



LEY DE OKUN Y LA ECONOMÍA COLOMBIANA, 1984-2019

HEYLEN GABRIELA BERRÍO TOLOZA

PhD. SERGIO JIMÉNEZ RAMÍREZ

DIRECTOR DE TRABAJO DE GRADO

Mag. SILVIA JULIANA REYES CAMARGO

CODIRECTORA DE TRABAJO DE GRADO

UNIVERSIDAD DE PAMPLONA

FACULTAD DE CIENCIAS ECONÓMICAS Y EMPRESARIALES

PROGRAMA DE ECONOMÍA

2022

1. RESUMEN

Arthur Okun¹ (1962) establece en su teoría, la relación empírica entre las variables macroeconómicas desempleo y producción. En ese contexto, el presente trabajo evalúa los costos asociados a la evolución de la producción, en términos de desempleo² durante el corto y largo plazo, para el caso colombiano en el periodo de 1984 a 2019. Se presentan los conceptos de producto potencial y tasa natural de desempleo, utilizando el filtro Hodrick-Prescott³ y otros métodos, tanto en forma multiplicativa como aditiva en la descomposición temporal de las series para el cálculo de ambas variables como proxys, además de la Curva de Phillips modificada por expectativas. Sumado a lo anterior, se recurre al método ARIMA X-11, y a otras pruebas econometricas como garantía de robustez de los modelos. Tanto la definición de variables subyacentes a la estimación del coeficiente de Okun -en las versiones originales de primeras diferencias y relación de brechas-, como la formulación bajo la que se pretende desarrollar la metodología, son claves en esta evaluación particular para Colombia.

2. DESCRIPCION DEL PROBLEMA

Es válido afirmar que la economía colombiana ha avanzado considerablemente en las dos últimas décadas (Moncayo Jiménez, 2011; Cerquera-Losada & Rojas-Velásquez, 2020; Páez & Domínguez, 2021). Tras enfrentar la crisis financiera de 1998-99, alcanzó finalmente una dinámica de crecimiento satisfactoria (Moncayo Jiménez, 2011; Macroeconomía, 2006; Botero García & et al., 2015; Jiménez-Restrepo

¹ Economista estadounidense. También es conocido por ser el creador del "índice de miseria".

² Según Douglas y Wall (2000) *"la ley de Okun ha brindado una herramienta de política para evaluar los costos del desempleo"*.

³ Filtro de Hodrick-Prescott, abreviado Filtrado HP

& et al., 2019), pues, entre 2003 y 2007, Colombia formó parte del segundo grupo de economías emergentes que atrajo la atención mundial: los *CIVETS* (Colombia, Indonesia, Vietnam, Egipto, Turquía y Suráfrica), de acuerdo con la denominación acuñada en 2010 por EIU⁴ (Vadra & Nurunnabi, 2017). Al respecto, según comenta Botero García & et al. (2015): *“Tras los BRIC⁵, a principios de la década, ese grupo parecía el de mejores perspectivas económicas en el mundo de los países emergentes, con una tasa de crecimiento media del 5,5%.”* (p. 17)

Si bien, la crisis de 2008-09 afectó de manera grave el comportamiento productivo del país, con una reducción aproximada del Producto Interno Bruto⁶ en 4,5%, tanto el PIB como la Formación Bruta de Capital⁷, presentaron una tendencia creciente durante el periodo de 2000 a 2019, tal como lo resaltan Cerquera-Losada & Rojas-Velásquez (2020):

[...] el PIB de la economía colombiana pasó de 107 miles de millones de pesos (a precios constantes de 2015) en el 2000 a más de 220 miles de millones de pesos en el 2019. Esto representa una variación del 105,8 % y una tasa de crecimiento promedio anual equivalente al 3,8 %. (P. 15)

En cuanto a la FBC en Colombia, a partir de los datos del Fondo Monetario Internacional, los autores estimaron que:

⁴ Siglas en inglés EIU (Economist Intelligence Unit), es una unidad de negocios independiente dentro del grupo The Economist.

⁵ BRIC es un acrónimo de una asociación de cuatro (cinco desde el 2011 con Sudáfrica) economías emergentes (Brasil, Rusia, India y China) que en la década de los 2000 eran las más prometedoras del mundo. Suele citarse el origen del acrónimo en el informe del banco de inversiones Goldman Sachs de 2003: *Dreaming with BRICs: the path to 2050*.

⁶ Producto Interno Bruto, en adelante PIB.

⁷ Formación Bruta de Capital, en adelante FBC

[...] presentó una tendencia creciente durante el periodo de análisis, pasando de 14 miles de millones de pesos en el primer trimestre del 2000 a más de 49 miles de millones de pesos en el tercer trimestre del 2019. Esto representa un incremento superior al 240 % y una tasa de crecimiento promedio anual del 6,71 %. (P. 15)

Además, Cerquera-Losada & Rojas-Velásquez (2020), también señalan que:

Por su parte, la inversión extranjera directa presentó una tendencia creciente a través del tiempo. En efecto, los flujos de IED⁸ pasaron de 387 millones de dólares en el primer trimestre del 2000 a más de 3300 millones de dólares en el tercer trimestre del 2019. (P. 16)

No obstante, al hacer mención del avance en la economía colombiana, consolidación de acuerdos y tratados comerciales, también es necesario analizar, críticamente, a las diferentes barreras de orden estructural, dado que, son limitantes para el afianzamiento de los términos de crecimiento económico del país (Páez & Domínguez, 2021). El nivel de desigualdad en Colombia registra un coeficiente de Gini de 0,52, segundo en América y uno de los más altos del mundo (Banco Mundial, 2019), entendiendo la desigualdad como promotora de una economía sumergida, según Páez & Domínguez (2021). Así mismo, Cerquera-Losada & Rojas-Velásquez (2020) estiman que, para el caso de Colombia, el impacto de la IED en la promoción de crecimiento económico es menor al esperado, lo anterior, se debe a las pocas

⁸ Inversión Extranjera Directa, en adelante IED

capacidades⁹ de absorción de esta economía, pues, la IED en el país se ha concentrado en el sector de recursos naturales.

De acuerdo con Caicedo (2019), el crecimiento de la economía colombiana está fuertemente jalonada por la alta demanda de materias primas, esto sugiere elevada dependencia a la volatilidad de las cotizaciones internacionales de los productos primarios, creando presiones reevaluacioncitas, tal como ya había advertido Cárdenas & Reina (2008). Generando también, en la opinión pública una serie de interrogantes sobre la real importancia y el positivo impacto de las exportaciones intensivas en recursos naturales y en mano de obra no calificada, en el desarrollo económico y social del país para el largo plazo. Si bien, dicha actividad ha tenido consecuencias importantes en el aparato productivo nacional, Martínez (2013) sugiere que, tras representar más del 70% de las exportaciones totales, con esta actividad, se “reprimariza” la oferta externa de Colombia.

Baste como muestra la caída de los precios internacionales de los commodities en el año 2014. De acuerdo con Hernández-Díaz & Parra-Acevedo (2017), generó:

[...] un choque de precios sobre los principales productos de exportación, en especial los minero-energéticos. El petróleo, principal producto de exportación colombiano, experimentó una caída pronunciada de precio, lo cual disminuyó los ingresos por exportaciones, afectó las finanzas públicas por la vía de menores ingresos de la empresa estatal petrolera, así como menores transferencias de regalías y, al mismo tiempo, tuvo efectos cambiarios. (P. 15)

⁹ Para obtener una explicación amplia sobre las capacidades mencionadas, dirigirse a Cerquera-Losada & Rojas-Velásquez (2020, p. 22-23)

Así mismo, tras analizar el mercado laboral, Botero García & et al. (2015) informaron que las plazas formales de trabajo durante el año 2015 (un año después de la caída en los precios de los commodities), se redujeron de forma sustancial en las principales áreas metropolitanas del país, afectando a más de 51.000 colombianos como resultado de la crisis.

Así como Moncayo-Jiménez (2011), sostiene que en Colombia la caída de la productividad factorial en las manufacturas, afecta la generación de empleo y con ello la demanda agregada, Franco-Martín (2017) argumenta que, si bien, existen aumentos significativos del PIB en Colombia: *“este crecimiento se da en sectores en donde no se ve reflejado el aumento del empleo, por ejemplo, cuando el precio del petróleo o del carbón aumentan, el volumen de producción no aumenta de la misma manera.”* (p. 7) Además:

[...] Estas modalidades de crecimiento que presenta Colombia no favorecen en nada el empleo de la sociedad. El aumento de empleo en Colombia se vería reflejado en sectores como la agricultura, la industria, etc., ya que estas actividades sí generan un factor de producción que a su vez genera empleo. [...] Para que el crecimiento genere empleo dependerá de la intensidad en el empleo de los factores de producción. (p. 9).

De manera similar, Porras-Arena & Martín-Román (2020) sugieren que “la especialización productiva sectorial también podría explicar las diferencias en la reacción del desempleo respecto al producto.” (p. 4). Sirva de ejemplo el análisis hecho a la relación dinámica entre la tasa de paro y el producto del sector de la construcción de España, como una evaluación de la Ley de Okun, por Loría & et al. (2012) donde los autores explican que: “de 1995 a 2007 España siguió un modelo económico basado

en el sector de la construcción que generó fuerte crecimiento y acelerada reducción del paro. Tras el estallido de la burbuja inmobiliaria en 2008, la caída de este sector propició un aumento vertiginoso del desempleo”.

Si bien, han existido esfuerzos desde el sector público por promover la inversión y mitigar el impacto sobre la empleabilidad en el país durante los últimos años, en el reporte de mercado laboral del Departamento Administrativo Nacional de Estadísticas se estimó que la tasa de desempleo en enero del 2019 fue 12,9 % —un punto porcentual más alto que en enero del 2018— haciéndose aún más evidente, la problemática a la que se enfrenta el país (Jiménez-Restrepo et al., 2019), tanto en términos de producción, como en subutilización de recursos. Lo anterior, debilitando el ingreso de los hogares para la adquisición de bienes y servicios.

En este contexto, la evaluación de Ley de Okun en Colombia podría considerarse pertinente, al ser su teoría una *guía útil* de política económica en la aplicación de las políticas monetaria y fiscal (Okun, 1962, p. 1). Surgiendo así la siguiente pregunta de investigación:

¿Cuánto se desvió el desempleo de su nivel natural con la evolución de la producción en Colombia, durante el periodo de 1984-2019?

3. JUSTIFICACION

Es evidente que los sistemas modernos de mercado son muy dinámicos en su desarrollo y, que sus desequilibrios macroeconómicos se han vuelto cada vez más intensos. Teniendo en cuenta que el entorno económico está sujeto a cambios graduales o estructurales que se derivan, por ejemplo, de la implementación de innovaciones y la adopción de tecnologías mejoradas o, que resultan de cambios en el marco político o

legal (Boďa & Považanová , 2019), este documento evalúa el dinamismo de la economía colombiana a través de la Ley de Okun para un periodo de 36 años (1984-2019) según las especificaciones de las versiones de primeras diferencias y relación de brechas, utilizando métodos estructurales y de descomposición temporal para la definición de las variables no observables.

Así, dentro del enfoque macroeconómico moderno, y según lo originalmente dicho por Okun (1962) “qué tan lejos estamos del objetivo de producción de pleno empleo es información importante para formular la política fiscal y monetaria.” (p. 1). La interacción entre los principales pilares para el desarrollo del análisis económico: Producto Interno Bruto¹⁰ (PIB), tasa de desempleo (TD), e Inflación (IPC), es de vital importancia para la planeación estratégica de políticas. Considerando que, la ley puede representar fielmente los vínculos macroeconómicos¹¹ entre el mercado laboral y la producción (Boďa & Považanová , 2019), y “la cuantificación del producto potencial ofrece una de las guías para la política de estabilización y un indicador de este éxito” Okun (1963, p. 1), entonces, dar a conocer “la magnitud de ese vínculo tiene implicancias de política económica cuando uno de sus objetivos es que la economía presente reducidas tasas de desempleo”, según explica Porras-Arena & Martín-Román (2020, p. 2) en un contexto de estabilidad de precios.

Sobre el coeficiente de Okun, Daly & Hobijn (2010) subrayan que: “*constituye la base de la mayoría de los modelos de pronóstico macroeconómico a gran escala*” (p. 1), pues, permite calcular la tasa de crecimiento de la producción estable en el tiempo,

¹⁰ Producto interior bruto

¹¹ Según Loría & Ramos (2007), James Tobin (1980), quien fue compañero de Okun en Yale y en el Consejo de asesores Económicos del presidente Kennedy, ha calificado la Ley como una de las regularidades empíricas más confiables de la macroeconomía

necesaria para reducir la tasa de desempleo (Murillo Huertas & Usabiaga Ibáñez, 2003; Folawewo & Adeboje, 2017; Rojas Manzo, 2019). Por tanto, se le ha llegado a considerar como el eslabón entre la oferta agregada y la Curva de Phillips (Moosa, 1997; Lee, 2000; Misas & López-Enciso, 1998, 2001; Harris & Silverstone, 2001; Sögner & Stiassny, 2002; Rodríguez López & Peredo y Rodríguez, 2007; Daly & Hobijn, 2010; García-Millares, 2013; Folawewo & Adeboje, 2017; Boďa & Považanová, 2019; Rojas Manzo, 2019; Jiménez-Restrepo et al., 2019; Santos-Zúñiga et al., 2020).

A pesar de que “al propio Okun le resultó difícil imaginar que su ley ejerciera una estabilidad universal frente a los cambios económicos estructurales” (Freeman, 2000, p. 568), “la asociación empírica que Okun observó generalmente describe bien los datos. Esta es cierta en diferentes puntos del ciclo económico y durante un largo período de tiempo”. (Daly & Hobijn, 2010, p. 2). De hecho, la reciente crisis económica mundial entre 2008 y 2012, ha provocado un resurgimiento del interés por la teoría, pues ha mostrado validez y fuerza, aún en una recesión profunda (Daly & Hobijn, 2010; Owyang & Sekhposyan, 2012; García-Millares, 2013; Folawewo & Adeboje, 2017; Boďa & Považanová, 2019; Jiménez-Restrepo et al., 2019; Porras-Arena & Martín-Román, 2020).

La ley de Okun ha sido extensamente estudiada desde su planteamiento original en 1962. No obstante, la gran mayoría de investigaciones se han hecho para economías avanzadas, siendo aún escasa la evidencia empírica para el caso latinoamericano (Jiménez-Restrepo et al., 2019; Porras-Arena & Martín-Román, 2020; Santos-Zúñiga et al., 2020). Teniendo en cuenta todo lo expuesto en este apartado, no sólo resulta pertinente, la evaluación de esta *regularidad empírica robusta* (Moosa, 1997; Folawewo & Adeboje, 2017), como ya se mencionó, sino además conveniente y

necesaria en el contexto actual colombiano, pues facilitaría el diseño de políticas focalizadas en la recuperación de la actividad económica.

Finalmente, si hay evidencia empírica que indica que el PIB es importante para entender los movimientos futuros del desempleo (Karfakis, Katrakilidis, & Tsanana, 2014), y en el contexto actual, donde los impactos sociales y económicos de la crisis mundial, surgida en torno al COVID-19, han llevado a muchos gobiernos a buscar formas de impulsar la demanda agregada sin sobrecalentar la economía, este trabajo de investigación resulta útil, en la medida que propone el uso de herramientas cuantitativas para estimar los costos del desempleo, en términos de la renta nacional directamente renunciada (Franco-Martín, 2017), y es, por otro lado, coherente con el perfil profesional descrito en el PEP¹² del programa: *“El economista de la Universidad de Pamplona estará en capacidad de investigar, analizar e interpretar el contexto económico nacional e internacional con una visión orientada al desarrollo regional.”* (p. 9)

4. ESTADO DEL ARTE Y REFERENTE TEORICO

Arthur Melvin Okun (1962) en su artículo “PIB potencial: Medidas y significados” señaló la relación de compensación inversa entre los ciclos del mercado laboral y los ciclos de la producción a través de tres métodos: 1) Primeras diferencias, donde los cambios trimestrales de la tasa de desempleo se relacionaron con el crecimiento trimestral del PIB real. 2) Prueba de brechas, allí las desviaciones de la tasa de desempleo de su nivel inflacionario no acelerado (NAIRU) se relacionaron con las desviaciones del PIB de su potencial. 3) Tendencia ajustada y elasticidad, relacionando el logaritmo de la tasa de empleo con su tendencia temporal y con el logaritmo del PIB

¹² Proyecto Educativo del Programa (PEP) de Economía 2017

observado. (Okun, 1962; Moosa, 1997; Lee, 2000; Martínez López & et al., 2005; Rodríguez López & et al., 2007; Daly & Hobijn, 2010; Blanchard & et al., 2012; García-Millares, 2013; Folawewo & Adeboje, 2017; Franco-Martín, 2017).

Aquella relación empírica que fue formulada como instrumento para evaluar el impacto de las políticas económicas sobre la economía de Estados Unidos en el periodo de 1947-62 y, que se expresa como coeficiente de Okun, ha sido ampliamente verificada también para otros países y períodos, aplicando una o varias de las especificaciones originales, según diversas metodologías e intentando explicar sus diferencias. Por su parte, Krugman & Wells (2007) consideran que la especificación propuesta por Okun es meritoria en la medida que tiene en cuenta la subutilización de los recursos humanos y el nivel de precios.

Si bien, varios estudios empíricos han corroborado los postulados teóricos en términos de la relación entre estas variables macroeconómicas, otros no han validado las relaciones predichas. Lo anterior, podría deberse a diferencias en el enfoque metodológico y los datos utilizados (Moosa, 1997; Loría & Ramos, 2007), o según Bod'a & Považanová (2019), a la forma en que la literatura ha abordado y verificado la ley:

Si bien la ley de Okun puede representar fielmente los vínculos macroeconómicos entre el mercado laboral y la producción económica, en realidad no hay nada en la teoría económica que garantice que su regularidad deba ser absoluta y que su fuerza no deba variar en el tiempo. Por tanto, el marco estadístico utilizado debe permitir que los coeficientes de Okun varíen en el tiempo y no sean constantes, aunque en la mayoría de los estudios se tratan

como constantes y se estiman aproximadamente en su nivel medio. Dado que el entorno económico está sujeto a cambios graduales o estructurales. (p. 609)

En este sentido, desde su formulación inicial en 1962 hasta el presente, investigaciones llevadas a cabo por diferentes autores, que se presentaron a lo largo de este apartado, coinciden en que, si bien el valor de los coeficientes llega a diferir notablemente entre sí, los resultados generalmente apoyan la validez de la ley en el sentido de significancia estadística individual y conjunta de los parámetros.

Numerosos estudios hechos a través de los años sobre los países pertenecientes a la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico (OCDE), han demostrado que el crecimiento de la producción conduce a una disminución del desempleo, según Folawewo & Adeboje (2017). Como muestra de lo anterior, se presentan los principales resultados reportados de las investigaciones de Moosa¹³ (1997), Lee (2000) y Sögner & Stiassny¹⁴ (2002) que se ocuparon de los periodos entre 1955 a 1999, y Dixon, Lim, & Van-Ours¹⁵ (2017) de 1985 a 2013.

La estabilidad de la ley fue verificada por Moosa, (1997) mediante los modelos de MCO¹⁶, SUR¹⁷ y MCO-rodante¹⁸ sometido a pruebas de Chow, y extrae las series

¹³ G7 de 1960 a 1995: Estados Unidos, Japón, Alemania, Francia, Reino Unido, Italia y Canadá

¹⁴ Austria, Noruega, Suecia, Estados Unidos, Bélgica, Canadá, Suiza, Alemania, Dinamarca, Finlandia, Francia, Reino Unido, Italia, Japón y Países Bajos.

¹⁵ Debido a la disponibilidad de datos, el análisis se centra en 20 países de la OCDE durante el período 1985-2013. Hay 5 países fuera de Europa (Australia, Canadá, Japón, Nueva Zelanda y Estados Unidos) y 15 países en Europa de los cuales 10 adoptaron el euro (Austria, Bélgica, Finlandia, Francia, Alemania, Irlanda, Italia, Países Bajos, Portugal y España) y 5 no (Dinamarca, Noruega, Suecia, Suiza y Reino Unido).

¹⁶ Hace referencia a Mínimos Cuadrados Ordinarios, en adelante MCO.

¹⁷ Hace referencia a las siglas en inglés de Seemingly Unrelated Regressions, regresiones aparentemente no relacionadas en español.

