other hand a numerical development of the equations is carried out to graph the propagation of waves P in time.

In this work it is shown that the attenuation and dispersion characteristics of the P waves are dependent on geotechnical parameters such as: permeability, porosity and compressibility modules of the solid and fluid phases, both in high and low frequencies, the latter being interest for Civil Engineering, so that the vertical components of soil movement must be studied more rigorously to know their contributions in the dynamic response of the site.

# Índice general

<b>Resumen</b>	<b>VI</b>
<b>Abstract</b>	<b>VII</b>
<b>1. INTRODUCCIÓN</b>	<b>1</b>
<b>2. MARCO REFERENCIAL</b>	<b>4</b>
2.1. Teoría de Biot . . . . .	4
2.1.1. Medios porosos . . . . .	4
2.1.2. Relaciones entre esfuerzo y deformación . . . . .	8
2.1.3. Características de la propagación de las ondas compresionales . . . . .	13
2.2. Propiedades de las ondas compresionales en medios poroelásticos . . . . .	15
2.2.1. Análisis de la dispersión y atenuación de las ondas compresionales . . . . .	15
2.2.2. Análisis de las contribuciones individuales de las ondas compresionales . . . . .	15
2.3. Modelado numérico . . . . .	18
2.3.1. Fuente sísmica . . . . .	20
<b>3. METODOLOGÍA</b>	<b>21</b>
3.1. Planteamiento de las ecuaciones que gobiernan la propagación de ondas P en medios poroelásticos . . . . .	21
3.2. Solución analítica de las ecuaciones que gobiernan la propagación de ondas P en medios poroelásticos . . . . .	22
3.2.1. Solución analítica del sistema (2.35) . . . . .	22
3.2.2. Solución analítica del sistema (2.43) . . . . .	22
3.2.3. Solución numérica del sistema (2.23) . . . . .	23
3.3. Análisis del comportamiento del suelo . . . . .	24
<b>4. RESULTADOS Y ANÁLISIS</b>	<b>25</b>
4.1. Planteamiento de las ecuaciones que gobiernan la propagación de ondas P en medios poroelásticos . . . . .	25
4.2. Solución analítica de las ecuaciones que gobiernan la propagación de ondas P y análisis del comportamiento del suelo . . . . .	25
4.2.1. Dispersión y atenuación de las dos ondas P . . . . .	25
4.2.2. Análisis de la dispersión y atenuación de las dos ondas P . . . . .	26



4.2.3.	Dispersión y atenuación de las ondas P para diversas permeabilidades . . . . .	27
4.2.4.	Análisis de las características de dispersión y atenuación de las ondas P para diversas permeabilidades . . . . .	28
4.2.5.	Dispersión y atenuación de las ondas P para diversas porosidades	29
4.2.6.	Análisis de las características de dispersión y atenuación de las ondas P para diversas porosidades . . . . .	30
4.2.7.	Dispersión y atenuación de las ondas P para diversos módulos de compresibilidad de la matriz sólida . . . . .	30
4.2.8.	Análisis de las características de dispersión y atenuación de las ondas P para diversos módulos de compresibilidad de la matriz sólida . . . . .	31
4.2.9.	Dispersión y atenuación de las ondas P para diversos fluidos .	32
4.2.10.	Análisis de las características de dispersión y atenuación de las ondas P para diversos fluidos . . . . .	33
4.2.11.	Contribuciones individuales de las ondas P en la respuesta de la velocidad de flujo relativo . . . . .	34
4.2.12.	Análisis de las contribuciones individuales de las ondas P en la respuesta de la velocidad de flujo relativo . . . . .	35
4.2.13.	Contribuciones individuales de las ondas P en la respuesta del desplazamiento de la fase sólida . . . . .	36
4.2.14.	Análisis de las contribuciones individuales de las ondas P en la respuesta del desplazamiento de la fase sólida . . . . .	38
4.2.15.	Contribuciones individuales de las ondas P en la respuesta de la presión de poro . . . . .	39
4.2.16.	Análisis de las contribuciones individuales de las ondas P en la respuesta de la presión de poro . . . . .	40
4.2.17.	Contribuciones individuales dependientes de la frecuencia de las ondas P en la respuesta del desplazamiento de la fase sólida	41
4.2.18.	Análisis de las contribuciones individuales dependientes de la frecuencia de las ondas P en la respuesta del desplazamiento de la fase sólida . . . . .	42
4.2.19.	Contribuciones individuales dependientes de la frecuencia de las ondas P en la respuesta de la velocidad de flujo relativo . .	43
4.2.20.	Análisis de las contribuciones individuales dependientes de la frecuencia de las ondas P en la respuesta de la velocidad de flujo relativo . . . . .	44
4.2.21.	Contribuciones individuales dependientes de la frecuencia de las ondas P en la respuesta de la presión de poro . . . . .	44
4.2.22.	Análisis de las contribuciones individuales dependientes de la frecuencia de las ondas P en la respuesta de la presión del poro	45
4.3.	Solución numérica de las ecuaciones que gobiernan la propagación de ondas P y análisis del comportamiento del suelo . . . . .	46
4.3.1.	Modelado numérico de las ondas P en un suelo saturado de agua	46
4.3.2.	Análisis del modelado numérico de las dos ondas P en un suelo saturado de agua . . . . .	46

---

<b>5. CONCLUSIONES</b>	<b>47</b>
<b>6. RECOMENDACIONES</b>	<b>49</b>
<b>Bibliografía</b>	<b>49</b>
<b>Anexos</b>	<b>52</b>
<b>A. Constantes inerciales</b>	<b>53</b>
<b>B. Coeficientes elásticos de la poroelasticidad</b>	<b>54</b>

# Índice de figuras

2.1. Representación esquemática de un medio poroso. Extraído de (Apuntes de Ingeniería Civil, 2010) . . . . .	5
2.2. Relaciones gravimétricas y volumétricas del suelo. Extraído de (T. William Lambe, 2001) . . . . .	6
2.3. Elemento de volumen unitario. $\sigma_{ij}$ representa la $j$ -ésima componente de la fuerza superficial que actúa sobre la superficie cuya normal es paralela al eje $x_i$ . Extraído de (Slawinski, 2003) . . . . .	8
2.4. Onda P rápida en un medio poroelástico. Adaptado de (Cabrera, 2009)	14
2.5. Onda P lenta en un medio poroelástico. Adaptado de (Cabrera, 2009)	14
2.6. Columna de suelo sometida a excitación vertical. Adaptado de (Yang y Sato, 2000a) . . . . .	17
4.1. Características de las dos ondas P para una arena gruesa limpia (a) Dispersión de las dos ondas P. (b) Atenuación de las dos ondas P . .	26
4.2. Dispersión de las dos ondas P para diferentes valores de permeabilidad	27
4.3. Atenuación de las dos ondas P para diferentes valores de permeabilidad	28
4.4. Dispersión de las dos ondas P para diferentes porosidades . . . . .	29
4.5. Atenuación de las dos ondas P para diferentes porosidades . . . . .	29
4.6. Dispersión de las dos ondas P para diferentes valores de módulo de compresibilidad de la matriz sólida . . . . .	31
4.7. Atenuación de las dos ondas P para diferentes valores de módulo de compresibilidad de la matriz sólida . . . . .	31
4.8. Dispersión de las dos ondas P para diferentes fluidos . . . . .	32
4.9. Atenuación de las dos ondas P para diferentes fluidos . . . . .	33
4.10. Velocidad de flujo relativo en términos de las dos ondas P con $\kappa = 1 \times 10^{-10}$ como función de su longitud (a) Parte real (b) Parte imaginaria	34
4.11. Velocidad de flujo relativo en términos de las dos ondas P con $\kappa = 1 \times 10^{-9}$ como función de la longitud (a) Parte real (b) Parte imaginaria	35
4.12. Desplazamiento del sólido en términos de las dos ondas P con $\kappa = 1 \times 10^{-10}$ como función de la longitud. (a) Parte real. (b) Parte imaginaria.	37
4.13. Desplazamiento del sólido en términos de las dos ondas P con $\kappa = 1 \times 10^{-9}$ como función de la longitud. (a) Parte real. (b) Parte imaginaria.	38
4.14. Presión de poro en términos de las dos ondas P con $\kappa = 1 \times 10^{-10}$ como función de la longitud (a) Parte real (b) Parte imaginaria. . . .	39
4.15. Presión de poro en términos de las dos ondas P con $\kappa = 1 \times 10^{-9}$ como función de la longitud (a) Parte real. (b) Parte imaginaria. . .	40

---

4.16. Desplazamiento de la fase sólida para las dos ondas P (a) Onda P rápida. (b) Onda P lenta . . . . .	42
4.17. Velocidad de flujo relativo para las dos ondas P (a) Onda P rápida. (b) Onda P lenta . . . . .	43
4.18. Presión de poro para las dos ondas P (a) Onda P rápida. (b) Onda P lenta . . . . .	45
4.19. Propagación de ondas compresionales $t = 0,08s$ (a) $\eta = 3,3 \times 10^{-5}$ (b) $\eta = 1 \times 10^{-5}$ (c) $\eta = 0$ . . . . .	46

# Índice de tablas

2.1. Clasificación, componentes y fracciones del suelo. Extraído de (T. William Lambe, 2001) . . . . .	7
3.1. Propiedades de una arena gruesa limpia. Extraído de (Yang y Sato, 2000a) . . . . .	23
3.2. Propiedades de una arena gruesa limpia considerando la variación en la viscosidad del fluido. . . . .	23
4.1. Tipos de suelo para tres permeabilidades . . . . .	27
4.2. Tipos de suelo para dos porosidades . . . . .	29
4.3. Tipos de suelo para dos módulos de compresibilidad de la matriz sólida	30
4.4. Tipos de fluidos que saturan la red porosa de una arena gruesa limpia	32

# Capítulo 1

## INTRODUCCIÓN

### Justificación

La importancia del suelo desde el punto de vista de la geotecnia radica en el papel que desempeña como elemento de construcción y sustentación de estructuras propias de la Ingeniería Civil. Cuando se emplea el suelo como material de construcción, debe existir claridad sobre las propiedades mecánicas requeridas para llevar a cabo una selección adecuada del tipo de suelo. Si se utiliza el suelo como elemento de sustentación, la estructura construida bajo la superficie del terreno estará sometida a las fuerzas que ejerce el suelo en contacto con ella y, por tanto, es fundamental estudiar el comportamiento mecánico y dinámico del suelo, para proyectar adecuadamente las estructuras sometidas a cargas de tierra (T. William Lambe, 2001) y que éstas respondan a las necesidades constructivas y a eventuales situaciones fenomenológicas que puedan afectar su estabilidad (Katsuhiko *et al.*, 2004), (Nakamura, 2008).

Gran parte de las investigaciones realizadas con el fin de conocer la respuesta dinámica del suelo, se han basado en mecanismos de propagación de ondas (Yang y Sato, 2000a), (Han *et al.*, 2016), en las que se modela el suelo como un medio poroso saturado por un fluido. (T. William Lambe, 2001). Los medios que presentan éstas propiedades fueron estudiados inicialmente por Maurice Biot (1956a,b,c, 1962), quien mostró la existencia de tres tipos de ondas de cuerpo: dos ondas compresionales (ondas P) y una onda de corte (onda S). Aunque tres tipos de onda hacen presencia en los suelos durante un mecanismo de propagación, la práctica de la Ingeniería Civil se ha concentrado principalmente en el estudio de la onda S y la correspondiente respuesta horizontal del sitio, bajo la suposición de que las componentes verticales del movimiento del suelo, inducidas principalmente por la propagación de ondas P, son menos significativas debido a su menor amplitud (Han *et al.*, 2016). Sin embargo, observaciones de daños a compresión de las estructuras (Yang y Sato, 2000b), (Bradley, 2011), (Lee *et al.*, 2013), a causa de fuertes movimientos verticales en el suelo (en particular cuando se registran sismos), muestran que dejar de lado el movimiento vertical del suelo en el diseño sísmico de estructuras puede ocasionar fallas y colapsos. Así mismo, diversos desarrollos numéricos descritos en Kunnath *et al.* (2008), evidencian la necesidad de llevar a cabo investigaciones más rigurosas

sobre el comportamiento de las dos ondas P con el fin de conocer las contribuciones individuales de cada onda al movimiento vertical del suelo.

Por ello, en este trabajo se estudia el mecanismo de propagación de ondas P mediante a) el análisis de la dependencia de las características de atenuación y dispersión de las dos ondas P a parámetros geotécnicos y b) la investigación de las contribuciones individuales de las ondas P a la respuesta dinámica del suelo.

## Objetivos

- Objetivo general
  - Modelar la propagación de ondas compresionales en un medio poroelástico para estudiar las propiedades geo-mecánicas de diferentes tipos de suelo.
- Objetivos específicos
  - Estudiar la teoría de Biot para reproducir las ecuaciones que modelan la propagación de ondas compresionales en medios poroelásticos.
  - Implementar métodos numéricos para dar solución a las ecuaciones que modelan la propagación de ondas compresionales en medios poroelásticos.
  - Analizar el comportamiento del suelo mediante el estudio de características de las ondas compresionales.



# Capítulo 2

## MARCO REFERENCIAL

“One conceives the causes of all natural effects in terms of mechanical motion. This, in my opinion, we must necessarily do, or else renounce all hopes of ever comprehending anything in Physics.”

*Christian Huygens (1690) Treatise on light*

### 2.1. Teoría de Biot

Maurice Biot (1956b,c, 1962) estudió la propagación de ondas elásticas en un sistema compuesto por un sólido elástico poroso (matriz o esqueleto) saturado por un fluido viscoso.

Este desarrollo conocido como la Teoría de la Poroelasticidad, involucra las relaciones constitutivas del agregado, el acoplamiento dinámico entre la fase sólida y fluida y una formulación variacional para la función de energía y la función disipación, mediante las cuales se establecen las ecuaciones de movimiento. En estas ecuaciones se identifica la existencia de 3 tipos de ondas de cuerpo: dos ondas compresionales (ondas P) y una onda de corte (onda S).

En este capítulo se presentan los aspectos fundamentales de la teoría de Biot (1956b,c, 1962) en el contexto del estudio del suelo.

#### 2.1.1. Medios porosos

Un medio poroso está constituido por una matriz sólida y una red de poros saturados por un fluido (líquido o gas) (ver Figura 2.2). Estas propiedades constituyentes pueden ser distinguidas en el material depositado en la parte superficial de la corteza

terrestre, conocido como suelo (T. William Lambe, 2001), el cual desde el punto de vista de la Ingeniería Civil está formado por elementos que pueden ser separados mecánicamente mediante un aporte de energía relativamente bajo a diferencia de las rocas.

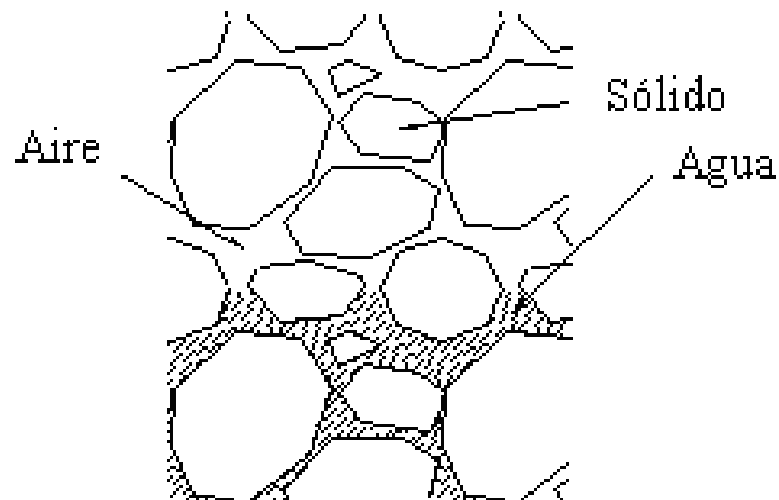


Figura 2.1: Representación esquemática de un medio poroso. Extraído de (Apuntes de Ingeniería Civil, 2010)

Los elementos constituyentes del suelo (granos) se consideran independientes y pueden moverse con relativa libertad, unos respecto de otros. Los espacios que quedan entre los granos de suelo suelen estar ocupados por aire y/o agua. Tales consideraciones tienen implicaciones mecánicas de interés en el campo de la Ingeniería Civil, como las que se mencionan a continuación (T. William Lambe, 2001):

- La relación esfuerzo-deformación del esqueleto está determinado por la interacción entre partículas discretas, esta característica es la responsable de que algunos suelos exhiban propiedades de alta compresibilidad.
- Existencia de una interacción química entre el flujo intersticial y las partículas minerales. Esta característica tiene influencia sobre la compacidad de los suelos y por lo tanto sobre la resistencia que puedan alcanzar bajo determinado esfuerzo.
- Existencia de una interacción física entre el flujo intersticial y el esqueleto mineral. Tal interacción puede ocasionar respuestas en el material como las que exhiben las arenas movedizas o los suelos considerados licuables.
- Las cargas aplicadas al material se reparten entre el esqueleto mineral y la fase intersticial, que a largo plazo puede jugar un papel importante en la estabilidad de taludes.