¹⁸ Hace referencia a Mínimos Cuadrados Ordinarios rodantes, en adelante MCO-Rodante.

de datos no observables por modelo estructural de Harvey, infiere que el valor creciente de los coeficientes a lo largo del tiempo y las diferencias entre ellos, se explican en términos de reformas internas y diferencias en la rigidez de mercado laboral de cada país, respectivamente. Por su parte, Lee (2000), confirma que la relación producto-desempleo es robusta desde una perspectiva internacional, por la escasa variabilidad en cada país, aunque con evidencia anecdótica de heterogeneidad entre países, basado en datos¹⁹ de la posguerra. Aplica las propiedades de raíz unitaria en el enfoque de primeras diferencias y construye las alternativas a partir del filtrado HP y el método de Beveridge-Nelson el PIB potencial, y la NAIRU con el filtro de Kalman, para el modelo de brechas. Sögner & Stiassny (2002) que evalúan también la robustez de la Ley, extraen el producto potencial mediante métodos Bayesianos y la NAIRU por el filtro de Kalman, llegando a la conclusión de que la reacción del desempleo a cambios en el PIB difiere sustancialmente entre los países considerados, principalmente a una mayor reacción del empleo (demanda laboral) sobre las variaciones del PIB. Dixon, Lim, & Van-Ours (2017), reevaluaron la ley de Okun, incluyendo efectos de género, edad e instituciones del Mercado Laboral, concluyendo que el aumento en el crecimiento económico no sólo tendrá el resultado esperado de reducir la tasa de desempleo, sino que la relación es mayor para los trabajadores más jóvenes.

En el caso de Latinoamérica, los autores Loría & Ramos (2007), Rodríguez-López & et al. (2007); Franco-Martín (2017); Rodríguez Aranda & et al. (2017); Jiménez-Restrepo et al. (2019); Porras-Arena & Martín-Román (2020) entre otros,

¹⁹ Australia, Austria, Bélgica, Canadá, Dinamarca, Finlandia, Francia, Alemania, Italia, Japón, Países Bajos, Noruega, Suecia, Suiza, Reino Unido y Estados Unidos. Excepto en Alemania, la muestra período va desde 1955 hasta 1996. En el caso de Alemania, la muestra comienza en 1960 para evitar una posible ruptura estructural en 1959 asociada con la inclusión de la región del Saar.

coinciden en que los resultados individuales muestran que la relación de la Ley de Okun se cumple para varios de los países de América Latina. Si bien, Rhenals-Monterrosa & et al. (2015) llegaron a plantear que la ley de Okun no opera circunstancialmente en algunas economías latinoamericanas, para Colombia calificaron el carácter *desacoplado* de la relación como teóricamente *extraño*. Así, sugieren que el fenómeno haya sido coyuntural en el contexto²⁰ colombiano: la particular composición del PIB, deterioro de la calidad del empleo y cambios metodológicos para el cálculo de las cifras de desempleo, ya que *“las estadísticas utilizadas no miden adecuadamente las condiciones del mercado laboral”* (p. 8). Por otro lado, Porras-Arena & Martín-Román (2020) consideran que: *“los coeficientes estimados en América Latina indican una relación más débil entre el PIB y el desempleo respecto a la de los países desarrollados”*. (p. 1).

Para Franco-Martín (2017), que llevó a cabo un análisis de la relación, para tres países de América Latina: Colombia, Argentina y Chile, entre 1980 a 2014, analiza de forma preliminar los datos a través de un modelo de regresión simple, construye las series no observadas con el filtro de HP, obteniendo para Colombia -0,486 y -0,48. Por otro lado, al estimar nuevamente los coeficientes por país a través de MCVE²¹, para Colombia reporta -0,517 y -0,31, en las versiones de primeras diferencias y relación de brechas, respectivamente para ambas subsecciones. Concluye que *“los resultados individuales muestran que la relación de la Ley de Okun se cumple para varios de los países de América Latina, con valores del coeficiente de Okun diferentes, pero altamente significativos.”* (p. 3). Sin embargo, encontró que *“en el caso de Colombia,*

²⁰ Para obtener una explicación amplia sobre el contexto al que se refiere el autor, dirigirse a Rhenals-Monterrosa & et al. (2015, p. 7-8).

²¹ Modelos de corrección de error vectoriales.

se presenta el mayor valor del coeficiente de Okun. Casi al nivel de un país desarrollado”. (p. 3)

Jiménez-Restrepo & et al. (2019), demuestran que: “La interpretación es la misma en los dos casos: no se puede rechazar desde el punto de vista estadístico que el nivel de actividad económica incide de forma negativa y significativa sobre el crecimiento del desempleo.” (pág. 42). Puntualmente: “un aumento de un punto porcentual en el crecimiento económico induce a una disminución en la tasa de desempleo de medio punto porcentual”. Lo anterior, como resultado de la evaluación de la forma tradicional en adición a una reformulación de la Ley a través del método MCO-modificados en su totalidad y el ejercicio de cointegración bajo MCVE, donde concluyen que la relación entre desempleo y crecimiento en Colombia *está mediada* por el comportamiento de los precios del capital y del trabajo.

Si bien, Rojas Manzo (2019) describe el mercado laboral mexicano como “poco sensible al crecimiento del producto” (p.88), al evaluar la Ley de Okun con un modelo de Datos Panel concluye que lo anterior “es consecuencia de un mercado laboral rígido que deriva en distorsiones con altas tasas de informalidad laboral y migración”, considerando hechos estructurales²² de las diferentes entidades federativas de México, además, los autores resaltan que las discrepancias entre los resultados de las investigaciones se deben en su mayoría a “las diferencias en la forma funcional y las diferencias metodológicas en la estimación” (p. 88), Loría & Ramos (2007) califican como “robusto” al coeficiente, tras verificar la causalidad en el sentido de Granger mediante VAR, determinar el orden de integración de las series y utilizar el procedimiento de Johansen para corroborar cointegración. Loría & Ramos (2007)

²² Para la descripción amplia sobre el mercado laboral mexicano, diríjase a Rojas Manzo (2019).

estimaron un coeficiente de Okun para México, según las especificaciones de primeras diferencias y relación de brechas “*el coeficiente se encuentra entre 2,08 y 2,5*” (p. 30)

Por otro lado, Santos-Zúñiga et al. (2020), también concluyeron que: “*las variaciones en la producción sí tienen efectos significativos sobre la tasa de desempleo de la economía mexicana*”. Con las formulaciones originales de Okun a través de tres modelos estructurales de series de tiempo, se probó que por cada punto porcentual que el PIB aumenta, la tasa de desempleo disminuiría entre 0,07% y 0,16%. Así mismo, Rodríguez & et al. (2007) consideran la Ley de Okun en la versión de primeras diferencias y relación de brechas, introduciendo en su cálculo otras técnicas econométricas en busca de cambio estructural para el caso mexicano. De los resultados obtenidos, los autores concluyen que “*ante el incremento del producto, la variación de la tasa de desempleo será de -2,47; -3,73 y -2,65*” respectivamente.

Por su parte, Rodríguez Aranda & et al. (2017) analizan el crecimiento de la producción y su incidencia en la tasa de desempleo de Ecuador en el período 2006 a 2015, a través de las tres versiones originales de la Ley por el método VAR, aplicando diversas pruebas econométricas, donde obtienen los resultados de los modelos primeras diferencias -0,38, prueba de brechas -0,56, concluyendo que “*en el Ecuador si se cumple la ley de Okun, es decir, la relación inversa entre el PIB y el desempleo*” (pág. 258).

Loría & et al. (2012) a través de la versión de primeras diferencias de Okun se estimó un modelo VAR irrestricto apoyado de una regresión lineal para el caso español, entre 1995 a 2012, probando la estabilidad estructural del coeficiente, con la prueba Quandt-Andrews. Concluyen que el producto del sector construcción incide

significativamente en las tasas de desempleo, a tal punto que *“la construcción lideró el milagro económico español”* (p. 147). Por otro lado, García-Millares (2013) aborda un análisis práctico de la ley de Okun, por el método de “niveles” y “cambios” para España, Dinamarca, y Japón durante el período de 1985 a 2011. Concluye que *“la ley de Okun es capaz de recoger las particularidades de estos diferentes mercados laborales”* (p. 26), especialmente para España y Dinamarca, pues probablemente, la capacidad explicativa para Japón es más reducida debido a las particularidades²³ del mercado laboral de este país.

En el caso de Folawewo & Adeboje (2017), donde se basa en los marcos teóricos de la ley de Okun y la curva de Phillips para analizar la relación entre agregados macroeconómicos y desempleo en la Comunidad Económica de los Estados de África Occidental (CEDEAO), a través de efectos fijos y aleatorios, y de datos panel de mínimos cuadrados ordinarios totalmente modificadas (FMOL), tanto a nivel de datos agregados de la CEDEAO como a nivel subregional. Los resultados muestran que el crecimiento del (PIB) tiene un efecto reductor, pero insignificante, sobre la tasa de desempleo. o que indica una baja elasticidad del crecimiento del empleo en la región.

Apap & Gravino (2017) con una especificación sectorial de la Ley de Okun en Malta comprueban que “existe una relación negativa y estadísticamente significativa entre la producción y el desempleo”. Además, afirman que “la relación entre la tasa de desempleo y la evolución del sector de servicios es más fuerte que la de la evolución del sector manufacturero.”. Los autores creen que esto es el resultado de la mayor

²³ Para la explicación amplia de las particularidades de los mercados laborales analizados por el autor, dirigirse a García-Miralles (2013).

participación del sector de servicios en la producción total de Malta durante los periodos evaluados.

En definitiva, la literatura ha establecido claramente la conexión empírica entre las variables macroeconómicas objeto de la presente investigación, y su importancia en la fijación de políticas económicas. Como señala Aurangzeb & Khola (2013) y los autores ya mencionados, los resultados contradictorios son atribuibles a fluctuaciones en el ciclo económico, errores de medición y otros factores relacionados como el nivel de pobreza en la economía y la subutilización de la inversión extranjera. Si bien, se ha entendido al coeficiente de Okun como el *costo del desempleo o las ganancias del crecimiento* (Franco-Martín, 2017, p. 5), se espera que la relación entre desempleo y producción varíe en cada contexto.

5. OBJETIVOS

5.1 Objetivo general

Evaluar la ley de Okun en la economía colombiana para el periodo de 1984-2019

5.2 Objetivos Específicos

- Definir las variables subyacentes al coeficiente de Okun en las versiones de primeras diferencias y relación de brechas, para el caso colombiano en el periodo de 1984 a 2019
- Medir el efecto de la evolución del PIB en los cambios de la tasa de desempleo para la economía colombiana, en el periodo de 1984-2019
- Estimar la tasa de desempleo donde Colombia maximizaría su nivel de producción sin crear presiones inflacionarias, durante 1984 a 2019

6. METODOLOGÍA

Para dar cumplimiento al objetivo general del presente documento, basados en las especificaciones originales hechas por Arthur Okun (1962), se procede a evaluar el vínculo entre el PIB y la tasa de desempleo en Colombia, profundizando en los cambios durante el corto plazo y evolución de niveles tanto tendenciales como estructurales, para el largo plazo.

De manera análoga, se presentan las generalidades metodológicas originales de las versiones mencionadas anteriormente, mientras se describen los modelos econométricos adaptados al contexto del presente estudio cuantitativo. Por último, se exponen las fuentes de recursos estadísticos y de información para las estimaciones en Colombia durante el periodo comprendido entre 1984 y 2019, 36 años.

6.1 Generalidades metodológicas originales

Okun (1962) inicia su artículo con la pregunta “¿Cuánto PIB puede producir la economía en condiciones de pleno empleo?” (p. 1), resaltando en este, la significancia política que tiene la búsqueda del pleno empleo o máxima ocupación (tasa natural de desempleo²⁴). Ofrece como respuesta simple y directa: una regla, que surgió de tres métodos de relacionar la producción con la tasa de desempleo, explicada en la sección de estimaciones estadísticas: “[...] En el periodo de postguerra, en promedio, cada punto porcentual adicional en la tasa de desempleo por encima del cuatro por ciento se asoció con una disminución de alrededor del tres por ciento en el PNB²⁵

²⁴ Abel y et al. (2004), le redefinen, al transformar esta expresión, interpretando u^p como la tasa de natural de desempleo, resultante del desempleo friccional y estructural.

²⁵ Okun utilizó el Producto Nacional Bruto en su investigación, de aquí en adelante PNB.

real.” (Okun, 1962, p. 2). De allí, se toman las dos primeras versiones originales para el desarrollo de la presente metodología.

6.1.1 Primeras diferencias

El Producto Interno Bruto es una serie de tiempo²⁶. Esto implica que el PIB presenta tendencia a través del tiempo y, por tanto, podrían no ser estacionaria. Por lo anterior, en la primera versión de la regla, Okun relaciona la variación trimestral de la tasa de desempleo, Δu_t , y la tasa trimestral de crecimiento de la producción, g_t^Y . Definido matemáticamente como:

$$\Delta U_t = c - g_t^Y$$

Belmonte y Clemente (2004), sugieren la expresión

$$u_t - u_{t-1} = \beta_0 - \beta_Y g_t^Y, \quad \beta_0, \beta_Y > 0, \quad (6.1.1.1)$$

Donde la forma en primera diferencia²⁷ de la tasa de desempleo Δu_t , está dado por u_t y u_{t-1} , que son las tasas de desempleo en dos periodos consecutivos. Y, g_t^Y es la variación porcentual del PIB real, es decir, la tasa de crecimiento acumulado de la producción durante el periodo estudiado. Okun explica sobre esta relación que “*El producto está condicionado por la cantidad de mano de obra utilizada en el proceso de producción, la relación entre la producción y el empleo es positiva. Existe, empero, una relación negativa entre la tasa de desempleo y la variación del producto, por la*

²⁶ Dirigirse a Wooldridge (2010, Cap. 10), Gujarati & Porter (2010), Villavicencio (2010), Novales (2016) para una explicación más amplia sobre las series de tiempo y sus propiedades.

²⁷ También conocida en sus siglas en inglés como DS, Difference-Stationary, es un proceso de estacionariedad de series de tiempo. Para obtener una explicación amplia sobre la forma de primeras diferencias, dirigirse a Gujarati & Porter (2010, p. 338-345, 417-417-419, 443-445). Y Morocho Ruíz (2013).

variación en la fuerza de trabajo, independientemente de la región analizada". Aplicando MCO a las observaciones trimestrales del período 1947:2-1960:4, Okun obtuvo $\hat{\beta}_0 = 0,3$ y $\hat{\beta}_Y = 0,3$.

De acuerdo con lo estimado concluyó que, si el PNB real no cambiara, la tasa de desempleo aumentaría 0,3 puntos, en promedio, de un trimestre a otro. Por cada uno por ciento adicional de crecimiento del PNB real, el desempleo disminuiría 0,3 puntos, en promedio. Y, teniendo en cuenta el comportamiento de los datos en los trimestres anteriores, en cualquier momento de su estimación: Un punto porcentual más en la tasa de desempleo significaba un 3,3 por ciento menos de PNB. De ahí, Mankiw (2014) dedujo²⁸ que, por cada punto adicional de la tasa de desempleo, la pérdida de la producción era del 3,33% ($1 \div \hat{\beta}_Y$).

6.1.2 Relación de brechas

De la sección anterior se deduce que, si la ecuación (6.1.1.1) representa correctamente la relación entre las variables, la tasa de crecimiento $\bar{g}^Y$ que mantiene inalterada la tasa de desempleo es β_0/β_Y , tal como lo describe Belmonte y Clemente (2004). Sustituyendo β_0 en la ecuación (6.1.1.1), obtenemos que la variación de la tasa de desempleo²⁹ es proporcional al diferencial entre las tasas de crecimiento de la producción observada y la requerida para mantener la tasa de desempleo constante - punto en que la tasa de desempleo alcanza su nivel natural-.

²⁸ Mankiw (2014, p. 403), se refiere la formulación inversa en su texto: la tasa de crecimiento de la producción es la suma de una constante menos el producto de otra constante por la variación de la tasa de desempleo.

²⁹ De la formulación utilizada por Blanchard & et al. (2012) págs. 228- 230.

$$u_t - u_{t-1} = -\beta_Y(g_t^Y - \bar{g}^Y), \quad (6.1.1.2)$$

Si bien, aún no se ahonda en los conceptos de la producción potencial ni sobre la tasa natural de desempleo, ya que estos serán expuestos en profundidad hasta la siguiente sección, se debe mencionar que, bajo el supuesto de Okun de que, la tasa natural de desempleo, u_t^p , es constante, (6.1.1.2) implica que la producción potencial crece a la tasa, $g^{Yp} = \bar{g}^Y$. Y, aunque la tasa g^{Yp} no es observable, por una serie de factores que imposibilitan medir de forma directa esta variable económica, en este caso, es posible estimarla a partir de los valores de β_0 y β_Y , siempre que estos valores sean efectivamente constantes.

En todo caso, se debe subrayar que (6.1.1.1) puede estimarse sin necesidad de haber calculado previamente la tasa natural de desempleo o la producción potencial, ni suponer que la primera es constante o que la segunda crece a una tasa constante. Sin embargo, esta ecuación (6.1.1.1) introduce los parámetros de la segunda versión de la *regla* al relacionar la tasa de desempleo con la brecha de producción³⁰, haciendo necesario medir previamente las brechas, expuesto en (6.1.1.2'). A condición de lo anterior, se utilizan aproximaciones para el proceso de estimación (proxys) en las variables PIB potencial, denotada por Y_t^p , y de la Tasa Natural de Desempleo, u_t^p , en adelante. Estos conceptos se esclarecerán en la siguiente sección.

$$u_t - u_t^p = -\beta_Y(g_t^Y - \bar{g}^Y), \quad (6.1.1.2')$$

Considerando los criterios de Okun (1962, p. 2), para juzgar la validez de las sendas potenciales asumidas: 1) Bondad de ajuste; 2) Ausencia de cualquier tendencia

30 Okun (1962) denominó “percentage gap” a la brecha relativa entre las producciones potencial y observada.

en los residuales; 3) Asunción del principio de que el PIB potencial es igual al PIB real cuando la tasa de desempleo alcanza su nivel natural³¹. Belmonte y Clemente (2004), explican que la versión de brechas consiste en seleccionar y probar ciertas trayectorias del producto potencial, Y_t^p , utilizando el PIB real, Y_t , supuestamente alternativas, como niveles de referencia. Por otro lado, las brechas porcentuales implícitas en estas trayectorias se relacionan con la brecha de la tasa de desempleo u_t , mediante la ecuación:

$$u_t = \lambda_0 + \lambda_Y \frac{Y_t^p - Y_t}{Y_t^p}, \quad \lambda_0, \lambda_Y > 0 \quad (6.1.2.1)$$

Así,

$\frac{Y_t^p - Y_t}{Y_t^p}$ es desviación porcentual de la producción de Colombia en el periodo t, respecto al PIB potencial.

En consecuencia, Okun no sólo supone que las producciones potencial y observada coinciden cuando la tasa de desempleo observada alcanza a su tasa natural - alrededor del 4%-, sino también que, la producción potencial crece a una tasa constante. Okun fijó³² a $Y_t^p = 3,5\%$, como la tasa de crecimiento potencial, obteniendo $\hat{\lambda}_0 = 3,72$ y $\hat{\lambda}_1 = 0,36$.

³¹ En su cálculo de 1962, Okun acuerda con el principio de que el PIB potencial debe ser igual al PIB real cuando $u = 4$

³² Okun (1962, P.3), eligió la producción del trimestre 1955:2 para derivar a la producción potencial, vista como una tendencia. Elaboró medidas alternativas de la brecha entre 1953:1 y 1960:4 promediando la tasa de crecimiento de la producción potencial.

A condición de que la ecuación (6.1.2.1), representa correctamente la relación entre las tres variables: la tasa natural de desempleo, u_t^p , es constante e igual a λ_0 . Al sustituirle en la ecuación (6.1.2.1), se obtiene³³ que, la desviación de la tasa de desempleo respecto a su valor *natural* es una proporción de la brecha de producción:

$$u_t - u_t^p = \lambda_y \frac{Y_t^p - Y_t}{Y_t^p}, \quad (6.1.2.1')$$

De los parámetros estimados, Okun calcula que la tasa de desempleo asociada con una brecha nula de producción es 3,72%, no muy lejana al 4% *ideal* (1962, p. 3). Achacando a cada punto porcentual que se desvía la tasa de desempleo respecto de su tasa natural, una pérdida de producción igual a 2,8% ($1/\widehat{\lambda_y}$). “Cifra algo inferior, pero muy cercana, al 3,33% de producción perdida calculada en la sección anterior.” de acuerdo a la investigación sobre la formulación de Belmonte y Clemente (2004, p. 6).

6.1.3 Estructura metodológica adaptada

Los análisis de la información disponible deberían realizarse de acuerdo al núcleo cuantitativo de interpretación económica: el lenguaje y la lógica de la teoría. Estos análisis económicos no necesariamente se realizan sobre datos originales, en vista de que los mismos podrían contener oscilaciones que al no ser de interés, pueden distorsionar la interpretación de los resultados. Por lo anterior, la aplicación de técnicas estadísticas de modelización (univariante o econométrica), desagregación temporal de frecuencias y de extracción de señales, es vía eficiente para aumentar las garantías de objetividad de una evaluación económica, como la que pretende este trabajo de

³³ Para Okun (1962), “la desviación porcentual de la producción de un país respecto al punto óptimo se debe a factores estructurales, en especial a la dispersión entre la tasa de desempleo efectiva frente a la natural” (p. 3)

investigación. (Denton F. T., 1971; Espasa & Cancelo, 1993; Fuentes-Quintana, 1993; Hodrick & Prescott, 1997; Cholette & Dagum, 2006; Álvarez & Da-Silva, 2008; Albagli & Naudon, 2015; de Jong & Sakarya, 2016; Banco Central de Chile, 2017; Cornea-Madeira, 2017; Yamada, 2018; Bonilla-Mejía & Pulido, 2020).

Según Fuentes-Quintana (1993), para Paul A. Samuelson, lo que separa un buen de un mal análisis económico “*va más allá de la valía profesional del economista que lo realiza*” (p. 16), resulta que “*es el progreso en los métodos cuantitativos que el economista utiliza*” (1962, p. 132). Simplificado, el desarrollo de la información disponible y la aplicación de los métodos cuantitativos, permiten capturar³⁴ la imagen que transmite la realidad económica.

El análisis de las variables no observables, desde diferentes perfectivas, es robusto. Si bien, cada método tiene supuestos y restricciones que incorporan un margen de error en la estimación de la variable, y que, sin un único criterio para escoger entre los distintos modelos disponibles, la medida de aquellas variables se construye combinando los resultados de varias metodologías que, gracias a que los desarrollos técnicos, se han dado paralelamente con el desarrollo conceptual. Lo anterior resulta beneficioso en vista de que, a través de diferentes técnicas de estimación, se pueden obtener propiedades estadísticas particulares, que permiten comparar los resultados y contrastarles con la realidad de Colombia, en este caso, que es el país sometido a estudio. Razones por las cuales, en este trabajo de investigación se utilizan metodologías heterogéneas para la estimación de las variables proxys: extracción estadística de la tendencia y estimación de relaciones estructurales.

³⁴ En la versión original, Fuentes-Quintana (1993, p. 16) utiliza el termino detener en lugar de capturar, refiriéndose a captar y apreciar una imagen, parafraseando a Paul Samuelson.

Es por lo anterior que, para evaluar la ley de Okun en la economía colombiana, para los periodos 1984 a 2019, se requiere del uso de variables de paso que se ajusten al contexto del trabajo de investigación, por medio de transformaciones algebraicas se realiza incluso, empalme de series temporales.

Así, una vez expuestas las generalidades metodológicas originales de la Ley de Okun (1962), se ha dispuesto esta sección para presentar los conceptos y especificaciones matemáticas que sustenta la forma funcional econométrica de la producción potencial y tasa natural de desempleo.

6.1.3.1 Producto potencial

“Una de las variables más relevantes para la toma de decisiones de política monetaria es el producto interno bruto potencial” (Bonilla-Mejía & Pulido, 2020, p. 36). En efecto, es una herramienta de formulación de política monetaria, al proporcionar un diagnóstico de la fase en que se encuentra una economía, distinguiendo los efectos estructurales de los cambios relativos a la coyuntura. Agregado a lo anterior, *“permite evaluar los efectos de las políticas macroeconómicas a través del estudio de los patrones de crecimiento de la economía”* (Álvarez & Da-Silva, 2008, p. 3). Por todo esto, se resalta la relevancia de esta variable.

En concreto, Arthur Okun considera al PIB potencial como *“una medida de la capacidad productiva”* (1962, p. 1), en tanto implícitamente, está determinado por la cantidad y la eficiencia de los factores de producción disponibles. En consonancia con Okun, Albagli & Naudon (2015) extienden el concepto, al hacer una distinción entre PIB tendencial y PIB potencial: el primero se refiere a la capacidad productiva en ausencia de shocks y, el segundo se refiere a la capacidad de una economía de crecer sin generar presiones inflacionarias o con una inflación estable.

Previo a la distinción hecha por Albagli y Naudon (2015), de manera análoga, para para Miller (2003), la definición del PIB potencial, está condicionada al enfoque que le explica: Desde una perspectiva neoclásica, es un indicador de la oferta³⁵ agregada con importantes implicaciones sobre la sostenibilidad del crecimiento económico a largo plazo, aquel crecimiento que no corresponde a elementos coyunturales o transitorios. Por otro lado, para el modelo keynesiano, basado en la existencia de rigideces nominales en el mercado que justifican una tasa de desempleo involuntaria, el producto potencial es visto como el nivel de producto que podría alcanzarse, sin generar un desempleo involuntario ni generar presiones inflacionarias. Vale la pena aclarar que diversos autores concuerdan en que, en el largo plazo, las tasas de crecimiento potencial y tendencial convergen al mismo número. (Okun, 1962; Misas-Arango & López-Enciso, 1998, 2001; Miller, 2003; Carbajal et al, 2007; Peñaherrera Aguilar, 2011; Loría et al, 2012; Albagli & Naudon, 2015; Franco-Martín, 2017; Gamboni et al, 2020; Santos-Zúñiga et al., 2020).

Muchos de los modelos macroeconómicos estructurales que se utilizan para la previsión y el análisis de políticas, requieren de la estimación del producto potencial (Dupasquier et al., 1997), y en efecto, de la *brecha* entre los productos observado y potencial, la brecha del producto. No sólo sirve para interpretar las modificaciones en las condiciones económicas o en el paradigma dominante acerca de la política económica, además, es clave porque determina la evolución de precios y salarios, pues podría definirse como el nivel máximo de producción sostenible sin tensiones excesivas en la economía, que puede alcanzarse en una situación de pleno empleo, sin aceleración de la inflación. Según Misas y López-Enciso (2001, p. 2), lo anterior a

³⁵ En el idioma original de Cowles Foundation Paper 190, Okun (1962, p. 1), explícitamente califica a PIB potencial como un “supply concept”, en español, un concepto de oferta.

condición de que, *“la inflación es sensible al ciclo de actividad a través de las tensiones que se refuerzan o disminuyen sobre los mercados de bienes y de trabajo.”* En síntesis, dichas consideraciones llevan a decisiones sustanciales de política monetaria.

Como se afirmó en otro apartado, la estimación del producto potencial va mucho más allá de la Ley de Okun, es incorporada, incluso, a la teoría de la curva de Phillips y, posteriormente, subyace tras el concepto de tasa natural de desempleo elaborado por Friedman (Espinosa-Vega & Russell, 1997; Misas & López-Enciso, 2001; Daly & Hobijn, 2010; Blanchard & et al., 2012; Mankiw, 2014; Kostov, 2017). Aún cuando, no existe consenso en la literatura económica acerca del concepto de producto potencial y que, los diferentes enfoques llevan a diferentes metodologías estadísticas y económicas para calcularle³⁶. No obstante, el análisis del PIB potencial, desde diferentes perfectivas, es valioso.

6.1.3.2 Tasa Natural de Desempleo

La tasa de desempleo es un indicador clave de política económica. Ya que, sirve de termómetro en el diagnóstico de la presencia de presiones inflacionarias y el desempeño del mercado laboral. De manera análoga, desde la perspectiva macroeconómica, refleja el acierto o desacierto de los programas educativos y de capacitación de la fuerza de trabajo: en términos de cobertura, calidad y pertinencia. Desde la perspectiva microeconómica, subraya la imperfección de la información disponible tanto para oferentes, como demandantes de trabajo (Henao & Rojas, 1999).

³⁶ Según Chagny y Döpke (2001) y Gamboni et al. (2020) se clasifican principalmente en Estructurales (basados en una teoría económica específica), No Estructurales (basados en procedimientos estadísticos) y directos (encuestas).

En pocas palabras, los movimientos en el desempleo pueden ser causados por cambios en la demanda agregada y por cambios en los programas de fijación de precios o salarios.

De lo anterior, se desprende el concepto de la tasa natural de desempleo. Una tasa hipotética de desempleo coherente a la producción agregada del nivel de largo plazo. (Claar, 2006; da-Silva-Filho, 2010; Tasci, 2012; Tvrdoň & Verner, 2013; Boďa & Považanová, 2019). Cabe aclarar que, este nivel es congruente con la producción agregada en ausencia de las fricciones temporales, tales como ajustes incompletos de precios en el mercado de bienes y servicios, o laboral. (Tvrdoň & Verner, 2013). Según Mankiw (2014), es difícil medir la tasa natural de desempleo en el tiempo, pues, en sí es inobservable, sólo se pueden hacer estimaciones sobre la tasa efectiva. En síntesis, la tasa natural es una condición de equilibrio, que también refleja las características microeconómicas del mercado.

La tasa natural de desempleo es un concepto elaborado por la teoría económica. Concebida como una herramienta para plantear políticas económicas pertinentes a cada escenario, está determinada mayormente por el lado de la oferta y, por tanto, depende de las condiciones estructurales de cada economía: posibilidades reales de producción y perturbaciones del suministro del petróleo, cosechas o despliegue tecnológico, instituciones³⁷ económicas, progresión demográfica, cambios políticos y, condiciones del mercado laboral. Lo anterior supone que, la intención de bajar la tasa de desempleo por debajo de su tasa natural causa que la inflación erosione el crecimiento real, pues conduce a aumentos en el nivel general de precios y a una mayor desocupación.

³⁷ Blanchard & et al. (2012) define el concepto como grado de poder del monopolio de las empresas, estructura de la negociación salarial, el sistema de prestaciones por desempleo y los niveles de sindicación.

(Friedman, 1968; Henao & Rojas, 1999; da-Silva-Filho, 2010; Bod'a & Považanová, 2019). Como resultado, la tasa natural de desempleo proporciona un marco simple para analizar una amplia variedad de problemas del mercado laboral, en el punto en que la inflación se mantiene en un promedio constante (Okun, 1962; Aurangzeb & Khola, 2013; Mankiw, 2014).

El concepto de la tasa natural de desempleo ha sido aceptado tanto en los análisis teóricos como en los empíricos (Chang, 1997; Henao & Rojas, 1999; da-Silva-Filho, 2010; Blanchard & et al., 2012; Tvrdon & Verner, 2013; Mankiw, 2014; Rhenals-Monterrosa & et al., 2015). Teniendo en cuenta que es una serie temporal inobservable, como se mencionó anteriormente, existe una discusión vigente sobre la precisión de sus estimaciones; dicho de otra manera, los resultados dependen de las aproximaciones metodológicas empleadas en cada caso, posibilitando problemas de imprecisión estadística, inherentes a sus estimaciones. (Espinosa-Vega & Russell, 1997; Pichelmann & Schuh, 1997; Henao & Rojas, 1999; Claar, 2006; da-Silva-Filho, 2010; Tasci, 2012; Tvrdon & Verner, 2013; Bod'a & Považanová, 2019). No obstante, la perspectiva teórica que propone un equilibrio estático, con el método de extracción de tendencia, y el análisis empírico de la relación del desempleo e inflación, en la Curva de Philips, no son muy diferentes según la evidencia empírica. (Espinosa-Vega & Russell, 1997; Chang, 1997; Grant, 2002; Claar, 2006). En consecuencia, la estimación de esta variable desde diferentes aproximaciones da robustez a la evaluación de la Ley de Okun.

Plantear políticas macroeconómicas de acuerdo a la tasa natural de desempleo, supone un reto. Por ello, el método que se elija para estimar variables aproximadas debe ser congruente con el contexto donde se estime. Para Guataquí-Roa (2000), “*es conveniente recalcar las diferencias analíticas que trae sobre la tasa de desempleo el*

ser analizado desde el punto de vista de la política monetaria o la política laboral.” (p. 4). Por ejemplo, para Claar (2006): *“la tasa real de desempleo, que se observa con frecuencia y con relativa facilidad, puede considerarse como la suma de dos componentes distintos.”* (p. 3). Por otra parte, para el concepto de la NAIRU, se utiliza una relación determinista, la cual analiza el desempleo desde el planteamiento presentado por Blanchard & et al. (2012), donde se menciona la existencia de una relación de mediano plazo entre el nivel de precios, su variación y la proporción de personas en condición de desempleo.

Es por esto que, se ha incluido en los anexos, las aproximaciones desde los métodos empleados para el cálculo de la tasa natural de desempleo y el PIB potencial en Colombia durante el periodo de 1984 a 2019. A continuación, se presenta en la tabla (6.1.3.3) las variables utilizadas e hipótesis sobre los signos esperados en las evaluaciones de la Ley de Okun.

Tabla 6.1.3.2

Variables de la evaluación de la Ley de Okun para Colombia, de 1984 a 2019

Nombre Variable	Signo esperado	Definición	Unidad de Medida	Fuente	Identificador
Variación de la tasa de desempleo	+	Es el operador de primeras diferencias de la tasa de desempleo; se toman diferencias sucesivas de dos periodos consecutivos, como indicador de crecimiento absoluto para garantizar estacionariedad.	Porcentaje	Cálculo propio	ΔU_t

Tasa de crecimiento del PIB	+	Es la variación acumulada que experimenta el PIB real, durante t periodos de tiempo determinados.	Porcentaje	Banco de la República y Cálculo propio	g_t^y
Coefficiente de Okun en la versión de primeras diferencias	-	En la versión de primeras diferencias, es definido como el efecto promedio de la evolución del PIB en los cambios de la tasa de desempleo	Porcentaje	Cálculo propio	β_y
Intercepto en la versión de primeras diferencias	+	Valor promedio del incremento en la tasa de desempleo debido al crecimiento de la fuerza laboral y rendimiento paulatino de la productividad	Porcentaje	Cálculo propio	β_0
PIB real	N/A	El PIB real es el Producto Interno Bruto a precios constantes y se refiere al nivel de volumen del PIB. Las estimaciones del PIB a precios constantes se obtienen al expresar el valor de todos los bienes y servicios producidos en un año determinado, en términos de un periodo base. ($\dot{Y}_t$ serie desestacionalizada)	Miles de millones de pesos (2015)	DANE	Y_t
Coefficiente de Okun en la versión de brechas	-	En la versión de brechas, se define como el promedio del impacto que tiene la brecha productiva, sobre el nivel de desempleo para el largo plazo	Porcentaje	Cálculo propio	λ_y
Tasa potencial de crecimiento del PIB	+	Es una variable directamente no observable; calculado con el filtrado de Hodrick-Prescott y métodos de descomposición temporal en forma aditiva. Puede considerarse una aproximación empírica a la mayor utilización de recursos productivos. (DANE, 2012)	Porcentaje	Cálculo propio	Y_t^p

Tasa de desempleo	N/A	Es la relación porcentual entre el número de personas que están buscando trabajo (DS ³⁸), y el número de personas que integran la fuerza laboral (PEA ³⁹) (Dane, 2012)	Porcentaje	DANE	u_t
Tasa Natural de Desempleo, Intercepto en la versión de brechas	+	Es una variable directamente no observable; se ha calculado con el filtrado de Hodrick-Prescott, métodos de descomposición temporal, tanto en forma multiplicativa como aditiva y Curva de Phillips modificada por expectativas adaptativas. Es la tasa de desempleo que maximiza el nivel de producción sin crear presiones inflacionarias. Por lo que también es el intercepto de la versión de brechas.	Porcentaje	Cálculo propio	$\lambda_0 u_t^p$
Variación de la tasa de Inflación	+	Es el operador de primeras diferencias de la tasa de inflación, como indicador de crecimiento absoluto para garantizar estacionariedad.	Porcentaje	Cálculo propio	$\Delta\pi_t$

Nota: La definición de variables está basada en diferentes fuentes⁴⁰ bibliográficas. *Fuente:* Elaboración propia.

Fuente: Elaboración propia.

7. DATOS Y RESULTADOS

7.1 Datos

La evaluación de la Ley de Okun en las versiones de primeras diferencias y relación de brechas se realiza a través de los modelos presentados en la tabla 7.1. Y las

³⁸ Desocupados, para una definición más amplia, dirigirse al Glosario del DANE

³⁹ Población económicamente activa (Arango T. & Posada P., 2001)

⁴⁰ Okun (1962), Abel & et al. (2004); Belmonte & Clemente (2004); Álvarez & Da-Silva (2008); Guillén-Gómez (2010); Blanchard & et al. (2012); Mankiw (2014); Jiménez-Restrepo & et al. (2019); Gamboni & et al. (2020).

estimaciones de los modelos se presentan en la sección de anexos, la subsección 10.1 para el modelo de primeras diferencias y la 10.2 para la prueba de brechas. Cabe resaltar que estas estimaciones están condicionadas a diversos factores como la disponibilidad de datos, agrupación temporal, métodos econométricos implícitos en la definición de las variables subyacentes al coeficiente de cada versión, en el contexto del coyuntura y estructural de la economía.

Para la presente investigación, se emplearon los datos sobre la tasa de desempleo disponible en el Banco de la República, aunque las cifras relativas a desempleo provienen del DANE, originalmente, como producto de una serie trimestral empalmada⁴¹ disponible desde 1984, únicamente para *las siete ciudades principales* y sus áreas metropolitanas. Desde el DANE y el Banco Central colombiano, también se toma la tasa de crecimiento del PIB, desde el primer trimestre de 2006 hasta el cuarto trimestre de 2019, se debe mencionar que, debido a la disponibilidad de los datos, fue necesario empalmarle con la serie desagregada a través del método econométrico Denton-Cholette (Cholette & Dagum, 2006), lo anterior, con el fin de estimar las versiones en dos frecuencias temporales diferentes, tanto anual como trimestral.

Tabla 7.1

Versiones evaluadas para Colombia, de 1984 a 2019

Primeras diferencias	Prueba de brechas	Ecuación	Fuentes
----------------------	-------------------	----------	---------

⁴¹ En Arango et al. (2006) se explican a profundidad los métodos de empalme de las series de desempleo derivadas de la Encuesta Nacional de Hogares y la Encuesta Continua de Hogares, hasta 2005. Según la evidencia, el DANE ha ido actualizando las cifras hasta el presente.

$u_t - u_{t-1} = \beta_0 - \beta_Y g_t^Y \quad (6.1.1.1)$	Okun (1962); Belmonte & Clemente (2004); Jiménez-Restrepo & et al. (2019); Santos-Zúñiga & et al. (2020)
---	---

$u_t = \lambda_0 + \lambda_Y \frac{Y_t^p - Y_t}{Y_t^p} \quad (6.1.2.1)$	Okun (1962); Belmonte & Clemente (2004), Santos-Zúñiga & et al. (2020)
---	---

$u_t - u_t^p = -\beta_Y (g_t^Y - \bar{g}^Y) \quad (6.1.1.2')$	Lee (2000); Franco-Martín (2017); Dixon & et al. (2017)
---	--

Fuente: Elaboración propia.

7.1.1 Modelos

Así, tras definir las variables subyacentes al coeficiente de Okun en ambas versiones, se presentan los resultados obtenido en la medición del efecto de la evolución del PIB en los cambios de la tasa de desempleo para la economía colombiana, en el corto plazo, a través del Método de estimación Mínimos Cuadrados Ordinarios, haciendo uso del programa Rstudio, evaluados en diferentes intervalos y frecuencia temporal, con el fin de comparar los resultados.

Tabla 7.1.1

Resultados de la versión de primeras diferencias para Colombia, en el periodo de 1984 a 2019

Modelo	1	2	3	4	5	6	7
--------	---	---	---	---	---	---	---

Periodo evaluado	1984-2019 anual	1984-2001 anual	2002-2019 anual	1991-2019 anual	1984-2019 trimestral	1984-2001 trimestral	2002-2019 trimestral
Observaciones	36	18	18	29	144	72	72
Intercepto	1,106 (2,91)***	1,574 (3,02)***	0,146 (0,29)	1,142 (2,78)***	0,292 (1,41)	0,347 (1,54)	0,012 (0,030)
Tasa de crecimiento del PIB	-0,322 (-3,53)***	-0,355 (-2,72)**	-0,171 (-1,49)	-0,323 (-3,24)***	-0,088 (-1,78)*	-0,094 (-1,67)*	-0,04 (-0,44)
Interpretación inversa	3,11	2,82	5,85	3,1	11,36	10,64	25
Tasa de crecimiento estacionaria	3,435	4,434	0,85	3,536	3,32	3,69	0,3
R ²	26,83% (12,47)	31,55% (7,376)	12,16% (2,214)	28,03% (10,52)	2,18% (3,17)	3,84% (2,799)	0,271% (0,19)
Error estándar residual	1,135	1,287	0,8402	1,2	1,308	1,157	1,44

De la revisión bibliográfica que se realizó sólo se encontró tres trabajos empíricos para Colombia, cuyos resultados fueron previamente reportados. También se debe mencionar que aquellas previas estimaciones, se realizaron para frecuencia anualizada en un único intervalo temporal.

Según lo evidenciado en las estimaciones para la primera versión de la *regla*, la frecuencia e intervalos temporales en que se realiza la misma, alteran el valor del coeficiente significativamente, aún así, en cada estimación se observa que los coeficientes tienen los símbolos esperados. En la evaluación para el periodo 1984 a 2019, con datos anualizados (columna 1 de la tabla 7.1.1), se obtuvo que – ceteris paribus - por cada punto porcentual de crecimiento del producto, el desempleo disminuiría 0,322 puntos porcentuales en promedio y, de manera equivalente, el incremento de un punto en la tasa de desempleo, reduciría en 3,11 puntos la tasa de crecimiento del producto -valores muy parecidos a las estimaciones originales hechas por Okun para los Estados Unidos, en el trabajo de 1962.-

Guillén (2010), que realizó la evaluación de 1985 a 2009, reportó que el coeficiente de Okun fue $-0,4587$, y su coeficiente de ajuste aquel caso, sólo del 5,43%, mientras que en el presente trabajo se obtiene del modelo 1 estimado, que la evolución de la tasa de desempleo está causada por las variaciones anualizadas de crecimiento en 26,83%, cuando se estima el modelo para 36 años, en lugar de 24, como lo hizo Guillén (2010). Lo anterior además, revela que la tasa de crecimiento del estado estacionario de la economía colombiana estaría entre 3,32 y 3,435 puntos porcentuales, en promedio.