La respuesta mecánica del suelo también dependerá de las relaciones que se establezcan entre las diferentes fases i.e. relaciones volumétricas (porosidad, relación de vacíos, grado de saturación) y relaciones gravimétricas (pesos específicos de las fases), es decir, estarán ligadas a la caracterización que reciba el suelo (T. William Lambe, 2001).

Es por esto que la investigación del comportamiento mecánico de los suelos requiere del proceso de clasificación y caracterización.

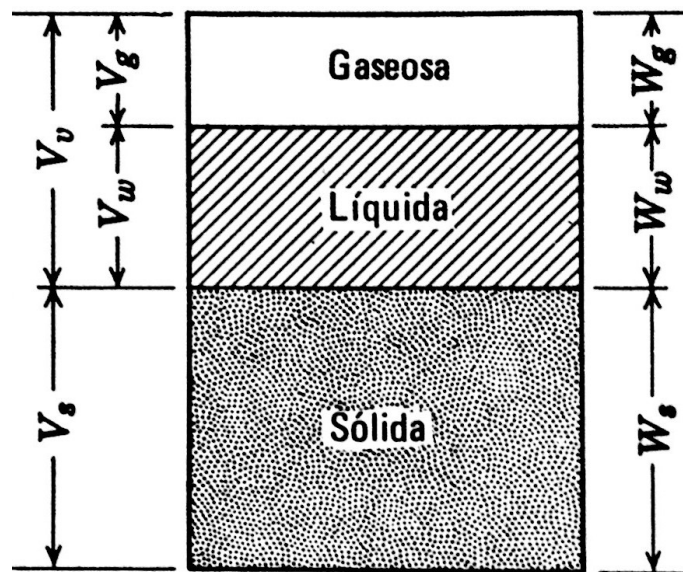


Figura 2.2: Relaciones gravimétricas y volumétricas del suelo. Extraído de (T. William Lambe, 2001)

La clasificación de suelos tiene relevancia en diversas áreas de la Ingeniería Civil y consiste en incluir un suelo en un sistema de categorías estandarizadas (D2487-11, 2011), que presenten características semejantes a las identificadas en él y posteriormente usar los valores de sus propiedades en la solución de problemas.

La clasificación de los suelos en el campo de la Ingeniería Civil comprende las categorías descritas en la Tabla 2.1, cuyos símbolos y fracciones están contemplados por el sistema unificado de clasificación de suelos.

Los suelos descritos en la Tabla 2.1 conservan las propiedades de un medio poroso.

En este trabajo se llevó a cabo un estudio sobre tres de estos suelos: gravas (G), arenas (S) y arcillas (C).

Suelo	Fracción de suelo	Símb	Granulometría y descripción	Definición de las propiedades
Fracciones gruesas	Bloques	no hay	Redondeados a angulosos, formados por rocas duras; gran tamaño y diámetro medio superior a 30cm.	Los bloques y boleos son elementos muy estables utilizados para terraplenes, balastos y para estabilizar taludes (enroncamientos). Debido a su tamaño y peso, su presencia en los depósitos naturales de suelo tiende a mejorar la estabilidad de las cimentaciones. La angularidad de las partículas aumenta la estabilidad.
	Boleo	no hay	Redondeados a angulosos, procedentes de rocas duras; diámetros medio inferior a 30cm pero superior a 15cm.	La grava y la arena tiene esencialmente las mismas propiedades ingenieriles aunque en grados diferentes. El tamiz N° 4 es una división arbitraria y no corresponde a un cambio apreciable de las propiedades. Son fáciles de compactar, resultan poco afectadas por la humedad y no están sujetas a las acción de la helada. Las gravas suelen ser más estables frente al flujo del agua y más resistentes a la erosión y a la tubificación que las arenas. Las arenas y gravas bien graduadas son generalmente menos permeables y más estables que aquellas deficientemente graduadas (granulometría uniforme). La irregularidad de las partículas hace aumentar ligeramente la estabilidad. La arena fina uniforme tiene características próximas a un limo, es decir, disminuye su permeabilidad y reduce su estabilidad al aumentar la humedad.
	Gravas	G	Redondeados a angulosos, procedentes de rocas duras; pasa por el tamiz 3" (76.2mm) y es retenida en el tamiz 4" (4.76mm).	
	G gruesa		entre tamices 3" a 3/4" (76.2 a 19 mm).	
	G fina		entre tamices 3/4" a 4" (19 a 4.76 mm).	
	Arena	S	Redondeados a angulosos, procedentes de rocas duras; pasa por el tamiz N° 4 (4.76mm) y es retenida por el tamiz N° 200 (0.074mm).	
	A gruesa		Tamices N° 4 a 10.	
	A media		Tamices N° 10 a 40.	
A fina	Tamices N° 40 a 200.			
Fracciones finas	Limo	M	Partículas que pasan por el tamiz N° 200. Identificables por su comportamiento: es decir, ligeramente plásticas o sin plasticidad cualquiera que sea la humedad y con escasa o nula resistencia al secarse el aire.	El limo es inestable por su propia naturaleza, particularmente cuando aumenta la humedad, con tendencia a fluir cuando está saturado. Es relativamente impermeable, difícil de compactar, muy susceptible a la acción de la helada, fácilmente erosionable y sujeto a la tubificación y ebullición. Los granos de forma cúbica reducen la compresibilidad; los granos lajosos como la mica, diatomeas, etc, aumentan la compresibilidad, dan lugar a un limo "elástico".
	Arcilla	C	Partículas que pasan por el tamiz N° 200. Identificables por su comportamiento: es decir, puede conseguirse que presenten propiedades de humedad dentro de una amplia gama de humedades y posean considerable resistencia al secarse al aire.	La característica diferenciable de la arcilla es la cohesión o la resistencia cohesiva, que aumenta al disminuir la humedad. La permeabilidad de la arcilla es muy baja, es difícil de compactar en estado húmedo e imposible de drenar por métodos ordinarios; compactada es resistente a la erosión y a la tubificación, no es susceptible a hinchamientos por efectos de la helada. Está sometida a expansión y retracción con las variaciones de la humedad. Las propiedades dependen no solo del tamaño y forma (partículas laminadas lajosas) sino también por su composición mineral, es decir, el tipo de mineral arcilloso y el medio químico o la capacidad de intercambio iónico. En general el mineral arcilloso montmorilinita tiene el mayor efectos sobre las propiedades, siendo este efecto mínimo en el caso de la illita y la caolinita.
	Materia orgánica	O	Materia orgánica en diversos tamaños y en diversas fases de descomposición.	La presencia de materia orgánica incluso en casos moderados hace aumentar la compresibilidad y disminuye la estabilidad de las fracciones finas del suelo. Puede descomponerse creando vacíos y haciendo varias las propiedades de un suelo por alteración química por lo cual los suelos orgánicos no son adecuados para usos ingenieriles.

Tabla 2.1: Clasificación, componentes y fracciones del suelo. Extraído de (T. William Lambe, 2001)

En el contexto de la teoría de Biot, las fases sólida y fluida del medio poroso se suponen continuas, esto implica que el fluido presente en el medio circula por la red porosa interconectada. Si además se considera que la matriz sólida es elástica y el fluido viscoso, el agregado resultante es llamado medio poroelástico.

Para establecer las ecuaciones de movimiento en un medio poroelástico, Biot, tuvo en cuenta algunas hipótesis (1956b):

1. Los estados de deformación, desplazamientos y las velocidades de partícula son infinitesimales.
2. Los principios de la mecánica de los medios continuos pueden ser aplicados a sistemas macroscópicos (suelos).
3. La longitud de onda es mayor en comparación con las dimensiones de la unidad de volumen macroscópico. Este volumen tiene bien definidas propiedades como: porosidad, permeabilidad y módulo de elasticidad.
4. La fase fluida es continua.
5. La matriz es isótropa y consiste de la fase sólida y los poros no interconectados.
6. El material está saturado y el fluido es incompresible.
7. Los efectos termo dinámicos son despreciados.

### 2.1.2. Relaciones entre esfuerzo y deformación

Se estudia la propagación de ondas mediante la descripción de las deformaciones del medio continuo.

Se considera un elemento de volumen unitario cuyas partículas describen las mismas propiedades macroscópicas de un medio poroelástico y se establecen las tensiones en cada cara del cubo unitario, como se muestra en la Figura 2.3.

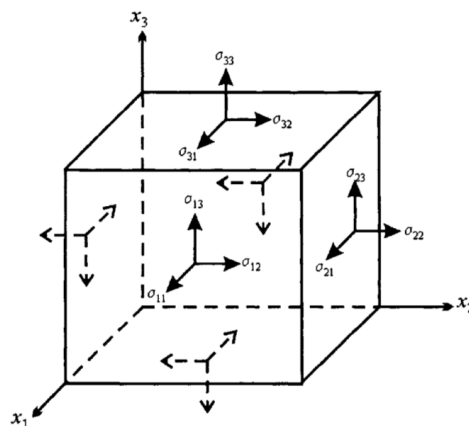


Figura 2.3: Elemento de volumen unitario.  $\sigma_{ij}$  representa la  $j$ -ésima componente de la fuerza superficial que actúa sobre la superficie cuya normal es paralela al eje  $x_i$ . Extraído de (Slawinski, 2003)

La tracción en el cubo viene dada por la siguiente expresión:

$$T_i^{(\mathbf{n})} = \sum_{j=1}^3 \sigma_{ji} \mathbf{n}_j, \quad i \in \{1, 2, 3\} \quad (2.1)$$

donde  $\sigma_{ij}$  es el tensor de esfuerzo y  $\mathbf{n}$  es el vector normal a la superficie en la que se aplica la fuerza.

La expresión (2.1) es separada en dos, las componentes de fuerza actuando en la parte sólida y la parte fluida de cada cara del cubo, denotadas por los tensores:

$$\sigma_{ij} = \begin{pmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{21} & \sigma_{31} \\ \sigma_{12} & \sigma_{22} & \sigma_{32} \\ \sigma_{13} & \sigma_{23} & \sigma_{33} \end{pmatrix} \quad (2.2)$$

$$s_{ij} = \begin{pmatrix} s & 0 & 0 \\ 0 & s & 0 \\ 0 & 0 & s \end{pmatrix} \quad (2.3)$$

donde,  $-s = \phi p$  siendo  $p$  la presión de poro.

$\sigma_{ij}$  es una representación matricial del tensor de esfuerzos, el cual se considera simétrico.

Sometiendo el cubo unidad a un esfuerzo y relacionando los estados de deformación inicial y actual, se define el tensor de deformaciones de la siguiente forma:

$$\varepsilon_{ij} := \frac{1}{2} \left( \frac{\partial \mathbf{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \mathbf{u}_j}{\partial x_i} \right), \quad i, j \in \{1, 2, 3\}, \quad (2.4)$$

Donde  $\mathbf{u}_i = \mathbf{u}_{xi}$ ,  $\mathbf{u}_j = \mathbf{u}_{xj}$ , son las componentes del vector de desplazamiento de la fase sólida.

De igual manera se define el tensor de deformación en el fluido, dado por:

$$\epsilon = \left( \frac{\partial \mathbf{U}_1}{\partial x_1} + \frac{\partial \mathbf{U}_2}{\partial x_2} + \frac{\partial \mathbf{U}_3}{\partial x_3} \right) = \nabla \cdot \mathbf{U} \quad (2.5)$$

La energía potencial por unidad de volumen  $W$  de un medio poroelástico se define como:

$$2W = \sigma_{ij} \varepsilon_{ij} + S\epsilon \quad i, j \in \{1, 2, 3\} \quad (2.6)$$

donde,

$$\sigma_{ij} = \left( \frac{\partial W}{\partial \varepsilon_{ij}} \right) \quad (2.7)$$

$$S = \left( \frac{\partial W}{\partial \epsilon} \right) \quad (2.8)$$

Las relaciones entre los esfuerzos ( $\sigma$ ,  $S$ ) y las deformaciones ( $\varepsilon$  y  $\epsilon$ ) son llamadas relaciones constitutivas en una versión lineal, es decir, la Ley de Hooke generalizada a medios poroelásticos (Slawinski, 2003). Dichas relaciones están representadas por una matriz de dimensiones 7x7 simétrica y, por tanto, con 28 constantes poroelásticas para el caso más general de anisotropía, a diferencia de las 21 en el caso elástico.

Para un medio isótropo, las relaciones de los esfuerzos y deformaciones se reducen a las siguientes expresiones:

$$\begin{aligned} \sigma_{ij} &= 2N\varepsilon_{ij} + \delta_{ij}(A\varepsilon + Q\epsilon) & i, j \in \{1, 2, 3\} \\ S &= Q\varepsilon + R\epsilon \end{aligned} \quad (2.9)$$

siendo,

$$\delta_{ij} = \begin{cases} 0 & \text{si } i \neq j \\ 1 & \text{si } i = j \end{cases} \quad (2.10)$$

$$\varepsilon = \nabla \cdot \mathbf{u} \quad (2.11)$$

$$\epsilon = \nabla \cdot \mathbf{U} \quad (2.12)$$

$A$  y  $N$  corresponden a las constantes de Lamé,  $R$  es la medida de presión requerida para forzar cierto volumen del fluido y  $Q$  representa el acople entre el cambio de volumen del sólido y del fluido.

La energía cinética puede ser expresada por una forma cuadrática positiva, definida por las velocidades de las partículas del sólido y del fluido

$$2T = \rho_{11} \left( \frac{\partial \mathbf{u}_i}{\partial t} \right)^2 + 2\rho_{12} \left( \frac{\partial \mathbf{u}_i}{\partial t} \frac{\partial \mathbf{U}_i}{\partial t} \right) + \rho_{22} \left( \frac{\partial \mathbf{U}_i}{\partial t} \right)^2 \quad (2.13)$$

donde  $\rho_{11}$ ,  $\rho_{12}$  y  $\rho_{22}$  son coeficientes de masa (ver Apéndice A). En la Teoría de Biot (1956b), la disipación se debe principalmente al movimiento relativo entre el fluido y la matriz.

Definiéndose la función disipación como:

$$2D = b \left[ (\dot{\mathbf{u}}_i - \dot{\mathbf{U}}_i)^2 \right] \quad i \in \{1, 2, 3\} \quad (2.14)$$

La disipación desaparece cuando no existe movimiento relativo del fluido respecto al sólido, es decir, cuando  $\dot{\mathbf{u}}_i = \dot{\mathbf{U}}_i$ . Así mismo, considerando la función disipación, las ecuaciones de Euler-Langrange vienen dadas por:

$$q_i = \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{\mathbf{u}}_i} \right) + \frac{\partial D}{\partial \dot{\mathbf{u}}_i} \quad (2.15)$$

$$Q_i = \frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{\mathbf{U}}_i} \right) + \frac{\partial D}{\partial \dot{\mathbf{U}}_i} \quad (2.16)$$

Siendo,

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{\mathbf{u}}_i} \right) = \frac{\partial^2}{\partial t^2} (\rho_{11} \mathbf{u}_i + \rho_{12} \mathbf{U}_i) \quad (2.17)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{\mathbf{U}}_i} \right) = \frac{\partial^2}{\partial t^2} (\rho_{12} \mathbf{u}_i + \rho_{22} \mathbf{U}_i) \quad (2.18)$$

$$\frac{\partial D}{\partial \dot{\mathbf{u}}_i} = b \frac{\partial}{\partial t} (\mathbf{u}_i - \mathbf{U}_i) \quad (2.19)$$

$$\frac{\partial D}{\partial \dot{\mathbf{U}}_i} = -b \frac{\partial}{\partial t} (\mathbf{u}_i - \mathbf{U}_i) \quad (2.20)$$

$q_i$  y  $Q_i$  representan la fuerza total ejercida en el sólido y el fluido respectivamente.

Las ecuaciones de movimiento se obtienen relacionando las expresiones (2.9) correspondientes a las ecuaciones constitutivas y las relaciones (2.15) y (2.16) correspondientes a las ecuaciones de Euler-Lagrange:

$$N \nabla^2 \mathbf{u} + \nabla[(A + N)\varepsilon + Q\epsilon] = \frac{\partial^2}{\partial t^2} (\rho_{11} \mathbf{u} + \rho_{12} \mathbf{U}) + b \frac{\partial}{\partial t} (\mathbf{u} - \mathbf{U}) \quad (2.21)$$

$$\nabla[Q\varepsilon + R\epsilon] = \frac{\partial^2}{\partial t^2} (\rho_{12} \mathbf{u} + \rho_{22} \mathbf{U}) - b \frac{\partial}{\partial t} (\mathbf{u} - \mathbf{U}) \quad (2.22)$$

Con

$$N = \mu, \quad A = \lambda + M(\alpha - \phi)^2, \quad Q = \phi(\alpha - \phi)M, \quad R = \phi^2 M, \quad b = \frac{\eta\phi^2}{\kappa}, \quad P = A + N, \quad (\text{ver Apéndice B})$$

Las ecuaciones (2.21), (2.22) constituyen la propagación de ondas en medios poroelásticos para bajas frecuencias.

Aplicando el operador divergencia en las ecuaciones (2.21) y (2.22) se obtiene el sistema de ecuaciones para la ondas compresionales. Esto significa el desacople de las ondas P de las ondas S. Dichas ecuaciones son:

$$\begin{cases} \nabla^2(P\varepsilon + Q\epsilon) = \frac{\partial^2}{\partial t^2} (\rho_{11}\varepsilon + \rho_{12}\epsilon) + b \frac{\partial}{\partial t} (\varepsilon - \epsilon) \\ \nabla^2(Q\varepsilon + R\epsilon) = \frac{\partial^2}{\partial t^2} (\rho_{12}\varepsilon + \rho_{22}\epsilon) - b \frac{\partial}{\partial t} (\varepsilon - \epsilon) \end{cases} \quad (2.23)$$



Este sistema de ecuaciones se obtiene bajo la hipótesis de que el flujo del fluido al interior de los poros es de tipo laminar como se mencionó anteriormente, es decir que el número de Reynolds  $Re \propto \frac{\rho}{\eta} \leq 2100$ , lo que indica que las fuerzas viscosas de la fase fluida dominan a las inerciales.

En trabajos posteriores (1962), Biot reescribe las ecuaciones de movimiento, introduciendo nuevas variables. En lugar de considerar las componentes del vector desplazamiento de las partículas fluidas  $\mathbf{U}$ , Biot define el vector desplazamiento relativo:

$$\mathbf{w} = \phi(\mathbf{U} - \mathbf{u}) \quad (2.24)$$

$$\zeta = \nabla \cdot \mathbf{w} \quad (2.25)$$

Para el caso homogéneo  $\zeta = \phi \nabla \cdot (\mathbf{U} - \mathbf{u})$  esta variable representa el incremento o disminución del contenido de fluido en los poros, dependiendo del signo de  $\zeta$ .

Así mismo, Biot utilizó una formulación variacional para la función disipación y para las funciones de energía de deformación y de energía cinética. Además despreció los efectos termodinámicos para establecer las relaciones constitutivas (Biot, 1962):

$$\begin{aligned} \sigma_{ij} &= 2\mu\varepsilon_{ij} + \delta_{ij} \left[ \left( K_{sat} + \frac{4}{3}\mu \right) \varepsilon + \alpha M \zeta \right] \quad i, j \in \{1, 2, 3\} \\ p_f &= -C\varepsilon + M\zeta \end{aligned} \quad (2.26)$$

La energía potencial  $W$  es función de 7 variables  $W = W(\varepsilon_{11}, \varepsilon_{22}, \varepsilon_{33}, \varepsilon_{12}, \varepsilon_{13}, \varepsilon_{23}, \zeta)$  donde,

$$\sigma_{ij} = \left( \frac{\partial W}{\partial \varepsilon_{ij}} \right) \quad (2.27)$$

$$p_f = \left( \frac{\partial W}{\partial \zeta} \right) \quad (2.28)$$

la energía cinética  $T$  viene dada por:

$$T = \frac{1}{2}\rho_{11}(\dot{\mathbf{u}}_i^2) + \rho_{12}(\dot{\mathbf{u}}_i \dot{\mathbf{U}}_i) + \frac{1}{2}\rho_{22}(\dot{\mathbf{U}}_i^2) \quad (2.29)$$

y la función de disipación  $D$ :

$$2D = \frac{\eta}{\kappa} \dot{\mathbf{w}}_i^2 \quad i, j \in \{1, 2, 3\} \quad (2.30)$$

Expresando la energía potencial y cinética en las ecuaciones de Euler-Lagrange, se tiene:

$$q_i = \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{\mathbf{u}}_i} \right) \quad (2.31)$$

$$Q_i = \frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{\mathbf{w}}_i} \right) + \frac{\partial D}{\partial \dot{\mathbf{w}}_i} \quad (2.32)$$

De las ecuaciones constitutivas de la fase sólida y fluida (2.26) y las ecuaciones de Euler-Lagrange (2.31), (2.32) se obtienen las ecuaciones de movimiento dadas por:

$$\mu \nabla^2 \mathbf{u} + (\mu + \lambda_c) \nabla \varepsilon - \alpha M \nabla \zeta = \frac{\partial^2}{\partial t^2} (\rho \mathbf{u}_i + \rho_f \mathbf{w}_i) \quad (2.33)$$

$$\nabla(\alpha M \varepsilon - M \zeta) = \frac{\partial^2}{\partial t^2} (\rho_f \mathbf{u}_i + \rho \mathbf{w}_i) + \frac{\eta}{\kappa} \frac{\partial \mathbf{w}_i}{\partial t} \quad (2.34)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} = \rho \frac{\partial^2 \mathbf{u}_i}{\partial t^2} + \rho_f \frac{\partial^2 \mathbf{w}_i}{\partial t^2} \\ -\phi \frac{\partial p_f}{\partial x_i} = \rho_f \frac{\partial^2 \mathbf{u}_i}{\partial t^2} + Y(d) \frac{\partial \mathbf{w}_i}{\partial t} \end{array} \right. \quad (2.35)$$

Donde  $Y(d) = (m \frac{\partial}{\partial t} + \frac{\eta}{\kappa})$  es el operador viscodinámico y  $d$  está dado por  $d/dt$ .

$Y(d)$ , describe dos tipos de fuerzas actuando en el medio, éstas son, las fuerzas viscosas dadas por  $\eta/\kappa$  y las fuerzas de inercia dadas por  $m$ .

El sistema de ecuaciones (2.35) representan la propagación de ondas en medios poroelásticos y serán usadas posteriormente en este trabajo.

### 2.1.3. Características de la propagación de las ondas compresionales

Cuando una perturbación es inducida en el medio, la consideración de acoplamiento entre las fases sólida y fluida da lugar a la existencia de dos tipos de onda compresionales: una onda compresional similar al caso elástico, conocida como onda P rápida, y una nueva onda compresional conocida como onda P lenta.

La onda P rápida corresponde al movimiento en fase de las partículas del sólido y del fluido en el medio, como se ve en la Figura 2.4. El nombre de esta onda se debe a que su velocidad es mayor en relación con la onda de segundo tipo. Mientras que la onda P lenta corresponde al movimiento fuera de fase de las partículas del sólido y del fluido como se ve en la Figura 2.5 presentando, por tanto, disipación de la energía.

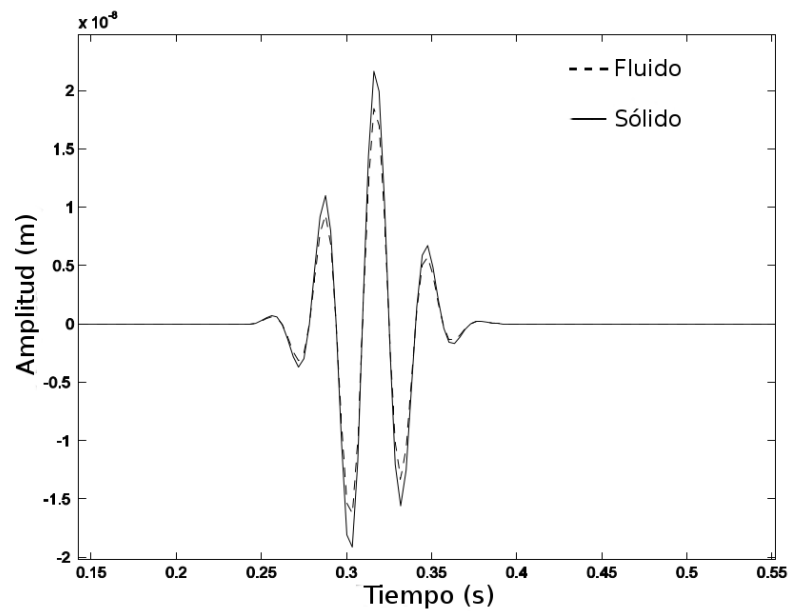


Figura 2.4: Onda P rápida en un medio poroelástico. Adaptado de (Cabrera, 2009)

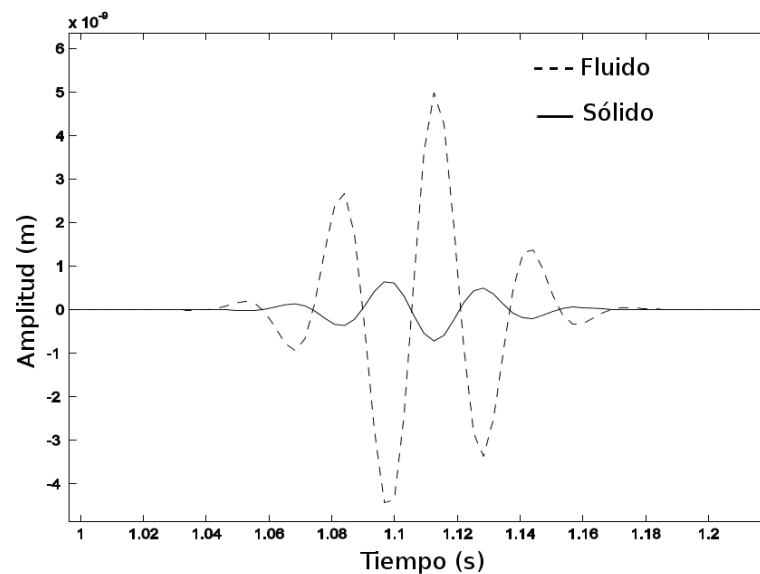


Figura 2.5: Onda P lenta en un medio poroelástico. Adaptado de (Cabrera, 2009)

Biot (1956b) analizó las características de la propagación de las ondas P considerando el efecto de la disipación y encontró que la velocidad de fase de las ondas compresionales se incrementa ligeramente con el aumento de la frecuencia. Además encontró que la atenuación de la onda P lenta es muy elevada en las bajas frecuencias y su propagación es análoga a un fenómeno de difusión de calor. Por otra parte, la onda P rápida presenta atenuación y dispersión despreciable en el rango de las bajas frecuencias.

## 2.2. Propiedades de las ondas compresionales en medios poroelásticos

Para estudiar las características de dispersión y atenuación de las dos ondas compresionales, se lleva el conjunto de ecuaciones de Biot (2.35) al dominio del número de onda y frecuencia  $(\mathbf{k}, \omega)$ . El conjunto de ecuaciones en dicho dominio se representa por el siguiente polinomio de cuarto orden:

$$-\left(\rho_f^2 + \frac{i}{\omega} \tilde{Y} \rho\right) v_c^4 + \left[\frac{i}{\omega} \tilde{Y} \left(k_G - \frac{4}{3} \mu_m\right) + M(2\alpha\rho_f - \rho)\right] v_c^2 + M\left(km + \frac{4}{3} \mu_m\right) = 0 \quad (2.36)$$

Velocidad compleja:  $v_c = \frac{\omega}{k}$

Este polinomio tiene cuatro raíces complejas que corresponden a dos modos de propagación diferentes, es decir, a las dos ondas P (rápida y lenta).

### 2.2.1. Análisis de la dispersión y atenuación de las ondas compresionales

Las expresiones de velocidad de fase y de atenuación para las dos ondas P se denotan como sigue (Carcione, 2001): La velocidad de fase corresponde a la relación entre la frecuencia angular y la parte real del número de onda complejo

$$v_p = \pm [\text{Re}(\pm v_c^{-1})]^{-1} \quad (2.37)$$

y el factor de atenuación corresponde a la parte imaginaria del número de onda complejo y viene dado por:

$$\alpha = \pm (-\omega [\text{Im}(\pm v_c^{-1})]) \quad (2.38)$$

Dutta y Ode (1983) definen la relación de atenuación como sigue:

$$\alpha = \pm 17,372\pi \frac{\text{Re} \pm (v_c)}{\text{Im} \pm (v_c)} \quad (2.39)$$

Donde,  $\text{Re}(v_c)$  y  $\text{Im}(v_c)$  representan la parte real e imaginaria de  $v_c$ .

### 2.2.2. Análisis de las contribuciones individuales de las ondas compresionales

Para considerar las contribuciones individuales de las dos ondas P en el sistema de ecuaciones (2.35), utilizando la metodología de Yang y Sato (2000a), se separan los desplazamientos del sólido ( $\mathbf{u}$ ) y el fluido ( $\mathbf{w}$ ) bajo las siguientes consideraciones:

$$\mathbf{u} = \mathbf{u}_1 + \mathbf{u}_2 \quad \mathbf{w} = \mathbf{w}_1 + \mathbf{w}_2 \quad (2.40)$$

Además  $\mathbf{u}_1$ ,  $\mathbf{u}_2$ ,  $\mathbf{w}_1$ ,  $\mathbf{w}_2$  satisfacen las siguientes relaciones:

$$\mathbf{u}_1 = \delta_1 \mathbf{w}_1 \quad \mathbf{u}_2 = \delta_2 \mathbf{w}_2 \quad (2.41)$$

$u_1$ ,  $w_1$  son las contribuciones de la onda P rápida en la fase sólida y fluida respectivamente, así mismo  $u_2$ ,  $w_2$  corresponden a las contribuciones de la onda de P lenta en la fase sólida y fluida.

Considerando estas relaciones, el sistema de ecuaciones que gobierna la propagación de ondas compresionales en un medio poroelástico (2.35), puede ser llevado a una nueva representación. Para efectos del presente trabajo se estudiará un modelo 1D de longitud L que constituye una columna de material interesante para la Ingeniería Civil (Yang y Sato, 2000a):

$$\begin{cases} [(\lambda_c + 2\mu)\delta_1 + \alpha M] \frac{\partial^2 \mathbf{w}_1}{\partial z^2} + [(\lambda_c + 2\mu)\delta_2 + \alpha M] \frac{\partial^2 \mathbf{w}_2}{\partial z^2} = (\rho\delta_1 + \rho_f) \frac{\partial^2 \mathbf{w}_1}{\partial t^2} + (\rho\delta_2 + \rho_f) \frac{\partial^2 \mathbf{w}_2}{\partial t^2} \\ (\alpha M\delta_1 + M) \frac{\partial^2 \mathbf{w}_1}{\partial z^2} + (\alpha M\delta_2 + M) \frac{\partial^2 \mathbf{w}_2}{\partial z^2} = (\rho_f\delta_1 + m) \frac{\partial^2 \mathbf{w}_1}{\partial t^2} + (\rho_f\delta_2 + m) \frac{\partial^2 \mathbf{w}_2}{\partial t^2} + b \left( \frac{\partial \mathbf{w}_1}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{w}_2}{\partial t} \right) \end{cases} \quad (2.42)$$

donde,

$\mathbf{u}$  y  $\mathbf{w}$  son los desplazamientos del sólido y del fluido relativo al sólido.

$\rho_s$ ,  $\rho_f$ , son las densidades de masa de los granos del sólido y del fluido.

El sistema de ecuaciones (2.42) se lleva al dominio del número de onda y frecuencia ( $\omega$ ,  $z$ ):

$$\begin{cases} [(\lambda_c + 2\mu)\delta_1 + \alpha M] \nabla^2 \mathbf{w}_1 + [(\lambda_c + 2\mu)\delta_2 + \alpha M] \nabla^2 \mathbf{w}_2 + (\rho\delta_1 + \rho_f)\omega^2 \mathbf{w}_1 + (\rho\delta_2 + \rho_f)\omega^2 \mathbf{w}_2 = 0 \\ (\alpha M\delta_1 + M) \nabla^2 \mathbf{w}_1 + (\alpha M\delta_2 + M) \nabla^2 \mathbf{w}_2 + (\rho_f\delta_1 + m - \frac{ib}{\omega})\omega^2 \mathbf{w}_1 + (\rho_f\delta_2 + m - \frac{ib}{\omega})\omega^2 \mathbf{w}_2 = 0 \end{cases} \quad (2.43)$$

Este sistema de ecuaciones se desacopla para  $w_1$  y  $w_2$  bajo la condición de que  $\delta_1$  y  $\delta_2$  satisfagan la siguiente ecuación polinomial (Yang y Sato, 2000a):

$$[\rho_f(\lambda_c + 2\mu) - \rho\alpha M] \delta^2 + [(\lambda_c + 2\mu)(m - ib/\omega) - \rho M] \delta + [\alpha M(m - ib/\omega) - \rho_f M] = 0 \quad (2.44)$$

### Condiciones de contorno

La existencia de dos fases en el medio implica diferencias significativas en las condiciones de contorno. Estas diferencias provienen del hecho de que en una interfase entre dos medios porosos diferentes, la interconexión de los materiales puede variar considerablemente debido a la conectividad de los poros y las condiciones del flujo de fluido a través de la frontera que separa los medios (Hassanzadeh, 1991).