Desde otra perspectiva, al aumentar los grados de libertad para esta versión, se hace evidente la disminución del efecto de la evolución del PIB en los cambios de la tasa de desempleo para la economía colombiana, incluso en términos de significancia estadística. Para la evaluación trimestral, según se muestra en la columna 5 de la tabla 7.1.1, el valor del coeficiente de Okun es $-0,088$. Santos-Zúñiga & et al. (2020) obtienen un valor similar en su estimación para la economía mexicana, de allí se subraya que aquel “*Resultado que se explica por la distorsión en el indicador de*

desempleo como consecuencia de los altos niveles de informalidad en la economía mexicana.” (p. 221), sumado al trabajo de otros autores como Lee (2000) y Dixon & et al., (2017) sobre algunos de los países de la OCDE, donde se reportan coeficientes con valores similares a los obtenidos aquí, también se explica que el comportamiento de la relación podría ser producto de un mercado laboral *restrictivo*.

Ahora bien, como un ejercicio didáctico, se evaluó también la Ley de Okun en otros dos intervalos de tiempo, teniendo en cuenta el auge del sector mineroenergético de 2002 a 2014, reportado por diversas fuentes bibliográficas (Zapata-Cortés, 2012; Chacon-Cruz & Riaño-Amaya, 2020), y mencionado brevemente como un presunto factor incidente sobre la relación Crecimiento-Desempleo, en la descripción del problema y justificación del presente trabajo de investigación. De allí, los resultados revelan para el periodo de 1984 a 2001 coeficientes significativos, -0,355 en frecuencia anualizada y -0,094 en trimestres. No obstante, los resultados del periodo posterior, no son singnificativos. Sin embargo, de 1984 a 2001, se refrenda que, aunque la relación inversa se mantiene, su cuantía disminuye al aumentar la frecuencia temporal.

Avanzando en el razonamiento, según la evaluación hecha, la economía colombiana debería crecer anualmente a una tasa de 3,435% ($\approx 1,106/0,322$) y, 3,32% ($\approx 0,29206/0,088$) -cuando se estiman con datos de frecuencia trimestral-, si lo que se busca es que la tasa de desempleo no varíe ($\Delta U_t = 0$). Los anteriores valores, no se alejan de los reportados por Jimenez-Restrepo (2019), 3,6 % ($\approx 1,95/0,54$) en su calculo de la tasa de crecimiento del estado estacionario. En la actualidad, el crecimiento del PIB no es una preocupación, pues, se estima un crecimiento de más de 7% en 2022, sin embargo, este se da en el marco de altas tasas de inflación e informalidad.

Tabla 7.1.1

Resultados de la versión de Prueba de brechas para Colombia, en el periodo de 1984 a 2019

Modelo	8	9	10	11	12	13
Periodo evaluado	1984-2019 trimestral	1984-2001 trimestral	2002-2019 trimestral	1984-2019 trimestral	1984-2001 trimestral	2002-2019 trimestral
Observaciones	144	72	72	144	72	72
Intercepto	12,13 (49,61)***	12,33 (31,43)***	11,93 (40,06)***	N/A	N/A	N/A
Brecha del producto	0,63 (4,6)***	0,622 (3,99)***	0,271 (0,319)	-0,261 (-4,58)***	-0,335 (-4,09)***	-0,171 (-2,193)**
Interpretación inversa	1,59	1,61	3,69	3,83	2,99	5,85
R ²	13,13% (21,47)	18,53% (15,92)	0,145% (0,102)	12,79% (20,98)	19,02% (16,68)	6,34% (4,807)
Error estándar residual	2,904	3,259	2,527	1,046	1,115	0,964

Notas: Variable dependiente: variación de la tasa de desempleo. Entre paréntesis se presentan los valores t. Todas las regresiones incluyen una constante, y fueron estimadas con MCO.

*Significatividad estadística al 10 %. **Significatividad estadística al 5 %. ***Significatividad estadística al 1 %.

Fuente: elaboración propia.

De la tabla 7.1 se toman las dos últimas filas como versiones diferentes de la relación de brechas, de tal forma que de la tabla 7.1.1, la columna 8, 9 y 10 se evalúa

la formulación original de Okun (1962), y de manera análoga, de la columna 11 a la 13, la capacidad ociosa de la economía colombiana, en términos de desempleo cíclico. Ambos son evaluados en frecuencia trimestral, agrupados en tres distintos intervalos de tiempo: de 1984 a 2019, de 1984 a 2001 y finalmente de 2002 a 2019. Lo anterior, a fin de comparar entre las variables subyacentes y sus implicaciones, según cada definición.

De manera semejante a la versión de primeras diferencias, el valor del coeficiente tiene el signo esperado, acreditando la relación inversa de las variables macroeconómicas sometidas a evaluación, en línea con el postulado teórico de la ley de Okun. No obstante, también se califica como *débil* al impacto del producto sobre el desempleo, lo que sugiere -nuevamente- una situación de crecimiento económico *sin empleo*, ya que el empleo no se expande junto con el crecimiento económico, como muestran las evaluaciones de la Ley hechas en otros países.

Con todo, se debe aclarar que las interpretaciones de la evaluación de la relación de brechas tiene connotación estructural, pues toma en cuenta componentes del mediano y largo plazo, mientras que la versión de primeras diferencias, coyuntural. Aún cuando se realizaron los cálculos de las variables proxys desde distintos métodos, en la tabla 7.1.1, se reportan únicamente las estimaciones con las series filtradas por el método Hodrick y Prescott (1997), pues son aquellos los que aportan mayor robustez estadística.

Hecha la salvedad anterior, según las especificaciones originales de Okun (columna 8), se estima para el periodo de 1984 a 2019 en Colombia, que –ceteris paribus– si el producto observado crece un punto por encima del potencial, se esperaría que la tasa de desempleo disminuya 0,63 puntos porcentuales en promedio, y que, un

incremento del desempleo en 1 punto porcentual estaría asociado con la pérdida de 1,59 puntos porcentuales de la producción potencial -o un porcentaje algo mayor de la producción real cuando el producto real está por debajo del potencial-. Es así que, la tasa de desempleo donde Colombia maximizaría su nivel de producción sin crear presiones inflacionarias, para los 36 años evaluados, es en promedio 12,13%. De hecho, al calcularla desde la curva de Phillips, se obtuvo un valor de 12,17%; 12,29% al promediar la serie de tiempo filtrada a través de Hodrick-Prescott (1997) y 12,27% en promedio, según los valores del método aditivo de descomposición temporal.

Simultáneamente a la alta tasa estructural de desempleo, se encuentra una brecha productiva con valores muy cercanos a cero para Colombia -brecha cuya tendencia es decreciente, aunque, positiva en promedio-. Lo anterior, podría indicar que la economía está convergiendo a operar a plena capacidad, no obstante, las presiones inflacionarias de demanda no se están diluyendo, lo que sugeriría más que un mercado laboral *rígido*.

Por otro lado, en la evaluación para el periodo 2002-2019, la brecha del producto presenta tendencia creciente, y la tasa natural de desempleo no varía significativamente. Indiscutiblemente, la estimación de la brecha del producto en Colombia está sujeta a un alto grado de incertidumbre dado que las relaciones subyacentes en la economía —su estructura— cambian con frecuencia, siendo tan dependiente a los precios del sector mineroenergético.

Desde otra perspectiva de la relación de brechas, se evalúa en la columna 11, 12 y 13: el efecto de la evolución de la brecha del producto sobre la *brecha del*

*desempleo*⁴² en los periodos de 1984 a 2019, 2002 a 2019, y 1984 hasta 2001, respectivamente. Si se acepta que, la tasa de desempleo como un proceso estacionario, la brecha de desempleo está afectada por la variación de factores estructurales (demográficos, institucionales, “reglas de intercambio” de los mercados y también tecnológicos), entonces, el coeficiente de Okun establecería la relación dinámica entre variaciones del desempleo y el crecimiento de largo plazo, por lo que, para este caso, se supone un intercepto nulo.

Entonces, a partir de los resultados de la columna 11 de la tabla 7.1.1 se infiere que en Colombia, de 1984 a 2019, – *ceteris paribus* – por cada punto porcentual que el crecimiento del producto observado excedió su crecimiento potencial, el desempleo cíclico disminuyó 0,26 puntos porcentuales en promedio. Esto es, en términos de su inversa, manteniendo todo lo demás constante, por cada punto porcentual en que la tasa de desempleo observada se aleja de la tasa estructural, la economía colombiana renuncia a 3,83 puntos porcentuales en promedio, de su renta potencial.

8. CONCLUSIONES

En consonancia con los resultados reportados para Colombia, por Guillén-Gómez (2010), Rhenals-Monterrosa & et al., (2015) y Jiménez-Restrepo & et al., (2019), en la evaluación de la Ley de Okun, se encontró que: los bajos valores de los coeficientes validan *circunstancialmente* el cumplimiento de la ley en el país, para el periodo de 1984 a 2019, señalando que los efectos del crecimiento de la producción

⁴² Ya que la tasa natural de desempleo es la tasa de desempleo de equilibrio o estructural, la brecha ofrece una mirada al componente estocástico de la tasa de desempleo observada, relacionando la evolución cíclica del desempleo con el proceso de convergencia de la economía colombiana a operar a plena capacidad

(PIB⁴³) sobre el empleo son relativamente modestos y débiles. Lo anterior, sugiere una situación de “*crecimiento sin empleo*” en el país, en tanto el empleo realmente no crece a medida que crece la economía. Los anteriores resultados para el contexto evaluado, se presentan en semejanza a los reportados por diversos autores que ya se han referenciado a lo largo del trabajo, tales como Lee (2000), Belmonte & Clemente (2004), Loría & Ramos (2007), Kamgnia (2009), Herman (2012), Aurangzeb & Khola (2013), Rodríguez-Aranda & et al., (2017), Franco-Martín (2017), Folawewo & Adeboje (2017), Apap & Gravino (2017), Bod’a & Považanová (2019), Santos-Zúñiga & et al., (2020), investigaciones que se han realizado en diferentes países, bajo distintas metodologías.

Un hallazgo importante durante el desarrollo de la metodología del presente documento, dónde se definieron diferentes variables proxys -como la tasa Natural de Desempleo, el Producto Potencial, la Brecha de producto y la brecha de desempleo-, en conjunto con la desagregación temporal y empalme de la serie del PIB, a fin de evaluar la ley en distintas frecuencias -tanto anualizadas como trimestrales-, y descomponer las series del PIB y Desempleo, para presentar resultados robustos con series de tiempo no estacionarias, según el contexto específico de la versión elegida, es que, en realidad, la relación inversa de las variables macroeconómicas contempladas en el coeficiente de Okun es evidente, aunque estadísticamente diferente, demostrando sensibilidad al periodo de tiempo en que se evalúe.

Teóricamente, la evolución del producto se debe a la variación en la fuerza de trabajo, no obstante, para Colombia podría concluirse que, el efecto de la evolución del PIB en los cambios de la tasa de desempleo está condicionado no sólo por factores

⁴³ Producto Interno Bruto

temporales, sino también por cuestiones de composición del PIB y caracterización del mercado laboral. Lo anterior, se manifiesta en el dinamismo de la economía colombiana, que “por su comportamiento contraintuitivo ha intrigado a los analistas”. (Jiménez-Restrepo & et al., 2019, p. 28).

Tras evaluar la ley de Okun en la economía colombiana para el periodo de 1984-2019, y una vez definidas las variables subyacentes al coeficiente de Okun en las versiones de primeras diferencias y relación de brechas, se encontró que en el corto plazo, el incremento de un punto porcentual en el crecimiento del PIB, reduce en promedio 0,09 y 0,32 puntos porcentuales a la tasa de desempleo, cuando la frecuencia es trimestral y anualizada respectivamente. El cambio de frecuencias en la evaluación permitió suavizar el ruido blanco y las fluctuaciones a corto plazo, mostrando a los patrones de crecimiento de la economía en ausencia de cambios estacionales. Si bien, ambas estimaciones son significativas, se encontró que el coeficiente de ajuste disminuye a medida que se aumenta la frecuencia temporal, lo que podría mostrar que esta última incide tan sólo en el grado de asociación de las variables, y no en la relación como tal, permitiendo distinguir entre los efectos estructurales de aquellos cambios relativos a la coyuntura.

Como una aproximación de carácter exploratoria y para el largo plazo, basada en un análisis de estadística descriptiva, tras evaluar la relación entre el desempleo y la brecha de producto, se estima que la tasa de desempleo donde Colombia maximizaría su nivel de producción sin crear presiones inflacionarias es de 12% en promedio, este valor presupone una tasa de crecimiento constante y, es consistente con el reportado por otros autores (Guillén-Gómez, 2010; Jiménez-Restrepo & et al., 2019). De manera semejante, se calcula que para el periodo 1984-2019, por cada punto porcentual en que la economía colombiana no evoluciona en consonancia con su nivel potencial, la tasa

de desempleo se aleja, en promedio, de su nivel natural 0,26 puntos porcentuales, señalando capacidad ociosa de la economía.

Así, en el contexto colombiano que exhibe una alta tasa natural de desempleo, sabiendo que esta se determina mayormente por el lado de la oferta, al depender y reflejar las condiciones estructurales de la economía (véase posibilidades reales de producción y perturbaciones del suministro del petróleo, cosechas o despliegue tecnológico, instituciones económicas, progresión demográfica, cambios políticos y, condiciones del mercado laboral, podría decirse que, a pesar del crecimiento en los últimos años, el crecimiento económico de Colombia no es suficiente para superar las tasas de crecimiento combinadas de la fuerza laboral y la productividad, de modo que se pueda garantizar una caída del desempleo a largo plazo (Levine, 2013; Folawewo & Adeboje, 2017). Esto subraya la necesidad de buscar un crecimiento económico sostenido de largo plazo que sea capaz de generar suficiente empleo en el país, enfocado en el fortalecimiento de sectores de economía que generen mayores puestos de trabajo.

En contexto, en el periodo 1983-1991 la tasa de desempleo en Colombia, se mueve con las alzas y bajas del costo de uso del capital y del costo laboral total. Durante los noventa, se da una recomposición sectorial de la producción y del empleo, donde se expanden los sectores de no transables (financiero y comunicaciones) y se contraen los sectores transables (industria y agricultura), asimismo, el deterioro del mercado laboral, a causa de la pérdida en la capacidad de la economía de generar empleo por los factores recesivos que empezaron a operar, tanto de índole interna (desajustes macroeconómicos asociados con el creciente déficit fiscal y de cuenta corriente y reflejados en el aumento inusitado de las tasas de interés), como externa (caída en los precios del petróleo y del café y crisis en los mercados internacionales), llevaron a

concluir al Banco de la República en su Informe al Congreso (1999) que, “el deterioro en los términos de intercambio, que fue de 3.4% en 1998, produjo efectos adversos de un punto porcentual sobre el crecimiento del PIB, 1.8% de la tasa de desempleo y 0.6% en el déficit fiscal”, acentuando el efecto negativo que tiene la caída de los precios del petróleo sobre las principales variables económicas. (Echeverry, 1999; Mesa-Callejas, 2015)

Aunado al problema de las exportaciones de bienes primarios y de la volatilidad de las cotizaciones internacionales de los commodities, el diagnóstico realizado a la economía colombiana sugiere desequilibrio cuantitativo del mercado laboral (la brecha del desempleo), sin mencionar los desequilibrios cualitativos (relacionados con las condiciones actuales del mercado laboral, informalidad laboral y el subempleo), o los efectos de un cambio tecnológico ahorrador de trabajo, que probablemente están vinculados con el objeto de análisis, tal como sugirió Rodríguez & Peredo (2007), Rodríguez-Aranda & et al. (2017), Franco-Martín (2017) y Santos-Zúñiga & et al. (2020), para evaluaciones de la ley en el contexto latinoamericano. Jiménez-Restrepo & et al. (2019), también sugieren que los precios de los factores incidirían en la actividad económica y no solo en el precio del producto, cuando se evalúa la Ley.

En todo caso, tal como respalda Jiménez-Restrepo & et al (2019), las características estructurales (restricciones del proceso de transformación estructural de la economía colombiana, alta concentración del ingreso, y alto valor del índice de Gini), infraestructurales (escasa y deficiente dotación de *bienes públicos* ⁴⁴productivos y de *servicios públicos* ⁴⁵sociales) e institucionales (escasa y/o deficiente presencia del

⁴⁴ Jiménez-Restrepo & et al (2019), los definen como: carreteras, puentes, puertos, ríos navegables, etc

⁴⁵ Jiménez-Restrepo & et al (2019), los definen como: hospitales, escuelas y universidades, atención a la infancia, etc

Estado en la nación), asimismo, mencionan que: *“impiden que la teoría tradicional aplique: la replicación de los factores empresariales no es suficiente para reducir la actividad económica porque los factores públicos van por mucho a la zaga.”*, tal como ya lo había advertido Daly & Hobijn (2010), Aurangzeb & Khola (2013), Dixon & et al. (2017) y Bod’a & Považanová (2019), en sus evaluaciones sobre la Ley en el contexto internacional. Por lo anterior, hecho el diagnóstico del dinamismo de la economía colombiana, a partir de la evaluación de la relación entre las variables macroeconómicas desempleo y crecimiento para el periodo de 1984 a 2019, se sugiere para futuras investigaciones evaluar el coeficiente de Okun según la composición sectorial del PIB.

9. APÉNDICES

9.1 Filtro Hodrick-Prescott

Es un filtro mecánico no estructural y univariado de transformación lineal de series temporales a través de la identificación de sus componentes. Establecido inicialmente en 1980, Hodrick y Prescott (1997) convienen en que el método surge como respuesta a la búsqueda de un modelo de equilibrio del ciclo económico, ya que, el método permite hacer un estudio de las correlaciones de las variables económicas agregadas, extendiéndose incluso al cálculo de la Tasa Natural de Desempleo. Diversos autores como Jong and Sakarya (2016); Cornea-Madeira (2017); Hamilton (2018); Phillips and Jin (2020); Phillips and Shi (2020); Sakarya and de Jong (2020); Yamada (2018); Yamada and Du (2019), and Yamada and Jahra (2019), Robert M. de Jong and Neslihan Sakarya (2016), y Yamada Hiroshi (2022) concuerdan con Ravn and Uhlig (2002) en que *“el filtro HP ha resistido la prueba del tiempo y el fuego de la discusión notablemente bien”*.

Aún se califica a los filtros de extracción de tendencia como técnicas vigentes, eficientes y fácilmente replicables, para tratar de estimar los componentes permanentes de las series. Conviene subrayar antes de continuar que, para toda serie de tiempo, “*es fundamental el supuesto sobre la estacionariedad, ya que el mismo permite hacer inferencia estadística*” (Álvarez y da Silva, p. 10). Siendo el PIB real y la tasa de desempleo, series temporales, se asume que cada observación proviene de una variable aleatoria distinta, la inferencia estadística descansa sobre la estructura de dependencia que hay entre ellas. Por esta razón es necesario imponerle a la serie cierta estabilidad.

En primera instancia, aplicando pruebas de estacionariedad a las series. Además, las series deben estar desestacionalizadas siempre que un análisis de esta naturaleza se haga a series de tiempo con frecuencia diferente a anual.

Dicho lo anterior, una definición ampliamente referenciada de los ciclos económicos en la literatura, según Álvarez y da Silva, es la formulada por Burns y Mitchell en 1946, estos autores identifican al ciclo económico como fluctuaciones recurrentes, pero no periódicas de la actividad económica agregada, por lo que esta metodología también es usada con frecuencia como aproximación al desempleo cíclico y al estructural (Henao y Rojas, Mocan (1996) y Rogerson (1997) en estudios para Estados Unidos y en Colombia Posada y González (1997). En otras palabras, se debe tener cuidado al utilizar este filtro Hodrick Prescott si la serie de entrada tiene más de dos componentes (tendencia y ciclo), ya que “*el filtro HP es de paso bajo, esto quiere decir que conserva las frecuencias menores a cierto umbral y anula las mayores*”⁴⁶ (Álvarez y da Silva, p. 17). De manera semejante, Kaiser y Maravall (1999),

⁴⁶ Según Álvarez & Da-Silva (2008, p. 17), se puede construir un filtro de paso alto definido como 1-HP)

recomiendan que la serie de entrada en el filtro HP, no sea la serie original sino una serie desestacionalizada que, sólo tenga tendencia y ciclo.

En efecto, para el caso de este documento de trabajo, $\dot{Y}_t$ es el logaritmo natural de la serie desestacionalizada del PIB real colombiano para el periodo de 1984 a 2019 a precios constantes de 2015, equivalente a lo que se presentó en otro apartado como la serie del PIB real, Y_t . Puesto que, el procedimiento de aplicación de logaritmo natural, sugerido por Hodrick y Prescott (1980, 1997), se hizo con el fin de minimizar la variabilidad de la tasa de crecimiento del componente permanente de la serie.

Del mismo modo, la serie temporal del desempleo ha sido desestacionalizada, y se le han aplicado logaritmos. Por lo anterior, en lo que sigue de este apartado, $\dot{U}_t$, será el logaritmo natural de la serie desestacionalizada de la tasa de desempleo trimestral para el periodo de 1984 a 2019, es el equivalente a lo que se presentó anteriormente como Tasa de Desempleo, U_t .

Entonces, dada una muestra de tamaño n de una sucesión desestacionalizada de observaciones aleatorias indizadas en el tiempo, $\{\dot{X}_i\}_{i=1}^n$, escrita como una serie temporal y un proceso estocástico del tipo $\dot{X} = (\dot{X}_1, \dots, \dot{X}_n)$, el filtro HP, como se define en Hodrick y Prescott (1997), descompone cada $\dot{X}$ en un componente de tendencia τ_i (el crecimiento a largo plazo de la serie temporal, como componente permanente) y un componente cíclico C_i (mide la desviación de la serie original desestacionalizada con respecto a su componente de crecimiento, su promedio en periodos largos es aproximadamente cero), a condición de que $\dot{X}_t \in \mathbb{R}^t$. Consideradas en forma conjunta, estas variables conforman un proceso estocástico descrito anteriormente, (Melo Velandia & Riascos-Villegas, 2000; Álvarez y da Silva, 2008; Hodrick y Prescott, 1980, 1997; citar Rodríguez & et. Al, citar Jong & Sakarya;

citar 3 Cogley & Nasonb), según Cornea (2017), lo que es $\dot{X}_t = \tau_i + C_i$, $i = 1, \dots, n$. Así, el componente de tendencia estima $\{\hat{\tau}_i\}_{i=1}^n$, escrito como $\hat{\tau} = (\hat{\tau}_1, \dots, \hat{\tau}_n)$, para los casos estudiados. Para el producto potencial se sigue:

$$\dot{Y}_t = Y_t^p + C_t + \varepsilon_t, \quad t = 1, \dots, T$$

Para la tasa natural de desempleo se sigue:

$$\dot{U}_t = U_t^p + C_t + \varepsilon_t, \quad t = 1, \dots, T$$

A pesar de que, $\tau_i + C_i$ es una estimación del PIB potencial parcialmente sesgada, al incluir el componente cíclico conjuntamente con el componente tendencia, el filtrado de Hodrick-Prescott permite captar patrones interesantes, desde el punto de vista de la teoría económica (Melo Velandia & Riascos-Villegas, 2000), permitiendo, en este caso, ajustar gradualmente la serie, por medio de un proceso de optimización, a fin de aislar el componente cíclico del componente de tendencia:

$$\min_{\{g_t\}_{t=0, \dots, T+1}} \left\{ \sum_{t=1}^T (C_t)^2 + \lambda \sum_{t=1}^T [(Y_t^p - Y_{t-1}^p) - (Y_{t-1}^p - Y_{t-2}^p)]^2 \right\}$$

Retomando, $\dot{Y}_t = Y_t^p + C_t$; $\lambda > 0$

Donde T denota el tamaño de la muestra $\dot{X}_t$ y λ es un *parámetro de suavizado* (no negativo) que controla la bondad de ajuste del modelo (Hiroshi Yamada), cuya función en el problema de minimización es penalizar la suma de las segundas diferencias de la componente permanente.

Defínase a L como el operador de rezago de primer orden. De acuerdo con González-Estrada & Almendra-Arao (2007), si $L^m Y_t^p = Y_{t-m}^p$, donde $m \in \mathbb{Z}$, entonces:

$$(1 - L)^2 Y_t^p = (Y_t^p - Y_{t-1}^p) - (Y_{t-1}^p - Y_{t-2}^p)$$

Si, además: $\nabla^2 Y_t^p = (1 - L)^2 Y_t^p$, entonces, la expresión inicial se podría reformular a:

$$\min_{\{g_t\}_{t=0, \dots, T+1}} \left\{ \sum_{t=1}^T (\dot{Y}_t - Y_t^p)^2 + \lambda \sum_{t=1}^T (\nabla^2 Y_t^p)^2 \right\}$$

Donde, las condiciones del primer orden implican que:

$$C_t = \lambda (\nabla^2 Y_{t+2}^p - 2\nabla^2 Y_{t+1}^p + \nabla^2 Y_t^p)$$

De modo que se obtiene:

$$Y_t^p = \frac{\dot{Y}_t}{1 + \lambda(1 - L)^2(1 - L^{-1})^2}$$

Por definición de X formula: $\dot{Y}_t = Y_t^p + C_t$.

$$\text{Entonces: } C_t = \dot{Y}_t - Y_t^p = \left[1 - \frac{1}{1 + \lambda(1 - L)^2(1 - L^{-1})^2} \right] \dot{Y}_t$$

En consecuencia, los filtros de Hodrick-Prescott para obtener los componentes de crecimiento y cíclico son, respectivamente:

$$Y_t^p = \frac{1}{1 + \lambda(1 - L)^2(1 - L^{-1})^2}$$

$$C_t = \frac{\lambda(1-L)^2(1-L^{-1})^2}{1 + \lambda(1-L)^2(1-L^{-1})^2}$$

También expresado como:

$$\min_{\{g_t\}_{t=0,\dots,T+1}} \left\{ \sum_{t=1}^T (\dot{Y}_t - Y_t^p)^2 + \lambda \sum_{t=1}^T [(Y_{t+1}^p - Y_t^p) - (Y_t^p - Y_{t-1}^p)]^2 \right\}$$

Que simplificada, correspondería a:

$$\min_{\{g_t\}_{t=0,\dots,T+1}} \left\{ \sum_{t=1}^T (\dot{Y}_t - Y_t^p)^2 + \lambda \sum_{t=2}^{T-1} (Y_{t+1}^p - 2Y_t^p + Y_{t-1}^p)^2 \right\}$$

Por lo que se refiere al parámetro de suavización λ , es importante resaltar que está predeterminado. Hodrick y Prescott (1987) se basan en este supuesto para su estimación: si la componente cíclica y las segundas diferencias de la componente permanente (la variación de la tasa de crecimiento de la tendencia) son dos procesos de ruido blanco, normales, ortogonales y con varianzas conocidas σ_c^2 y $\sigma_{Y^p}^2$, respectivamente, entonces el filtro minimiza el error cuadrático medio cuando el parámetro de suavización es $\sigma_c^2 / \sigma_{Y^p}^2$. En síntesis, el parámetro λ es el cociente entre la dispersión de los choques que provocan las fluctuaciones cíclicas y los choques que afectan la tendencia de crecimiento. (Tvrdoň & Verner, 2013).

Lo anterior, les sirvió a los autores como punto de partida para hacer la siguiente propuesta: para series trimestrales un 5% de variabilidad en la tasa de crecimiento de la componente cíclica es intuitivamente del orden de 1/8 de 1% de la variabilidad en la variación de la tasa de crecimiento de la componente permanente. Es decir, ellos proponen utilizar $\sqrt{\lambda} = \frac{5}{1/8}$ cuando $\lambda = 1600$. Se ajusta el valor de la constante λ en

función de la frecuencia de observación de la serie respecto el trimestre (hay $k = 3$ datos mensuales, o $k = 1/4$ datos anuales, según Víctor M. Guerrero, 2009). Ravn y Uhlig (2002) dedujeron la expresión $k^2\lambda$, de modo que, $\lambda = 14400$ para datos mensuales, y $\lambda = 100$ para datos anuales.

Lo dicho supone que, entre menor sea el parámetro λ , el componente permanente puede fluctuar más, y entre mayor sea éste, más se penalizan las fluctuaciones de la tendencia, haciendo a la tendencia más suave. Siempre que se está trabajando con el logaritmo natural de las series, en el caso extremo de $\lambda \rightarrow \infty$, se encuentra que la componente permanente se aproxima a una serie de la forma $Y_t^p = Y_0 + \alpha t$, para constante positiva α . Es decir, la tendencia crece a una tasa constante, de acuerdo con la teoría neoclásica. En contraste, cuando $\lambda = 0$, la serie de la señal de tendencia Y_t^p , es la misma serie desestacionalizada $\hat{Y}_t$. Pues, en realidad, no se estarían penalizando las variaciones de la tendencia. Haciendo que no se distinga la componente permanente de serie desestacionalizada (Melo Velandia & Riascos-Villegas, 2000; González-Estrada & Almendra-Arao, 2007).

9.1.1 Extracción de Tendencia PIB potencial

Si bien, el PIB es una serie de tiempo, en palabras de Álvarez y Da-Silva, las series de tiempo deben ser pensadas como “la agregación⁴⁷ de un conjunto de señales ortogonales que son inobservables” (2008, p. 3). Considerando así, la presencia de un componente permanente estocástico en la serie del PIB real implica que el producto potencial no puede tratarse como una tendencia determinista, como resultado, a fin de

47 Según Álvarez & Da Silva (2008): “el problema de extraer un componente de interés a partir de datos observados es conocido como extracción de señales y se le llama “señal” a dicho componente”. (p. 4).

dar cumplimiento a los objetivos del presente documento de investigación, se utiliza el Filtro Hodrick-Prescott como una de las herramientas para la extracción de la señal interés. (Dupasquier, Guay, & St-Amant, 1997; Melo-Velandia & Riascos- Villegas, 2000; Bonilla-Mejía & Pulido, 2020; Álvarez & Da-Silva, 2008).

Así mismo, como técnica estándar o método estadístico en macroeconomía, el filtrado de Hodrick-Prescott, ha sido utilizado ampliamente para estimar el PIB potencial, al extraer la tendencia a largo plazo en la serie temporal del PIB real, mientras la separa, al mismo tiempo de las fluctuaciones a corto plazo. Y, cosa similar ocurre con la estimación de la tasa Natural de Desempleo, donde la consistencia de este modelo requiere que el componente estructural de la tasa de desempleo no esté correlacionado con la inflación, sin embargo, se ha reservado otra sección para esta variable. Cabe resaltar que, el concepto de PIB potencial que, fue descrito por Arthur Okun (1962) como un concepto de oferta (Perilla-Jiménez et al., 2004)

Lo anterior, Melo Velandia & Riascos-Villegas (2000, p. 180) lo justifican de la siguiente manera:

[...] la visión neoclásica considera que los determinantes de largo plazo de las principales series de la macroeconomía se encuentran en los determinantes de la oferta agregada (sector real). Es decir, en el largo plazo, lo que determina el movimiento de las series son factores como los cambios tecnológicos, los cambios demográficos, la productividad de los factores, el entorno institucional, el sistema tributario y el arancelario, etc. Desde perspectiva y en el marco de la teoría del equilibrio, el movimiento de largo plazo de las series corresponde al valor de las variables cuando la economía está en equilibrio. Estos factores son los que caracterizan el movimiento “natural” de las series y,

como estos varían lentamente en el tiempo, la implicación es que en el largo plazo el movimiento natural de la serie debe ser “suave”. Este movimiento natural de las series es lo que los economistas llaman la componente permanente o tendencia de la serie. De otro lado, en el corto plazo, es la demanda agregada quien determina principalmente el comportamiento de la serie. Así, las variaciones en la demanda agregada caracterizan las fluctuaciones de las series, entorno a su movimiento natural, constituyéndose así en desequilibrios temporales de la economía. Estas fluctuaciones de las series macroeconómicas alrededor de su componente permanente son lo que se define como componente cíclico. De esta manera, las series macroeconómicas pueden verse como la suma de dos componentes: el permanente, caracterizado por factores de oferta de la economía y la componente cíclica, caracterizada principalmente por factores de demanda.

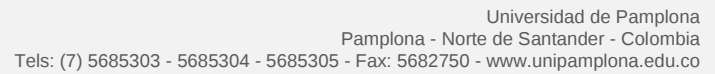
Para trabajar con el filtro HP⁴⁸, la serie de tiempo ha sido desestacionalizada⁴⁹. y se le han aplicado logaritmos⁵⁰. Por lo anterior, en lo que sigue de este apartado, $\dot{Y}_t$, será el logaritmo natural de la serie desestacionalizada a precios constantes de 2015, del PIB real colombiano para el periodo de 1984 a 2019, es el equivalente a lo que se presentó en el apartado anterior como la serie del PIB real, Y_t .

Entonces, dada la serie $\{\dot{Y}_t\}_{t=1,\dots,T}$, según Melo Velandia & Riascos-Villegas (2000), aquel proceso estocástico puede ser escrito como la suma dos componentes:

⁴⁸ Se ha dispuesto una descripción teórica del Filtrado de Hodrick-Prescott en el apéndice 7.1.

⁴⁹ Para desestacionalizar la serie, se utiliza el método ARIMA X-11. Dirigirse al apéndice.

⁵⁰ El procedimiento de aplicación de logaritmo natural se sugiere para minimizar la variabilidad de la tasa de crecimiento del componente permanente de la serie.



$$\dot{Y}_t = Y_t^p + C_t + \varepsilon_t, \quad t = 1, \dots, T \quad (7.1.1.1)$$

El filtrado de Hodrick-Prescott, es una herramienta alternativa para la extracción de señales, permitiendo, en este caso, ajustar gradualmente la serie, por medio de un proceso de optimización, a fin de aislar el componente cíclico del componente de tendencia.

Así, Hodrick & Prescott (1997), propusieron el siguiente problema de minimización para encontrar el componente permanente (o tendencia) de la serie:

$$\min \sum_{t=1}^T (\dot{Y}_t - Y_t^p)^2 + \lambda \sum_{t=2}^{T-1} (Y_{t+1}^p - 2Y_t^p + Y_{t-1}^p)^2 \quad (7.1.1.2)$$

Donde T denota el tamaño de la muestra y $\lambda = 1600$ es un *parámetro de suavizado* (no negativo) $\sum_{t=1}^T (\dot{Y}_t - Y_t^p) = 0$. Lo anterior significa que, la extracción de la señal de tendencia a través del filtro de Hodrick –Prescott, garantiza que aquella señal, cruce el centro de la serie temporal $\dot{Y}_t$.

9.1.2 Extracción de Tendencia Tasa Natural de Desempleo

Según Henao (1999): “*el planteamiento de las políticas correctas para combatir el desempleo sin generar presiones inflacionarias exige el conocimiento de qué parte del desempleo es explicado por variables macroeconómicas y qué parte se explica por factores de índole microeconómica*” (p. 79). Esta apreciación de la serie temporal del desempleo, le concibe como dos señales distintas. Dicho lo anterior, con el fin de plantear las políticas convenientes para combatir el desempleo, la teoría económica ha aislado los componentes de la serie original desestacionalizada de la tasa de desempleo, deslindando el desempleo cíclico del estructural —como sinónimo de tasa natural—.

La percepción expuesta anteriormente, además *“permite distinguir entre el componente de la tasa de desempleo asociada a las imperfecciones de los mercados y el componente asociado al juego en la formación de expectativas por parte de los agentes y a factores de demanda agregada”* (Henao, 1999, p. 79). Este método se basa en el análisis del desempleo desestacionalizado, a través de la técnica univariada de Hodrick-Prescott (1987). Descomponiéndole en un componente estocástico y otro determinístico. Es válido afirmar que, la tasa natural de desempleo es la tasa de desempleo de equilibrio del mercado de trabajo, en la relación de la oferta agregada y, que el componente estocástico, es su evolución cíclica.

La consistencia de este modelo requiere que el componente estructural de la tasa de desempleo no esté correlacionado con la inflación. La especificación más sencilla asume que la tasa de desempleo puede ser representada como un proceso estacionario, cuyo componente estructural es la tasa natural de desempleo. El modelo anterior supone que no se presentan cambios en los factores estructurales del mercado laboral, lo cual implica que la tasa de desempleo de equilibrio es constante en el tiempo.

Para trabajar con el filtro HP⁵¹, la serie temporal del desempleo ha sido desestacionalizada⁵², y se le han aplicado logaritmo⁵³. Por lo anterior, en lo que sigue de este apartado, $\hat{U}_t$ será el logaritmo natural de la serie desestacionalizada de la tasa de desempleo trimestral para el periodo de 1984 a 2019, es el equivalente a lo que se presentó anteriormente como Tasa de Desempleo, U_t .

⁵¹ Se ha dispuesto una descripción teórica del Filtrado de Hodrick-Prescott en el apéndice 7.1.

⁵² Para desestacionalizar la serie, se utiliza el método ARIMA X-11. Dirigirse al apéndice.

⁵³ El procedimiento de aplicación de logaritmo natural se sugiere para minimizar la variabilidad de la tasa de crecimiento del componente permanente de la serie.

Entonces, dada la serie $\{\dot{U}_t\}_{t=1,\dots,T}$, según Melo Velandia & Riascos-Villegas (2000), aquel proceso estocástico puede ser escrito como la suma dos componentes:

$$\dot{U}_t = U_t^p + C_t + \varepsilon_t, \quad t = 1, \dots, T \quad (7.1.2.1)$$

El filtrado de Hodrick-Prescott, permite ajustar gradualmente la serie, por medio de un proceso de optimización, a fin de aislar el componente cíclico del componente de tendencia.

Así, Hodrick & Prescott (1997), propusieron el siguiente problema de minimización para encontrar el componente permanente (o estructural) de la serie:

$$\min \sum_{t=1}^T (\dot{U}_t - U_t^p)^2 + \lambda \sum_{t=2}^{T-1} (U_{t+1}^p - 2U_t^p + U_{t-1}^p)^2 \quad (7.1.2.2)$$

Donde T denota el tamaño de la muestra y $\lambda = 1600$ es un *parámetro de suavizado* (no negativo) $\sum_{t=1}^T (\dot{U}_t - U_t^p) = 0$. Lo anterior significa que, la extracción de la señal estructural a través del filtro de Hodrick –Prescott, garantiza que aquella señal, cruce el centro de la serie temporal, $\dot{U}_t$.

La apreciación del desempleo desde la extracción de sus componentes es imprescindible. Según Guataquí-Roa (2000): *“una cuantificación del impacto que cada uno de los componentes tiene sobre el desempleo determina la importancia y la cuantía de los recursos destinados a determinadas políticas activas de mercado de trabajo dirigidas a enfrentar cada uno de los componentes.”* (p. 5)

9.2 Curva de Phillips modificada por expectativas

Tal como reseña Blanchard & et al. (2012), William Phillips fue un influyente economista neozelandés que interesado por la teoría Keynesiana, estudió su posgrado

en economía. Así, en 1958, Phillips teoriza, en un diagrama⁵⁴, la relación entre la inflación y el desempleo para Reino Unido desde 1861 hasta 1957. Dos años más tarde, Paul Samuelson y Robert Solow realizaron el mismo ejercicio que Phillips, pero en Estados Unidos, basándose en datos de 1900 a 1960. En ambos casos, bajo condiciones particulares de las épocas evaluadas, encontraron *“pruebas claras de que la relación era negativa: cuando el desempleo era bajo, la inflación era alta, y cuando el desempleo era alto, la inflación era baja y, a menudo, incluso negativa.”* (Blanchard & et al., 2012, p. 207).

Este diagrama representativo recibió el nombre de Curva de Phillips, reflejando la relación de oferta agregada⁵⁵, como consecuencia de equilibrio del mercado de trabajo. Para Blanchard & et al. (2012), la explicación de lo anterior es *sencilla*, y se manifiesta en un mecanismo⁵⁶ que se ha llamado *“espiral de salarios y precios”* (p. 210), expresión que recoge *perfectamente* la articulación de la relación. En pocas palabras, *“una reducción del desempleo provoca una subida del nivel de precios este año en comparación con el del año pasado, es decir, un aumento de la inflación”* (p. 210).

Expresado así:

$$\downarrow U_t \Rightarrow \uparrow W_t \Rightarrow P_t \uparrow \Rightarrow \frac{P_t - P_{t-1}}{P_{t-1}} \uparrow \Rightarrow \uparrow \pi_t$$

⁵⁴ Según Mankiw (2014), el premio Nobel en 2001, George Akerlof afirmó: *“La relación macroeconómica más importante probablemente sea la curva de Phillips”* (p. 551)

⁵⁵ Siendo la oferta agregada un reflejo de cómo la producción afecta los niveles de precios, para ese contexto particular, la inflación era positiva unos años, negativa otros, haciendo que la inflación media fuera cercana a cero durante una gran parte del periodo examinado por Phillips, Samuelson y Solow.

⁵⁶ Para una definición adecuada del mecanismo, dirigirse al autor señalado.