El flujo de fluido a través de la interfase está gobernado por la Ley de Darcy:

$$\dot{w}_n = -\kappa_s \delta p \quad (2.45)$$

$\dot{w}_n$  es la componente normal de la velocidad relativa entre la fase sólida y fluida,  $\kappa_s$  caracteriza la interconectividad de los dos medios porosos y  $\delta p$  representa la caída de presión de la interfase.

Cuando  $\kappa_s \approx \infty$  se considera una frontera abierta, por lo tanto  $\delta p$  debe ser igual a cero, lo que implica que la presión del fluido es continua a través de la interfase. Mientras que para  $\kappa_s = 0$  se considera una frontera no permeable; por otra parte,  $\dot{w}_n = 0$  implica que no hay flujo de fluido.

La configuración considerada en este trabajo se muestra en la Figura 2.6:

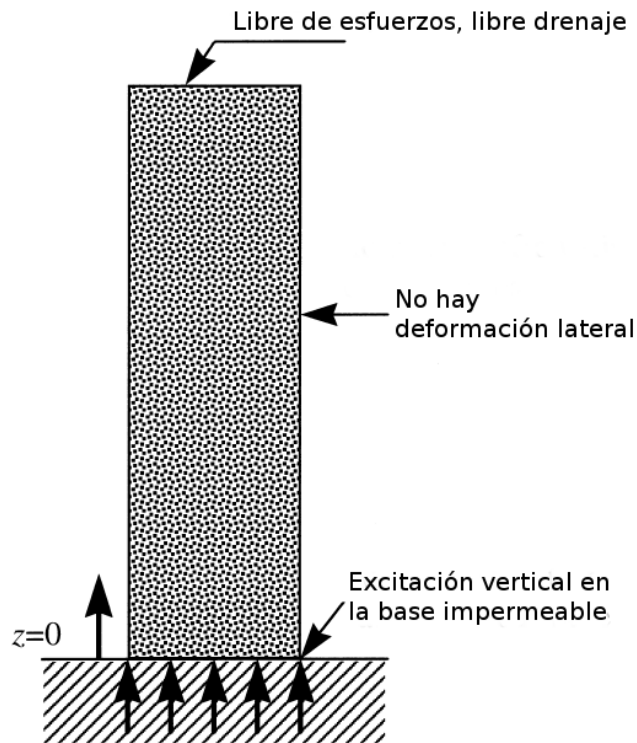


Figura 2.6: Columna de suelo sometida a excitación vertical. Adaptado de (Yang y Sato, 2000a)

Las condiciones de contorno para la columna de suelo son: base impermeable y libre drenaje en la superficie:

$$\begin{cases} z = 0 : & u = U_0 e^{i\omega t} & w = 0 \\ z = L : & p = 0 & \sigma = 0 \end{cases} \quad (2.46)$$

donde  $p$  y  $\sigma$  corresponden a la presión de poro y el esfuerzo respectivamente.

### Representación de las contribuciones individuales de las dos ondas de compresión

Involucrando las condiciones de contorno en la metodología Yang y Sato (2000a), los desplazamientos de la fase sólida y fluida pueden ser derivados en términos de las partes individuales de las dos ondas P.

$$\begin{cases} \mathbf{u} = \mathbf{u}_1 + \mathbf{u}_2 \\ \mathbf{u}_1 = U_0 \frac{\delta_1}{\delta_1 - \delta_2} \frac{\cos[k_1(L-z)]}{\cos(k_1L)} \\ \mathbf{u}_2 = U_0 \frac{\delta_2}{\delta_1 - \delta_2} \frac{\cos[k_2(L-z)]}{\cos(k_2L)} \end{cases} \quad (2.47)$$

$$\begin{cases} \mathbf{w} = \mathbf{w}_1 + \mathbf{w}_2 \\ \mathbf{w}_1 = U_0 \frac{1}{\delta_1 - \delta_2} \frac{\cos[k_1(L-z)]}{\cos(k_1L)} \\ \mathbf{w}_2 = -U_0 \frac{1}{\delta_1 - \delta_2} \frac{\cos[k_2(L-z)]}{\cos(k_2L)} \end{cases} \quad (2.48)$$

donde  $k_1$  y  $k_2$  son números de onda complejos de la primera y segunda onda P respectivamente.

La presión de poro y los esfuerzos se obtienen de las ecuaciones constitutivas

$$\begin{cases} p_f = p_{f1} + p_{f2} \\ p_{f1} = -U_0(M + \alpha M \delta_1) \frac{k_1}{\delta_1 - \delta_2} \frac{\text{sen}[k_1(L-z)]}{\cos(k_1L)} \\ p_{f2} = U_0(M + \alpha M \delta_{k_2}) \frac{1}{\delta_1 - \delta_2} \frac{\cos[k_2(L-z)]}{\cos(k_2L)} \end{cases} \quad (2.49)$$

$$\begin{cases} \sigma = \sigma_1 + \sigma_2 \\ \sigma_1 = U_0 [(\lambda_c + 2\mu)\delta_1 + \alpha M] \frac{k_1}{\delta_1 - \delta_2} \frac{\text{sen}[k_1(L-z)]}{\cos(k_1L)} \\ \sigma_2 = -U_0 [(\lambda_c + 2\mu)\delta_2 + \alpha M] \frac{k_2}{\delta_1 - \delta_2} \frac{\cos[k_2(L-z)]}{\cos(k_2L)} \end{cases} \quad (2.50)$$

La velocidad de flujo relativo  $\dot{\mathbf{w}}$  se obtiene al derivar con respecto al tiempo el desplazamiento del flujo relativo al sólido  $\mathbf{w}$ .

## 2.3. Modelado numérico

Las ecuaciones que gobiernan la propagación de ondas compresionales en un medio homogéneo, poroso, isótropo y saturado por un único fluido incompresible (2.23) están dadas por:

$$\begin{cases} \nabla^2(P\varepsilon + Q\epsilon) = \frac{\partial^2}{\partial t^2}(\rho_{11}\varepsilon + \rho_{12}\epsilon) + b\frac{\partial}{\partial t}(\varepsilon - \epsilon) \\ \nabla^2(Q\varepsilon + R\epsilon) = \frac{\partial^2}{\partial t^2}(\rho_{12}\varepsilon + \rho_{22}\epsilon) - b\frac{\partial}{\partial t}(\varepsilon - \epsilon) \end{cases}$$

Donde,

$P$ ,  $Q$  y  $R$  son parámetros poroelásticos,

$\rho_{11}$ ,  $\rho_{12}$ ,  $\rho_{22}$  son parámetros de masa, y

$$\varepsilon = \nabla \cdot \mathbf{u}, \quad \epsilon = \nabla \cdot \mathbf{U}$$

Se definen las siguientes matrices: matriz de densidad de masas  $M$ , matriz de parámetros poroelásticos  $T$ , matriz de atenuación  $B$  y el vector de deformaciones  $\mathbf{Z}$ .

$$M = \begin{pmatrix} \rho_{11} & \rho_{12} \\ \rho_{12} & \rho_{22} \end{pmatrix}, \quad T = \begin{pmatrix} P & Q \\ Q & R \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} b & -b \\ -b & b \end{pmatrix}, \quad \mathbf{Z} = \begin{pmatrix} \varepsilon \\ \epsilon \end{pmatrix}$$

El sistema de ecuaciones (2.23) es entonces representado de forma vectorial (se usa la notación punto para representar la primera y segunda derivada del vector de deformaciones  $\mathbf{Z}$ .)

$$T\nabla^2\mathbf{Z} = M\ddot{\mathbf{Z}} + B\dot{\mathbf{Z}} \quad (2.51)$$

Representando el vector de deformaciones  $\mathbf{Z}$  en el tiempo  $t^n$  (presente),  $\mathbf{Z}$  en el tiempo  $t^{n+1}$  (futuro) y  $\mathbf{Z}$  en el tiempo  $t^{n-1}$  (pasado), la aproximación numérica de la primera y segunda derivada temporal de  $\mathbf{Z}$ , utilizando un esquema de diferencias finitas centradas, es la siguiente:

$$\dot{\mathbf{Z}} = \frac{Z^{n+1} - Z^{n-1}}{2\Delta t} \quad (2.52) \quad \ddot{\mathbf{Z}} = \frac{Z^{n+1} - 2 \cdot Z^n + Z^{n-1}}{\Delta t^2} \quad (2.53)$$

Sustituyendo estas expresiones en la ecuación (2.51) se obtiene:

$$[M + 0,5\Delta t B]\mathbf{Z}^{n+1} = [\Delta t^2 T \nabla^2 + 2M]\mathbf{Z}^n - [0,5\Delta t B - M]\mathbf{Z}^{n-1} \quad (2.54)$$

La aproximación numérica en diferencias finitas de cuarto orden para las derivadas espaciales de segundo orden es la siguiente:

$$\begin{aligned} \nabla^2 \varepsilon^n &= \frac{1}{2} \left( \frac{\Delta t}{\Delta x} \right)^2 (-\varepsilon_{i-2,j}^n + 16\varepsilon_{i-1,j}^n - 30\varepsilon_{i,j}^n + 16\varepsilon_{i+1,j}^n - \varepsilon_{i+2,j}^n) \\ &+ \frac{1}{2} \left( \frac{\Delta t}{\Delta z} \right)^2 (-\varepsilon_{i,j-2}^n + 16\varepsilon_{i,j-1}^n - 30\varepsilon_{i,j}^n + 16\varepsilon_{i,j+1}^n - \varepsilon_{i,j+2}^n) \end{aligned} \quad (2.55)$$



$$\begin{aligned} \nabla^2 \epsilon^n &= \frac{1}{2} \left( \frac{\Delta t}{\Delta x} \right)^2 (-\epsilon_{i-2,j}^n + 16\epsilon_{i-1,j}^n - 30\epsilon_{i,j}^n + 16\epsilon_{i+1,j}^n - \epsilon_{i+2,j}^n) \\ &+ \frac{1}{2} \left( \frac{\Delta t}{\Delta z} \right)^2 (-\epsilon_{i,j-2}^n + 16\epsilon_{i,j-1}^n - 30\epsilon_{i,j}^n + 16\epsilon_{i,j+1}^n - \epsilon_{i,j+2}^n) \end{aligned} \quad (2.56)$$

Si se define:

$$\begin{bmatrix} F^n \\ G^n \end{bmatrix} = [\Delta t^2 T \nabla^2 + 2M] \mathbf{Z}^n - [0,5\Delta t B - M] \mathbf{Z}^{n-1} \quad (2.57)$$

y

$$H = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{12} & a_{22} \end{pmatrix} \quad (2.58)$$

con

$$a_{11} = \rho_{11} + 0,5b\Delta t$$

$$a_{12} = \rho_{12} - 0,5b\Delta t$$

$$a_{22} = \rho_{22} + 0,5b\Delta t$$

se tiene,

$$H \cdot \begin{pmatrix} e \\ \epsilon \end{pmatrix}^{n+1} = \begin{pmatrix} F^n \\ G^n \end{pmatrix} \quad (2.59)$$

La deformación de la fase sólida y fluida se obtiene al multiplicar la expresión anterior a ambos lados por  $H^{-1}$ :

$$\begin{cases} \epsilon^{n+1} = \frac{F^n a_{22} - G^n a_{12}}{\det H} \\ \epsilon^{n+1} = \frac{G^n a_{11} - F^n a_{12}}{\det H} \end{cases} \quad (2.60)$$

Con las expresiones anteriores se modela la propagación de ondas compresionales en medios poroelásticos y se analiza la influencia de los parámetros del medio en el comportamiento de las dos ondas.

### 2.3.1. Fuente sísmica

La fuente sísmica utilizada en este trabajo para modelar la perturbación inicial que sufre el medio, es una derivada Gaussiana (Kelly *et al.*, 1976) dada por la siguiente expresión.

$$f(t) = (Te - f_s - t)e^{-[2\pi f(Te - f_s - t)/1,25]^2} \quad (2.61)$$

Donde,  $f$  es la frecuencia dominante,  $Te$  es periodo de la función fuente y  $f_s$  es la fase de la señal.

# Capítulo 3

## METODOLOGÍA

“There is a conjecture that two sets of small motions may be superimposed without interfering with each other in a nonlinear fashion. Another conjecture is that the seismic motions set up by some physical source should be uniquely determined by the combined properties of that source and of the medium of wave propagation.

These conjectures, and many others that are generally assumed by seismologists to be true, are properties of infinitesimal motion in classical continuum mechanics for an elastic medium with a linear stress-strain relation”

*Keiiti Aki and Paul G. Richards (1980)  
Quantitative seismology: Theory and methods*

### 3.1. Planteamiento de las ecuaciones que gobiernan la propagación de ondas P en medios poroelásticos

Se estudió el suelo considerando el acoplamiento entre sus fases sólida y fluida en el contexto de la Teoría de Biot, descrita en el Capítulo 2.1 i.e. se introdujeron las relaciones entre esfuerzo y deformación de las fases del suelo (2.9), se derivaron las relaciones dinámicas del medio considerando la viscosidad del fluido (2.15), (2.16) y por último se dedujeron las ecuaciones de la propagación de ondas P teniendo en cuenta la disipación en el medio (2.23) (Biot, 1956b):

$$\begin{cases} \nabla^2(P\varepsilon + Q\epsilon) = \frac{\partial^2}{\partial t^2}(\rho_{11}\varepsilon + \rho_{12}\epsilon) + b\frac{\partial}{\partial t}(\varepsilon - \epsilon) \\ \nabla^2(Q\varepsilon + R\epsilon) = \frac{\partial^2}{\partial t^2}(\rho_{12}\varepsilon + \rho_{22}\epsilon) - b\frac{\partial}{\partial t}(\varepsilon - \epsilon) \end{cases}$$

y (2.35) (Biot, 1962)

$$\begin{cases} \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} = \rho \frac{\partial^2 \mathbf{u}_i}{\partial t^2} + \rho_f \frac{\partial^2 \mathbf{w}_i}{\partial t^2} \\ -\phi \frac{\partial p_f}{\partial x_i} = \rho_f \frac{\partial^2 \mathbf{u}_i}{\partial t^2} + Y(d) \frac{\partial \mathbf{w}_i}{\partial t} \end{cases}$$

## 3.2. Solución analítica de las ecuaciones que gobiernan la propagación de ondas P en medios poroelásticos

En esta sección se presentarán los enfoques seguidos para dar solución a las ecuaciones que gobiernan la propagación de ondas P en medios poroelásticos. Inicialmente el sistema de ecuaciones (2.35) se solucionó analíticamente para estudiar las características de atenuación y dispersión de las ondas P; así mismo, el sistema de ecuaciones (2.43) se solucionó analíticamente para estudiar las contribuciones individuales de las dos ondas P en la respuesta del suelo. Por último, el sistema de ecuaciones (2.23) fue solucionado de manera numérica para modelar gráficamente la propagación de las ondas P en el tiempo.

### 3.2.1. Solución analítica del sistema (2.35)

El sistema de ecuaciones de Biot (2.35) fue resuelto de manera analítica (Ver Sección 2.2), con el fin de obtener los valores de la velocidad compleja (2.36). Para ello, este sistema de ecuaciones se llevó al dominio  $(k, \omega)$ , en el que las raíces del polinomio característico obtenido representan la velocidad de las dos ondas P. Posteriormente, se calcularon las raíces del polinomio característico para los tipos de suelo descritos en las Tablas (3.1), (4.1), (4.2), (4.3), (4.4), con el fin de obtener las propiedades fundamentales (dispersión y atenuación) de las dos ondas P en su propagación por estos suelos. Finalmente, se implementaron varios códigos en Matlab 8.3 (R2014a) para representar en forma gráfica las curvas de dispersión y atenuación de las dos ondas P.

### 3.2.2. Solución analítica del sistema (2.43)

El sistema de ecuaciones (2.43) se solucionó por un nuevo enfoque, en el que se considera que el desplazamiento de la fase sólida ( $\mathbf{u}$ ) y el desplazamiento relativo del fluido al sólido ( $\mathbf{w}$ ), se deben a la suma de los aportes individuales de cada onda P

(Ver Sección 2.2.2). Esto con el fin de analizar las contribuciones individuales de las dos ondas P rápida y lenta en las respuestas de: desplazamiento de las partículas del sólido, velocidad de flujo relativo y presión de poro, para un suelo con propiedades descritas en la Tabla 3.1. Para ello se siguió la metodología propuesta por Yang y Sato (2000a) en la que se consideraron las contribuciones individuales de cada onda P en el sistema de ecuaciones de Biot (2.44). Se solucionó este sistema para un modelo 1D correspondiente a una columna de suelo saturado de 15m de longitud con excitación vertical constante en la base. Por último, se implementó un código en Matlab 8.3 (R2014a) para representar en forma gráfica las contribuciones individuales de las dos ondas P en la respuesta del suelo.