La relación negativa entre el desempleo y la inflación se mantuvo durante la década de los 60's, sin embargo, en los países de la OCDE de los 70s esta relación empírica aparentemente⁵⁷ fiable, se rompió. Principalmente por dos razones: los cambios en los precios del petróleo, y la apreciación de las expectativas al tomar decisiones económicas. Dando como resultado, una tasa de inflación persistente y sistemáticamente positiva.

Conviene mencionar que, las mutaciones en la curva de Phillips se debían a los cambios de la forma en que los trabajadores, empresas y fijadores de salarios, formaban sus expectativas. Lo anterior dio lugar a una importante modificación en la curva de Phillips: *“ahora era una relación entre la tasa de desempleo y la variación de la tasa de inflación.”* (Blanchard & et al., 2012, p. 208). Razón por la cual, en este trabajo de investigación se tiene en cuenta la curva de Phillips modificada⁵⁸, entendiendo la inflación esperada como el valor de la inflación del periodo inmediatamente anterior. Es así que, *“la tasa natural de desempleo es la tasa media de paro en torno a la cuál fluctúa la economía”*. (Mankiw, 2014, p. 274).

Entonces, desde acá, se ha de suponer que las expectativas sobre la inflación se forman del siguiente modo:

$$\pi_t^e = \theta \pi_{t-1}$$

Ya que, la inflación esperada se introduce bajo el supuesto de que la gente forma sus expectativas sobre la inflación observada recientemente. El parámetro θ , recoge la

⁵⁷ Los autores Blanchard & et al. (2012) hacen una minuciosa descripción del fenómeno mencionado, sirviendo este como contextualizador de la situación.

⁵⁸ También conocida como curva de modelo de expectativas adaptativas, o sencillamente, ampliada con expectativas

influencia de la tasa de inflación del año pasado, π_{t-1} , en la tasa esperada de inflación de este año presente, π_t^e . Así, cuanto más alto es el valor de θ , más lleva la inflación del año pasado a los trabajadores y las empresas a revisar sus expectativas⁵⁹ sobre la inflación del presente.

La ampliación del modelo anterior se debe mayormente a los aportes hecho por Friedman (1968) y Phelps (1968). Ya que, en el desarrollo de las primeras versiones de su modelo de la información imperfecta, estos dos economistas enfatizan en la importancia que tienen las expectativas en la oferta agregada. De hecho, según Blanchard & et al. (2012), estos autores argumentaron que la tasa de desempleo no podía ser mantenida por debajo de un cierto nivel, al que llamaron *tasa natural de desempleo*.

Como se subrayó anteriormente, Blanchard & et al. (2012) menciona como el concepto de tasa natural de desempleo ha sido adoptado por diversos autores, en la medida en que estos desarrollan y ponen en practica estudios macroeconomicos. En este contexto, desde la Curva de Phillips ampliada por expectativas, se define la tasa natural de desempleo. Esta última es la tasa de desempleo hacia la que tiende la economía a largo plazo, acontecidas las imperfecciones del mercado de trabajo que impiden a los trabajadores encontrar trabajo inmediatamente. Es decir, donde el nivel efectivo de precios, reflejada en la tasa de inflación actual, es igual a la esperada, $\pi_t = \pi_{t-1}$. Es por esto que, a la tasa Natural de desempleo se le llama NAIRU, siglas en inglés, Non-accelerating inflation rate of unemployment.

⁵⁹ Blanchard & et al. (2012), sugieren que lo que sucedió en 1970, fue un cambio en las expectativas de las personas y empresas.

Entonces, la curva de Phillips originalmente representada es:

$$\pi_t = (\mu + z) - \alpha U_t \quad (7.3.1)$$

Como se mencionó repetidamente, la inflación alteró la forma en la que se representaba la naturaleza de la relación (7.3.1), llevando a los agentes económicos a revisar la manera en que formaban sus expectativas: en teoría, las personas esperan que los precios suban este año a la misma tasa del año pasado. Así según la formulación de Abel & et al. (2004), Blanchard & et al. (2012) y Mankiw (2014), la curva modificada de Phillips se presenta como:

$$\pi_t = \pi_t^e + (\mu + z) - \alpha U_t \quad (7.3.2)$$

Al reescribir la ecuación, asimilando a las expectativas como dependiente de la inflación observada, se tiene:

$$\pi_t = \theta \pi_{t-1} + (\mu + z) - \alpha U_t \quad (7.3.3)$$

Recapitulando, cuando $\theta = 0$, se percibe la versión original de la tasa de desempleo. Y si $\theta > 0$, la tasa de inflación depende no solo de la tasa de desempleo, sino también de la tasa de inflación del año anterior. De manera que:

$$\pi_t - \pi_{t-1} = (\mu + z) - \alpha U_t \quad (7.3.4)$$

Blanchard & et al. (2012) argumentan al respecto que:

[...] cuando $\theta = 1$, la tasa de desempleo no afecta a la tasa de inflación, sino a la variación de la tasa de inflación: un elevado desempleo provoca una reducción de la inflación; un bajo desempleo provoca un aumento de la inflación. (p. 213)

Devuelta a la NAIRU, según Abel & et al. (2004), Blanchard & et al. (2012) y Mankiw (2014), una economía alcanza a la tasa natural de desempleo U_n , cuando su inflación no anticipada es cero; es decir, $\pi_t = \pi_t^e$, cuando la inflación de este año resulta siendo lo esperado. De forma que de la ecuación (7.3.2) y por ende (7.3.4), se transforman en

$$0 = (\mu + z) - \alpha U_n$$

Quienes critican este planeamiento resaltan que estas medidas: tanto la inflación esperada (necesaria para calcular la inflación no anticipada), como la tasa de natural desempleo (necesaria para encontrar el desempleo cíclico), son meras aproximaciones, porque no se pueden observar directamente. Sin embargo, la curva de Phillips aumentado por expectativas adaptativas, es el método más popular para calcular la tasa natural de desempleo, ya que concibe a la inflación como una medida de desajuste de la economía, explicada por la brecha de producto o la brecha de desempleo.

Sirva de ejemplo la estimación del modelo, en el libro de Abel & et al. (2004), explican: “*asumimos que la inflación esperada para cada año era la tasa de inflación promedio de los dos años anteriores*” (p. 444) y, obtuvieron la tasa natural de desempleo de las estimaciones gubernamentales de the Economic and Budget Outlook: Fiscal years 2000-2009, publicado en 1999 por la oficina de presupuesto del congreso de los Estados Unidos. Para el caso de este documento de investigación, se obtuvieron los datos del DANE y el Banco de la República, para realizar el cálculo de las variables proxys.

Aclarado el punto anterior, Blanchard & et al. (2012) y Mankiw (2014), sugieren al respecto que se despeje a U_n , la NAIRU, a través de un proceso algebraico simple:

$$U_n = \frac{\mu + z}{\alpha}$$

En vista de que, tanto los factores que determinan salarios (los valores de las variables institucionales del mercado del trabajo), como los precios (entendidos como el margen de beneficio de las empresas), explican el valor de la tasa natural de desempleo, es lógico esperar que esta cambie su valor de acuerdo a la estructura política y económica del país en el que se estima. En un caso particular, cuanto mayor es el margen de precios, μ , o cuanto más altos son los factores que afectan a la fijación de los salarios, z , más alta es la tasa natural de desempleo.

Expresada ahora la ecuación (7.3.2) como la fuerza de relación contraria entre la inflación imprevista y el desempleo cíclico:

$$\pi_t - \pi_t^e = -\alpha \left(U_t - \frac{\mu + z}{\alpha} \right)$$

Algo importante a mencionar, según Blanchard (2012, p. 217) es que un valor alto de la tasa natural de desempleo se podría explicar por *la rigidez del mercado de trabajo*, que, según las sugerencias de diversos autores, es responsable del elevado desempleo, como en el caso japonés o europeo. (Moosa, 1997; Lee, 2000; Sögner & Stiassny, 2002; Daly & Hobijn, 2010; Blanchard & et al., 2012; Mankiw, 2014; Dixon & et al., 2017).

Obsérvese en la ecuación (7.3.5) que el cociente del segundo miembro es igual a U_n , por lo que se expresa la ecuación de la siguiente forma

$$\pi_t - \pi_t^e = -\alpha(U_t - U_n) \quad (7.3.5)$$

Bajo el supuesto de que la tasa de inflación del periodo pasado, π_{t-1} , recoge de una manera bastante cercana la tasa esperada de inflación, π_t^e , finalmente, la ecuación se convierte en:

$$\pi_t - \pi_{t-1} = -\alpha(U_t - U_n) \quad (7.3.6)$$

Si bien, inicialmente se planteó la curva de Phillips como un reflejo de la inflación de los salarios, se ha cambiado a la inflación de los precios. Lo anterior, según Mankiw (2014), esta diferencia no es fundamental. Pues, la inflación de los salarios y la de los precios, están estrechamente relacionadas: “en los periodos donde los salarios suben rápidamente, los salarios tambien suben” (p. 275).

10. ANEXOS

10.1 Estimación MCO versión primeras diferencias

Modelo 1

Dependent variable: `Variación de la tasa de desempleo`	
`Tasa de crecimiento del PIB`	-0.322*** (0.091)
Constant	1.106*** (0.380)
Observations	36
R ²	0.268
Adjusted R ²	0.247
Residual Std. Error	1.135 (df = 34)
F Statistic	12.470*** (df = 1; 34)
Note:	* p<0.1; ** p<0.05; *** p<0.01

Modelo 2

Dependent variable: `Variación de la tasa de desempleo`	
`Tasa de crecimiento del PIB`	-0.355** (0.131)
Constant	1.574*** (0.521)
Observations	18
R ²	0.316
Adjusted R ²	0.273
Residual Std. Error	1.287 (df = 16)
F Statistic	7.376** (df = 1; 16)
Note:	* p<0.1; ** p<0.05; *** p<0.01

Modelo 3

<i>Dependent variable:</i>	
<i>'Variación de la tasa de desempleo'</i>	
'Tasa de crecimiento del PIB'	-0.171 (0.115)
Constant	0.146 (0.499)
Observations	18
R ²	0.122
Adjusted R ²	0.067
Residual Std. Error	0.840 (df = 16)
F Statistic	2.214 (df = 1; 16)
<i>Note:</i> *p<0.1; **p<0.05; ***p<0.01	

Modelo 4

<i>Dependent variable:</i>	
<i>'Variación de la tasa de desempleo'</i>	
'Tasa de crecimiento del PIB'	-0.323*** (0.100)
Constant	1.142*** (0.411)
Observations	29
R ²	0.280
Adjusted R ²	0.254
Residual Std. Error	1.200 (df = 27)
F Statistic	10.515*** (df = 1; 27)
<i>Note:</i> *p<0.1; **p<0.05; ***p<0.01	

Modelo 5

<i>Dependent variable:</i>	
<i>'Variación de la tasa de desempleo'</i>	
'Tasa de crecimiento del PIB'	-0.088* (0.049)
Constant	0.292 (0.207)
Observations	144
R ²	0.022
Adjusted R ²	0.015
Residual Std. Error	1.308 (df = 142)
F Statistic	3.170* (df = 1; 142)
<i>Note:</i> *p<0.1; **p<0.05; ***p<0.01	

Modelo 6

<i>Dependent variable:</i>	
<i>'Variación de la tasa de desempleo'</i>	
'Tasa de crecimiento del PIB'	-0.094* (0.056)
Constant	0.347 (0.225)
Observations	72
R ²	0.038
Adjusted R ²	0.025
Residual Std. Error	1.157 (df = 70)
F Statistic	2.799* (df = 1; 70)
<i>Note:</i> *p<0.1; **p<0.05; ***p<0.01	

Modelo 7

<i>Dependent variable:</i>	
<i>'Variación de la tasa de desempleo'</i>	
'Tasa de crecimiento del PIB'	-0.039 (0.090)
Constant	0.012 (0.392)
Observations	72
R ²	0.003
Adjusted R ²	-0.012
Residual Std. Error	1.439 (df = 70)
F Statistic	0.191 (df = 1; 70)
Note:	*p<0.1; **p<0.05; ***p<0.01

10.2 Estimación MCO versión prueba de brechas

Modelo 8

<i>Dependent variable:</i>	
<i>'Tasa de Desempleo'</i>	
'Brecha del producto'	0.631 *** (0.136)
Constant	12.126 *** (0.244)
Observations	144
R ²	0.131
Adjusted R ²	0.125
Residual Std. Error	2.904 (df = 142)
F Statistic	21.471 *** (df = 1; 142)
Note:	*p<0.1; **p<0.05; ***p<0.01

Modelo 9

<i>Dependent variable:</i>	
<i>'Tasa de Desempleo'</i>	
'Brecha del producto'	0.622 *** (0.156)
Constant	12.325 *** (0.392)
Observations	72
R ²	0.185
Adjusted R ²	0.174
Residual Std. Error	3.259 (df = 70)
F Statistic	15.923 *** (df = 1; 70)
Note:	*p<0.1; **p<0.05; ***p<0.01

Modelo 10

<i>Dependent variable:</i>	
'Tasa de Desempleo'	
'Brecha del producto'	0.271 (0.849)
Constant	11.933*** (0.298)
Observations	72
R ²	0.001
Adjusted R ²	-0.013
Residual Std. Error	2.527 (df = 70)
F Statistic	0.102 (df = 1; 70)
<i>Note:</i> * p<0.1; ** p<0.05; *** p<0.01	

Modelo 12

<i>Dependent variable:</i>	
'Brecha de desempleo'	
'Brecha de produccion'	-0.335*** (0.082)
Observations	72
R ²	0.190
Adjusted R ²	0.179
Residual Std. Error	1.115 (df = 71)
F Statistic	16.679*** (df = 1; 71)
<i>Note:</i> * p<0.1; ** p<0.05; *** p<0.01	

Modelo 11

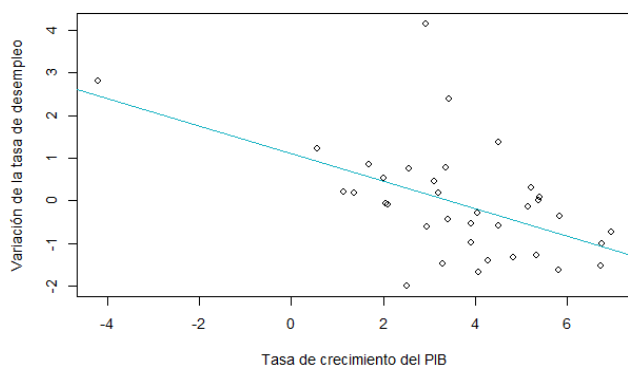
<i>Dependent variable:</i>	
'Brecha de desempleo'	
'Brecha de produccion'	-0.261*** (0.057)
Observations	144
R ²	0.128
Adjusted R ²	0.122
Residual Std. Error	1.046 (df = 143)
F Statistic	20.977*** (df = 1; 143)
<i>Note:</i> * p<0.1; ** p<0.05; *** p<0.01	

Modelo 13

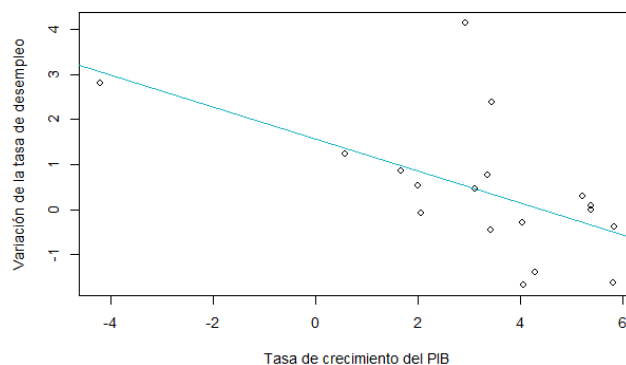
<i>Dependent variable:</i>	
'Brecha de desempleo'	
'Brecha de produccion'	-0.171** (0.078)
Observations	72
R ²	0.063
Adjusted R ²	0.050
Residual Std. Error	0.964 (df = 71)
F Statistic	4.807** (df = 1; 71)
<i>Note:</i> * p<0.1; ** p<0.05; *** p<0.01	