Cantidad	Notación	Valor
Módulo de compresión de la matriz sólida	$K_b$	86,7 MPa
Módulo de compresión de los granos	$K_s$	36 GPa
Módulo de compresión del fluido (agua)	$K_w$	2 GPa
Constante de Lamé de la matriz sólida	$\mu$	40 MPa
Permeabilidad	$\kappa$	$10^{-10} \text{ m}^2$
Viscosidad del fluido	$\eta$	$10^{-3} \text{ N}\cdot\text{s}/\text{m}^2$
Densidad de los granos	$\rho_s$	$2650 \text{ kg}/\text{m}^3$
Porosidad	$\phi$	0,4
Factor estructura del poro	$s$	1

Tabla 3.1: Propiedades de una arena gruesa limpia. Extraído de (Yang y Sato, 2000a)

### 3.2.3. Solución numérica del sistema (2.23)

El sistema de ecuaciones (2.23) fue resuelto numéricamente con el fin de reproducir gráficamente el comportamiento de las dos ondas P al propagarse por un medio poroelástico con propiedades relevantes en la Ingeniería Civil i.e. para los valores de permeabilidad y viscosidad señalados en la Tabla 3.2. Para ello, se utilizó un esquema de diferencias finitas centradas de segundo orden en tiempo y de cuarto orden en espacio y un paso de tiempo basado en el criterio de estabilidad  $dt = \sqrt{\frac{3}{8}} \frac{dx}{c}$ , donde  $c$  corresponde a la velocidad de la onda compresional, se uso un modelo 2D de longitud 2000m en dirección  $x$  y  $z$ , malla de 250 nodos con tamaño de paso  $\Delta x = \Delta z = 8\text{m}$ , geófonos ubicados a 480m de la superficie y una fuente puntual a (1000, 1000)m. Posteriormente, el esquema de diferencias finitas se implementó en Matlab 8.3 (R2014a).

$\kappa$	$\eta$	$\phi$	$\tau$	$\rho_s$	$\rho_f$	$k_s$	$k_b$	$\mu$	$k_f$
$mD$	$cP$	%	—	$\text{kg}/\text{m}^3$		$N/\text{m}^2$			
$(0,1/1) \times 10^{-9}$	$(3,3/1) \times 10^{-5}/0$	0,4	1,7	2650	1000	$36 \times 10^9$	$86,7 \times 10^6$	$40 \times 10^6$	$2,0 \times 10^9$

Tabla 3.2: Propiedades de una arena gruesa limpia considerando la variación en la viscosidad del fluido.

### 3.3. Análisis del comportamiento del suelo

Se extrajeron de (Han *et al.*, 2016) y (Yang y Sato, 2000a) valores de permeabilidad (Tabla 4.1), porosidad (Tabla 4.2) y módulo de compresibilidad de las fases sólida (Tabla 4.3) y fluida (Tabla 4.4), en rangos que son relevantes para la Ingeniería Civil, con el fin de analizar el efecto de dichas propiedades en las características de dispersión y atenuación de las dos ondas P. En (Han *et al.*, 2016) se considera la permeabilidad como real, es decir, con unidades de velocidad.

Por otra parte, se estudio el efecto del acoplamiento viscoso del suelo i.e  $b = \eta/\kappa$  para permeabilidades de  $\kappa = 1 \times 10^{-10}$  y  $\kappa = 1 \times 10^{-9}$ , en las contribuciones individuales que tiene cada onda P a las respuestas de desplazamiento de las partículas del sólido, velocidad de flujo relativo y presión de poro para un suelo con propiedades descritas en la Tabla 3.1

## Capítulo 4

# RESULTADOS Y ANÁLISIS

“El científico no estudia la naturaleza porque sea útil; la estudia porque se deleita en ella y se deleita en ella porque es hermosa. Si la naturaleza no fuera bella, no valdría la pena conocerla, y si no ameritara saber de ella, no valdría la pena vivir la vida”

*Henri Poincare (1888 - 1889). Pensador francés*

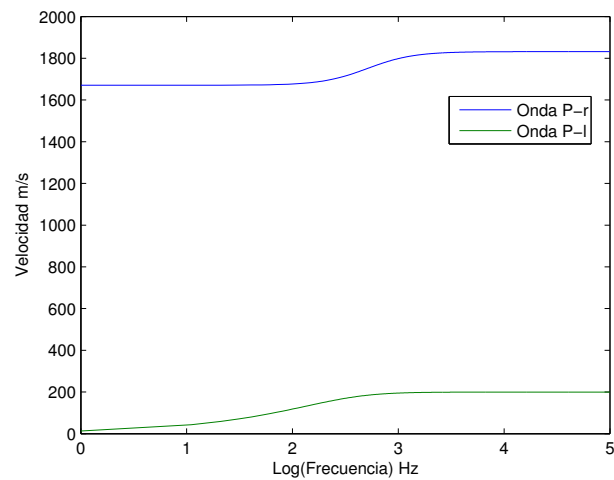
### 4.1. Planteamiento de las ecuaciones que gobiernan la propagación de ondas P en medios poroelásticos

Se plantearon los sistemas de ecuaciones (2.23), (2.35) y (2.43) para posteriormente llevar a cabo un desarrollo analítico y numérico de ellos, además del correspondiente análisis las propiedades de cada onda P y sus contribuciones a la respuesta del suelo.

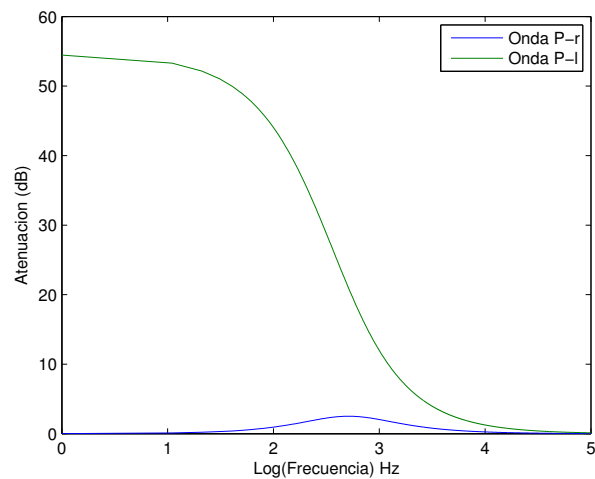
### 4.2. Solución analítica de las ecuaciones que gobiernan la propagación de ondas P y análisis del comportamiento del suelo

#### 4.2.1. Dispersión y atenuación de las dos ondas P

Se calculan las relaciones de dispersión y atenuación de las ondas P para un medio con las propiedades descritas en la Tabla 3.1 (Yang y Sato, 2000a):



(a)



(b)

Figura 4.1: Características de las dos ondas P para una arena gruesa limpia (a) Dispersión de las dos ondas P. (b) Atenuación de las dos ondas P

#### 4.2.2. Análisis de la dispersión y atenuación de las dos ondas P

En las Figuras (4.1a) y (4.1b) se aprecia la naturaleza dispersiva y atenuada de la onda P lenta en las bajas frecuencias. Se corrobora que su fenómeno de propagación es análogo a un fenómeno difusivo en estas frecuencias.

Además se observa la baja atenuación de la onda P rápida y la velocidad de fase de ésta onda en relación con la onda P lenta.

Estos resultados son coherentes con lo señalado por Biot (1956b) y por investigaciones experimentales (Plona, 1980) (Nagy *et al.*, 1990), en las que la onda P lenta sólo pudo ser detectada al someter el medio a frecuencias de ultrasonido.

### 4.2.3. Dispersión y atenuación de las ondas P para diversas permeabilidades

De acuerdo con Biot (1956b) y Kim *et al.* (2002), la permeabilidad es un parámetro que influye en el comportamiento de las dos ondas compresionales. Por ello, se realiza la investigación de las características de dispersión y atenuación de las dos ondas P para tres permeabilidades correspondientes a tres suelos usados en Ingeniería Civil, mostrados en la Tabla 4.1, manteniendo fijos los demás parámetros del suelo de la Tabla 3.1 .

Parámetro	$\kappa_1$	$\kappa_2$	$\kappa_3$
Suelo	Arcilla	Arena limpia	Grava limpia
Permeabilidad ( $m^2$ )	$1 \times 10^{-10}$	$1 \times 10^{-8}$	$1 \times 10^{-4}$

Tabla 4.1: Tipos de suelo para tres permeabilidades

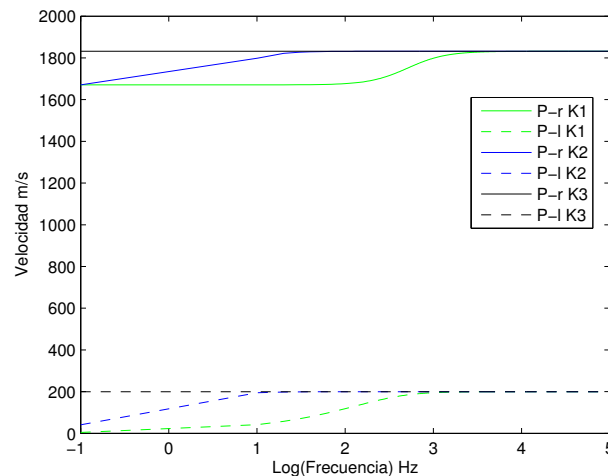


Figura 4.2: Dispersión de las dos ondas P para diferentes valores de permeabilidad



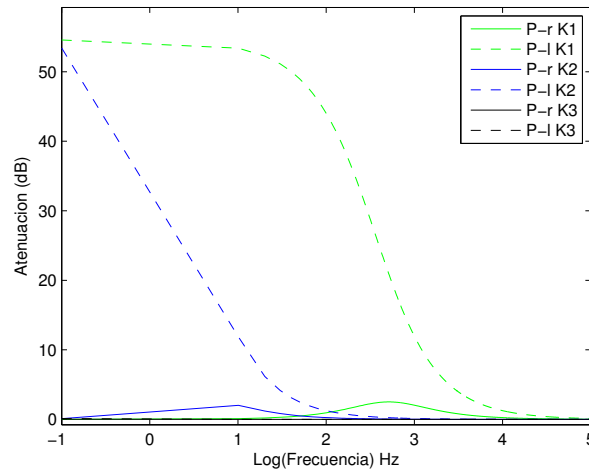


Figura 4.3: Atenuación de las dos ondas P para diferentes valores de permeabilidad

#### 4.2.4. Análisis de las características de dispersión y atenuación de las ondas P para diversas permeabilidades

En la Figura 4.2 se puede apreciar que la variación de la permeabilidad tiene efecto sobre la velocidad de fase de las dos ondas P. A mayor permeabilidad, la dispersión de las dos ondas se traslada a rangos de menor frecuencia; para el caso del suelo con mayor permeabilidad, se ve que tanto la onda P rápida como la lenta presentan velocidad de fase constante en bajas y altas frecuencias.

En la Figura 4.3 se puede apreciar que el aumento de la permeabilidad del suelo tiene efecto sobre la atenuación de las dos ondas P. Para la onda P rápida el aumento de la permeabilidad traslada el máximo valor de atenuación a las bajas frecuencias, este es un resultado coherente con el término de acoplamiento viscoso  $b = \eta/\kappa$  de la teoría de Biot (1956b,c). Esta figura, también muestra que la onda P rápida presenta componentes de atenuación en las bajas frecuencias cuando los suelos poseen permeabilidades altas.

Para la onda P lenta, la Figura 4.3 muestra que las componentes de atenuación decaen más rápidamente con el aumento de la permeabilidad. En el suelo con la mayor permeabilidad considerada, la atenuación de la onda P lenta alcanza valores bajos en el rango de bajas frecuencias (alrededor de  $f = 1 \times 10^2 \text{Hz}$ ), lo que muestra que en suelos con estas permeabilidades, los efectos viscosos pierden dominio sobre los inerciales, disminuyendo la pérdida de energía de la onda P lenta al propagarse en las bajas frecuencias. De modo contrario, en suelos casi impermeables como es el caso de algunas arcillas, la onda P lenta es muy atenuada y su fenómeno de propagación en bajas frecuencias es análogo a un fenómeno difusivo, lo cual tiene efectos sobre la amplitud de esta onda.

### 4.2.5. Dispersión y atenuación de las ondas P para diversas porosidades

Las características de dispersión y atenuación se investigan para dos porosidades mostradas en la Tabla 4.2, correspondientes a dos tipos de suelo usados en Ingeniería Civil. Los resultados son presentadas en las Figuras 4.4 y 4.5, manteniendo fijos los demás parámetros de la Tabla 3.1.

Parámetro	$\phi_1$	$\phi_2$
Suelo	Arcilla dura	Arena limpia
Porosidad (%)	0.3	0.5

Tabla 4.2: Tipos de suelo para dos porosidades

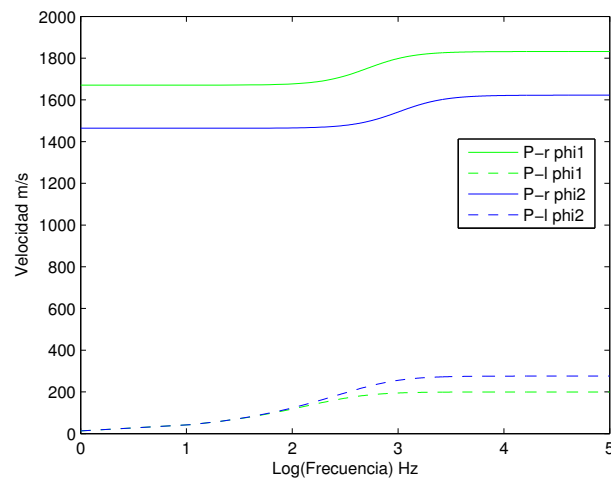


Figura 4.4: Dispersión de las dos ondas P para diferentes porosidades

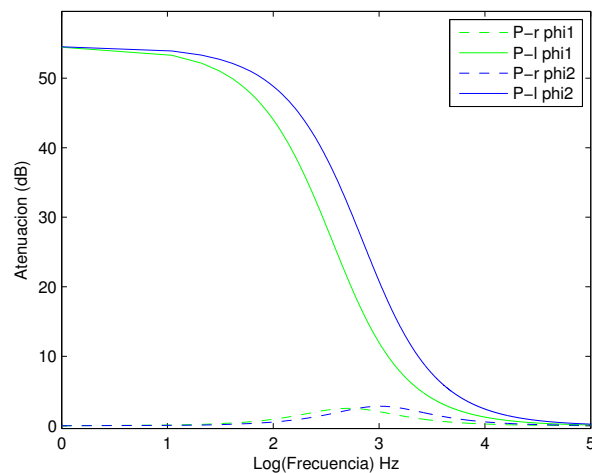


Figura 4.5: Atenuación de las dos ondas P para diferentes porosidades

#### 4.2.6. Análisis de las características de dispersión y atenuación de las ondas P para diversas porosidades

La velocidad de fase de la onda P rápida disminuye con el aumento de la porosidad del suelo de forma proporcional en bajas y altas frecuencias como se aprecia en la Figura 4.4

La Figura 4.4 muestra que la variación de la porosidad no tiene efecto significativo en la velocidad de fase de la onda P lenta para las bajas frecuencias. En altas frecuencias se evidencia un comportamiento contrario al analizado en la onda P rápida i.e. a mayor valor de porosidad del suelo la velocidad de fase de la onda P lenta aumenta. Este resultado es consistente con investigaciones en las que se señala una relación lineal inversa entre la velocidad de fase de la onda P rápida y la porosidad del medio (Wie-Cheng *et al.*, 2008), (Cabrera, 2009). En las dos ondas P, se evidencian sus características dispersivas.

A medida que aumenta la porosidad del suelo, la atenuación de la onda P rápida desplaza su valor máximo a las altas frecuencias, como se aprecia en la Figura 4.5. Por otra parte, se observa que las componentes de atenuación de la onda P lenta aumentan con el incremento de la porosidad, es decir, en suelos con alta porosidad la onda P lenta pierde más energía en su proceso de propagación.

#### 4.2.7. Dispersión y atenuación de las ondas P para diversos módulos de compresibilidad de la matriz sólida

Las características de dispersión y atenuación de las dos ondas P se investigan para dos módulos de compresibilidad de la matriz indicados en la Tabla 4.3. Los resultados son presentados en las Figuras 4.6 y 4.7 respectivamente, manteniendo fijos los demás parámetros de la Tabla 3.1.

Parámetro	$k_{b1}$	$k_{b2}$
Suelo	Grava	Arcilla
Módulo de compresibilidad de la matriz (Pa)	$2 \times 10^9$	$2 \times 10^7$

Tabla 4.3: Tipos de suelo para dos módulos de compresibilidad de la matriz sólida

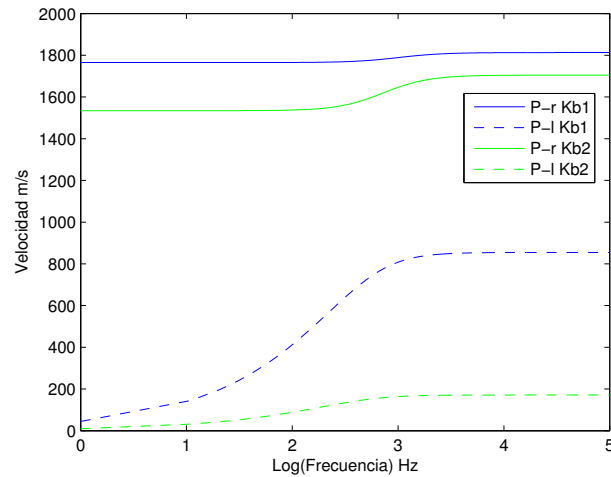


Figura 4.6: Dispersión de las dos ondas P para diferentes valores de módulo de compresibilidad de la matriz sólida

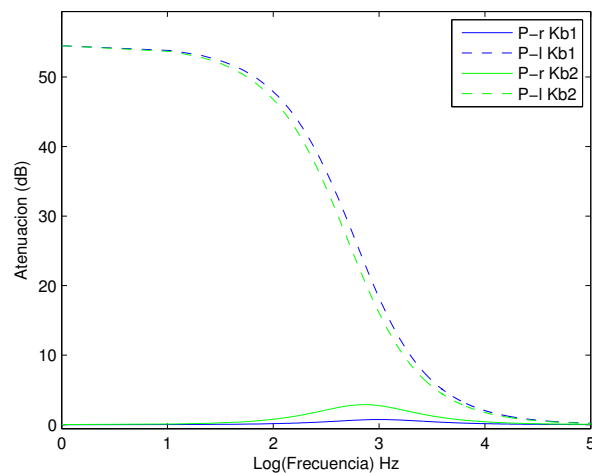


Figura 4.7: Atenuación de las dos ondas P para diferentes valores de módulo de compresibilidad de la matriz sólida

#### 4.2.8. Análisis de las características de dispersión y atenuación de las ondas P para diversos módulos de compresibilidad de la matriz sólida

La Figura 4.6 muestra que el módulo de compresibilidad de la matriz sólida tiene efectos sobre la velocidad de fase de las dos ondas P, especialmente en la onda P lenta, que alcanza valores cercanos a los  $1000\text{m/s}$  en las altas frecuencias para el suelo con el mayor módulo de compresibilidad de la matriz sólida considerado.

En la Figura 4.7 se aprecia que la atenuación de la onda P rápida es menor en suelos con altos módulos de compresibilidad de la matriz sólida. Por otra parte, el decaimiento en la atenuación de la onda P lenta se traslada hacia las altas frecuencias con el aumento del módulo de compresibilidad de la matriz sólida.

#### 4.2.9. Dispersión y atenuación de las ondas P para diversos fluidos

Otro parámetro poroelástico que tiene influencia en el fenómeno de propagación de las dos ondas P, es el fluido que satura la red porosa. Las características de dispersión y atenuación se investigan para dos fluidos (agua y aire) mostradas en la Tabla 4.4, que saturan a un suelo con propiedades indicadas en la Tabla 3.1. Los fluidos considerados se encuentran a una temperatura de 20°C y presión de: 1 atm ( $1,01325 \times 10^5$  Pa).

Los resultados son presentados en las Figuras 4.8 y 4.9.

Suelo	Arena limpia	
Fluido	Agua	Aire
Viscosidad ( $N \cdot s/m^2$ )	$1,1 \times 10^{-3}$	$1,8 \times 10^{-5}$
Densidad ( $kg/m^3$ )	1000	100
Módulo de compresibilidad de la fase fluida (Pa)	$2 \times 10^9$	0,022

Tabla 4.4: Tipos de fluidos que saturan la red porosa de una arena gruesa limpia

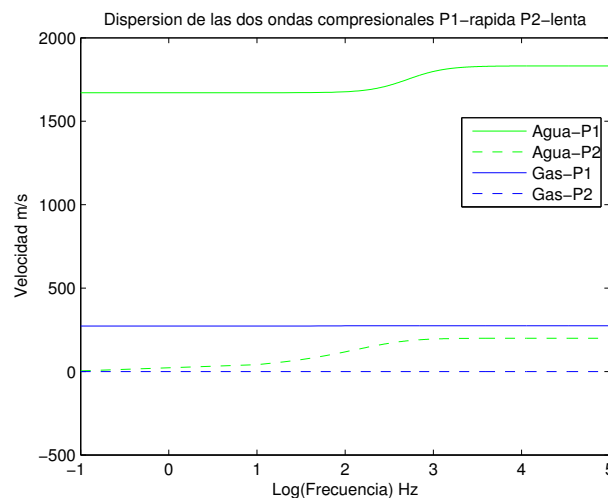


Figura 4.8: Dispersión de las dos ondas P para diferentes fluidos

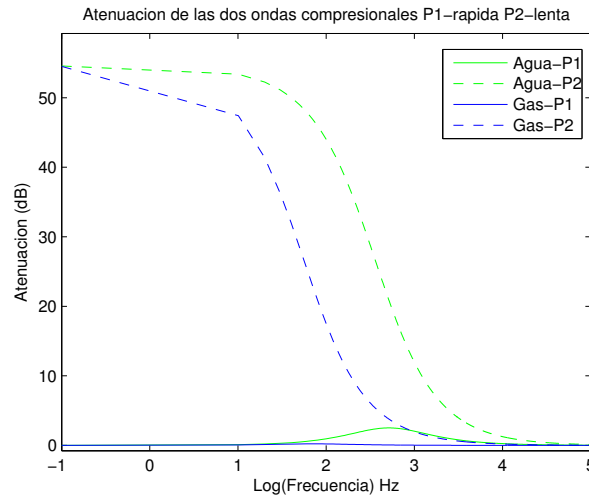


Figura 4.9: Atenuación de las dos ondas P para diferentes fluidos

#### 4.2.10. Análisis de las características de dispersión y atenuación de las ondas P para diversos fluidos

Cuando el fluido que satura la red porosa es aire, la Figura 4.8 evidencia la ausencia de características dispersivas en las dos ondas P.

Se aprecia en la Figura 4.8 que la característica de velocidad de fase de la onda P rápida al propagarse por un medio saturado de aire disminuye más de  $1000m/s$ . Esto se debe a que la composición molecular del aire retarda la propagación de la onda en el medio.

La velocidad de fase de la onda P lenta mostrada en la Figura 4.8, presenta valores cercanos a cero en bajas y altas frecuencias para un suelo saturado por aire.

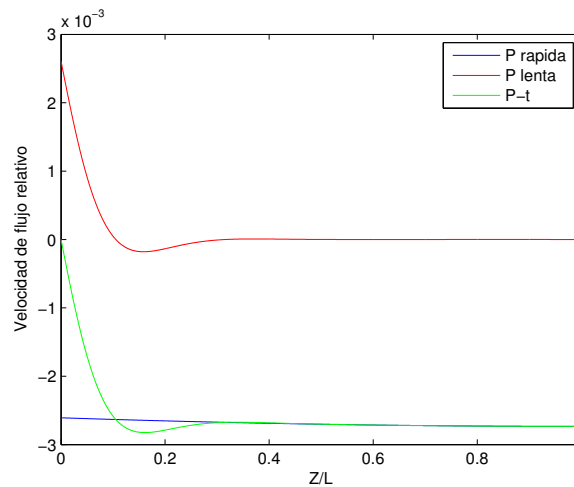
La Figura 4.9 muestra que la atenuación de la onda P lenta en un suelo saturado por aire es elevada y su decaimiento se presenta más cerca a las bajas frecuencias que para un suelo saturado de agua. Esto se debe a que la viscosidad del agua es mayor, por tanto los efectos viscosos hacen que la onda P lenta presente mayor atenuación en el agua que en el aire.

Se evidencia en la Figura 4.9 que la atenuación de la onda P rápida es despreciable cuando el fluido en los poros del suelo es agua y es cercana a cero cuando el fluido que satura el suelo es aire.

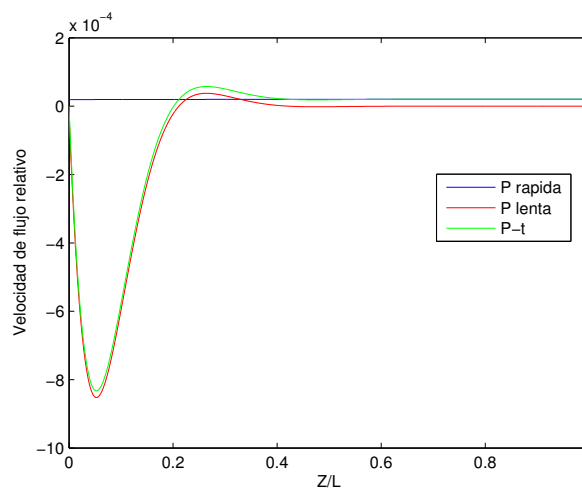
#### 4.2.11. Contribuciones individuales de las ondas P en la respuesta de la velocidad de flujo relativo

Las propiedades del suelo estudiado se listan en la Tabla 3.1.

En las Figuras 4.10a y 4.10b se muestran las componentes real e imaginaria de la distribución de la velocidad del flujo relativo al sólido en la columna de suelo estudiada, para una frecuencia de  $f = 5\text{Hz}$  (ver Figura 2.6). La velocidad de flujo relativo es normalizada por  $\omega U_0$ .



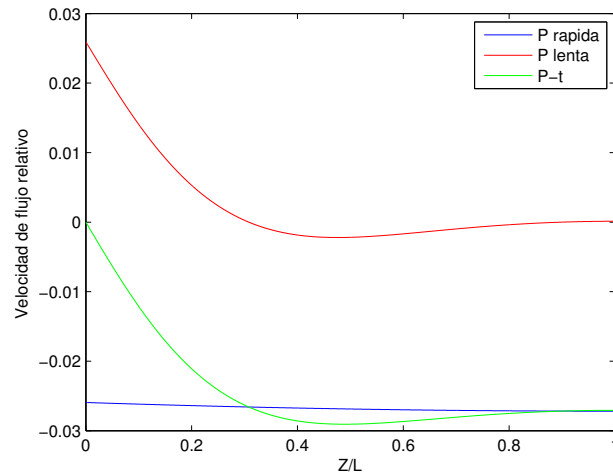
(a)



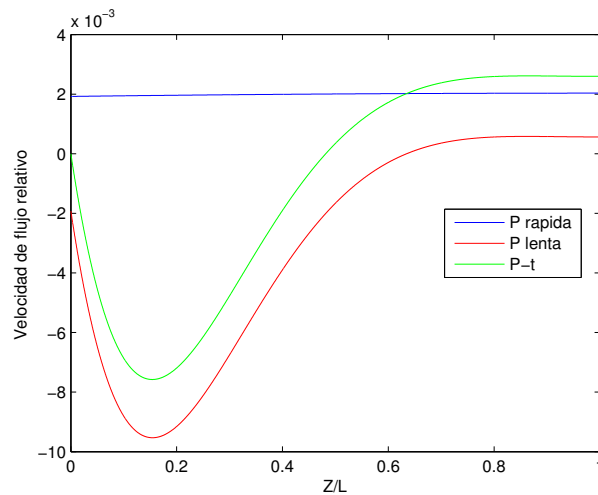
(b)

Figura 4.10: Velocidad de flujo relativo en términos de las dos ondas P con  $\kappa = 1 \times 10^{-10}$  como función de su longitud (a) Parte real (b) Parte imaginaria

Debido a que el parámetro de permeabilidad tiene efecto sobre el acoplamiento viscoso entre las fases del suelo, se analizan las contribuciones de las dos ondas P en la velocidad de flujo relativo para un valor de permeabilidad de  $\kappa = 1 \times 10^{-9}\text{m}^2$ .



(a)



(b)

Figura 4.11: Velocidad de flujo relativo en términos de las dos ondas P con  $\kappa = 1 \times 10^{-9}$  como función de la longitud (a) Parte real (b) Parte imaginaria

#### 4.2.12. Análisis de las contribuciones individuales de las ondas P en la respuesta de la velocidad de flujo relativo

Como se aprecia en las Figuras 4.10a y 4.10b las contribuciones de las dos ondas P son diferentes. La respuesta real e imaginaria de la onda P rápida se mantiene constante en toda la columna, siendo coherente con el estado de vibración estática a la que está siendo sometida.

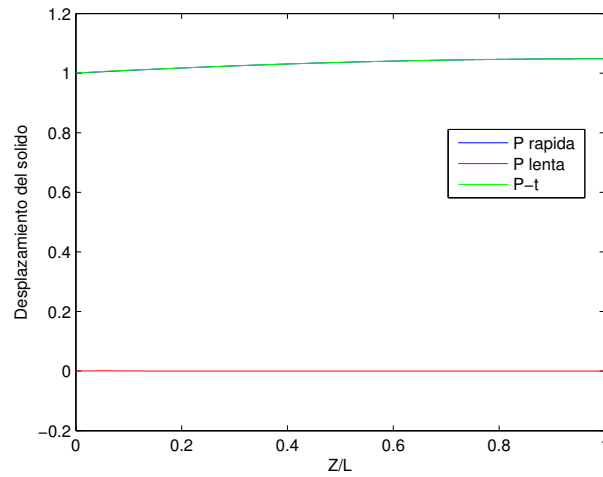
La respuesta debida a la onda P lenta varía considerablemente dentro de un rango cercano al límite inferior de la columna, aproximadamente  $0.2L$ , en el cual la fuente de perturbación está actuando. Fuera de este rango de influencia, la contribución de onda P lenta se puede despreciar.



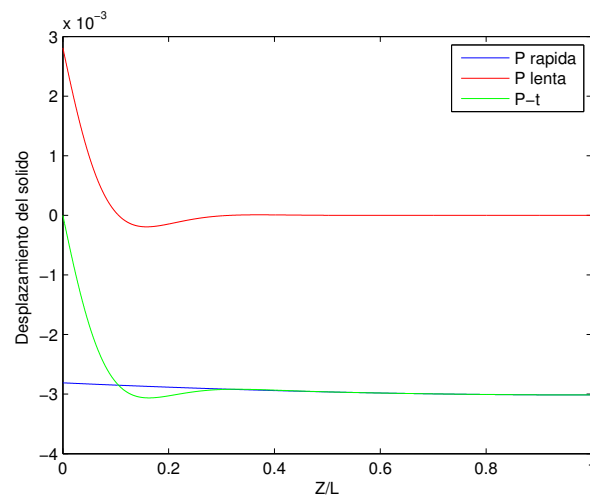
En la Figura 4.11 se ve que el aumento de la permeabilidad del suelo incrementa la magnitud de la velocidad de flujo relativo de las dos ondas P alrededor de un orden. Además provoca un incremento en el rango de influencia de la onda P lenta, que pasa a ser de  $0.6L$ . Esto se debe a que el aumento de la permeabilidad disminuye el acoplamiento viscoso de la forma  $b = \eta/\kappa$ , haciendo que la onda P lenta tome un carácter real de propagación.

#### **4.2.13. Contribuciones individuales de las ondas P en la respuesta del desplazamiento de la fase sólida**

La respuesta de desplazamiento de la fase sólida en un arena gruesa limpia debida a la onda P rápida y P lenta se presenta en las Figuras 4.12a y 4.12b. El desplazamiento de las partículas sólida fue normalizado por el desplazamiento base  $U_0$ .



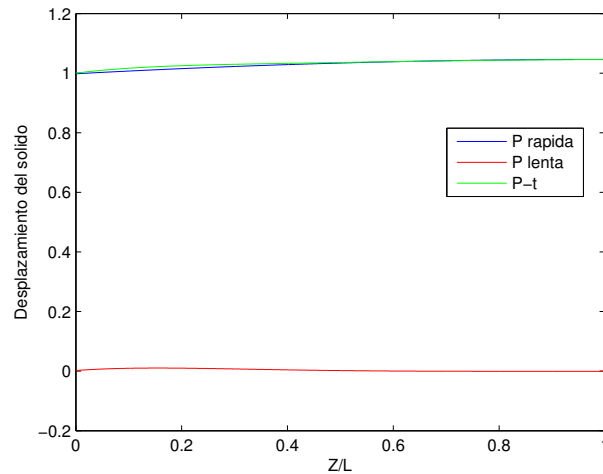
(a)



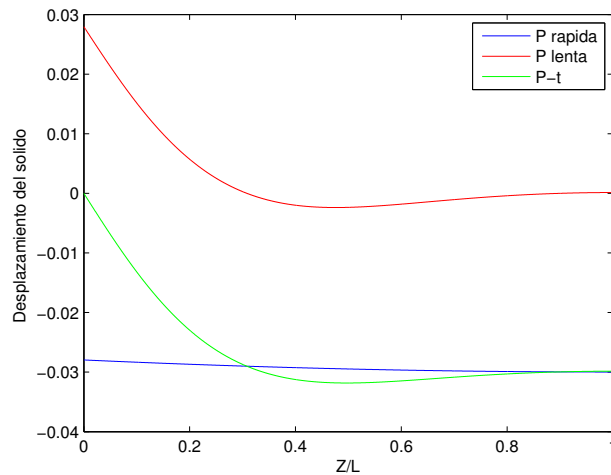
(b)

Figura 4.12: Desplazamiento del sólido en términos de las dos ondas P con  $\kappa = 1 \times 10^{-10}$  como función de la longitud. (a) Parte real. (b) Parte imaginaria.