10.3 Gráficas de estimación MCO versión primeras diferencias

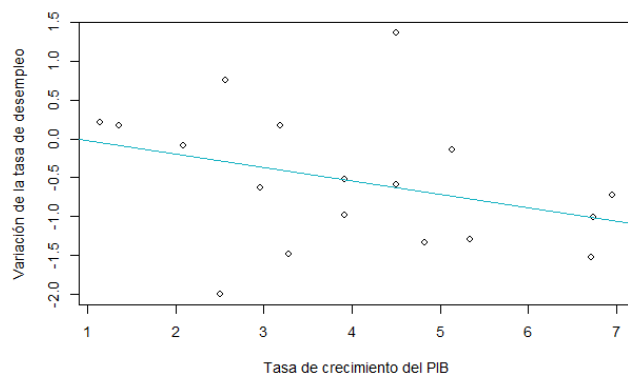
Modelo 1



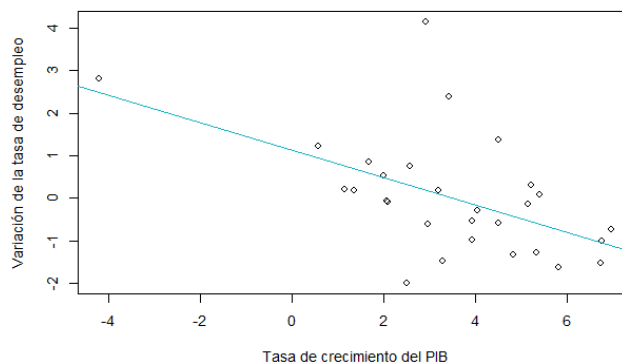
Modelo 2



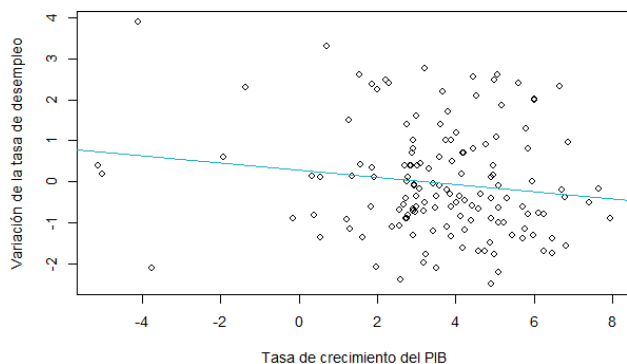
Modelo 3



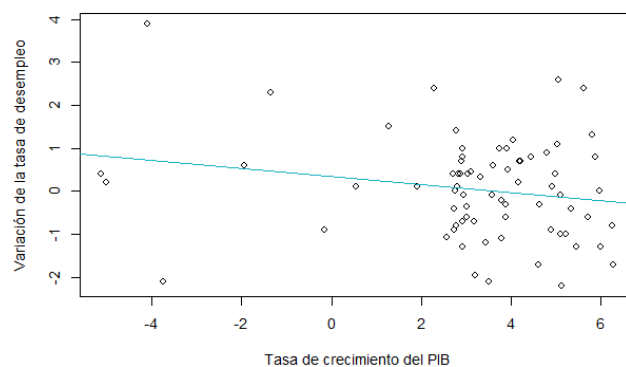
Modelo 4



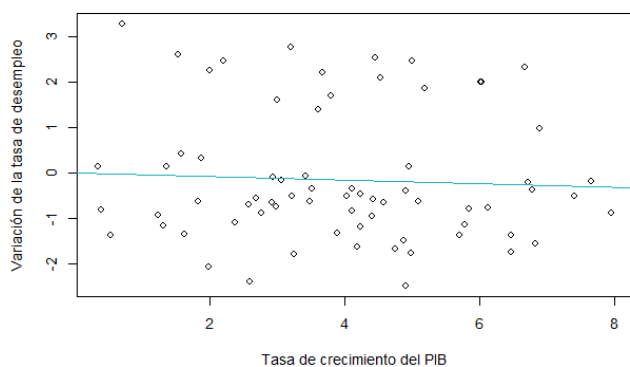
Modelo 5



Modelo 6

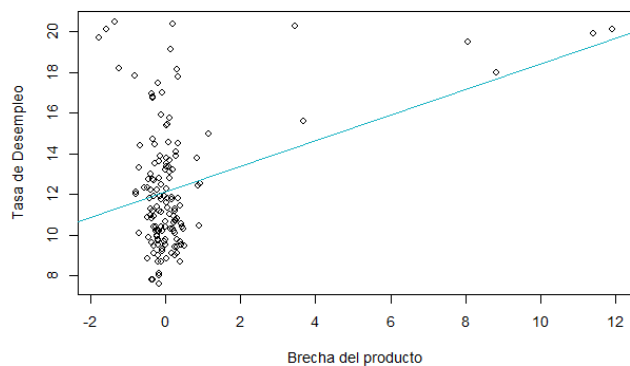


Modelo 7

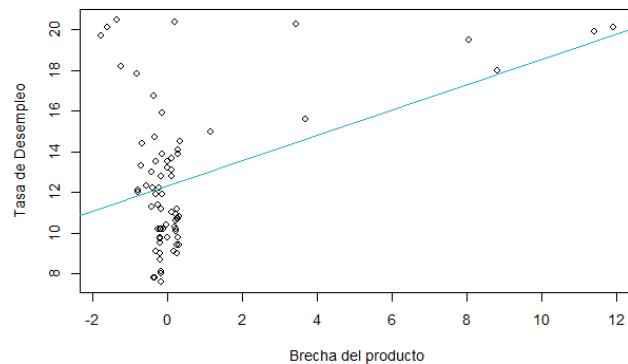


10.4 Gráficas de estimación MCO versión prueba de brechas

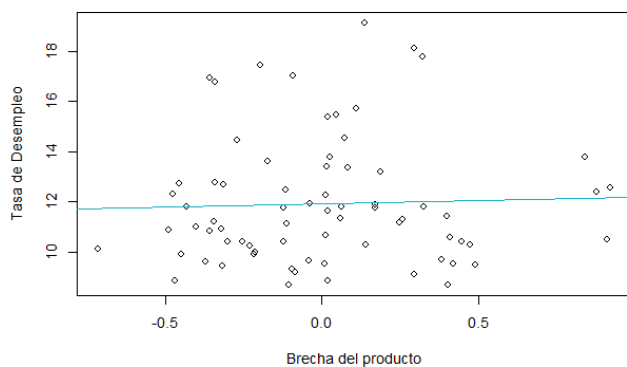
Modelo 8



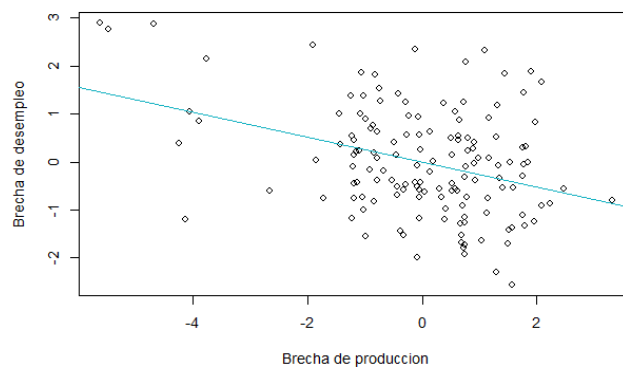
Modelo 9



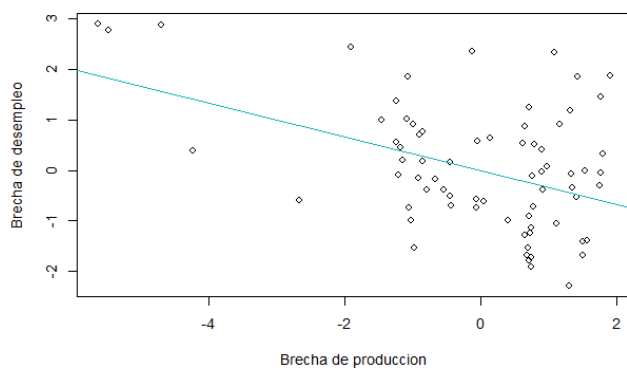
Modelo 10



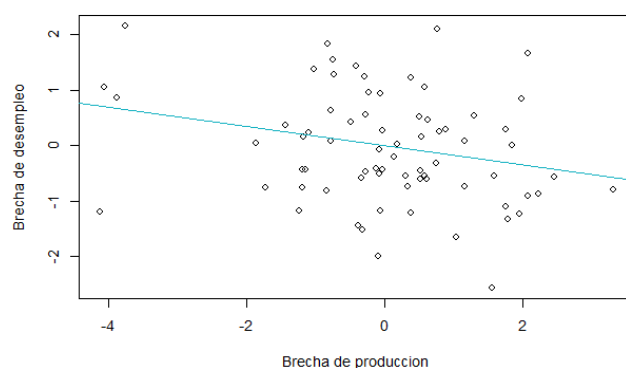
Modelo 11



Modelo 12



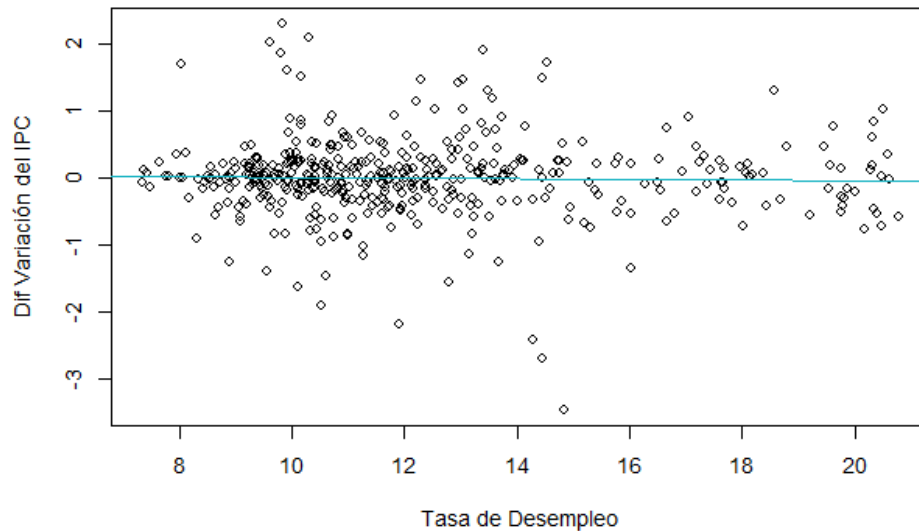
Modelo 13



10.5 Curva de Phillips y cálculo de la NAIRU⁶⁰

⁶⁰ El término NAIRU es un acrónimo derivado de la expresión inglesa Non-Accelerating Inflation Rate of Unemployment (Tasa de desempleo no aceleradora de la inflación).

Gráfica Modelo Curva de Phillips



Cálculo de la NAIRU

$$u_t^p = \frac{\beta_0}{\beta_1}; \frac{\text{Intercepto}}{\text{Coeficiente 1}} = \frac{0.060}{-0.005} \sim 12,17\%$$

11. BIBLIOGRAFÍA

- Abel, A. B., Bernanke, B. S., & Toharia, L. (2004). *Macroeconomía* (Cuarta ed.). (D. F. Aragón, Ed., & E. Rabasco, Trad.) Madrid, España: PEARSON EDUCACIÓN, S.A como as Addison Wesley Higher Education.
- Albagli, E., & Naudon, A. (2015). *¿De qué hablamos cuando hablamos de producto potencial?*. Banco Central de Chile.
- Álvarez, I., & Da-Silva, N. (2008). *Ciclo del PIB ¿Cómo evaluar el método de estimación?* Instituto de Estadística. Montevideo: Udelar. FCEA-IESTA. Obtenido de <https://hdl.handle.net/20.500.12008/10724>

- Apap, W., & Gravino, D. (2017). A sectoral approach to Okun's Law. *APPLIED ECONOMICS LETTERS*, 24(5), 319–324. Retrieved from <https://doi.org/10.1080/13504851.2016.1186789>
- Arango T., L. E., & Posada P., C. E. (2001). *EL DESEMPLEO EN COLOMBIA*. Banco de la República. Borradores de Economía. Obtenido de https://repositorio.banrep.gov.co/bitstream/handle/20.500.12134/5194/be_176.pdf?sequence=1&isAllowed=y
- Aurangzeb, C. D., & Khola , A. (2013). Factors Affecting Unemployment: A Cross Country Analysis. *International Journal of Academic Research in Business and Social Science*, 3(1), 219-230. Retrieved from <https://www.semanticscholar.org/paper/Factors-Effecting-Unemployment-%3A-A-Cross-Country-Aurangzeb/e35a9611bfb649a249d6e8b0492eba909fe7b6e5>
- Banco Central de Chile. (2017). *Crecimiento tendencial: proyección de mediano plazo y análisis de sus determinantes*. Banco Central de Chile. Obtenido de https://www.bcentral.cl/documents/33528/1325580/crecimiento_tendencial_sep2017.pdf/4a8878cf-a68b-caa3-0372-49b55032211d?t=1655149040527
- Banco de la República. (2019). *Inflación total y meta*. Banco de la República. Banco Central de Colombia. Obtenido de <https://www.banrep.gov.co/es/estadisticas/inflacion-total-y-meta>
- Banco Mundial. (2019). *Índice de Gini - Colombia*. Banco Mundial. Grupo de investigaciones sobre el desarrollo. Obtenido de <https://datos.bancomundial.org/indicador/SI.POV.GINI?locations=CO>
- Barría, C. (21 de Abril de 2020). Caída del precio del petróleo: las consecuencias para América Latina de la caída del valor del crudo en medio de la crisis por el coronavirus. *BBC News Mundo*. Recuperado el Julio de 2021, de <https://www.bbc.com/mundo/noticias-51807458>
- Belmonte, A., & Clemente, A. P. (2004). Formulación de la ley de Okun y resultados para España. En C. S. Gascón, J. Pérez Fernández, & P. Tedde de

Lorca, *Estudios en homenaje a Luis Angel Rojo : políticas, mercados e instituciones económicas* (Vol. I, págs. 263-294). Madrid, España: Editorial Complutense.

Blanchard, O., Amighini, A., & Giavazzi, F. (2012). *Macroeconomía* (Vol. I). (A. Cañizal, M. Varela, Edits., E. Rabasco-Espáriz, & L. Toharia-Cortés, Trans.) Madrid, España: PEARSON EDUCACIÓN, S.A.

Bod'a, M., & Považanová, M. (2019, Mayo). Okun's Law in the Visegrád Group Countries. *Europe-Asia Studies*, 71(4), 608-647 .
doi:<https://doi.org/10.1080/09668136.2019.1598936>

Bonilla-Mejía, L., & Pulido, J. D. (2020). *Nuevas estimaciones del PIB potencial (tendencial) y la brecha del producto en Colombia*. Banco de la República, Subgerencia de Política Monetaria e Información Económica . Bogotá: Grupo de Análisis del Mercado Laboral. Obtenido de
<https://www.banrep.gov.co/es/recuadro-1-nuevas-estimaciones-del-pib-potencial-tendencial-y-brecha-del-producto-colombia>

Botero García, J., Esteban Posada, C., López Castaño, H., Ballesteros Ruiz, C., & García Guzmán, J. (2015). *Informe No. 1 Economía colombiana: análisis de coyuntura*. Universidad EAFIT, Escuela de Economía y Finanzas. Medellín: Centro de Investigaciones Económicas y Financieras. Obtenido de
https://www.eafit.edu.co/escuelas/economiayfinanzas/cief/Documents/INFORME_2015-2.pdf

Bustillo, R. F. (31 de Mayo de 2020). *Rpubs*. Obtenido de El filtro de Hodrick-Prescott en R (ESP): https://rpubs.com/rubenfb/Hodrick_Prescott

Caicedo, J. E. (2019). Se cumple la hipótesis del crecimiento económico vía incremento de las exportaciones en Colombia? un análisis después de la apertura económica (2000-2017). *Trabajo de grado - Pregrado*. Universidad del Valle, Santiago de Cali, Colombia. Obtenido de
<https://bibliotecadigital.univalle.edu.co/handle/10893/13258>

- Campo-Robledo, J. A., & Pinto-Gaitán, J. (2018). Desempleo y tasa global de participación en Colombia: una perspectiva regional por medio de las siete ciudades principales. Bogotá, Colombia: Editorial Universidad Católica de Colombia. Obtenido de https://repository.ucatolica.edu.co/bitstream/10983/23134/1/ensayos-sobre-economia_Cap05.pdf
- Carbajal, F., Lanzilotta, B., Llambí, C., & Velázquez, C. (2007). La brecha de producto para Uruguay: metodologías para su estimación y aplicaciones. *Documento de trabajo*. cinve, Montevideo. Obtenido de <https://www.bcu.gub.uy/Comunicaciones/Jornadas%20de%20Economia/iees03j3180807.pdf>
- Cárdenas, M., & Reina, M. (2008). La minería en Colombia: impacto socioeconómico y fiscal. *Cuadernos de Fedesarrollo No. 25*. Fedesarrollo, Bogotá. Obtenido de <https://www.repository.fedesarrollo.org.co/handle/11445/893>
- Cerquera-Losada, Ó. H., & Rojas-Velásquez, L. (2020). Inversión extranjera directa y crecimiento económico en Colombia. *Revista Facultad de Ciencias Económicas: Investigación y Reflexión*, 28(2), 9-26. Obtenido de <https://doi.org/10.18359/rfce.4202>
- Chacon-Cruz, T. P., & Riaño-Amaya, C. A. (2020). *Análisis del sector petrolero en Colombia, carga tributaria y comparación con Perú, México y Ecuador*. Bogotá: UNIVERSIDAD JORGE TADEO LOZANO.
- Chagny, O., & Döpke, J. (2001). Measures of the Output Gap in the Euro-Zone: An Empirical Assessment of Selected Methods. *German Institute for Economic Research (DIW Berlin)*, 70(3), 310-330. doi:doi:10.3790/vjh.70.3.310
- Chang, R. (1997). Is low unemployment inflationary? *Economic Review*, 82(1), 4-13. Obtenido de link.gale.com/apps/doc/A19679217/AONE?u=anon~fa93388&sid=googleScholar&xid=05add0d

- Chenery, H. B. (1982). *Industrialization and Growth*. THE WORLD BANK, D.C. Washington: The International Bank for Reconstruction and Development.
- Cholette, P. A., & Dagum, E. B. (2006). *Benchmarking, Temporal Distribution, and Reconciliation Methods for Time Series* (Vol. 186). New York: Springer-Verlag. doi:<https://doi.org/10.1007/0-387-35439-5>
- Ciammola, A., Di-Palma, F., & Marini, M. (2005). *TEMPORAL DISAGGREGATION TECHNIQUES OF TIME SERIES BY RELATED SERIES: A COMPARISON BY A MONTE CARLO EXPERIMENT*. Luxembourg: Eurostat, European Communities. Obtenido de <https://ec.europa.eu/eurostat/web/products-statistical-working-papers/-/ks-dt-05-018>
- Claar, V. V. (Octubre de 2006). Is the NAIRU more useful in forecasting inflation than the natural rate of unemployment? *Applied Economics*, 38(28), 2179-2189. Obtenido de <https://mpira.ub.uni-muenchen.de/id/eprint/14257>
- Cogley, T., & Nasonb, J. M. (January–February de 1995). Effects of the Hodrick-Prescott filter on trend and difference stationary time series Implications for business cycle research. *Journal of Economic Dynamics and Control*, 19(1-2), 253-278. doi:[https://doi.org/10.1016/0165-1889\(93\)00781-X](https://doi.org/10.1016/0165-1889(93)00781-X)
- Cornea-Madeira, A. (2017). The Explicit Formula for the Hodrick-Prescott Filter in a Finite Sample. (P. Azoulay, O. Coibion, W. Dobbie, R. Fisman, B. R. Handel, B. A. Jacob, . . . T. Suri, Edits.) *The Review of Economics and Statistics*, 99(2), 314-318. Obtenido de https://web.archive.org/web/20180724060551id_/http://eprints.whiterose.ac.uk/97954/1/HP_ACM.pdf
- Daly, M., & Hobijn, B. (2010). Okun's law and the unemployment surprise of 2009. (S. Zuckerman, & A. Todd, Eds.) *FRBSF Economic Letter*. Retrieved from <http://www.frbsf.org/publications/economics/letter/2010/el2010-07.pdf>
- DANE. (2012). *GLOSARIO DE TÉRMINOS GRAN ENCUESTA INTEGRADA DE HOGARES*. Bogotá: Apoyo temático GEIH .

- da-Silva-Filho, T. N.-T. (2010). *The Natural Rate of Unemployment in Brazil, Chile, Colombia and Venezuela: some results and challenges*. Central Bank of Brazil, Research Department. Brasilia: Working Paper Series 212.
- de Jong, R. M., & Sakarya, N. (Mayo de 2016). THE ECONOMETRICS OF THE HODRICK-PRESCOTT FILTER. *The Review of Economics and Statistics*, 98(2), 310–317. doi:10.1162/REST_a_00523
- de-los-Llanos-Matea, M., & Regil, A. V. (1994). *MÉTODOS PARA LA EXTRACCIÓN DE SENALES y PARA LA TRIMESTRALIZACIÓN*. Banco de España.
- Denton, F. (s.f.). Adjustment of Monthly or Quarterly Series to Annual Totals: An Approach Based on Quadratic Minimization. *Journal of the American Statistical Association*.
- Denton, F. T. (1971). Adjustment of monthly or quarterly series to annual totals: an approach based on quadratic minimization. *Journal of the american statistical association*, 66(333), 99-102. Obtenido de <https://www.tandfonline.com/doi/ref/10.1080/01621459.1971.10482227?scroll=top>
- Dixon, R., Lim, G. C., & Van-Ours, J. C. (2017). Revisiting the Okun relationship. *Applied Economics*, 49(28), 2749-2765. Retrieved from <https://doi.org/10.1080/00036846.2016.1245846>
- Douglas, S., & Howard J., W. (March/April de 2000). The revealed cost of unemployment. *Federal Reserve Bank of St. Louis Review*, 82(2), 1-10. Obtenido de <https://doi.org/10.20955/r.82.1-10>
- Dupasquier, C., Guay, A., & St-Amant, P. (1997). A Comparison of Alternative Methodologies for Estimating Potential Output and the Output Gap. *Journal of Macroeconomics*, 21(3), 577-595. doi:<https://doi.org/10.34989/swp-1997-5>

- Echeverry, J. C. (1999). *La recesión actual en Colombia: flujos, balances y política anticíclica*. Departamento Nacional de Planeación. Archivos de Macroeconomía.
- Espasa, A., & Cancelo, J. R. (1993). *Métodos cuantitativos para el análisis de la coyuntura económica* (Ilustrada ed., Vol. 3). Madrid: Alianza Editorial.
- Espinosa-Vega, M. A., & Russell, S. (1997). History and theory of the NAIRU: a critical review. *Economic Review*, 82(2), 4+. Obtenido de link.gale.com/apps/doc/A19908071/AONE?u=anon~c958a0d1&sid=googleScholar&xid=632687c7
- Espinoza, E. (2011). Estimación del Parámetro de Suavizamiento del Filtro HodrickPrescott para el IMAE Regional. *Notas Económicas Regionales*, 49. Obtenido de <https://www.secmca.org/nota/estimacion-del-parametro-de-suavizamiento-del-filtro-hodrick-prescott-para-el-ima-regional/>
- Folawewo, A. O., & Adeboje, O. M. (2017). Macroeconomic determinants of unemployment: Empirical evidence from economic community of West African states. *African Development Review*, 29(2), 197-210. Obtenido de <https://doi.org/10.1111/1467-8268.12250>
- Franco-Martín, A. C. (2017). Evidencia de la ley de Okun para Colombia, Chile y Argentina: 1980-2014. *Trabajo de Investigación - Pregrado*. Universidad Católica de Colombia, Bogotá, Colombia. Obtenido de <https://repository.ucatolica.edu.co/handle/10983/14428>
- Freeman, D. G. (2000). Regional tests of Okun's law. *International Advances in Economic Research*, 557-570. Retrieved from <https://doi.org/10.1007/BF02294972>
- Friedman, M. (1968). The role of monetary policy American Economic Review. En B. Snowdon, & V. Howard (Edits.), *A Macroeconomics Reader* (1st Edition ed., Vol. 58, págs. 1-17). London: Routledge, American economic review. doi:<https://doi.org/10.4324/9780203443965>

Fuentes-Quintana, E. (1962).

Fuentes-Quintana, E. (1993). Prólogo. En A. Espasa, & J. R. Cancelo, *Métodos cuantitativos para el análisis de la coyuntura económica* (Ilustrada ed., Vol. 3, págs. 9-19). Madrid: Alianza Editorial. Obtenido de http://opendata.dspace.ceu.es/bitstream/10637/2485/2/Resumen9_19.pdf

Gamboni, C., Ortiz, J., & Vega C., M. A. (2020). *PIB Tendencial: Metodología, Limitaciones y Alternativas de Estimación. Nota de Investigación*. Dirección de Presupuestos (Chile). Santiago de Chile: Dipres. Series de Estudios. Obtenido de <https://hdl.handle.net/11626/17800>

García-Miralles, E. (2013). *Estimación de la Ley de Okun en España, Dinamarca y Japón y análisis de previsiones para el caso español*. Universidad Complutense, Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales. Madrid: Repositorio Institucional de la UCM. Obtenido de <http://eprints.ucm.es/25383/>

Gaviria-Ríos, M. A., & Ballesteros -Ruiz, C. A. (Junio de 2010). El desempleo estructural y cíclico en el Área Metropolitana Centro Occidente. *Gestión y Región*, No. 9, 81-102.

González-Estrada, A., & Almendra-Arao, G. (2007). Nuevo Método Para La Identificación de Los Ciclos Económicos de México. *Investigación Económica*, 66(261), 13–33. Obtenido de <http://www.jstor.org/stable/42779123>

Gordon, R. J. (2010, May). Okun's Law and Productivity Innovations. *AMERICAN ECONOMIC REVIEW*, 11-15. doi:10.1257/aer.100.2.11

Grant, A. (2002). Time-varying estimates of the natural rate of unemployment: a revisitation of Okun's law. *The Quarterly Review of Economics and Finance*, 42(1), 95-113.