Considerando el efecto del acoplamiento viscoso, se presenta la respuesta del desplazamiento de la fase sólida de las dos ondas P para un medio con permeabilidad de  $\kappa = 1 \times 10^{-9} \text{m}^2$ .



(a)



(b)

Figura 4.13: Desplazamiento del sólido en términos de las dos ondas P con  $\kappa = 1 \times 10^{-9}$  como función de la longitud. (a) Parte real. (b) Parte imaginaria.

#### 4.2.14. Análisis de las contribuciones individuales de las ondas P en la respuesta del desplazamiento de la fase sólida

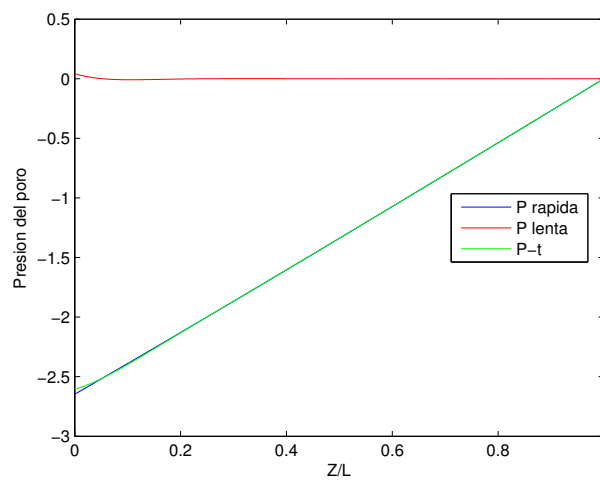
Se puede apreciar en la Figura 4.12 que el desplazamiento de la fase sólida en el medio está dominado por la propagación de la onda P rápida.

La respuesta real de la onda P lenta al desplazamiento del sólido en la Figura 4.12a es despreciable. Mientras que la respuesta imaginaria de la onda P lenta en la Figura 4.12b varía en la región de influencia  $0.2L$ .

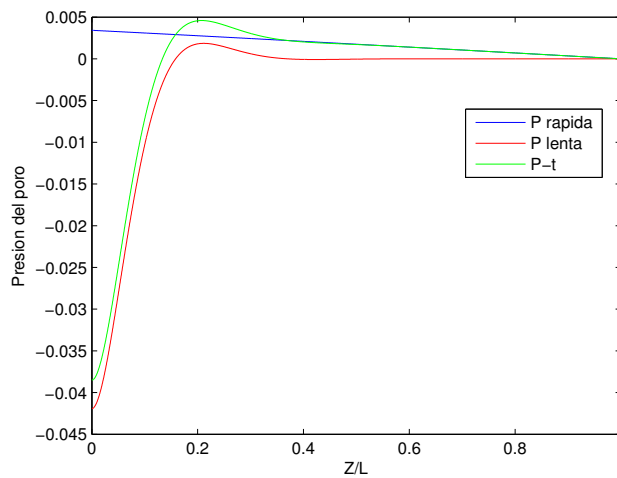
El aumento de la permeabilidad tiene efectos en las respuestas imaginarias de las dos ondas P mostradas en la Figura 4.13b dentro del rango de influencia  $0.6L$ .

#### 4.2.15. Contribuciones individuales de las ondas P en la respuesta de la presión de poro

La respuesta de la distribución de presión de poro en la columna debida a las dos ondas P se muestra en las Figuras 4.14a y 4.14b. La presión es normalizada por  $\bar{p}_f = p_f/\sigma_0$ , con  $\sigma_0 = U_0(\lambda + 2\mu)/L$ .



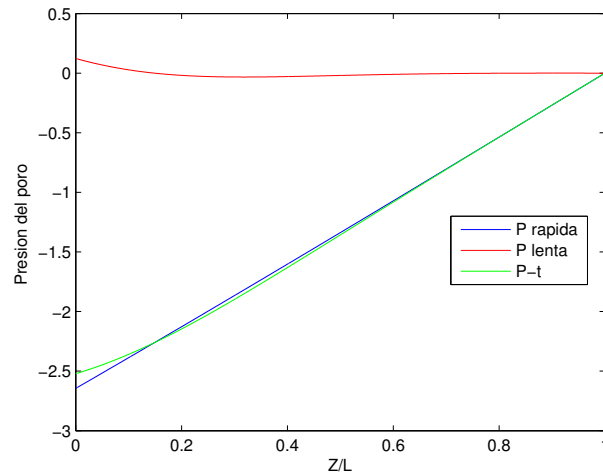
(a)



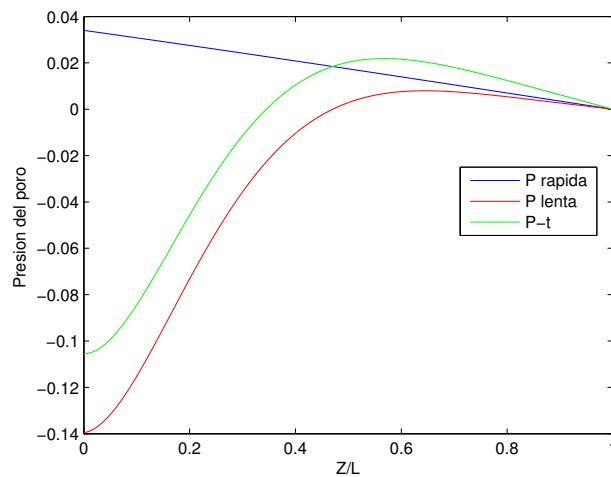
(b)

Figura 4.14: Presión de poro en términos de las dos ondas P con  $\kappa = 1 \times 10^{-10}$  como función de la longitud (a) Parte real (b) Parte imaginaria.

Considerando el acoplamiento viscoso, se presentan los resultados para un suelo con permeabilidad de  $\kappa = 1 \times 10^{-9} \text{m}^2$  en las siguientes figuras:



(a)



(b)

Figura 4.15: Presión de poro en términos de las dos ondas P con  $\kappa = 1 \times 10^{-9}$  como función de la longitud (a) Parte real. (b) Parte imaginaria.

#### 4.2.16. Análisis de las contribuciones individuales de las ondas P en la respuesta de la presión de poro

La mayor contribución a la presión de poro en el suelo viene dada por la propagación de la onda P rápida tanto en la parte real como en la parte imaginaria, tal como se aprecia en la Figura 4.14.

En la Figura 4.14a se ve que la presión de poro en el suelo varía de un máximo valor que se presenta en la base de la columna cuya interfase impermeable está sometida a un estado de vibración vertical constante, hasta cero en el límite superior de

la columna en la que su interfase presenta libre drenaje. Este comportamiento es predecible, pues en la superficie se desvanece la presión de poro y se establece un gradiente de presión de poro en la columna.

También se observa en la Figura 4.14b que la contribución imaginaria de la onda P lenta a la presión de poro tiene su mayor valor en el límite inferior de la columna y decae rápidamente en el rango de influencia  $0.2L$ .

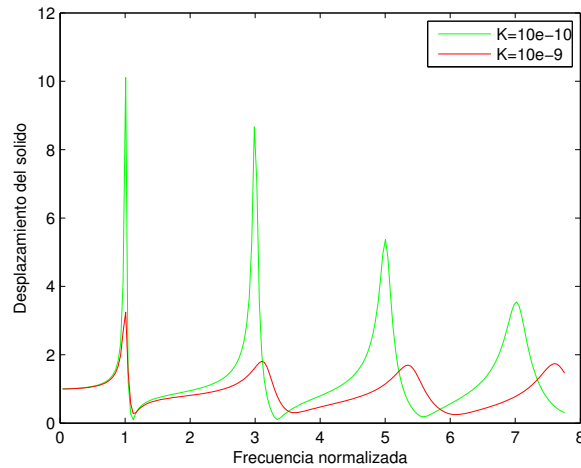
En la Figura 4.15 se aprecia que el efecto del acoplamiento viscoso en la presión de poro tiene relevancia en la contribución imaginaria de la onda P lenta, la cual incrementa el rango de influencia a  $0.6L$ , como se ha visto en los casos anteriores.

#### **4.2.17. Contribuciones individuales dependientes de la frecuencia de las ondas P en la respuesta del desplazamiento de la fase sólida**

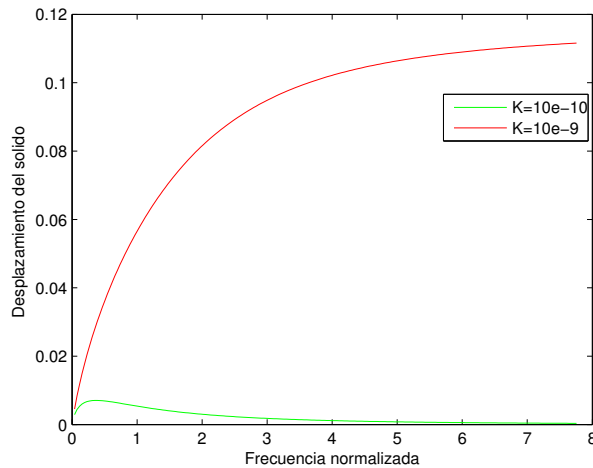
Debido a la propiedad de viscosidad que presentan los fluidos que saturan la red porosa del suelo, las dos ondas P exhiben características de dispersión y atenuación, según el régimen de frecuencia al que estén sometidas, tal como lo señaló Biot (1956b,c), es decir, que el comportamiento de las dos ondas P tiene una relación de dependencia con la frecuencia de propagación. Por ello se investiga la respuesta del desplazamiento de la fase sólida, la velocidad de flujo relativo y la presión de poro debida a cada una de las ondas P para un rango de frecuencias de relevancia en la Ingeniería Civil (bajas frecuencias). La frecuencia es normalizada como  $\bar{\omega} = 2\omega L/\pi V_0$ , con  $V_0 = \sqrt{(\lambda_c + 2\mu)/\rho}$  es la velocidad de la primera onda de compresión. El punto de análisis se sitúa a  $Z = 1/10 L$  metros de la base de la columna (ver Figura 2.6).

El desplazamiento de la fase sólida del suelo debido a las ondas P rápida y P lenta se muestra en las Figuras 4.16a y 4.16b, respectivamente.

En cada figura dos casos de permeabilidad del suelo son considerados  $\kappa = 1 \times 10^{-10} \text{m}^2$  y  $\kappa = 1 \times 10^{-9} \text{m}^2$ , con el fin de mostrar la influencia del acoplamiento viscoso en las contribuciones de cada onda P.



(a)



(b)

Figura 4.16: Desplazamiento de la fase sólida para las dos ondas P (a) Onda P rápida. (b) Onda P lenta

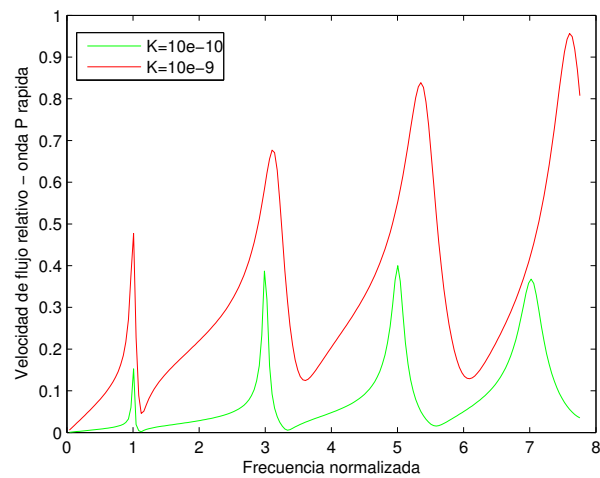
#### 4.2.18. Análisis de las contribuciones individuales dependientes de la frecuencia de las ondas P en la respuesta del desplazamiento de la fase sólida

La Figura 4.16a, muestra una tendencia de decaimiento con el aumento de la frecuencia, en la respuesta de la onda P rápida al desplazamiento del sólido y la presencia de picos de resonancia en frecuencias de  $(2j - 1)$ , siendo  $j$  un entero positivo. Mientras que en la Figura 4.16b, la onda P lenta no exhibe dependencia a la frecuencia. Esto debido a que en el rango de frecuencias considerado los efectos viscosos tienen dominio y esta onda al perder energía, disminuye su aporte al desplazamiento de la fase sólida. La respuesta de la onda P rápida debida a la frecuencia para permeabilidad de  $\kappa = 1 \times 10^{-9} \text{m}^2$  mantiene la tendencia de decaimiento y los picos, sin embargo su magnitud disminuye. La respuesta de la onda P lenta para una

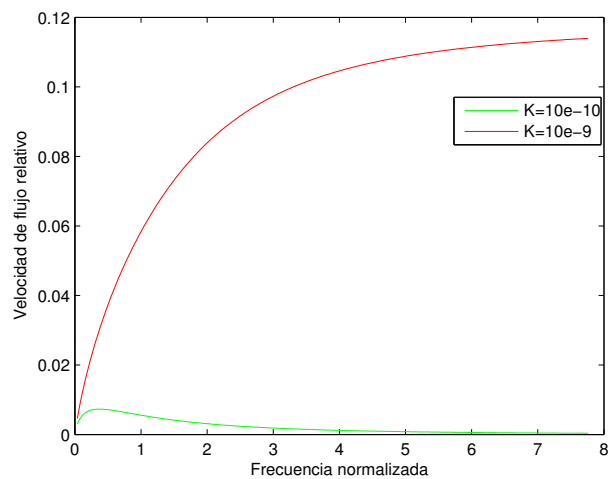
permeabilidad de  $\kappa = 1 \times 10^{-9} \text{m}^2$  varía con el aumento de la frecuencia, lo que muestra que el efecto del acoplamiento viscoso favorece el comportamiento de la onda P lenta en las bajas frecuencias, logrando que esta onda tenga una contribución mayor en el desplazamiento de la fase sólida.

#### 4.2.19. Contribuciones individuales dependientes de la frecuencia de las ondas P en la respuesta de la velocidad de flujo relativo

En las Figuras 4.17 y 4.18, se muestra la velocidad de flujo relativo en un suelo debida a la contribuciones de las dos ondas P.



(a)



(b)

Figura 4.17: Velocidad de flujo relativo para las dos ondas P (a) Onda P rápida. (b) Onda P lenta



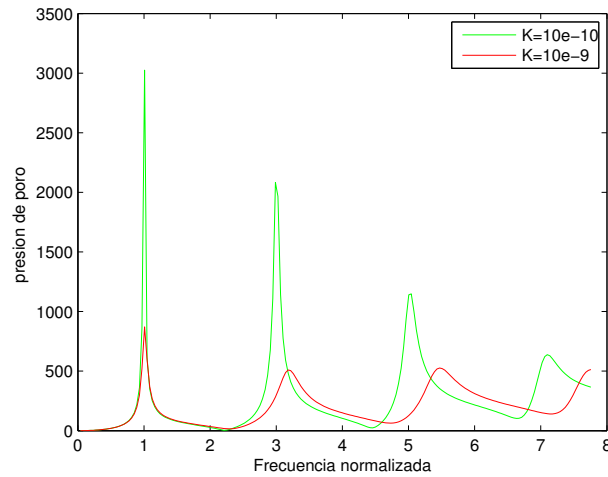
#### **4.2.20. Análisis de las contribuciones individuales dependientes de la frecuencia de las ondas P en la respuesta de la velocidad de flujo relativo**

En la Figura 4.17a se observa que la respuesta de la velocidad de flujo relativo debida a la onda P rápida muestra una tendencia de crecimiento con el aumento de la frecuencia y presenta una mayor magnitud cuando el suelo tiene permeabilidad de  $\kappa = 1 \times 10^{-9} \text{m}^2$ .

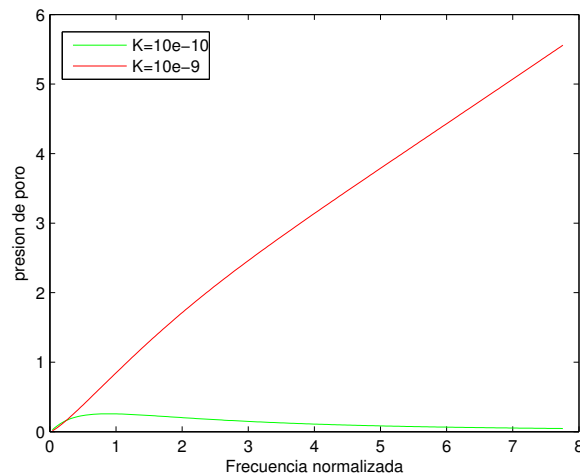
En la Figura 4.17b se observa que la respuesta de la velocidad de flujo relativo debida a la onda P lenta en un suelo con permeabilidad de  $\kappa = 1 \times 10^{-10} \text{m}^2$  es despreciable y el incremento en la permeabilidad del suelo a  $\kappa = 1 \times 10^{-9} \text{m}^2$  aumenta la contribución de esta onda, en el rango de bajas frecuencias.

#### **4.2.21. Contribuciones individuales dependientes de la frecuencia de las ondas P en la respuesta de la presión de poro**

Para un suelo con las propiedades de la Tabla 3.1, se muestra en las Figuras 4.17 y 4.18, la presión de poro debida a la contribuciones de la onda P rápida y P lenta, respectivamente.



(a)



(b)

Figura 4.18: Presión de poro para las dos ondas P (a) Onda P rápida. (b) Onda P lenta

#### 4.2.22. Análisis de las contribuciones individuales dependientes de la frecuencia de las ondas P en la respuesta de la presión del poro

La presión de poro debida a la onda P rápida en un suelo con permeabilidad de  $\kappa = 1 \times 10^{-10} \text{m}^2$  muestra tendencia a decrecer con el aumento de la frecuencia y su magnitud disminuye considerablemente cuando la permeabilidad del suelo es de  $\kappa = 1 \times 10^{-9} \text{m}^2$ .

La contribución de la onda P lenta a la presión de poro en un suelo con permeabilidad de  $\kappa = 1 \times 10^{-10} \text{m}^2$  es despreciable. Para un suelo con permeabilidad de  $\kappa = 1 \times 10^{-9} \text{m}^2$  la presión de poro se incrementa a medida que aumenta la frecuencia.

### 4.3. Solución numérica de las ecuaciones que gobiernan la propagación de ondas P y análisis del comportamiento del suelo

#### 4.3.1. Modelado numérico de las ondas P en un suelo saturado de agua

Las siguientes imágenes muestran la propagación de las dos ondas P en un tiempo de  $t = 0,08s$  para tres viscosidades diferentes:  $\eta = 3,3 \times 10^{-5}$ ,  $\eta = 1 \times 10^{-5}$  y  $\eta = 0$

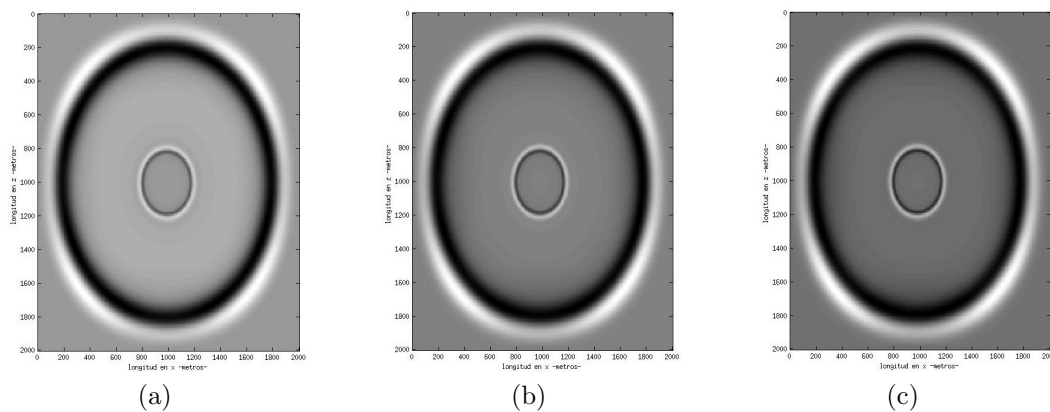


Figura 4.19: Propagación de ondas compresionales  $t = 0,08s$  (a)  $\eta = 3,3 \times 10^{-5}$  (b)  $\eta = 1 \times 10^{-5}$  (c)  $\eta = 0$

#### 4.3.2. Análisis del modelado numérico de las dos ondas P en un suelo saturado de agua

En la Figura 4.19 se muestra la influencia de la viscosidad del fluido en la propagación de las dos ondas P. Los tres valores de viscosidad considerados son cercanos a cero para lograr visualizar la onda P lenta, de lo contrario la onda se atenúa lo suficiente para que no se presente un fenómeno propagatorio sino difusivo y por lo tanto esta onda no se visualiza en la propagación.

En las Figuras 4.19a, 4.19b y 4.19c se puede apreciar el efecto de la viscosidad, ya que la definición de la onda P lenta aumenta a medida que disminuye la viscosidad del fluido.

También se analizó el efecto de la permeabilidad  $\kappa$  en la propagación de las dos ondas P, en el que se evidenció que el aumento de la permeabilidad favorece la propagación de la onda P lenta. Este resultado numérico es coherente con el análisis de las características de atenuación y dispersión para diferentes permeabilidades y el análisis de las contribuciones individuales de cada onda P, considerando el efecto del acoplamiento viscoso, que se discutió en las secciones anteriores.

# Capítulo 5

## CONCLUSIONES

Los suelos con altas permeabilidades favorecen la propagación de la onda P lenta, haciendo que su atenuación disminuya considerablemente en las bajas frecuencias. Lo anterior se traduce en que los efectos viscosos pierden dominio sobre los efectos inerciales en bajas frecuencias para suelos con estas propiedades.

Las características de atenuación y dispersión de las dos ondas compresionales son dependientes de parámetros geotécnicos del suelo tales como: permeabilidad, porosidad y módulos de compresibilidad de las fases sólida y fluida, tanto en altas como en bajas frecuencias, siendo estas últimas de interés para la ingeniería civil, por lo tanto las componentes verticales del movimiento del suelo deben ser estudiadas más rigurosamente para conocer sus aportes en la respuesta dinámica del sitio.

El análisis de las características de dispersión y atenuación de las dos ondas P ha mostrado ser una herramienta valiosa para explicar con mejor precisión la influencia de los parámetros geotécnicos sobre las propiedades dinámicas del suelo (velocidad de onda P y la atenuación), aportando así al entendimiento de la respuesta dinámica de estructuras geotécnicas a las componentes verticales del movimiento del suelo.

Las expresiones de las contribuciones individuales de los dos tipos de onda P (en la fase sólida y en la fase fluida) en una columna de suelo saturada de agua, indican que existe dominio de la onda P rápida en las respuestas de desplazamiento de las partículas sólidas y de presión de poro en el suelo, cuando éste es sometido a cargas de frecuencia. También indican que la onda P lenta tiene relevancia en la velocidad de flujo relativo del suelo y varía según las consideraciones del acoplamiento viscoso.

Se muestra que a menor acoplamiento viscoso, la onda P lenta tiene un comportamiento más propagatorio que difusivo. Por otra parte, ante un acoplamiento viscoso elevado, el suelo actúa como un medio de una sola fase; en tales casos el aporte de la onda P lenta no es significativo.

En general el efecto del acoplamiento viscoso es significativo en el comportamiento de la onda P lenta, en los rangos de la columna:  $0.2L$  para permeabilidades de  $\kappa = 1 \times 10^{-10}$  y  $0.6L$  para permeabilidades de  $\kappa = 1 \times 10^{-9}$ .

Se aprecia una mayor influencia de la onda P rápida en la fase sólida del medio y de la onda P lenta en la fase fluida. Aun así es importante reiterar que la respuesta del suelo consiste de dos partes individuales y que la variación de parámetros como la permeabilidad pueden cambiar la contribución de cada onda a la respuesta del medio, ya sea en la fase sólida o en la fluida. Este resultado se contrasta con el efecto de la porosidad en la velocidad de fase de las ondas P, donde se muestra al aumentar la fase sólida del medio (disminución de porosidad) incrementa la velocidad de fase de la onda P rápida y si se aumenta la fase fluida del medio (incremento de porosidad) se eleva la velocidad de fase de la onda P lenta.

El desarrollo numérico de las ecuaciones de Biot, reproduce los dos tipos de onda P (rápida y lenta) e indica que sus características de atenuación y dispersión son dependientes de parámetros sísmicos y geotécnicos como la permeabilidad, viscosidad y la frecuencia. Además muestra la susceptibilidad de la onda P lenta al cambio del fluido, la cual solo se propaga para valores de viscosidad cercanos a cero cuando la frecuencia fundamental de propagación está ubicada en el rango de las bajas frecuencias.

# Capítulo 6

## RECOMENDACIONES

En este trabajo se estudiaron las contribuciones individuales de las dos ondas P en la respuesta de una columna de suelo saturado, sometida a un estado de vibración constante en la base. Sería interesante realizar el modelado numérico de las dos ondas P en la columna de suelo, introduciendo las condiciones de contorno y las propiedades utilizadas en el procedimiento analítico de este trabajo.

Sería interesante estudiar la onda S en el contexto de la teoría de Biot, para conocer que parámetros influyen en su propagación y cuál es la contribución de esta onda a la respuesta del sitio.

Podría realizarse un estudio sobre las componentes verticales y horizontales del movimiento sísmico en suelos que se consideran licuables y analizar la influencia de parámetros geotécnicos y sísmicos en el proceso de licuefacción de estos suelos.

También se podría investigar la influencia del acoplamiento viscoso sobre la reflexión y absorción de las ondas en las interfases de los medios porosos saturados.

# Bibliografía

- BIOT, M. (1956a). Theory of deformation of a porous viscoelastic anisotropic solid. *Journal of Applied Physics* **27**, 459–467.
- BIOT, M. (1956b). Theory of propagation of elastic waves in a fluid-saturated porous solid. i: Low frequency range. *Journal of the Acoustical Society of America* **28(2)**, 168–178.
- BIOT, M. (1956c). Theory of propagation of elastic waves in a fluid-saturated porous solid. ii: Higher frequency range. *Journal of the Acoustical Society of America* **28(2)**, 179–191.
- BIOT, M. (1962). Mechanics of deformation and acoustic propagation in porous media. *Journal of the Acoustical Society of America* **33(4)**, 1482–1498.
- BRADLEY, B. (2011). Near-source strong ground motion observed in the 22 february 2011 christchurch earthquake. *Seismological Research Letters* **82(6)**, 853–65.
- CABRERA, F. (2009). *Os Mecanismos de Propagação e Atenuação de Ondas Sísmicas em Rochas Reservatórios Baseados na Poroelasticidade Dinâmica*. Ph.D. thesis, Universidade Federal da Bahia.
- CARCIONE, J. (2001). *Wave field in real media, wave propagation in anisotropic anelastic and porous media*. Elsevier Science Ltd, 2 ed.
- D2487-11, A. (2011). *Standard Practice for Classification of Soils for Engineering Purposes (Unified Soil Classification System)*. ASTM International.
- DUTTA, N. Y ODE, H. (1983). Seismic reflections from a gas–water contact. *Geophysics* **48**, 148–162.
- HAN, B., ZDRAVKOVIC, L. Y KONTTOE, S. (2016). Numerical and analytical investigation of compressional wave propagation in saturated soils. *Computers and Geotechnics* **75**, 93–102.
- HASSANZADEH, S. (1991). Acoustic modeling in fluid-saturated porous media. *Geophysics* **56(4)**, 424–435.
- KATSUHIRO, S., TATSUO, O. Y SHINTARO, A. (2004). Empirical study on relationship between horizontal and vertical ground motions. In: *The 13th World Conference on Earthquake Engineering*, vol. 623. Vancouver.

- KELLY, M., WARD, K., TREITEL, W. Y ALFORD, R. (1976). Synthetic seismograms: A finite-difference approach. *Geophysics* **41**, 2–27.
- KIM, S., KIM, K. Y BLOUIN, S. (2002). Analysis of wave propagation in saturated porous media. i. theoretical solution. *Computers and Geotechnics* **191**, 4061–73.
- KUNNATH, S., ERDURAN, E., CHAI, Y. Y YASHINSKY, M. (2008). Effect of near-fault vertical ground motions on seismic response of highway overcrossings. *Journal of Bridge Engineering* **13**, 282–290.
- LEE, R., BRADLEY, B. Y FRANKLIN, M. (2013). Characteristics of vertical ground motions in the canterbury earthquakes. In: *New Zealand Society of Earthquake Engineering Technical Conference and AGM*.
- NAGY, P., ALDER, L. Y BOONER, B. (1990). Slow wave propagation in air filled porous materials and natural rocks. *Applied Physics Letters* **56(25)**, 2504–6.
- NAKAMURA, Y. (2008). On the h/v spectrum. In: *The 14th World Conference on Earthquake Engineering*. Beijing.
- PLONA, T. (1980). Observation of a second bulk compressional wave in a porous medium at ultrasonic frequencies. *Applied Physics Letters* **36(4)**, 25.
- SLAWINSKI, M. A. (2003). *Seismic Waves and Rays in Elastic Media*. Elsevier Science Ltd, 1 ed.
- T. WILLIAM LAMBE, V. W. (2001). *Mecanica de suelos*. Editorial Limusa S.A, 1 ed.
- WIE-CHENG, L., CHAO-LUNG, Y. Y CHYAN-DENG, J. (2008). Effect of soil texture and excitation frequency on the propagation and attenuation of acoustic waves at saturated conditions. *Journal of Hydrology* **357**, 270–281.
- YANG, J. Y SATO, T. (2000a). Computation of individual contributions of two compression waves in vibration of water-saturated soils. *Computers and Geotechnics* **27**, 79–100.
- YANG, J. Y SATO, T. (2000b). Interpretation of seismic vertical amplification observed at an array site. *Bulletin of the Seismological Society of America* **90(2)**, 275–85.



# Anexos

# Apéndice A

## Constantes inerciales

Las constantes inerciales tienen en cuenta que el flujo relativo en los poros no es uniforme y se expresan en términos de las densidades de masa de la matriz  $\rho_s$  y del fluido  $\rho_f$ .

$$\begin{aligned}\rho_{11} &= \rho_s(1 - \phi) + \phi\rho_f(\tau - 1) \\ \rho_{12} &= \phi\rho_f(1 - \tau) \\ \rho_{22} &= \tau\phi\rho_f\end{aligned}\tag{A.1}$$

Para que la energía cinética tenga una forma cuadrática definida positiva, los coeficientes  $\rho_{11}$   $\rho_{12}$   $\rho_{22}$  deben satisfacer las siguientes condiciones: (Biot, 1956b)

$$\rho_{11} > 0, \quad \rho_{22} > 0, \quad \rho_{11}\rho_{22} - \rho_{12}^2 > 0\tag{A.2}$$

La densidad total  $\rho$  del agregado sólido-fluido, puede ser expresado como

$$\rho = \rho_{11} + 2\rho_{12} + \rho_{22}\tag{A.3}$$

o de la forma:

$$\rho = \rho_s(1 - \phi) + \phi\rho_f\tag{A.4}$$

Las cuales representan la suma ponderada de las densidades de masas: sólida y fluida.

## Apéndice B

# Coeficientes elásticos de la poroelasticidad

Si la porosidad del material se asume constante los parámetros  $P$ ,  $Q$  y  $R$  pueden ser expresados en términos de los módulos de compresibilidad del fluido  $K_f$ , de los granos sólidos  $K_s$ , del esqueleto sólido  $K_b$ ; del segundo parámetro de Lamé (corte)  $\mu$  y de la porosidad  $\phi$

$$\begin{aligned}P &= [(1 - \phi)(\alpha - \phi)k_s + \phi k_s k_m / k_f] / D + 4\mu / 3 \\R &= \phi^2 k_s / D \\Q &= (\alpha - \phi) \phi k_s / D \\D &= \alpha - \phi + \phi k_s / k_f\end{aligned}\tag{B.1}$$

El parámetro  $m$  describe el efecto del acoplamiento de masa y depende de la densidad del fluido y la geometría de los poros.

$$m = \frac{s\rho_f}{\phi}\tag{B.2}$$

donde  $s$  es el factor de estructura de poro. Este parámetro se determina experimentalmente y en el presente trabajo se consideró igual a 1.

El parámetro  $b$  tiene en cuenta el acoplamiento viscoso producido por el movimiento de flujo relativo entre la fase sólida y fluida.

$$b = \eta\phi^2 / \kappa \quad \alpha = 1 - k_m / k_s\tag{B.3}$$

$\lambda$  es el primer parámetro de Lamé.  $\lambda_c$  y  $M$  Son los parámetros que representan la compresibilidad de las fases constituyentes.

$$\lambda_c = \lambda + \alpha^2 M\tag{B.4}$$

$$M = \frac{K_s^2}{K_d - K_m}\tag{B.5}$$

$$K_d = K_s \left[ 1 + \phi \left( \frac{K_s}{K_f} - 1 \right) \right] \quad (\text{B.6})$$