Guataquí-Roa, J. C. (2000). Estimaciones de la tasa natural de desempleo en Colombia: una revisión. *Borradores de Investigación*. Universidad del

Rosario, Bogotá. Obtenido de

<https://econpapers.repec.org/scripts/redir.pf?u=http%3A%2F%2Frepository.unipamplona.edu.co%2Fbitstream%2Fhandle%2F10336%2F10870%2F2603.pdf;h=repec:col:000091:002603>

Guerrero, V. M. (Noviembre de 2009). MEDICIÓN DE LA TENDENCIA Y EL CICLO DE UNA SERIE DE TIEMPO ECONÓMICA DESDE UNA PERSPECTIVA ESTADÍSTICA. *Seminario Internacional “La Medición del Progreso y el Bienestar Social”*. Ciudad de México, Distrito Capital, México. Obtenido de https://rde.inegi.org.mx/rde_03/doctos/p_victorguerrero.pdf

Guillén-Gómez, A. L. (2010). *LA LEY DE OKUN PARA LA ECONOMÍA COLOMBIANA, PERÍODO 1985-2009*. Observatorio de la Economía Latinoamericana. Obtenido de <http://eumed.net/cursecon/ecolat/co/10/algg3.htm>

Gujarati, D., & Porter, D. C. (2010). *Econometría* (Quinta edición ed. ed.). (P. Carril Villarreal, Trad.) México: Mc Graw Hill educación.

Hamilton, J. D. (2018). Why You Should Never Use the Hodrick-Prescott Filter. *The Review of Economics and Statistics*, 100(5), 831–843. doi:https://doi.org/10.1162/rest_a_00706

Harris, R., & Silverstone, B. (2001). Testing for asymmetry in Okun's law: A cross-country comparison. *Economics Bulletin*, 5(2), 1-13. Obtenido de : <http://www.economicsbulletin.com/2001/volume5/EB-01E00001A.pdf>

Hartwig, J. (2014). Testing Okun's law with Swiss industry data. *ETH Zurich, KOF Swiss Economic Institute*, 46(29), 3581-3590. doi:10.3929/ethz-a-010166535

Henao, M. L., & Rojas, N. (Septiembre de 1999). La tasa natural de desempleo en Colombia. *Coyuntura Económica*, XXIX(3), 79-93. Obtenido de <http://hdl.handle.net/11445/2132>

Herman, E. (2012). The Influence of the Economic Growth Process on Romanian Employment. *Economics & Applied Informatics*, 18(1), 5-12.

- Hernández-Díaz, G. A., & Parra-Acevedo, M. P. (2017). *Macroeconomía y Crecimiento Verde: Análisis y Retos para Colombia*. (Grupo de Comunicaciones y Relaciones, W. M. González del Río, & C. E. Villamizar-Camargo, Edits.) Bogotá, Colombia: Departamento Nacional de Planeación. Obtenido de http://www.dnp.gov.co/CrecimientoVerde/Documents/diagnostico/Macroeconom%C3%ADa%20y%20CV_Oct26.compressed.pdf
- Hodrick, R. J., & Prescott, E. C. (Febrero de 1997). Postwar U.S. Business Cycles: An Empirical Investigation. *Journal of Money, Credit and Banking*, 29(1), 1-16. doi:10.2307/2953682
- Jahra, F. T., & Hiroshi, Y. (2019). An explicit formula for the smoother weights of the Hodrick–Prescott filter. (B. Mizrach, Ed.) *Studies in Nonlinear Dynamics & Econometrics*, 29(5, 10). doi:10.1515/snde-2018-0035
- Jiménez-Restrepo, D. M., Ortiz-Quevedo, C. H., & Uribe, J. I. (2019). Una reformulación de la ley de Okun para Colombia. *Revista de Economía del Caribe*(24), 26-48. Obtenido de <https://www.proquest.com/scholarly-journals/una-reformulaci3n-de-la-ley-okun-para-colombia/docview/2466042565/se-2>
- Karfakis, C., Katrakilidis, C., & Tsanana, E. (2014). Does output predict unemployment? A look at Okun's law in Greece. *International Labour Review*, 153(3), 421-433. Retrieved from <https://doi.org/10.1111/j.1564-913X.2014.00018.x>
- Kostov, L. (2017). The impact of economic growth on inflation and unemployment in Bulgaria, 2006-2016. *SEER (Journal for Labour and Social Affairs in Eastern Europe)*, 20(1), 85-99. Retrieved from <https://www.jstor.org/stable/26379909>
- Krugman, P. R., & Wells, R. E. (2007). *Introducción a la Economía. Macroeconomía* (Tercera ed.). Reverte S.A.

- Lee, J. (2000). The robustness of Okun's law: Evidence from OECD countries . *Journal of Macroeconomics*, 22(2), 331-356. Retrieved from [https://doi.org/10.1016/S0164-0704\(00\)00135-X](https://doi.org/10.1016/S0164-0704(00)00135-X)
- Liquitaya-Briceño, J. D., & Lizarazu-Alanez, E. (2003). LA LEY DE OKUN EN LA ECONOMÍA MEXICANA. *Economía y Administración en un contexto de transformación y cambio*, 15(8). Obtenido de <https://denarius.izt.uam.mx/index.php/denarius/article/view/299>
- Lora, E., & Prada, S. (2016). *Técnicas de Medición Económica, Metodología y Aplicaciones en Colombia* (Quinta Edición ed.). Cali, Colombia: Universidad Icesi.
- Loría , E., & Ramos, M. G. (2007). La ley de Okun: una relectura para México, 1970-2004. *Estudios Económicos*, 22(1 (43)), 19-55. Obtenido de <http://www.jstor.org/stable/40311523>
- Loría, E., Libreros, C., & Salas, E. (2012). Crisis de paro en España: Una aplicación de la ley de Okun, 1995.1-2012.2. *Coyuntura Económica: Investigación Económica y Social [1093]*, 62(2), 135-152. Obtenido de <http://hdl.handle.net/11445/280>
- Macroeconomía, Grupo 2006;. (2006). *La economía colombiana: situación actual frente a los noventa y sus perspectivas*. Banco de la República. Bogotá: Borradores de Economía No. 429. Obtenido de <https://repositorio.banrep.gov.co/handle/20.500.12134/5447>
- Mankiw, N. G. (2014). *Macroeconomía* (Octava ed.). (A. Bosch , Ed., & E. Rabasco, Trad.) Barcelona, España: Antoni Bosch editor, S.A.
- Maravall, A. (1999). Estimation of the Business Cycle: a Modified Hodrick-Prescott Filter. *EcoPapers*, 41 pages. Obtenido de <https://econpapers.repec.org/paper/bdewpaper/9912.htm>
- Martínez López, J., & Santacoloma Sanz, J. F. (2005). LAS PREDICCIONES SOBRE EL CRECIMIENTO ECONÓMICO: POSIBILIDAD DE UN

MODELO OPERATIVO. *Boletín de Estudios Económicos*, 60(184), 87-117.
Obtenido de <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=1161237>

Martínez, A. (2013). Estudio sobre los impactos socioeconómicos del sector minero en Colombia: encadenamientos sectoriales. *Estudio preparado para la Asociación del Sector de la Minería a Gran Escala*. Fedesarrollo, Bogotá.
Obtenido de <https://www.repository.fedesarrollo.org.co/handle/11445/370>

Melis-Maynar, F. (2003). Un desestacionalizador ARMA para series económicas sin desfase temporal. *Boletín Trimestral de Coyuntura*, 87. Obtenido de <https://www.ine.es/daco/daco42/daco4214/cbtc36.pdf>

Melo Velandia, L. F., & Riascos-Villegas, A. (abril-jun de 2000). El producto potencial utilizando el filtro de Hodrick-Prescott: una aplicación para Colombia. *Monetaria*, XXIII(2), 179-200. Obtenido de <http://www.cemla.org/PDF/monetaria/pub-mon-xxiii-2.pdf>

Mesa-Callejas, R. J. (2015). Macroeconomía de la recesión en Colombia: del ajuste cambiario al caos del PIB. *Semestre Económico*, 4(7).

Miller, S. (2003). *Métodos alternativos para la estimación del PBI potencial: Una aplicación para el caso de Perú*. Banco Central de Perú, Gerencia de Estudios Económicos del Banco Central. Estudios Económicos . Obtenido de <https://www.bcrp.gob.pe/docs/Publicaciones/Revista-Estudios-Economicos/10/Estudios-Economicos-10-3.pdf>

Misas , M., & López-Enciso, E. A. (2001). Desequilibrios reales en Colombia. *Ensayos Sobre Política Económica*, 19(40), 1-37.
doi:<http://doi.org/10.32468/espe.4001>

Misas-Arango, M., & López-Enciso, E. A. (1998). *El producto potencial en Colombia: una estimación bajo VAR estructural*. Banco de la República. Bogotá: Borradores de Economía. doi:<https://doi.org/10.32468/be.94>

- Molero Oliva, L. E. (2012). Estimación de la Ley de Okun para la economía venezolana. Período 1999-2009. *Revista de Ciencias Sociales (Ve)*, 13(2), 311-324. Obtenido de <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=28023310011>
- Moncayo Jiménez, E. (Mayo de 2011). Cambio estructural, crecimiento e industrialización en América Latina 1950-2005. *Trabajo de grado - Doctorado*. Universidad Nacional de Colombia, Bogotá, Cundinamarca, Colombia. Obtenido de <https://repositorio.unal.edu.co/handle/unal/8305>
- Moosa, I. A. (1997, June). A Cross-Country Comparison of Okun's Coefficient. *Journal of Comparative Economics*, 24(3), 335-356. Retrieved from <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0147596797914335>
- Morocho Ruíz, J. D. (2013). *Análisis de Series de Tiempo*. Piura.
- Murillo Huertas, I. P., & Usabiaga Ibáñez, C. (2003). Estimaciones de la tasa de paro de equilibrio de la economía española a partir de la Ley de Okun. (Ministerio de Hacienda, & Instituto de Estudios Fiscales, Edits.) *Papeles de Trabajo, Serie Economía*(15), 7-20. Obtenido de <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=650712>
- Novales, A. (2016). *Series temporales. Estacionariedad, raíces unitarias*. Universidad Complutense, Departamento de Economía Cuantitativa. Madrid: Universidad Complutense.
- Núñez, L., & Ramírez, J. M. (2000). Reformas, crecimiento, progreso técnico y empleo en Colombia. *Series Reformas Económicas de la CEPAL 59 (Parte 1)*. CEPAL (Comisión Económica para América Latina y el Caribe).
- Okun, A. M. (1962). Potential GNP: its measurement and significance. *Investigación en Economía* (190). Yale University, New Haven, Conn, Estados Unidos. Retrieved from <https://cowles.yale.edu/publications/cfp/190>
- Owyang, M. T., & Sekhposyan, T. (2012). Okun's Law over the Business Cycle: Was the Great Recession All That Different? *Review*, 94(5), 399-418. Retrieved from <https://doi.org/10.20955/r.94.399-418>

- Páez, Á. A., & Domínguez, A. J. (2021). ESTIMACIÓN DE LA BRECHA TRIBUTARIA PARA COLOMBIA: MEDIDAS PROACTIVAS PARA SU REDUCCIÓN. *Investigación Económica*, 80(317), 58-81. Obtenido de <https://www.jstor.org/stable/27031831>
- Parra, F. (25 de Enero de 2019). *Bookdown.org*. Obtenido de Estadística y Machine Learning con R: <https://bookdown.org/content/2274/portada.html>
- Peláez S. , J. T., & Sierra S., L. P. (2016). DOES INDUSTRIAL EMPLOYMENT REACT TO MOVEMENTS IN THE REAL EXCHANGE RATE? AN EMPIRICAL ANALYSIS FOR COLOMBIA, 2000-2010. (R. Soto, Ed.) *Latin American Journal of Economics*, 53(1), 39-60. Retrieved from <https://www.jstor.org/stable/90003532>
- Peñaherrera Aguilar, M. A. (2011). *Desempleo y Crecimiento económico” Un nuevo enfoque para la estimación econométrica de la Ley de Okun para la economía ecuatoriana en el período*. UNIVERSIDAD TÉCNICA PARTICULAR DE LOJA, ESCUELA DE ECONOMÍA. Loja: Repositorio digital de la Universidad de Especialidades Espíritu Santo. Obtenido de http://dspace.utpl.edu.ec/bitstream/123456789/1820/3/UTPL_Pe%C3%B1aherrera_Aguilar_Martha_Alexandra_331X129.pdf
- Perilla-Jiménez, J. R., Rodríguez-Muñoz, J. I., & Reyes-Peña, J. D. (2004). *Cálculo del PIB Potencial en Colombia: 1970-2003*. Departamento Nacional de Planeación. Dirección de Estudios Económicos. Obtenido de https://www.mef.gob.pe/contenidos/pol_econ/documentos/Calculo_PBI_Potencia_Colombia_1970_2003.pdf
- Phelps, E. (1968). Money-Wage Dynamics and Labor-Market Equilibrium. *Journal of Political Economy*, 76, 678-711. doi:10.1086/259438
- Phillips, P. C., & Jin, S. (May de 2020). Business cycles, trend elimination, and the HP filter. *International Economic Review*, 62(2), 469-520. doi:<https://doi.org/10.1111/iere.12494>

- Phillips, P. C., & Shi, Z. (2020). BOOSTING: WHY YOU CAN USE THE HP FILTER. *International Economic Review*, 521-570.
doi:<https://doi.org/10.1111/iere.12495>
- Pichelmann, K., & Schuh, A. U. (1997). *The NAIRU-Concept: A Few Remarks*. OECD. Paris: OECD Economics Department Working Papers. Obtenido de <https://doi.org/10.1787/415745735115>
- Porras-Arena, M. S., & Martín-Román, Á. L. (2020). *Relación entre las características de los mercados de trabajo latinoamericanos y la ley de Okun*. Universidad de la República de Uruguay, Facultad de Ciencias Económicas y de Administración. Montevideo: Instituto de Economía. Obtenido de <https://econpapers.repec.org/paper/ulrwpaper/dt-10-20.htm>
- Posada, C. E., & González, A. (1997). *El mercado laboral urbano: empleo, desempleo y salario real en Colombia entre 1985 y 1996*. Subgerencia de Estudios Económicos del Banco de la República .
- Posada, C. E., & Misas, M. (June de 1995). La tasa de interés en Colombia: 1958-1992. *Revista Ensayos Sobre Política Económica*, 14(27), 63-94. Obtenido de <https://www.banrep.gov.co/es/tasa-interes-colombia#:~:text=Noticia>
- Prokopenko, J. (1989). *La gestión de la productividad* (Primera Edición ed.). Ginebra: Organización Internacional del Trabajo.
- Ravn , M. O., & Uhlig, H. (Mayo de 2002). On Adjusting the Hodrick-Prescott Filter for the Frequency of Observations. *The Review of Economics and Statistics*, 84(2), 371-376 (6 pages). Obtenido de <https://www.jstor.org/stable/3211784>
- Rhenals-Monterrosa, R., Montoya-Arbeláez , J. A., & Gómez-Muñoz , W. A. (2015). Las cifras de empleo en Colombia parecen sufrir de "locura periódica". *Perfil de Coyuntura Económica*, 25, 7-20. doi:10.17533/udea.pece.n25a01
- Rodríguez Aranda, A. J., Hurtado, C. D., & Vega Chamba, N. E. (2017). *Aplicación de la Ley de Okun parEcuador: un análisis del crecimiento de la producción y su incidencia en la tasa de desempleo* (Vol. Colecciones Libros Digitales).

Loja: Universidad Internacional del Ecuador-Loja. Obtenido de
<http://repositorio.uide.edu.ec/handle/37000/2525>

Rodríguez López, P., & Peredo y Rodríguez, F. J. (2007). Estimación de la Ley de Okun para la economía mexicana. *Análisis Económico*, XXII(51), 59-79. Obtenido de <https://www.redalyc.org/pdf/413/41311486004.pdf>

Rodríguez-Collazo, S., & Badagián, A. L. (2004). *Dinámicas no lineales y ciclos asimétricos en Argentina, Brasil y Uruguay*. Facultad de Ciencias Económicas y de Administración, Instituto de Estadística. Montevideo : Udelar. FCEA-IESTA. Obtenido de <https://hdl.handle.net/20.500.12008/10805>

Rojas Manzo, S. M. (2019). ESTIMACIÓN DE LA LEY DE OKUN PARA LA ECONOMÍA MEXICANA DESDE UN ENFOQUE PANEL, 2005 – 2016. (F. División de Estudios de Posgrado , Ed.) *El Semestre de las Especializaciones*, 1(1), 69-93. Obtenido de https://www.depfe.unam.mx/especializaciones/revista/1-1-2019/03_EA_Rojas-Manzo_2019.pdf

RPubs. (Abril de 2018). Obtenido de Regresión Lineal Simple en R: https://rpubs.com/Jo_/regresion_lineal_simple

Santos-Zúñiga, H., Amarillas-Urbina, V. A., & Aguilera-Fernández, A. (2020). Crecimiento económico y desempleo en México: una aplicación de la Ley de Okun. En H. Santos Zúñiga, V. A. Amarillas Urbina, & A. Aguilera Fernández, *FACTORES CRÍTICOS Y ESTRATÉGICOS EN LA INTERACCIÓN TERRITORIAL DESAFÍOS ACTUALES Y ESCENARIOS FUTUROS* (SIN ESPECIFICAR ed., Vol. IV, págs. 211-226). Ciudad de México, Mexico : Universidad Nacional Autónoma de México y Asociación Mexicana de Ciencias para el Desarrollo Regional A.C. Obtenido de <http://ru.iiec.unam.mx/5219/>

Sax, C., & Steiner, P. (Diciembre de 2013). Temporal Disaggregation of Time Series. *The RJournal*, 5(2), 80-87.

- Sögner, L., & Stiassny, A. (2002). An analysis on the structural stability of Okun's law--a cross-country study. (Department of Economics, & Vienna University of Economics and Business, Eds.) *Applied Economics*, 34(14), 1775-1787. Retrieved from <https://doi.org/10.1080/00036840210124180>
- Stephens, M. (Septiembre de 1974). EDF Statistics for Goodness of Fit and Some Comparisons. *Journal of the American Statistical Association*, 69(347), 730-737. doi:<https://doi.org/10.2307/2286009>
- Tasci, M. (2012). *The Ins and Outs of Unemployment in the Long Run: Unemployment Flows and the Natural Rate*. Koc University-TUSIAD , Economic Research Forum. Sarıyer/Istanbul : KOÇ UNIVERSITY-TÜSİAD ECONOMIC RESEARCH FORUM WORKING PAPER SERIES. Obtenido de http://eaf.ku.edu.tr/sites/eaf.ku.edu.tr/files/erf_wp_1233.pdf
- Tvrdoň, M., & Verner, T. (2013). *Estimating the regional natural rate of unemployment: the evidence from the Czech Republic*. Faculty of Economics. Technical university of Liberec: TUL. Obtenido de <https://dspace.tul.cz/handle/15240/6956>
- Vadra, R., & Nurunnabi, M. (2017). Knowledge economy in BRICS: A case of South Africa. *Journal of the knowledge economy*, 8(4), 1229-1240. Retrieved from <https://doi.org/10.1007/s13132-017-0512-y>
- Vásquez-Bedoya, F. A., Restrepo-Ochoa, S. I., & Lopera-Sierra, J. F. (2010). UNA REVISIÓN CRÍTICA DE LAS TÉCNICAS DE FILTRADO PARA LA TEORÍA DE LOS CICLOS ECONÓMICOS REALES. *Cuadernos de Economía*, 29(53), 118-153. Obtenido de http://www.scielo.org.co/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0121-47722010000200005&lng=en&nrm=iso
- Velastegui-Martínez, L. Á. (2006). Una estimación de la Ley de Okún para el Ecuador. *Revista académica de economía*(69). Obtenido de <http://www.eumed.net/cursecon/ecolat/index.htm>
- Villavicencio, J. (2010). *Introducción a series de tiempo*. Puerto Rico.

Wooldridge, J. M. (2010). *Introducción a la econometría: Un enfoque moderno* (4a. edición ed.). Ciudad de México: Cengage Learning.

Yamada, H. (2018). Why does the trend extracted by the Hodrick–Prescott filtering seem to be more plausible than the linear trend? (M. P. Taylor, Ed.) *Applied Economics Letters*, 25(2), 102-105.
doi:<https://doi.org/10.1080/13504851.2017.1299095>

Yamada, H. (2021). TREND EXTRACTION FROM ECONOMIC TIME SERIES WITH MISSING OBSERVATIONS BY GENERALIZED HODRICK–PRESCOTT FILTERS. *Econometric Theory*, 98(3), 419-453.
doi:10.1017/S0266466621000189

Zapata-Cortés, V. E. (2012). *Evolución del sector minero Colombiano durante las dos últimas décadas. Una mirada desde las exportaciones departamentales*. Cali: UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE OCCIDENTE.